

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

枚举、分治、二分算法、贪心算法、快速幂

戴傅聪

目录

1 枚举

2 分治

3 二分

4 贪心

5 快速幂？

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

常用 dfs 剪枝例题

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 给定四个正整数 p, q, x, y

常用 dfs 剪枝例题

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 给定四个正整数 p, q, x, y
- 每次操作，你可以将 p 乘 y ，或者将 p 减去 x （必须当 $p \geq x$ 时才可以）

常用 dfs 剪枝例题

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂?

- 给定四个正整数 p, q, x, y
- 每次操作，你可以将 p 乘 y ，或者将 p 减去 x （必须当 $p \geq x$ 时才可以）
- 求最少的操作数，使得 p 变成 q ，当步数大于 52 时输出无解。

常用 dfs 剪枝例题

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂?

- 给定四个正整数 p, q, x, y
- 每次操作，你可以将 p 乘 y ，或者将 p 减去 x （必须当 $p \geq x$ 时才可以）
- 求最少的操作数，使得 p 变成 q ，当步数大于 52 时输出无解。
- $1 \leq p, q, x < 2^31, 2 \leq y \leq 225$

常用 dfs 剪枝例题

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 首先乘操作只会把数变大，因此如果之后只用剪操作无法将数减到 $< q$ 的话就直接退出（只用减操作需要的操作数量可以看成估价函数）

常用 dfs 剪枝例题

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 首先乘操作只会把数变大，因此如果之后只用剪操作无法将数减到 $< q$ 的话就直接退出（只用减操作需要的操作数量可以看成估价函数）
- 由于这是一个最优化问题，在上一步的剪枝中，我们可以将步数的上限改为当前已经搜得的最优步数。

常用 dfs 剪枝例题

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 首先乘操作只会把数变大，因此如果之后只用剪操作无法将数减到 $< q$ 的话就直接退出（只用减操作需要的操作数量可以看成估价函数）
- 由于这是一个最优化问题，在上一步的剪枝中，我们可以将步数的上限改为当前已经搜得的最优步数。
- 由于多乘几次以后数字会变得很大，然后需要减的次数也会急剧增多，我们可以在搜索过程中，优先将数字进行乘的操作。

常用 dfs 剪枝例题

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 首先乘操作只会把数变大，因此如果之后只用剪操作无法将数减到 $< q$ 的话就直接退出（只用减操作需要的操作数量可以看成估价函数）
- 由于这是一个最优化问题，在上一步的剪枝中，我们可以将步数的上限改为当前已经搜得的最优步数。
- 由于多乘几次以后数字会变得很大，然后需要减的次数也会急剧增多，我们可以在搜索过程中，优先将数字进行乘的操作。
- 通过上述优化，实际搜索效率非常高，可以轻松通过此题。

NOIP2013 华容道

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 给定一个 $n * m$ 华容道的棋盘，其中有若干障碍、一个目标格子，一个空格，一个关键方块。

NOIP2013 华容道

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂?

- 给定一个 $n * m$ 华容道的棋盘，其中有若干障碍、一个目标格子，一个空格，一个关键方块。
- 你需要回答 q 次询问，每次询问会给出目标格子、空格、关键方块的位置，你需要求出将关键方块移到目标格子需要多少步。

NOIP2013 华容道

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂?

- 给定一个 $n * m$ 华容道的棋盘，其中有若干障碍、一个目标格子，一个空格，一个关键方块。
- 你需要回答 q 次询问，每次询问会给出目标格子、空格、关键方块的位置，你需要求出将关键方块移到目标格子需要多少步。
- $n, m \leq 30, q \leq 500$

NOIP2013 华容道

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 给定一个 $n * m$ 华容道的棋盘，其中有若干障碍、一个目标格子，一个空格，一个关键方块。

NOIP2013 华容道

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂?

- 给定一个 $n * m$ 华容道的棋盘，其中有若干障碍、一个目标格子，一个空格，一个关键方块。
- 你需要回答 q 次询问，每次询问会给出目标格子、空格、关键方块的位置，你需要求出将关键方块移到目标格子需要多少步。

NOIP2013 华容道

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂?

- 给定一个 $n * m$ 华容道的棋盘，其中有若干障碍、一个目标格子，一个空格，一个关键方块。
- 你需要回答 q 次询问，每次询问会给出目标格子、空格、关键方块的位置，你需要求出将关键方块移到目标格子需要多少步。
- $n, m \leq 30, q \leq 500$

NOIP2013 华容道

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 直接进行广度优先搜索，队列中的元素为空格与关键方块的位置。

NOIP2013 华容道

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂?

- 直接进行广度优先搜索，队列中的元素为空格与关键方块的位置。
- 不同的状态数为 $(n * m)^2$ 级别，当询问次数较多时无法在规定时间内跑出结果。

NOIP2013 华容道

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 注意到空格在地图上乱跑并没有什么卵用，关键方块的移动更加关键。

NOIP2013 华容道

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 注意到空格在地图上乱跑并没有什么卵用，关键方块的移动更加关键。
- 因此有用的状态只有空格在关键方块周围的情形，这样状态数减少到了 nm 级别。

NOIP2013 华容道

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 注意到空格在地图上乱跑并没有什么卵用，关键方块的移动更加关键。
- 因此有用的状态只有空格在关键方块周围的情形，这样状态数减少到了 nm 级别。
- 由于所有询问都在同一张地图上进行，状态之间需要的步数可以通过 bfs 预处理来解决。一个状态可能的后继状态只有移动关键方块到空格上、移动空格到关键方块的上下左右，因此这部分复杂度为 $O(n^2m^2)$

NOIP2013 华容道

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 由于状态之间的步数可能不相同，我们需要通过最短路算法来解决问题。

NOIP2013 华容道

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 由于状态之间的步数可能不相同，我们需要通过最短路算法来解决问题。
- 需要注意的是，bfs 算法是图中所有边的边权均为 1 的特殊情况的算法。

NOIP2013 华容道

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂?

- 由于状态之间的步数可能不相同，我们需要通过最短路算法来解决问题。
- 需要注意的是，bfs 算法是图中所有边的边权均为 1 的特殊情况的算法。
- 我们可以将每个状态看成一个点，状态与周围状态之间的步数为这两个状态的一条边。

NOIP2013 华容道

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂?

- 由于状态之间的步数可能不相同，我们需要通过最短路算法来解决问题。
- 需要注意的是，bfs 算法是图中所有边的边权均为 1 的特殊情况的算法。
- 我们可以将每个状态看成一个点，状态与周围状态之间的步数为这两个状态的一条边。
- 然后在这个图上跑单源最短路即可。由于一开始空格不一定在关键方块旁边，还需要跑一个 bfs 把空格跑到关键方块旁边。

NOIP2013 华容道

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂?

- 由于状态之间的步数可能不相同，我们需要通过最短路算法来解决问题。
- 需要注意的是，bfs 算法是图中所有边的边权均为 1 的特殊情况的算法。
- 我们可以将每个状态看成一个点，状态与周围状态之间的步数为这两个状态的一条边。
- 然后在这个图上跑单源最短路即可。由于一开始空格不一定在关键方块旁边，还需要跑一个 bfs 把空格跑到关键方块旁边。
- 总时间复杂度为 $O(q * f(nm) + n^2m^2)$ ，其中 $f(nm)$ 表示最短路的复杂度。上述算法可以轻松通过此题。

NOIP2020 微信步数

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 给定一个 k 维网格和一个长度为 n 的操作序列。

NOIP2020 微信步数

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 给定一个 k 维网格和一个长度为 n 的操作序列。
- 你会循环地执行这个操作序列，每一个操作为：向某个维度的正方向或负方向走一格。

NOIP2020 微信步数

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 给定一个 k 维网格和一个长度为 n 的操作序列。
- 你会循环地执行这个操作序列，每一个操作为：向某个维度的正方向或负方向走一格。
- 你需要对于所有位置，求出这个位置走出网格需要多少次操作。

NOIP2020 微信步数

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 给定一个 k 维网格和一个长度为 n 的操作序列。
- 你会循环地执行这个操作序列，每一个操作为：向某个维度的正方向或负方向走一格。
- 你需要对于所有位置，求出这个位置走出网格需要多少次操作。
- 由于满分算法（可能）需要用到超纲知识，这里只讲 80 分的算法。

NOIP2020 微信步数

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 给定一个 k 维网格和一个长度为 n 的操作序列。
- 你会循环地执行这个操作序列，每一个操作为：向某个维度的正方向或负方向走一格。
- 你需要对于所有位置，求出这个位置走出网格需要多少次操作。
- 由于满分算法（可能）需要用到超纲知识，这里只讲 80 分的算法。
- $n \leq 500000, k \leq 10, w_i \leq 10^6$

NOIP2020 微信步数

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 我们可以在 $O(n + w)$ 的时间内求出对于某一个特定的维度，在这个维度上坐标为 $j = 1, 2, \dots, w_i$ 时走出网格需要 $st_{i,j}$ 步（即先假定其他维度的坐标无限延伸）

NOIP2020 微信步数

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂?

- 我们可以在 $O(n + w)$ 的时间内求出对于某一个特定的维度，在这个维度上坐标为 $j = 1, 2, \dots, w_i$ 时走出网格需要 $st_{i,j}$ 步（即先假定其他维度的坐标无限延伸）
- 接下来问题就变成了求

$$\sum_{i_1, i_2, i_3, \dots, i_k} \min(st_{1, i_1}, st_{2, i_2}, \dots, st_{k, i_k})$$

NOIP2020 微信步数

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂?

- 我们可以在 $O(n + w)$ 的时间内求出对于某一个特定的维度，在这个维度上坐标为 $j = 1, 2, \dots, w_i$ 时走出网格需要 $st_{i,j}$ 步（即先假定其他维度的坐标无限延伸）
- 接下来问题就变成了求
$$\sum_{i_1, i_2, i_3, \dots, i_k} \min(st_{1, i_1}, st_{2, i_2}, \dots, st_{k, i_k})$$
- 这个问题可以在 $O(\sum w_i * k)$ 的时间内解决，我们首先考虑 $k = 2$ 的情况。

NOIP2020 微信步数

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 首先将 st_i 数组排序，这并不会影响答案。

NOIP2020 微信步数

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 首先将 st_i 数组排序，这并不会影响答案。
- 在 $k = 2$ 的情况中，为了方便，我们可以假设 $a = st_1, b = st_2$

NOIP2020 微信步数

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 首先将 st_i 数组排序，这并不会影响答案。
- 在 $k = 2$ 的情况中，为了方便，我们可以假设 $a = st_1, b = st_2$
- 然后维护两个计数器 u, v ，表示我们现在求的是 $u \leq x \leq w_1, v \leq y \leq w_2$ 区域内的答案。

NOIP2020 微信步数

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂?

- 首先将 st_i 数组排序，这并不会影响答案。
- 在 $k = 2$ 的情况中，为了方便，我们可以假设 $a = st_1, b = st_2$
- 然后维护两个计数器 u, v ，表示我们现在求的是 $u \leq x \leq w_1, v \leq y \leq w_2$ 区域内的答案。
- 取 a_u, b_v 中的较小值，不妨设 a_u 较小，则 $x = u, v \leq y \leq w_2$ 这一列上的答案均为 a_u 。（在 $k > 2$ 时，这个表示 $x = u$ ，然后其他维度在范围内的区域）

NOIP2020 微信步数

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂?

- 首先将 st_i 数组排序，这并不会影响答案。
- 在 $k = 2$ 的情况中，为了方便，我们可以假设 $a = st_1, b = st_2$
- 然后维护两个计数器 u, v ，表示我们现在求的是 $u \leq x \leq w_1, v \leq y \leq w_2$ 区域内的答案。
- 取 a_u, b_v 中的较小值，不妨设 a_u 较小，则 $x = u, v \leq y \leq w_2$ 这一列上的答案均为 a_u 。（在 $k > 2$ 时，这个表示 $x = u$ ，然后其他维度在范围内的区域）
- 然后我们可以方便求出区域内的答案，并将 u 加一。重复上述步骤直到某一个维度的数组被遍历完即可。

NOIP2020 微信步数

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂?

- 首先将 st_i 数组排序，这并不会影响答案。
- 在 $k = 2$ 的情况中，为了方便，我们可以假设 $a = st_1, b = st_2$
- 然后维护两个计数器 u, v ，表示我们现在求的是 $u \leq x \leq w_1, v \leq y \leq w_2$ 区域内的答案。
- 取 a_u, b_v 中的较小值，不妨设 a_u 较小，则 $x = u, v \leq y \leq w_2$ 这一列上的答案均为 a_u 。（在 $k > 2$ 时，这个表示 $x = u$ ，然后其他维度在范围内的区域）
- 然后我们可以方便求出区域内的答案，并将 u 加一。重复上述步骤直到某一个维度的数组被遍历完即可。
- 上面的算法可以比较方便地扩展到 $k > 2$ 的情况。

目录

1 枚举

2 分治

3 二分

4 贪心

5 快速幂？

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

分治

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 由于分治在 oi 中的应用主要在一些数据结构题中，以及一些牛逼的板子（比如求点集的三角剖分）。这里只介绍分治在一些（耳熟能详的）构造题中的应用。

一道（耳熟能详）的构造题

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 给定一个 $n * n$ 的正方形网格，其中 $n = 2^k$ 。

一道（耳熟能详）的构造题

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 给定一个 $n * n$ 的正方形网格，其中 $n = 2^k$ 。
- 网格中一个位置已经被填满。

一道（耳熟能详）的构造题

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 给定一个 $n * n$ 的正方形网格，其中 $n = 2^k$ 。
- 网格中一个位置已经被填满。
- 你需要使用 L 形积木将整个网格不重不漏地填满，并给出一个方案

一道（耳熟能详）的构造题

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 将网格分成四部分，其中只有一部分有一个被填满的位置

一道（耳熟能详）的构造题

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 将网格分成四部分，其中只有一部分有一个被填满的位置
- 在网格正中间放一个 L，使得四个部分都恰好有一个被填满的位置

一道（耳熟能详）的构造题

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 将网格分成四部分，其中只有一部分有一个被填满的位置
- 在网格正中间放一个 L，使得四个部分都恰好有一个被填满的位置
- 然后对四个部分分别递归调用这个算法即可。

目录

1 枚举

2 分治

3 二分

4 贪心

5 快速幂？

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

二分

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 二分一个很常见的应用是二分答案，然后将答案的求解问题转化为判定问题（上面这句话虽然听起来简单，但是实际碰到问题的时候可能并不容易看出是二分，也未必所有问题都有“最小化最大值”之类的表述）

二分

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂?

- 二分一个很常见的应用是二分答案，然后将答案的求解问题转化为判定问题（上面这句话虽然听起来简单，但是实际碰到问题的时候可能并不容易看出是二分，也未必所有问题都有“最小化最大值”之类的表述）
- 其他应用还有在数据结构上二分，比如求最小的 i ，使得 1 到 i 某个东西的和大于某个值。

二分

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂?

- 二分一个很常见的应用是二分答案，然后将答案的求解问题转化为判定问题（上面这句话虽然听起来简单，但是实际碰到问题的时候可能并不容易看出是二分，也未必所有问题都有“最小化最大值”之类的表述）
- 其他应用还有在数据结构上二分，比如求最小的 i ，使得 1 到 i 某个东西的和大于某个值。
- 值得注意的是二分在一些交互题中非常有用。

这是一道例题

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 给定一个 $n * m$ 的网格，你有一个初始权值，一开始在左上角，每次只能往右或者往下走，走到一个位置会加上这个位置的权值，要求整个过程中你的权值非负。求要到达右下角，你的初始权值至少需要多少。

这是一道例题

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂?

- 给定一个 $n * m$ 的网格，你有一个初始权值，一开始在左上角，每次只能往右或者往下走，走到一个位置会加上这个位置的权值，要求整个过程中你的权值非负。求要到达右下角，你的初始权值至少需要多少。
- $n, m \leq 1000, v_{i,j} \leq 10^9$

这是一道例题

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 因为放在二分的介绍后面，所以这道题肯定是二分答案（x

这是一道例题

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 因为放在二分的介绍后面，所以这道题肯定是二分答案（x
- 因此我们考虑如何判定一个答案可不可行

这是一道例题

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 因为放在二分的介绍后面，所以这道题肯定是二分答案（x
- 因此我们考虑如何判定一个答案可不可行
- 令 $f_{i,j}$ 表示走到 (i,j) 这个位置时权值的最大值。

这是一道例题

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 因为放在二分的介绍后面，所以这道题肯定是二分答案（x
- 因此我们考虑如何判定一个答案是否可行
- 令 $f_{i,j}$ 表示走到 (i,j) 这个位置时权值的最大值。
- 转移加一个条件：如果遇到负数就不能往下转移

这是一道例题

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 因为放在二分的介绍后面，所以这道题肯定是二分答案（x
- 因此我们考虑如何判定一个答案可不可行
- 令 $f_{i,j}$ 表示走到 (i,j) 这个位置时权值的最大值。
- 转移加一个条件：如果遇到负数就不能往下转移
- 如果 $f_{n,m}$ 非负则这个答案可行。

这是一道例题

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂?

- 因为放在二分的介绍后面，所以这道题肯定是二分答案 (x
- 因此我们考虑如何判定一个答案不可行
- 令 $f_{i,j}$ 表示走到 (i,j) 这个位置时权值的最大值。
- 转移加一个条件：如果遇到负数就不能往下转移
- 如果 $f_{n,m}$ 非负则这个答案可行。
- 时间复杂度 $O(nm \log v)$

ABC236E

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 给定 n 张卡，每张卡上有一个整数，你需要从中选出一些卡，且不能有连续的两张卡都没有被选。

ABC236E

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 给定 n 张卡，每张卡上有一个整数，你需要从中选出一些卡，且不能有连续的两张卡都没有被选。
- 你需要最大化选出的卡上整数的平均数与中位数。

ABC236E

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 给定 n 张卡，每张卡上有一个整数，你需要从中选出一些卡，且不能有连续的两张卡都没有被选。
- 你需要最大化选出的卡上整数的平均数与中位数。
- 中位数是从小到大第 $n/2$ 上取整个数。

ABC236E

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 给定 n 张卡，每张卡上有一个整数，你需要从中选出一些卡，且不能有连续的两张卡都没有被选。
- 你需要最大化选出的卡上整数的平均数与中位数。
- 中位数是从小到大第 $n/2$ 上取整个数。
- $n \leq 10^5, a_i \leq 10^9$

ABC236E

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 二分平均数的值，考虑如何判断。

ABC236E

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 二分平均数的值，考虑如何判断。
- f_i 表示前 i 个数中选了 k 个数（注意 k 是啥不重要），选的数之和减去 $k * mean$ 的最大值是多少

ABC236E

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 二分平均数的值，考虑如何判断。
- f_i 表示前 i 个数中选了 k 个数（注意 k 是啥不重要），选的数之和减去 $k * mean$ 的最大值是多少
- 如果 $max(f_{n-1}, f_n) \geq 0$ 则这个答案可行。

ABC236E

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 二分平均数的值，考虑如何判断。
- f_i 表示前 i 个数中选了 k 个数（注意 k 是啥不重要），选的数之和减去 $k * mean$ 的最大值是多少
- 如果 $max(f_{n-1}, f_n) \geq 0$ 则这个答案可行。
- 中位数同理，将小于的数字视为 -1 ，大于的数字视为 1 即可。

CF1117C

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 开船，每天会有一阵风来把你往风的上下左右四个中的一个方向吹一格，同时你可以往一个方向开一格也可以随风漂流。风的方向序列是以 n 为循环节进行循环的。

CF1117C

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂?

- 开船，每天会有一阵风来把你往风的上下左右四个中的一个方向吹一格，同时你可以往一个方向开一格也可以随风漂流。风的方向序列是以 n 为循环节进行循环的。
- 你需要从 (x_1, y_1) 开到 (x_2, y_2)

CF1117C

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂?

- 开船，每天会有一阵风来把你往风的上下左右四个中的一个方向吹一格，同时你可以往一个方向开一格也可以随风漂流。风的方向序列是以 n 为循环节进行循环的。
- 你需要从 (x_1, y_1) 开到 (x_2, y_2)
- 求最少需要多少天，或输出无解

CF1117C

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 开船，每天会有一阵风来把你往风的上下左右四个中的一个方向吹一格，同时你可以往一个方向开一格也可以随风漂流。风的方向序列是以 n 为循环节进行循环的。
- 你需要从 (x_1, y_1) 开到 (x_2, y_2)
- 求最少需要多少天，或输出无解
- $n \leq 10^5$ ，坐标范围 10^9

CF1117C

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 如果用 x 天可以到达，那么在第二天逆风开船后仍然在终点，因此 $x + 1$ 天也可以到达，于是这个答案就可以二分。

CF1117C

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 如果用 x 天可以到达，那么在第二天逆风开船后仍然在终点，因此 $x + 1$ 天也可以到达，于是这个答案就可以二分。
- 判定时首先算出这几天风导致的船的位移，然后计算曼哈顿距离即可

年终奖

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 有 n 个工人，每个工人有一个基本工资 a_i ，你会给这些工人发总量不超过 k 的年终奖。

年终奖

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂?

- 有 n 个工人，每个工人有一个基本工资 a_i ，你会给这些工人发总量不超过 k 的年终奖。
- 你需要最大化工人总工资的众数的出现次数。

年终奖

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 有 n 个工人，每个工人有一个基本工资 a_i ，你会给这些工人发总量不超过 k 的年终奖。
- 你需要最大化工人总工资的众数的出现次数。
- $n \leq 10^5, a_i \leq 10^9, k \leq 10^9$

年终奖

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 首先用贪心的思想，将工人的工资从小到大排序，然后最优方案一定是将一个区间的工资加到这个区间的最大值。

年终奖

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 首先用贪心的思想，将工人的工资从小到大排序，然后最优方案一定是将一个区间的工资加到这个区间的最大值。
- 判断时枚举这个长度的区间，然后通过求前缀和可以得到需要的钱数。

年终奖

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 首先用贪心的思想，将工人的工资从小到大排序，然后最优方案一定是将一个区间的工资加到这个区间的最大值。
- 判断时枚举这个长度的区间，然后通过求前缀和可以得到需要的钱数。
- 这题也可以不二分答案，直接 **two-pointers** 扫描，对确定的右端点，找到最左的左端点使得这个区间能够被满足。

目录

1 枚举

2 分治

3 二分

4 贪心

5 快速幂？

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

贪心

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 贪心并不是一种特定的算法，而是一种思想。不少题目虽然没有单独考察贪心，但体现了贪心的思想。（现在这个时代如果单独考察的话绝对不会简单，比如 NOI2019 D1T3,ZJOI2020 D1T3）

NOIP2004 合并果子

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 题意略

NOIP2004 合并果子

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 维护一个堆，每次合并最小的两堆，然后扔进堆里即可

NOIP2004 合并果子

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 维护一个堆，每次合并最小的两堆，然后扔进堆里即可
- 需要注意的是每次合并出的大小是单调递增的，因此我们可以将所有果子排序后维护两个队列。

NOIP2016 蚯蚓

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 这道题是上一题的升级版。

NOIP2016 蚯蚓

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 这道题是上一题的升级版。
- <https://www.luogu.com.cn/problem/P2827>，题意较为繁琐，放个链接（逃

NOIP2016 蚯蚓

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 统一增加长度可以记录一个全局变量，然后加入新蚯蚓时减去之前没增长的量

NOIP2016 蚯蚓

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 统一增加长度可以记录一个全局变量，然后加入新蚯蚓时减去之前没增长的量
- 然后注意到蚯蚓裂开以后的长度一定越来越小，因此开三个队列分别存初始的蚯蚓，裂开的第一根，裂开的第二根。

NOIP2016 蚯蚓

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂?

- 统一增加长度可以记录一个全局变量，然后加入新蚯蚓时减去之前没增长的量
- 然后注意到蚯蚓裂开以后的长度一定越来越小，因此开三个队列分别存初始的蚯蚓，裂开的第一根，裂开的第二根。
- 复杂度是线性的

平均值变化

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 给定 n 个整数，第 i 个整数要么是 a_i ，要么是 b_i

平均值变化

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂?

- 给定 n 个整数，第 i 个整数要么是 a_i ，要么是 b_i
- 最小化满足前 i 个数的平均值严格小于前 $i - 1$ 个数的平均值的 i 的个数，即依次加入数字时平均值变小的次数。

平均值变化

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂?

- 给定 n 个整数，第 i 个整数要么是 a_i ，要么是 b_i
- 最小化满足前 i 个数的平均值严格小于前 $i - 1$ 个数的平均值的 i 的个数，即依次加入数字时平均值变小的次数。
- $n \leq 5000, a_i, b_i \leq 10^9$

平均值变化

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- （原题的 a_i, b_i 好像不大的样子，但是那个好像只是忽悠你写非常暴力的背包，实际上必须要写 $O(n^2)$ 才能过）

平均值变化

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- (原题的 a_i, b_i 好像不大的样子, 但是那个好像只是忽悠你写非常暴力的背包, 实际上必须要写 $O(n^2)$ 才能过)
- 令 $f_{i,j}$ 表示, 前 i 个数, 平均值变小了 j 次, 前 i 个数之和的最小值。由于前面的和大只会导致后面平均值变小的次数更多, 所以这样是对的。

平均值变化

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- (原题的 a_i, b_i 好像不大的样子, 但是那个好像只是忽悠你写非常暴力的背包, 实际上必须要写 $O(n^2)$ 才能过)
- 令 $f_{i,j}$ 表示, 前 i 个数, 平均值变小了 j 次, 前 i 个数之和的最小值。由于前面的和大只会导致后面平均值变小的次数更多, 所以这样是对的。
- 上面的状态设计将需要最小化的维度扔到了 DP 状态里, 而数字之和这一维通过贪心的思想被舍去。

JSOI2007 建筑抢修

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 有 n 个建筑，修第 i 个建筑需要 $T1_i$ 的时间，且必须在 $T2_i$ 前修完。

JSOI2007 建筑抢修

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 有 n 个建筑，修第 i 个建筑需要 $T1_i$ 的时间，且必须在 $T2_i$ 前修完。
- 同时间只能修理一个建筑

JSOI2007 建筑抢修

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂?

- 有 n 个建筑，修第 i 个建筑需要 $T1_i$ 的时间，且必须在 $T2_i$ 前修完。
- 同时间只能修理一个建筑
- 问最多能修多少个建筑

JSOI2007 建筑抢修

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 有 n 个建筑，修第 i 个建筑需要 $T1_i$ 的时间，且必须在 $T2_i$ 前修完。
- 同时间只能修理一个建筑
- 问最多能修多少个建筑
- $n \leq 150000$

JSOI2007 建筑抢修

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

- 首先按照 $T2$ 从小到大修

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

JSOI2007 建筑抢修

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 首先按照 $T2$ 从小到大修
- 如果碰到修不好了的话我们可以推掉一个之前的来修这个，这样修的个数不变，但是总用时有可能减小

JSOI2007 建筑抢修

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 首先按照 $T2$ 从小到大修
- 如果碰到修不好了的话我们可以推掉一个之前的来修这个，这样修的个数不变，但是总用时有可能减小
- 如果推掉之前的可以让总用时变得更短的话，一定是推掉之前的更优

JSOI2007 建筑抢修

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂?

- 首先按照 $T2$ 从小到大修
- 如果碰到修不好了的话我们可以推掉一个之前的来修这个，这样修的个数不变，但是总用时有可能减小
- 如果推掉之前的可以让总用时变得更短的话，一定是推掉之前的更优
- 为了尽可能减少总用时，我们需要选出之前已经修的里面，用时最大的那个。如果用时最大的那个推掉来修当前这个可以使总用时减小，那么就推掉来修当前的。

JSOI2007 建筑抢修

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂?

- 首先按照 $T2$ 从小到大修
- 如果碰到修不好了的话我们可以推掉一个之前的来修这个，这样修的个数不变，但是总用时有可能减小
- 如果推掉之前的可以让总用时变得更短的话，一定是推掉之前的更优
- 为了尽可能减少总用时，我们需要选出之前已经修的里面，用时最大的那个。如果用时最大的那个推掉来修当前这个可以使总用时减小，那么就推掉来修当前的。
- 选最大值可以用堆来实现。总时间复杂度 $O(n \log n)$

目录

1 枚举

2 分治

3 二分

4 贪心

5 快速幂?

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂?

万一有人不会呢

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

- 问题：求 x^y

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

万一有人不会呢

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 问题：求 x^y
- 首先将 x 不断平方可以求出 $x^2, x^4, x^8, \dots, x^{(2^k)}, \dots$

万一有人不会呢

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 问题：求 x^y
- 首先将 x 不断平方可以求出 $x^2, x^4, x^8, \dots, x^{(2^k)}, \dots$
- 然后设 y 的二进制表示为 $2^a + 2^b + \dots$

万一有人不会呢

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 问题：求 x^y
- 首先将 x 不断平方可以求出 $x^2, x^4, x^8, \dots, x^{(2^k)}, \dots$
- 然后设 y 的二进制表示为 $2^a + 2^b + \dots$
- 那么把 $x^{(2^a)}, x^{(2^b)}, \dots$ 乘起来就是答案

万一有人不会呢

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 问题：求 x^y
- 首先将 x 不断平方可以求出 $x^2, x^4, x^8, \dots, x^{(2^k)}, \dots$
- 然后设 y 的二进制表示为 $2^a + 2^b + \dots$
- 那么把 $x^{(2^a)}, x^{(2^b)}, \dots$ 乘起来就是答案
- 复杂度 $O(\log y)$

整除分块

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 结论：对于确定的 n ，所有 n/i 下去整的值只有 $O(\sqrt{n})$ 个

整除分块

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 结论：对于确定的 n ，所有 n/i 下去整的值只有 $O(\sqrt{n})$ 个
- 证明：当 $i > \sqrt{n}$ 时， n/i 的值小于 \sqrt{n}

整除分块

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 结论：对于确定的 n ，所有 n/i 下去整的值只有 $O(\sqrt{n})$ 个
- 证明：当 $i > \sqrt{n}$ 时， n/i 的值小于 \sqrt{n}
- 当 $i \leq \sqrt{n}$ 时，只有 \sqrt{n} 个不同的 i

整除分块

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂?

- 结论：对于确定的 n ，所有 n/i 下去整的值只有 $O(\sqrt{n})$ 个
- 证明：当 $i > \sqrt{n}$ 时， n/i 的值小于 \sqrt{n}
- 当 $i \leq \sqrt{n}$ 时，只有 \sqrt{n} 个不同的 i
- 整除分块可以用来枚举 n/i 的值以及对应的 i 的区间

整除分块

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 结论 2: 对于所有 i , $j \in [i, n/(n/i)]$ 的所有 n/j 均相同

整除分块

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 结论 2: 对于所有 i , $j \in [i, n/(n/i)]$ 的所有 n/j 均相同
- 且 j 从 $n/(n/i)$ 变化到 $n/(n/i) + 1$ 时 n/j 的值会减小

整除分块

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 结论 2: 对于所有 i , $j \in [i, n/(n/i)]$ 的所有 n/j 均相同
- 且 j 从 $n/(n/i)$ 变化到 $n/(n/i) + 1$ 时 n/j 的值会减小
- 利用上面的结论可以 $O(\sqrt{n})$ 枚举 n/i 的值以及对应区间

找前继后继

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 给定一个 n 个数的排列

找前继后继

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂?

- 给定一个 n 个数的排列
- 找第 i 个数前面的数字中，比 i 大的最小的数和比 i 小的最大的数（在前缀中找前继后继）

找前继后继

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 给定一个 n 个数的排列
- 找第 i 个数前面的数字中，比 i 大的最小的数和比 i 小的最大的数（在前缀中找前继后继）
- 要求时间复杂度 $O(n)$

找前继后继

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂？

- 使用链表来维护，初始时链表元素为 $1 - n$ ，其中第 i 个元素的前继是 $i - 1$ ，后继是 $i + 1$

找前继后继

枚举、分治、
二分算法、贪
心算法、快速
幂

戴傅聪

枚举

分治

二分

贪心

快速幂?

- 使用链表来维护，初始时链表元素为 $1 - n$ ，其中第 i 个元素的前继是 $i - 1$ ，后继是 $i + 1$
- 然后从后往前遍历排列，每次删去一个数的同时可以求出它的前缀中的前继后继（甚至还有前继的前继，后继的后继）