1. $E = m_0 c^2$ 能量

狭义中 $P = \gamma m_0 v = m_{动} v$.

所有m都是静止质量m_0

2. $E_k = (\gamma - 1) m_0 c^2$ 相对论性动能 (动能)

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{c^2-v^2}{c^2}}} = \frac{c}{\sqrt{c^2-v^2}} = \frac{1}{\mu}$$

洛伦兹因子

$\beta = \frac{v}{c}$，$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$

v速度，c是光速

γ是调整因子，代表着 $v \xrightarrow{\lim} c$ 时，物体动能增加量比经典物理预期要多.

3. 时间膨胀公式

两事件发生测

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\Delta t}{\frac{1}{\gamma}} = \gamma \Delta t$$

变慢 $\gamma > 1$ 动表静看变慢了

另外观测者 运动位置

令 $\sqrt{1-\beta^2} = \mu$

运动/静止参考系测得的 本地测时 发生时间

速度越快时间越慢，→t变大了

$\Delta t'$是在静止参考系中看运动物体观测到的时间

即运动体相对于生

将运动物体相对静止

Δt是运动者观测到的时间

实际运动者自己认为的时间

4. 长度收缩公式

$$L' = L_0 \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = L \frac{1}{\gamma} = \frac{L}{\gamma}$$

变短了 $\gamma > 1$ L'为静看动 L_0为固有长度

物体沿运动方向的长度会在运动速度接近光速时发生收缩.

物体越快长度越短.

5. 质能转换公式

$$E^2 = (mc^2)^2 + (pc)^2$$

静止能量 动能 动量

$P = \gamma m_0 v = m_{动} v$

$m_{动} = \gamma m_0$

m是物体静质量，P是物体动量

$= (m_0 c^2)^2 + (\gamma m_0 v c)^2$

一、相对论总能量公式

能量本质能方程 $E_{总} = m_{动}c^2 = \gamma m_0 c^2$ 能量用 c^2

$$E = \gamma m_0 c^2$$

其中

- m_0 是静止质量
- $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

$u \to c$ 时 $E_k = \gamma m_0 c^2$

二、相对论动能定义

$E_{总能量} = E_{k动能} + E_{0静止能量}$

动能定义为：

$$E_k = E - E_0 = \gamma m_0 c^2 - m_0 c^2 = (\gamma - 1) m_0 c^2$$

故求总动能也用 c^2

总能量 - 静能量

三、与经典动能的对比

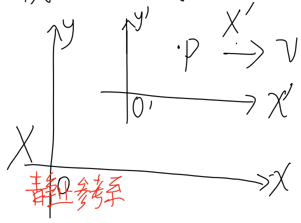
在 $v \ll c$ 时：

$$\gamma \approx 1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} \Rightarrow E_k \approx \frac{1}{2} m_0 v^2$$

这就回到经典动能表达式。

物理公式汇总

伽利略变换



$$\begin{cases} x = k(x'+\mu t') \\ x' = k(x-\mu t) \end{cases}$$ 两个不同坐标系之间相互转化公式

在狭义相对论下 μ 和 c 都是光速保持不变

联立 $xx' = k^2(ct'+\mu t')(ct-\mu t)$

$k^2 = 1$

$\begin{cases} x = ct \\ x' = ct' \end{cases}$ 光速不变

$= (c-\mu)t$

$c^2 tt' = k^2 tt'(c^2-\mu^2)$

$k^2 = \frac{c^2}{c^2-\mu^2}$

$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{\mu^2}{c^2}}}$

二、记忆口诀

“吸热为正，放热为负”
（站在气体的角度判断）

三、配套理解热力学第一定律（大学版）

$Q = \Delta U + W$ → 气体 气体吸热

- **Q**：外界给气体的热量（正：吸热，负：放热）
- **W**：气体对外做功（正：膨胀，负：被压缩）
- **ΔU**：气体内能变化

$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{md\vec{v}}{dt} = ma = m\frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt} = m\frac{dv}{dx}v$

K ℃

$T = t + 273.15$

$n = \frac{m}{M}$ → 摩尔质量 如 O_2 32 g/mol → 计算化为 32×10^{-3} kg/mol

g/mol → kg/mol

→ 物质的量

$pV = nRT = \frac{m}{M}RT$ $R = 8.31\ J/(mol\cdot K)$

$\rho = \frac{m}{V}$

$pM = \rho RT$

$pV = NkT$ → 单位体积分子数 这里用 N 以防混

$R = N_A \cdot k$

	内能 / 功 / 热量交换
等温	$\Delta U = 0$
等容	$W = 0$
等压	$W = p\Delta V$
绝热	$Q = 0$

$= \frac{N}{V}RT$

$= n N_A k T$

$= nRT$

单位体积分子数：$n_p = \frac{N}{V}$

玻尔兹曼常数：$k = 1.38\times10^{-23}\ J/K$

1 atm = 1.01325 Pa

标准状态：$p = 1$ atm，$T = 273$ K

$p = \frac{N}{V}kT = n_p kT$ $n_p = \frac{N}{V}$ 单位体积的分子数密度

C_p / C_V：定压 定容 摩尔热容

$C_V = \frac{i}{2}R$ → 摩尔定体热容

单原子气体 $C_V = \frac{3}{2}R$，$C_p = \frac{5}{2}R$，$\gamma = \frac{5}{3}$ → 等体用

双 $C_V = \frac{5}{2}R$，$\gamma = \frac{7}{5}$

$C_p = \frac{i}{2}R = \frac{5}{2}R + R$ → 等压用

一、常见情况下：热容 C_p, C_v 可看作常数

- 对于**理想气体**：
  - 单原子分子气体：

$C_{V,m} = \frac{3}{2}R,\quad C_{P,m} = \frac{5}{2}R$

  - 双原子分子气体（如 O_2、N_2）：

$C_{V,m} = \frac{5}{2}R,\quad C_{P,m} = \frac{7}{2}R$

这些热容在**中低温（常温）下**可以视为常数，**在大学物理或工程热学课本中的题目默认不变。**

二、什么时候 C 不是常数？

- **实际气体**在高温下，自由度可能变化（如激发振动自由度），导致：
  - C_p, C_v 随温度上升而**缓慢变化**
- 若涉及**变热容过程**（非理想化题目），会给出函数或数据表格。

但这类通常出现在：

- 热力学工程（如化工热力学）
- 材料科学
- 研究型题目中

$= \frac{i}{2}\frac{m}{M}R(T_2-T_1)$

$\Delta E = \frac{m}{M}C_V(T_2-T_1)$

$\Delta E = \frac{i}{2}nR\Delta T$

E E

$\Delta U > 0$ 内能↑ $\Delta U < 0$ 内能↓

热力学第一定律 $Q = \Delta U + W$ 与高中不同

吸热 $Q > 0$，放 $Q < 0$ 对于气体而言

气体对外做功 $W > 0$，外界对气体做功 $W < 0$

$A > 0$ 系统对外做正功 $A < 0$ 负功

功的通用公式

$W = p\Delta V = p(V_2 - V_1) = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV$ 末-初

P-V 图像 初→末 顺时针 正功

$\frac{i}{2}R(T_2-T_1) = P_2V_2 - P_1V_1$

气体分子 平均 $\bar{E}_k = \frac{3}{2}kT$

内能 $= \frac{i}{2}kT$

气体：$E=\frac{3}{2}nRT$ → 物质的量 $n=\frac{m}{M}$

$nR=Nk$

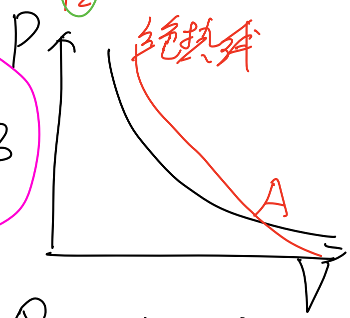
内能 $E=\frac{i}{2}nRT$

积分

$W=nRT\ln\frac{V_2}{V_1}=nRT\ln\frac{P_1}{P_2}$

绝热、特征 $Q=0$ $PV^{\gamma}=C_1$ 常数 $V^{\gamma-1}T=C_2$ $\frac{P^{\gamma-1}}{T^{\gamma}}=C_3$

$\gamma=\frac{i+2}{i}$



做功 $W=\frac{P_1V_1-P_2V_2}{\gamma-1}$

内能 $\Delta E=\frac{i}{2}nR\Delta T$ $Q=\Delta U+W$

$Q=0$

顺时针 正循环

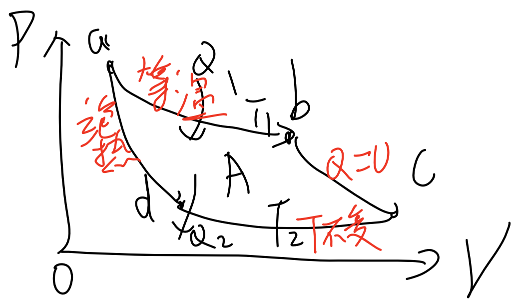
净功：$A=Q_1-Q_2=S$

$\eta=\frac{A}{Q_1}=\frac{Q_1-Q_2}{Q_1}=1-\frac{Q_2}{Q_1}$

$W=\int pdV$

$W=nRT\ln\frac{V_2}{V_1}$

卡诺循环 2个等T + 2个绝热 $Q=0$，



$\eta=\frac{A}{Q_1}=1-\frac{Q_2}{Q_1}\le 1-\frac{T_2}{T_1}$

T_2 → 低温热源

T_1 → 高温热源

理想情况效率比普通热机高

方均根速率 $V_{rms}=\sqrt{\frac{3kT}{m}}$ $k=1.38\times10^{-23}J/K$ 整体动能

平均速率 $\bar{v}=\sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$ 平均动能

最概然速率 $V_{mp}=\sqrt{\frac{2kT}{m}}$ 麦克斯韦曲线峰值

最常见分子速率

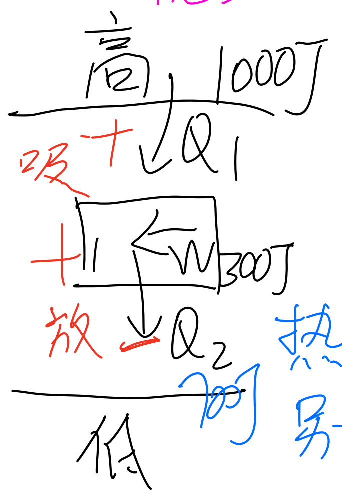
$V_{mp}<\bar{v}<V_{rms}$

热机在正循环中是从高温热源吸收热量，向低温热源放出热量并对外做功

能量守恒：吸收的热Q_1=对外做功+放热$|Q_2|$

代数 正功 净功 绝对值

热机



要功

$\eta=\frac{W}{Q_1}$

+ − + 净功为正

$Q_1+Q_2=W$

$Q_1=W+|Q_2|$

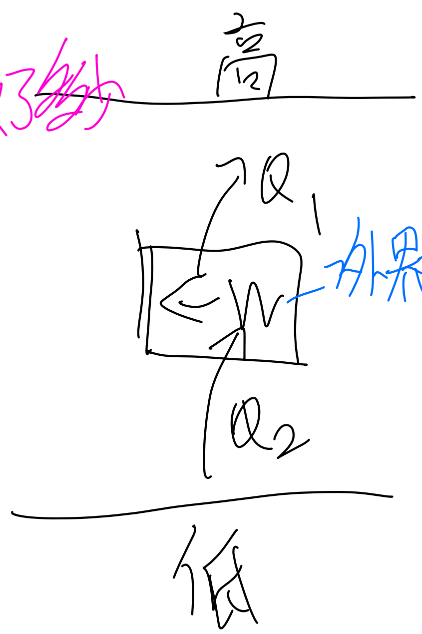
热机吸收的热量一部分用来对外做功 另一部分则释放到低温源

做功使循环恢复原态同时完成Q_2维持循环

制冷机

制冷机消耗外界的功W，从低温热源吸收热量Q_2，向高温热源放出Q_1

要Q_2吸收了多少



外界对系统做功维持运行循环

$e=\frac{Q_2}{W}=\frac{Q_2}{Q_1-Q_2}$

代数

$Q_1+Q_2=W$

+ − − 净功为负

$|Q_1|=Q_2+|W|$

平均自由程（m）

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}(m)$$

σ = 气体分子碰撞截面，与气分大小和形状有关

$\boxed{n = \frac{N}{V}}$

n → 单位体积内的分子数密度（分子数/m^3）

d：气体分子有效直径（m）

λ：气体分子相撞前可以自由运动的平均距离

$V\uparrow\ \lambda\uparrow$

$V\downarrow\ \lambda\downarrow$

看体积说明

若 $\boxed{V不变}$ λ不变

无均果 P，T不变了

$V\uparrow\ \lambda\uparrow$

$$PV = NkT$$

k：1.38×10^{-23}

$R = kN_A = 8.31$

$$N = n\times N_A \quad N_A \approx 6.02\times10^{23}\ mol^{-1}$$

$$P = \rho\frac{R}{M}T$$

$$R = N_A k$$

$$PV = NkT = n\cdot\underbrace{N_A k}_{R}T = nRT$$

$U = \frac{i}{2}nRT$

- U：内能（J）
- i：自由度（单原子气体为 3，双原子气体为 5，复杂分子可能为 6）
- n：物质的量（mol）
- R：气体常数，8.314 J/(mol·K)
- T：温度（K）

二、内能变化量（常见于热力学第一定律中）

$\Delta U = Q - W$

- ΔU：内能的变化量
- Q：吸收的热量（系统吸热为正）
- W：对外做的功（系统做功为正）

三、定容过程内能变化

定容时 $W = 0$，所以：

$\Delta U = Q_v = nC_v\Delta T$

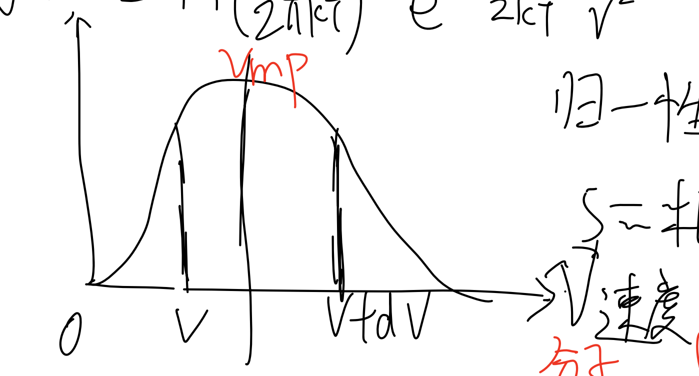
- C_v：定容热容（单原子为 $\frac{3}{2}R$，双原子为 $\frac{5}{2}R$）

速度分布函数

$$f(v) = 4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2$$

$f(v)$：表示每个速率 v 对应气体分子数的概率密度

频次



归一性：$\int_0^{+\infty} f(v)dv = 1$

S = 概率

① $\int_{v_1}^{v_2} f(v)dv$：$v_1 \sim v_2$ 间分子数占总分子数百分比

② $f(v)dv$：$v \sim v+dv$

微元

③ $\int_{v_1}^{v_2} Nf(v)dv$：$v_1 \sim v_2$ 间分子数

④ $f(v)$ 概率密度，单位速率区间内分子速率为 v 的概率

即在v附近的一个很小区间内分子速率落在该区间的概率

单原子气体的内能主要由平动动能决定 $\frac{3}{2}nRT$

双原子内能=平+转 $\frac{5}{2}nRT$

$PV=nRT=NkT$

$=nN_AkT$

$=n\cdot RT$

$k=\frac{R}{N_A}$

$R=N_Ak$

$\bar{E}=\frac{3}{2}kT$ 一对于单原子分子

$\bar{E}=\frac{5}{2}kT$ → 对于双原子分子

总平均动能

$U=\frac{i}{2}nRT$ 内能

不同类型气体分子不同不代表T同

$E=\frac{i}{2}kT$

每分子平均动能的总合

T决定单个气体的E，平均动能是每个分子的动能

T∝平动动能
转动
振动
平均动能

T同,所有理想气体平动动能相同.

【一、卡诺热机效率公式】

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$ 下 上

- 注意：这是理想卡诺热机的效率，**只与高温、低温热源温度有关**
- 所以：**只要上下温度** T_1, T_2 **不变，卡诺效率就是常数**

【二、循环面积扩大 → 净功增加】

- 热机循环在 P-V 图中（图中未画）**循环曲线围成的面积** = **净功**：$W_{\text{net}} = Q_1 - Q_2$
- **既然循环面积变大** → $Q_1 - Q_2$ 增大 → **净功增加**

【三、热效率变化？】

- 虽然净功 W 增加了，但是：

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$ 热机

- 如果 Q_1 和 Q_2 比例不变，效率也就不变

三、总结区别一览表

概念	是否为净量	物理过程	举例说明
吸收的热量	不是净量	单一过程吸热部分	比如：加热时 $Q = 100J$
放出的热量	不是净量	单一过程放热部分	冷却过程 $Q = -50J$
净吸热量	是净值	吸热总量减去放热总量	比如：$100 - 50 = 50J$
做的功（对外）	不一定是净值	某一过程的做功	$W = p(V_2 - V_1)$
净做功	是循环总值	整个循环中做的功总和	面积大小、路径方向决定
内能变化	通常是过程值	可正可负可零	非循环一般不为 0
净内能变化	是全程差值	循环中常为 0	因为状态变量回原点

$Q>0$ 循环 ΔU 不变

顺时针 吸热做功 对外做功 W

$Q=W+\Delta U$

逆时针 放热做功 净功负 W

等温过程（理想气体）吸热量计算套路表

一、核心公式（适用等温）：

$$Q = W = nRT\ln\frac{V_2}{V_1}$$

二、体积不给，怎么办？

用理想气体状态方程 $PV = nRT \Rightarrow V \propto \frac{1}{P}$

所以：

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{p_2}$$

三、代入一行公式：

$$Q = nRT\ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)$$

适用于从 $p_1 \to p_2$ 的等温膨胀（或压缩）

四、常用近似值：

常数	值
R	8.314 J/(mol·K)
$\ln 2$	≈ 0.693　0.7
$\ln 3$	≈ 1.098　1.1
$\ln 0.5$　$\frac{1}{2}$	≈ −0.693　=−0.7
$\ln 0.25$　$\frac{1}{4}$	≈ −1.386　−1.4

五、单位统一提醒：

- 压强单位 atm 和 Pa 不统一时，要先换算：

$1\,\text{atm} = 1.013 \times 10^5\,\text{Pa}$

- 但用比例（如 p_1/p_2）就不影响单位！

六、口诀总结：

"等温吸热看体积，没体积就用压强比，正 ln 膨胀吸热多，负 ln 压缩放热

$Q_1 + Q_2 = W$

大　小

$F = -kx$

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$v_{max} = \omega A$

$a_{max} = \omega^2 A$

$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\sin(\omega t+\varphi)$

$E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t+\varphi)$

$E = E_k + E_p = \frac{1}{2}kA^2$

阻尼振动方程　$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = 0$

欠　$t\uparrow\ A\downarrow$

临界 —— 不振动

过阻尼：缓慢回到平衡位置

$F(t) = F_0\cos(\omega t)$

$$\int \frac{1}{w^2}dw = -\frac{1}{w} + C$$

$w^{-2} = (w^{-1})' - w^2$

$= -1 \cdot -w^{-2}$

$= w^{-2}$

$W = p\Delta V$

$Q_{吸} = nC_p\Delta T = p\Delta V + nC_v\Delta T = nR\Delta T + nC_v\Delta T = nC_p\Delta T$ ✓

定压过程

与 ΔT

相同

绝热过程

$|W| = \Delta U = nC_v\Delta T$

$Q = W + \Delta U = 0$

$\Delta U = nC_v\Delta T$

$\Delta U_{内} = nC_v\Delta T$

定容过程

$W = 0$

$Q = nC_v\Delta T$

内能变化仅与温度变化有关

在定压或定容过程中，内能变化都使用定容热容 C_v 来计算

$\Delta U_{内} = nC_v\Delta T =$ 三双 / 三k单

等压时 $Q_{吸}$　C_p　三双 / 五单

$\Delta U = nC_v\Delta T$

$\omega = \beta t \quad \frac{d\omega}{dt} = \beta$

角动量守恒 → 动量 mv $\quad m \cdot kg \cdot m/s$

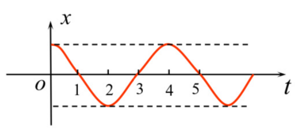
$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v} = J \cdot \omega$ 角速度

动量叉乘位移矢量，转化为角动量，并在无外力矩时守恒

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}}$ 初始位置+速度

机械振动与机械波　小结

一、简谐振动的振动方程



$x = A\cos(\omega t + \varphi)$

$v = -A\omega\sin(\omega t + \varphi)$

$a = -A\omega^2\cos(\omega t + \varphi)$

$\cos^2\varphi \quad \sin^2\varphi$

弹簧振子：$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$ 频率

$1 = \frac{x_0^2}{A^2} + \frac{v_0^2}{A^2\omega^2}$

初始条件：

$t = 0$时：$\left.\begin{matrix} x = x_0 \\ v = v_0 \end{matrix}\right\} \rightarrow A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}}$

$\left.\begin{matrix} \cos\varphi = \frac{x_0}{A} \\ \sin\varphi = -\frac{v_0}{\omega A} \end{matrix}\right\} \rightarrow \varphi$ 速度决定正负 $-\frac{\pi}{2}$

$A^2 = x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}$

五、平面简谐波的波动方程

$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu \qquad u = \frac{\lambda}{T} = \lambda\nu$

(1) 波以速度u沿x轴从O点向P点传播：

O点 $\xrightarrow[x]{u}$ P点：$y_{O,t} = A\cos(\omega t + \varphi_0)$

P点比O点落后：$y_{P,t} = y_{O,t-x/u} = A\cos[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi_0]$

$\omega t - \frac{\omega x}{u} \quad \Delta\varphi = \frac{2\pi\nu x}{u} = \frac{2\pi}{\lambda}x$

时间：$\Delta t = \frac{x}{u}$

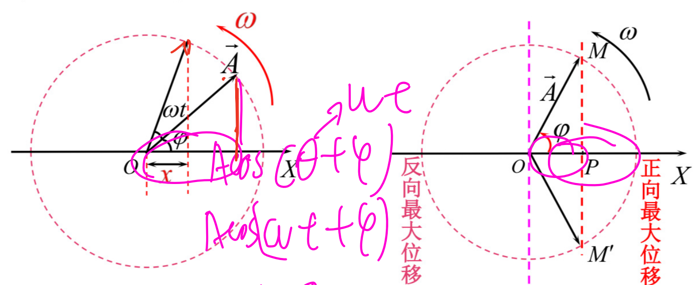
相位：$\Delta\varphi = 2\pi\frac{x}{\lambda} = k\Delta x$

(2) 波以速度u沿x轴从P点向O点传播：

P点 $\xrightarrow[x]{u}$ O点：$y_{O,t} = A\cos(\omega t + \varphi_0)$

P点比O点超前：$y_{P,t} = y_{O,t+x/u} = A\cos[\omega(t + \frac{x}{u}) + \varphi_0] = \frac{2\pi}{\lambda}x$

二、简谐运动的旋转矢量表示法



ωt

$A\cos(\omega t + \varphi)$

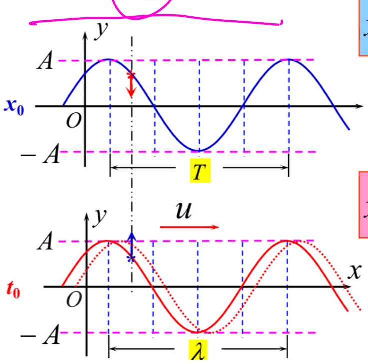
$t = 0$

$A\cos(\varphi) \quad \cos 0 = 1$

三、简谐运动的能量

$E = E_k + E_p = \frac{1}{2}kA^2$

波动方程：$y = A\cos[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi_0]$ 正 $\quad t - \Delta t = t - \frac{x}{u}$



$y = A\cos[\omega(t - \frac{x_0}{u}) + \varphi_0]$

$x = x_0$ $x = x_0$处质点 t 的振动曲线

$y = A\cos[\omega(t_0 - \frac{x}{u}) + \varphi_0]$

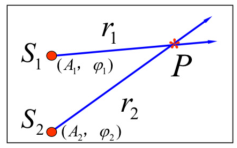
$t = t_0$ $t = t_0$时刻 的波形图

六、**波的干涉**

波的相干条件：**频率相同**，**振动方向相同**，且波源的**相位差保持恒定**.

$$\begin{cases} A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos\Delta\varphi} \\ \Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1-2\pi\dfrac{\boxed{r_2-r_1}}{\lambda} \end{cases}$$

$\boxed{\delta\text{: 波程差}}$



例

相位差

$\Delta\varphi=\pm 2k\pi \quad k=0,1,2,\cdots$

$(\varphi_1=\varphi_2)$ $\quad A=A_1+A_2$

相同 $\delta=\pm 2k\dfrac{\lambda}{2} \quad k=0,1,2,\cdots$ 偶

振动始终**加强**

相长干涉

$\Delta\varphi=\pm(2k+1)\pi \quad k=0,1,2,\cdots$

$(\varphi_1=\varphi_2)$ $\quad A=|A_1-A_2|$

$\delta=\pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2} \quad k=0,1,2,\cdots$

奇

振动始终**减弱**

相消干涉

$\varphi_0=k\Delta x \quad k=\dfrac{2\pi}{\lambda}$

$=\dfrac{2\pi}{\lambda}\Delta x$ 空间传播波的相位差

时间差对应相位差

$\Delta t \quad f$

$\Delta\varphi=2\pi f\Delta t=\underline{\omega\Delta t}$ rad

$M=\vec{r}\times\vec{F}$

3-9. 质量M=15kg, 半径R=0.30m的圆柱体，可绕与其几何轴重合的**水平固定轴**转动(转动惯量 $J=MR^2/2$)用一根不能伸长的轻绳绕于柱面，绳的下端悬一质量m=8.0kg的物体. 不计圆柱体与轴之间的摩擦，求：**(1)** 物体自静止下落，5s内**下降的距离**；**(2)** 绳中的**张力**.

解：(1) 5s内下降的距离

物块: $mg-T=ma$

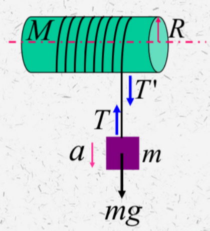
圆柱: $T'R=J\beta$

$T=T'$

$a=R\beta$

$J=MR^2/2$

$$\left.\begin{aligned} &T=\frac{Ma}{2} \\ &a=\frac{2mg}{M+2m}=5.06\,\mathrm{m\cdot s^{-2}} \\ &h=\frac{1}{2}at^2=63.2\,\mathrm{m} \end{aligned}\right.$$



(2) 绳中的张力 $\quad T=m(g-a)=37.9\mathrm{N}$

核心 受力分析

$a=r\beta$ 角加速度

$m_1g-T_1=m_1a$

$m_2g-T_2=m_2a$

$(T_1-T_2)r=J\beta$

$\omega=\alpha t$

$\omega=\beta t$

注意力矩不可忘 因为物体有加速度$T\neq mg$

最终是T作功提供力矩

故 ~~$T-mg=ma$~~ $\quad a=\beta R$

$TR=J\cdot\beta$

$mg-T=ma$ 向下转动 重力大于拉力

加速度向下

力矩 $\tau=J\cdot\beta$ 不是 ω

$F=ma$

$-\left(\dfrac{J\beta}{R}-mg\right)=m\beta R$

$T=mg-ma$

$=m(g-a)$

$mgR+J\beta=m\beta R^2$

$(J+mR^2)\beta = mgR$

$$\beta = \frac{mgR}{J+mR^2}$$

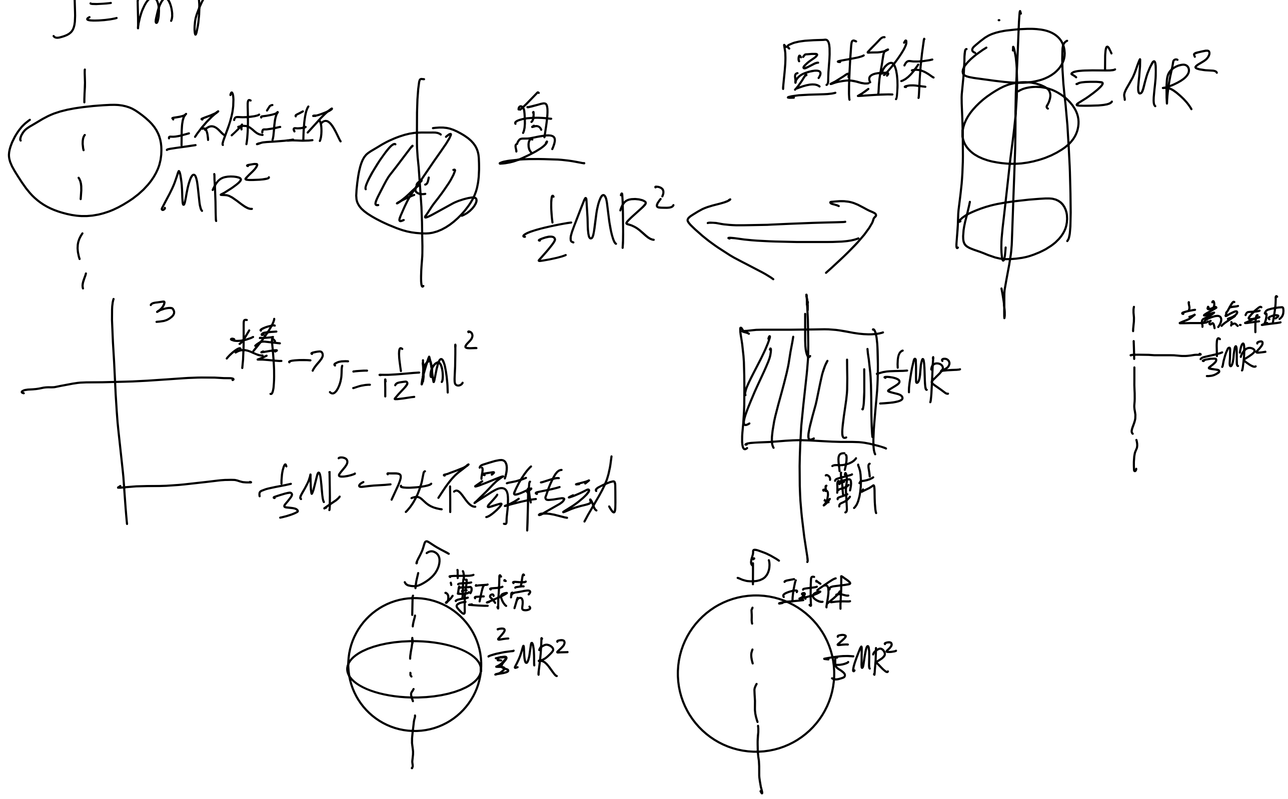
$$a=\beta R = \frac{mgR^2}{J+mR^2} = \frac{mgR^2}{\frac{1}{2}MR^2+mR^2} = \frac{2mgR^2}{MR^2+2mR^2} = \frac{2mg}{M+2m}$$

$J=\frac{1}{2}MR^2$

J转动惯量：是刚体绕轴转动时惯性（回转物体保持其匀速圆周运动或静止的特性）的量度.

转J个越不易转动，角ω↓

$J=mr^2$



内能是物体内所有分子热运动的动能与分子势能的总和

分子动能取决于分子热运动的剧烈程度和温度相关.

分子势能和分子间作用力、距离有关

$U=\frac{i}{2}nRT$ → 理想气体内能只跟温度相关，因为势能被忽略

真实内能和温度、体积等多因素有关

考虑：

- 滑轮质量不再忽略，具有**转动惯量** I 和半径 R
- 有角加速度 α
- 绳子绕在滑轮上

三、关键区别：张力不再相等！

假设左右两边张力为 T_1, T_2，则滑轮受力矩为：

$$(T_1 - T_2)R = I\alpha$$

转动定律

也就是说：

就是且一直是角加速度不是加速度

> **正因为张力不相等，才会让滑轮转动起来（产生角加速度）**

更不是 ω 角速度

同时，角加速度 α 与绳子两边的线加速度 a 有关系：

$$a = R\alpha$$

v 线速度

a 线加速度

四、你的说法总结验证

> **“滑轮两边的绳子张力不相等，是因为滑轮本身有角加速度”**
> 对！这正是因为滑轮要受到一个“合力矩”才能转动。

> **“有了转动惯量之后，要考虑滑轮的加速度”**
> 对！尤其是角加速度，它与两边绳子的张力差直接相关。

合力矩

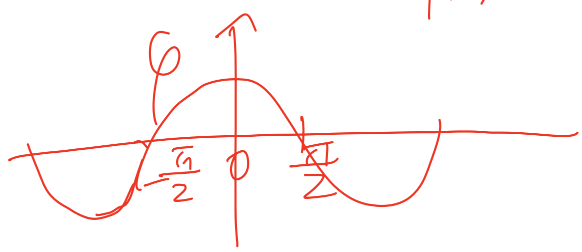
转动定律：$M = J \cdot \beta$ → 角加速度 $\vec{F}\times\vec{r} = mr^2\beta$

角动量：$L = J\omega$ → 角速度 → $mr^2\omega = \vec{P}\times\vec{r}$

角动量守恒：$M = \frac{dL}{dt}$ $\int_{t_1}^{t_2} M\,dt = J\omega_2 - J\omega_1$

左加右减 用于自变量的变换 $x(t)$中仅对t可用

初相位不能套用，而是要解 $A\cos(\varphi)=0$ 则 $\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$



一、内能变化通式（核心公式）

$\Delta U = nC_v\Delta T$

- 适用于**理想气体**，不管是否定压、定容或其他可逆过程。
- 理由是：**内能只与温度有关**，所以温度变了，内能变，具体变化量由定容热容 C_v 决定。
- **无论做不做功，吸不吸热，内能只看温度变化。**

二、定容过程（体积不变）

你图中写得对：

- $W = 0$，因为体积不变，系统**不做功**
- 由热力学第一定律：
$Q = \Delta U = nC_v\Delta T$

> **吸收的热量**全部用于**增加内能**，没有对外做功。

三、定压过程（压强不变）

图中有一点要强调：

- 在定压过程中，**气体会膨胀做功**，即 $W = p\Delta V$
- 所以热量不是全变成内能：

Physics

- 所以热量不是全变成内能：
$Q_p = \Delta U + W = nC_v\Delta T + p\Delta V = nC_p\Delta T$

关键理解：

- $C_p > C_v$，因为在定压过程中，**要额外吸收热量来做功。**
- 所以虽然升温一样多，但定压吸的热量比定容多。

四、绝热过程（不吸热）

你图中右上角写的是绝热过程的情况：

- $Q = 0$
- 由第一定律：
$\Delta U = -W$
- 即：**系统内能的减少量等于它对外做的功。**

在这个过程中温度是变化的，**但不是靠吸热而变化，而是靠自己做功（或被压缩做负功）。**

五、总结三种过程对比表格：

过程	热量 Q	功 W	内能变化 ΔU
定容	$Q = \Delta U$	$W = 0$	$\Delta U = nC_v\Delta T$
定压	$Q = nC_p\Delta T$	$W = p\Delta V$	$\Delta U = nC_v\Delta T$
绝热	$Q = 0$	$W = -\Delta U$	$\Delta U = nC_v\Delta T$

填空考虑单位写不写计算认真

小 $g = 9.8\,m/s$ 不用10，矢量有方向写夹角

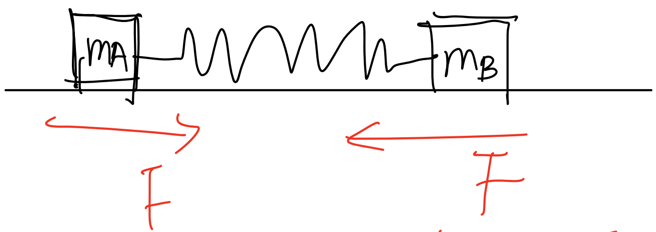
功的大小在仅有速度变化,无其它外力做功时, $W = \Delta E_k = E_{k末} - E_{k初}$ 在 $\vec{r} = \vec{i}A\cos\omega t + \vec{j}B\sin\omega t$

这题中初速度 $V_0 = A\omega$ $\cos 0 = 1$ $\sin 0 = 0$

末速度 $V_t = B\omega$ $\cos\frac{\pi}{2} = 0$ $\sin\frac{\pi}{2} = 0$

$m_B = 2m_A$

振动表达式写标准点的带个SI.



功能关系运用少算功能!!!

在压缩后撤去外力系统动量守恒且能量守恒是前 $\frac{1}{2}k\Delta x^2 = \frac{1}{2}m_A v_A^2 + \frac{1}{2}m_B v_B^2$

$m_A v_A = m_B v_B$ 一,左边动能 $\neq$ 右边动能

$W = \beta$

$\boxed{\beta = \frac{W}{t}}$

$\cancel{W = \beta r}$

$a_n = \frac{\omega^2}{R}$ 圆上 $a_{加} = \sqrt{a_n^2 + a_{线}^2}$

线加速度 $a_{线} = \beta_{角} \cdot r_{半径}$

$V_{线} = \omega_{角} \cdot r$

k：玻尔兹曼常数 J/k

$k=1.38\times10^{-23}J/k$

$R=8.31J/mol\cdot k$

$R=N_A\cdot k$

$\sqrt{2}\to$会让大的更大，小的变小

M 气体摩尔质量

m_0 单个分子质量

$\frac{kN_AT}{m_0N_A}$ 相当于上下同时乘 N_A 更大

平均速率 $\bar{V}_{avg}=\sqrt{\frac{8}{\pi}\frac{kT}{m_0}}=\sqrt{\frac{8}{\pi}\frac{RT}{M}}$ $\sqrt{2.55}$ $=1.6$

均方根速率 $V_{rms}=\sqrt{\frac{3kT}{m}}=\sqrt{\frac{3RT}{M}}$

最概然速度 V_{pmax}：速度概率出现最多的

出现频率(概率密度)

仅代表速度的众数不代表max

$V_{max}=\sqrt{\frac{2kT}{m}}=\sqrt{\frac{2RT}{M}}$

计算未要求 $550-\frac{250}{3}$ 小数保留两位、分数都写上

$V_{pmax}<\bar{V}_{avg}<V_{rms}$

$\sqrt{2}=1.4$ $\sqrt{\frac{8}{\pi}}=1.6$ $\sqrt{3}=1.7$

$W=\sqrt{\frac{k}{m}}=5\sqrt{2}$ 可能仔细核查无误即是

弹簧 振子放的点距为 A 振幅 相对平衡位置距离

右 $\to$ －

左 $\leftarrow$ ＋

波动方程表达式 $y(x,t)=A\cos(\omega t\pm kx+\varphi)$

二维的

有 t, x 两个变量

$k=\frac{2\pi}{\lambda}$

$\omega=\frac{2\pi}{T}$

$=A\cos(\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi)$ Δt

$=A\cos(\omega t-\frac{\omega x}{u}+\varphi)$

$\frac{2\pi}{T}\frac{x}{u}$

$=\frac{2\pi}{\lambda}x$

$=A\cos(\omega t-kx+\varphi)$ $\leftarrow$ $kx+\varphi$

$\omega=2\pi f=\frac{2\pi}{T}$ $f=\frac{1}{T}$

$V=f\lambda=\frac{\lambda}{T}$

无 $\frac{2\pi}{T}$

$k=\frac{2\pi}{\lambda}$ $V=\frac{\omega}{k}=\frac{\omega\lambda}{2\pi}$

6.简振动表达式一维

$y(t)=A\cos(\omega t+\varphi)$ 有一个变量—t

✅ 关键点总结

项目	特点
两根绳子	分别缠在 r、R 上
两个力矩	要分别乘以各自半径写入总力矩方程
两个质量	分别写动力学方程
转动惯量	两个圆盘之和：$\frac{1}{2}M_1R^2+\frac{1}{2}M_2r^2$ 是
核心公式	$T_2R-T_1r=J\beta$

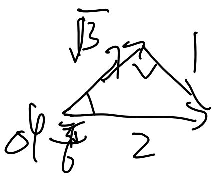
大小双并滑轮

谁 M_2gR M_1gr 大谁下降

合振动 如何 φ 是两合成前的，则 $A_{合}^2=A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos\varphi$

若为合振动与第1个振动的相位差 ε，不是两个振动之间的相位差。

用矢量算



为什么"相位"能当成角度用——旋转矢量模型

$\theta=\omega t+\varphi$

2个A同，f同，方向相同，相位不同的简谐波可以合成一个简谐振动

φ_1 →

φ_2 →

$x=A\cos(\omega t+\varphi)$

$x=x_1+x_2$ 　如 同向 $x_1=0.04\cos(6t+\frac{\pi}{3})$ 与 $x_2=0.04\cos(6t-\frac{\pi}{3})$

$A\cos(\omega t+\alpha)+A\cos(\omega t+\beta)=2A\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)\cos\left(\omega t+\frac{\alpha+\beta}{2}\right)$ 合成

$2A\cos\frac{\pi}{3}\cos(\omega t)$

$A\cos(\omega t)$

圆盘上的加速度要考虑到既有法向 $a_n=\frac{v^2}{r}$ 也有切向 a_τ 不可漏其一。

循环效率 1、$\eta = \frac{W_{净}}{Q_{吸}}$ → 系统对外净功 = 输出的功

通用公式 → $Q_{吸}$ → 从外界吸收总热量

2、基于吸放热的公式

$$\eta = 1-\frac{Q_{放}}{Q_{吸}} = \frac{Q_{吸}-Q_{放}}{Q_{吸}}$$

3、$\eta = 1-\frac{T_c\text{低}}{T_h\text{高温}}$ = 卡诺循环专用公式

W净输出

Q h从高温热源吸收的热量

热机

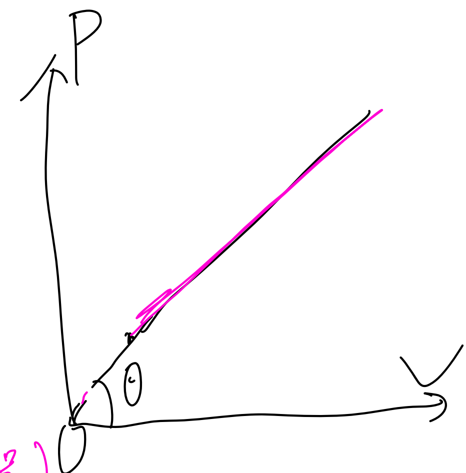
制热

制冷系数：

$$e_{卡} = \frac{Q_2}{|W_{净}|} = \frac{\frac{M}{M_{mol}}RT_2\ln\frac{V_3}{V_4}}{\frac{M}{M_{mol}}RT_1\ln\frac{V_2}{V_1} - \frac{M}{M_{mol}}RT_2\ln\frac{V_3}{V_4}} \xrightarrow{\frac{V_2}{V_1}=\frac{V_3}{V_4}} e_{卡} = \frac{T_2}{T_1-T_2}$$

制冷时 $e_{卡} = \frac{Q_{总吸收}}{|W_{净}|} = \frac{T_2}{T_1-T_2}$

摩尔热容的定义是 $C_m = \frac{dQ}{dT}$（单位摩尔气体在温度变化dT时吸收的热量）



$$Q = W + U = C_{V,m}dT + PdV$$

$$U = nC_{V,m}dT = C_{V,m}dT$$

明确已是准静态 $W = PdV$ ⇒ 热力学中基本定义

在任何过程（包括P和V同时变化的过程）认为P变化

微小体积变化做的总是可以表示为 $dW = pdV$

很微小 如以准静态过程几乎不变，体积变化用dV微表示，

重要区分：$\delta W = p\cdot dV$ 是微小功表达式，适用于任何准静态过程

$W = \int pdV$ 是总功，通过积分计算，

热力学第一定律的微分形式是：$dQ = dU + dW$

每项都是微小量 $\rightarrow$ $= C_{v,m}dT + pdv$

$\Leftrightarrow C_m = \frac{dQ}{dT} = C_{v,m} + p\frac{dv}{dT}$

二、两个同方向不同频率简谐运动的合成

设频率相近的两个分振动的圆频率分别为 ω_1 与 ω_2 $(\omega_1 < \omega_2)$，它们的振幅相同，且初相都为零

$\omega = 2\pi f$

$$x_1 = A\cos\omega_1 t = A\cos 2\pi\nu_1 t$$

$$x_2 = A\cos\omega_2 t = A\cos 2\pi\nu_2 t$$

$\rightarrow \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}$ $\qquad \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}$

$$x = x_1 + x_2 = 2A\cos(2\pi\frac{\nu_2 - \nu_1}{2}t)\cos(2\pi\frac{\nu_2 + \nu_1}{2}t)$$

振幅部分 $\qquad$ 合振动频率

$\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}$ $\qquad \frac{\omega_2 + \omega_1}{2}$

合振动的振幅：$A_{合} = \left|2A\cos(2\pi\frac{\nu_2 - \nu_1}{2}t)\right|$

$\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}$

拍周期：$\boxed{T_{拍} = \frac{1}{\nu_2 - \nu_1}}$ $T_2 - T_1$ $\qquad 2\pi\frac{\nu_2 - \nu_1}{2}T = \pi$

拍频率：$\boxed{\nu_{拍} = \nu_2 - \nu_1}$ $f_2 - f_1 \rightarrow$ 振幅变化的频率