Corrigé 1

Problème 1 Loi normale

Soit Y , une variable aléatoire suivant une loi normale $\mathcal{N}(2,9)$

a) Déterminer $P(Y < 4.25)$

$$\begin{aligned} P(Y < 4.25) &= P(Z < \frac{4.25-2}{3}) \\ &= P(Z < 0.75) = 0.7734 \end{aligned}$$

```
pnorm(4.25,2,3)
```

b) Pour quelle valeur de a a-t-on $P(Y < a) = 0.64$?

$$\begin{aligned} P(Y < a) &= 0.64 \\ P(Z < \frac{a-2}{3}) &= 0.64 \\ \frac{a-2}{3} &\approx 0.36 \\ a &= 3 \cdot 0.36 + 2 = 3.08 \end{aligned}$$

```
qnorm(0.64,2,3)
```

c) $P(Y \in [-1,5])$

$$\begin{aligned} P(Y < 5) - P(Y < -1) &= P(Z < \tfrac{5-2}{3}) - P(Z < \tfrac{-1-2}{3}) \\ &= P(Z < 1) - P(Z < -1) \\ &= 2P(Z < 1) - 1 = 2 \cdot 0.8413 - 1 = 0.6826 \end{aligned}$$

```
pnorm(5,2,3)-pnorm(-1,2,3)
```

Problème 2 Loi du Chi-deux

Soit la variable Q_{10} suivant une loi du chi-2 à 10 degrés de liberté. Déterminer

a) $P(Q_{10} < 15.98) = 0.9$
```
pchisq(15.98,10)
```

b) $P(Q_{10} > 18.31) = 0.05$
```
1-pchisq(18.31,10)
```

c) $P(Q_{10} < 18.31) = 0.95$

d) $P(15.98 < Q_{10} < 18.31) = P(Q_{10} < 18.31) - P(Q_{10} < 15.98) = 0.95 - 0.9 = 0.05$

e) la valeur a telle que $P(Q_{10} < a) = 0.975$, $a = 20.48$
```
qchisq(0.975,10)
```

Problème 3 Loi de Student

Soit la variable T_8 suivant une loi de Student à 8 degrés de liberté. Déterminer

a) $P(T_8 < 0.546) = 1 - P(T_8 > 0.546) = 0.7$
```
pt(0.546,8)
```

b) $P(T_8 < -0.546) = P(T_8 > 0.546) = 0.3$

c) $P(-0.546 < T_8 < 1.86)$

$$\begin{aligned} P(-0.546 < T_8 < 1.86) &= P(T_8 < 1.86) - P(T_8 < -0.546) \\ &= P(T_8 < 1.86) - (1 - P(T_8 < 0.546)) \\ &= 0.95 - (1 - 0.7) = 0.65 \end{aligned}$$

```
pt(1.86,8)-pt(-0.546,8)
```

d) La valeur b telle que $P(T_8 > b) = 0.6$

$$\begin{aligned} P(T_8 > b) &= 0.6 \\ P(T_8 < -b) &= 0.6 \\ -b &= 0.2619 \\ b &= -0.26219 \end{aligned}$$

```
-qt(0.6,8)
```

Problème 4 Temps de trajet

Une entreprise de transport a évalué le temps de trajet des citadins pour se rendre à leur travail. Elle en conclut que ce temps de trajet est une variable aléatoire suivant une loi normale, que la moyenne des temps est de 15 minutes et que l'écart type des temps est de 3.5 minutes. Un citadin affirme que son temps de trajet est de 22 minutes. Le but est de trouver la probabilité qu'un citoyen ait un temps de trajet de 22 minutes ou plus.

a) Déterminer la moyenne et l'écart-type de la loi suivie par la variable aléatoire X="Temps de trajet".
$\mu = 15$ et $\sigma = 3.5$

b) Définir l'événement d'intérêt.
$P(X \geq 22)$

c) Convertir la variable aléatoire en une variable standardisée Z
$Z = \frac{22-15}{3.5} = 2.0$

d) Trouver la probabilité associée
$P(X \geq 22) = P(Z \geq 2) = 1 - 0.9772 = 0.0228$

```
1-pnorm(22,15,3.5)
```

Problème 5 Arrivée des vols

Un challenge pour les compagnies aérienne est de respecter les horaires des vols. Une mesure utilisée est le nombre de minutes d'un vol séparant l'heure d'arrivée réelle de celle annoncée. La compagnie exige que ses avions arrivent en moyenne à l'heure, avec ± 5 minutes le décalage entre l'heure d'arrivée réelle et celle annoncée. Ce nombre de minutes est donnée ci-dessous pour 11 vols :
-2 9 10 -3 1 7 -3 5 8 12 4

a) Calculer la valeur de la statistique $\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$
   Avec R
   ```
   x <- c(-2, 9, 10, -3, 1, 7, -3, 5, 8, 12, 4)
   chideux <- 10*sd(x)^2/25
   ```
   $\chi^2 == 11.70182$
b) Calculer la probabilité d'une valeur supérieure ou égale à celle trouvée en a) (un logiciel est ici nécessaire pour une bonne approximation)
   ```
   x <- c(-2, 9, 10, -3, 1, 7, -3, 5, 8, 12, 4)
   chideux <- 10*sd(x)^2/25
   pchisq(chideux,10)
   ```
   $P(\chi^2 \geq 11.70182) = 0.6944917$