

Série 7

Problème 1

Les données suivantes représentent le taux d'acceptation d'une initiative pour un échantillon de communes en Suisse.

62.3	44.4	49.2	63.3	47.6	60.1
37.4	55.8	57.5	58.3	56.2	54.3

On suppose que l'écart type des taux pour l'ensemble des communes suisses vaut 5, et que les données proviennent d'une distribution normale.

- a) En prenant un risque de première espèce $\alpha = 0.05$, la moyenne μ des taux de la population de communes est-elle significativement supérieure à 50% ? Commenter.
- i) Spécifier la valeur du paramètre d'intérêt.
 - ii) Quels sont les hypothèses nulle et alternative ?
 - iii) Quel est la valeur du niveau de signification α ?
 - iv) Quel test doit être appliqué ? Quelle est la région critique ?
 - v) Calculer la statistique de test.
 - vi) L'hypothèse nulle est-elle rejetée ?
 - vii) Quelle conclusion doit donc être établie ?
- b) Soit un échantillon de taille 100 pour lequel on a obtenu la même moyenne que pour l'échantillon précédent de taille 12. Déterminer la région critique du test pour ce nouvel échantillon et comparer avec celle obtenue au point 1. Commenter.

Problème 2

En 2005, une enquête menée auprès de femmes quant à leur âge x_i à la naissance de leur premier enfant a donné, pour 51 femmes interrogées au hasard, les résultats suivants :

$$\bar{x} = 28 \text{ années}$$

$$\sum (x_i - \bar{x})^2 = 816 \text{ années}^2$$

Les âges x_i représentent les réalisations d'une variable aléatoire X distribuée selon une loi normale (μ, σ^2) .

- a) On sait qu'en 1990, pour la population, l'âge moyen des femmes à la naissance de leur premier enfant était de 27 ans. Peut-on affirmer, avec un degré de confiance de 95 %, que l'âge moyen a augmenté en 3 ans ? Pour cela, on testera l'hypothèse $H_0 : \mu = 27$ contre l'hypothèse $H_1 : \mu > 27$.
- b) Selon certains chercheurs, l'écart type s de l'échantillon sous-estime l'écart type σ de la population, qu'ils évaluent à 5 ans. Refaire le test précédent en supposant que la vraie valeur de σ est égale à 5 et commenter.

Problème 3

Dans une grande entreprise américaine, le salaire annuel moyen des hommes possédant entre 3 et 5 ans d'expérience est de 58'000\$. Les salaires (en milliers de dollars) d'un échantillon aléatoire de 10 femmes possédant entre 3 et 5 ans d'expérience sont les suivants :

54 57 61 51 49 56 60 52 45 66

y a-t-il suffisamment d'évidence pour attester que les femmes gagnent moins que les hommes, en prenant un risque $\alpha = 0.05$?