




Kolorowanie grafu



Polega na przypisaniu określonym elementom grafu (najczęściej są to wierzchołki, rzadziej krawędzie) wybranych kolorów według ściśle określonych reguł. Klasyczne kolorowanie grafu jest związane z przypisaniem wszystkim wierzchołkom w grafie jednej z wybranych barw w ten sposób, aby żadne dwa sąsiednie wierzchołki nie miały tego samego koloru. W praktyce zamiast kolorów stosuje się kolejne liczby całkowite, zaczynając od zera lub jedynki.



Lista algorytmów:

- 1) Algorytm zachłanny
- 2) Algorytm zachłanny z użyciem BFS lub DFS
- 3) Algorytm Wigderson
- 4) Backtracking approach
- 5) Losowe kolorowanie grafu (Randomized Graph Coloring)
- 6) Algorytm Welsh Powell



Algorytm zachłanny

Sprawdzamy po kolei wierzchołki przypisując pierwszy dostępny kolor. Algorytm ten nie gwarantuje minimalnego użycia kolorów, ale nie przydzieli wierzchołkom więcej niż $D+1$ kolorów (D to największy stopień wierzchołka w grafie).



Algorytm Welsh-Powell

1. Sortujemy wierzchołki malejąco według ich stopnia
2. Kolorujemy pierwszy wierzchołek najmniejszym kolorem
3. Kolorujemy wierzchołki, które nie są sąsiadami z pokolorowanym wierzchołkiem tym samym kolorem
4. Powtarzamy krok 3 na wszystkich niepokolorowanych wierzchołkach z nowym kolorem, w malejącej kolejności stopni, aż wszystkie wierzchołki zostaną pokolorowane



Backtracking Algorithm

Ustalamy liczbę kolorów i przechodzimy kolejno po wierzchołkach przypisując minimalny dostępny kolor. Jeżeli nie możemy pokolorować następnego wierzchołka, cofamy się, zmieniamy kolor wierzchołka i próbujemy pokolorować kolejny wierzchołek.



Przebieg testów

Wygenerowałem cztery grafy na podstawie modelu BA (Barabási–Albert) o wielkości 10, 100, 1000 oraz 2000 wierzchołków, aby przy ich pomocy sprawdzić czas działania algorytmów kolorujących. Testy powtórzyłem stukrotnie i obliczyłem średni czas wykonania algorytmów.



Przebieg testów

Nazwa algorytmu	Test dla 10 wierzchołków	Test dla 100 wierzchołków	Test dla 1000 wierzchołków	Test dla 2000 wierzchołków
Zachłanny	0.001001 μ s	0.003643 μ s	0.039399 μ s	0.08754 μ s
Welsh-Powell	0.000259 μ s	0.002507 μ s	0.021536 μ s	0.061708 μ s
Backtracking	0.000147 μ s	0.000434 μ s	0.004477 μ s	0.009814 μ s



Przebieg testów

Nazwa algorytmu	Test dla 10 wierzchołków [liczba kolorów]	Test dla 100 wierzchołków [liczba kolorów]	Test dla 1000 wierzchołków [liczba kolorów]	Test dla 2000 wierzchołków [liczba kolorów]
Zachłanny	4	5	6	6
Welsh-Powell	4	5	5	5
Backtracking	4	5	6	6



Wnioski

Dla testowanych grafów o zadanych wielkościach, czas wykonywania algorytmów jest bardzo zbliżony. Spośród tych trzech algorytmów najszybszy był algorytm backtracking. Algorytm Welsh-Powell potrzebował najmniejszej liczby kolorów.