

# Problema dos Vestidos

Alexandre Rademaker

August 27, 2019

## 1 Problema

Três irmãs – Ana, Maria e Cláudia – foram a uma festa com vestidos de cores diferentes. Uma vestia azul, a outra branco e a Terceira preto. Chegando à festa, o anfitrião perguntou quem era cada uma delas. As respostas foram:

- A de azul respondeu: “Ana é a que está de branco”
- A de branco falou: “Eu sou Maria”
- A de preto disse: “Cláudia é quem está de branco”

O anfitrião foi capaz de identificar corretamente quem era cada pessoa considerando que:

- Ana sempre diz a verdade
- Maria às vezes diz a verdade
- Cláudia nunca diz a verdade

Pensando um pouco sobre o problema, pode-se concluir que a Ana estava com o vestido preto, a Cláudia com o branco e a Maria com o azul. Formalizar o problema e usar algum método dedutivo para construir um argumento formal a favor da conclusão. Dica: A tabela verdade teria 512 linhas!

## 2 Solução em Dedução Natural

A prova  $\Pi_1$  é a seguinte:

$$\begin{array}{c}
 \frac{AA \quad \frac{AA \rightarrow AB}{AB} \quad \neg AB}{\perp} \quad \neg AA \quad \frac{AB \quad \neg AB}{\perp} \\
 \frac{AA \quad \frac{\perp}{\neg AA}}{\perp} \quad \frac{AB \quad \neg AB}{\perp} \\
 \frac{AA \vee AB \quad \frac{\perp}{AP} \quad \frac{AB \quad \neg AB}{\perp}}{AP} \\
 \frac{(AA \vee AB) \vee AP \quad AP}{AP}
 \end{array}$$

A prova  $\Pi_2$  é a seguinte:

$$\frac{\frac{\Pi_1}{AB} \quad AP \rightarrow CB}{CB}$$

A prova  $\Pi_3$  é a seguinte:

$$\begin{array}{c}
 \frac{\Pi_1 \quad \frac{MP \quad \frac{MP \rightarrow \neg CP \wedge \neg AP}{\neg CP \wedge \neg AP}}{AP} \quad \frac{\perp}{MA}}{MA \vee (MP \vee MB) \quad MA} \quad \frac{\Pi_2 \quad \frac{MB \quad \frac{MB \rightarrow \neg CB \wedge \neg AB}{\neg CB \wedge \neg AB}}{CB} \quad \frac{\perp}{MA}}{MA} \\
 \frac{MA \vee (MP \vee MB) \quad MA}{MA}
 \end{array}$$

A resposta final é:

$$\frac{\frac{\frac{\Pi_1}{AP} \quad \frac{\Pi_2}{CB}}{AP \wedge CB} \quad \frac{\Pi_3}{MA}}{(AP \wedge CB) \wedge MA}$$

## 3 Referências

Problema apresentado no livro ‘Teoria das Categorias para Ciência da Computação’ de Paulo Blauth Menezes e Edward Hermann Haeusler. Veja <http://www.logicmatters.net/latex-for-logicians/> para construção das provas.