Άσκηση 1

Δακτύλιος από χρυσό διαμέτρου 1.5cm, μάζας 15g και αντίσταση 55μΩ κινείται κάθετα από θέση με μαγνητικό πεδίο 0.80T σε θέση μηδενικού πεδίου σε 45ms.

1. Να υπολογιστεί η θερμική ενέργεια που παράγεται στο δακτύλιο λόγω της ροής του επαγόμενου ρεύματος.

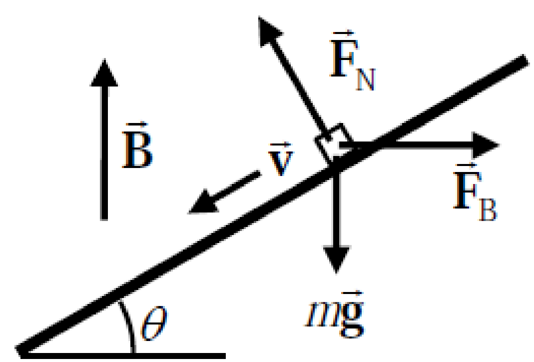
$$\mathscr{E} = -\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = -\frac{\Delta BA}{\Delta t} = -\frac{\Delta B\left(\frac{1}{4}\pi d^2\right)}{\Delta t}$$

$$U = P\Delta t = \frac{\mathscr{E}^2}{R}\Delta t = \left(\frac{\Delta B\left(\frac{1}{4}\pi d^2\right)}{\Delta t}\right)^2\left(\frac{\Delta t}{R}\right) =$$

$$\frac{(\Delta B)^2\pi^2 d^4}{16R\Delta t} = \frac{(0.80T)^2\pi^2(0.015m)^4}{16(55*10^{-6}\Omega)\left((45*10^{-3}s)\right)} = 8.1\mathrm{mJ}$$

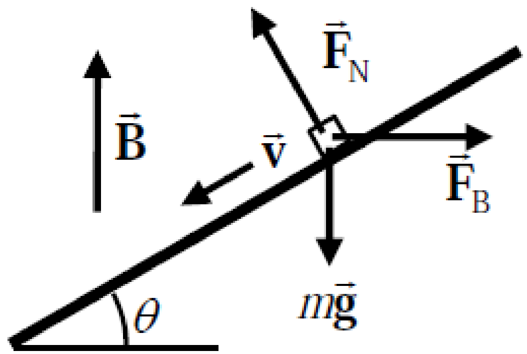
Άσκηση 2

Δύο αγωγοί με αμελητέα αντίσταση, σε απόσταση 32cm, ηρεμούν σε κεκλιμένο επίπεδο 6°. Ενώνονται στο κατώτερο σημείο του επιπέδου με μια αντίσταση 0.6Ω. Στα άκρα των αγωγών στην κορυφή του επιπέδου τοποθετείται χάλκινη ράβδος μάζας 0.040kg με αμελητέα αντίσταση. Ή διάταξη εισέρχεται σε κατακόρυφο μαγνητικό πεδίο 0.55T. Ποια είναι η τελική σταθερή ταχύτητα της ράβδου καθώς ολισθαίνει χωρίς τριβές πάνω στους αγωγούς?



Άσκηση 2

ΛΥΣΗ:



$$\mathcal{E} = B\ell v\cos\theta$$

Χρήση του νόμου Ohm $$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{B\ell v\cos\theta}{R}$$

Το Ι είναι κάθετο στο Β

$$F_B = I\ell B = \frac{B\ell v\cos\theta}{R}\ell B = \frac{B^2\ell^2 v\cos\theta}{R}$$

Για να κινηθεί με σταθερό v

$$F_{\text{net}} = F_B\cos\theta - mg\sin\theta = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{B^2\ell^2 v\cos^2\theta}{R} = mg\sin\theta \quad \rightarrow$$

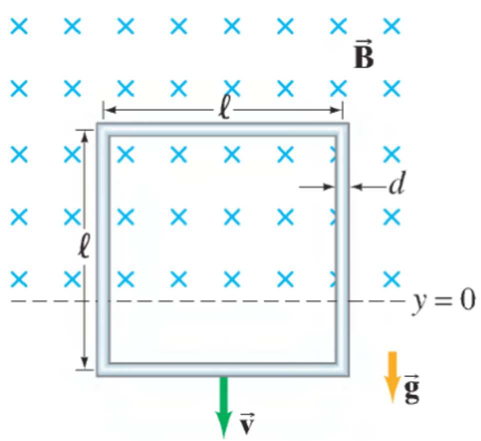
$$v = \frac{Rmg\sin\theta}{B^2\ell^2\cos^2\theta} = \frac{(0.60\,\Omega)(0.040\,\text{kg})\left(9.80\,\text{m/s}^2\right)\sin 6.0^\circ}{(0.55\,\text{T})^2(0.32\,\text{m})^2\cos^2 6.0^\circ} = \boxed{0.80\,\text{m/s}}$$

Άσκηση 3

- Σε ορισμένη περιοχή επάνω από επίπεδο με αρχή y=0 υπάρχει ομοιόμορφο οριζόντιο μαγνητικό πεδίο. Κάτω από το επίπεδο B=0. Ένας κάθετος τετράγωνος βρόχος με ειδική αντίσταση ρ, πυκνότητα μάζας ρm, διάμετρο d και πλευρά μήκους l ηρεμεί με την κατώτερη οριζόντια πλευρά του στο y=0. Στη συνέχεια αφήνεται ελεύθερος να πέσει (λόγω βαρύτητας) με το επίπεδό του κάθετο στο B.

α. να υπολογιστεί η μαγνητική δύναμη έλξης που δρα στο βρόχο καθώς πέφτει στην περιοχή του μηδενικού B με ταχύτητα v

β. αν ο βρόχος επιτυγχάνει μια τελική ταχύτητα v_T πρώτου εξέλθει από το πεδίο, να βρεθεί τύπος για το v



Άσκηση 3

ΛΥΣΗ:

α.

$$I=\frac{\mathcal{E}}{R}=\left(\frac{\pi d^2/4}{\rho 4\ell}\right)\frac{d\Phi_B}{dt}=\left(\frac{\pi d^2}{16\rho\ell}\right)B\frac{dA}{dt}=\frac{\pi d^2}{16\rho\ell}B\ell v$$

Το ρεύμα επάγει δύναμη στις τρεις πλευρές του βρόχου

$$F=I\ell B=\frac{\pi d^2}{16\rho\ell}B\ell v\ell B=\boxed{\frac{\pi d^2 B^2\ell v}{16\rho}}$$

Σύμφωνα με το νόμο Lenz τι φορά θα έχει η δύναμη?

β.

$$F_g=\rho_m\left(4\pi\ell\frac{d^2}{4}\right)g=\frac{\pi d^2 B^2\ell v_T}{16\rho}\rightarrow v_T=\boxed{\frac{16\rho\rho_m g}{B^2}}$$

γ.

$$v_T=\frac{16\left(8.9\times10^3\ \mathrm{kg/m^3}\right)\left(1.68\times10^{-8}\ \Omega\mathrm{m}\right)\left(9.80\ \mathrm{m/s^2}\right)}{\left(0.80\ \mathrm{T}\right)^2}=\boxed{3.7\ \mathrm{cm/s}}$$

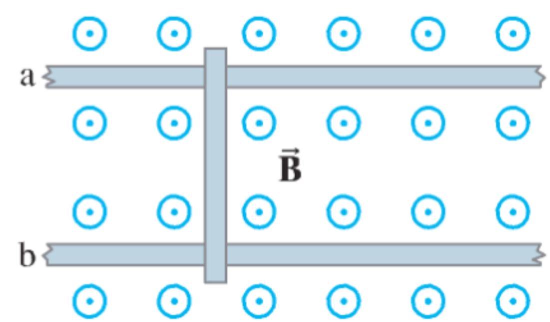
Άσκηση 4

Αγώγιμη ράβδος με μάζα m και αντίσταση R ηρεμεί πάνω σε δυο παράλληλους λείους αγωγούς με απόσταση l μεταξύ τους. Το σύστημα βρίσκεται μέσα σε μαγνητικό πεδίο κάθετο στους αγωγούς και στη ράβδο. Τη χρονική στιγμή 0 η ράβδος είναι ακίνητη και μια πηγή ΗΕΔ συνδέεται με τα σημεία α και β. Να βρεθεί η ταχύτητα της ράβδου συναρτήσει του χρόνου για

α. σταθερό I που παράγεται από την πηγή

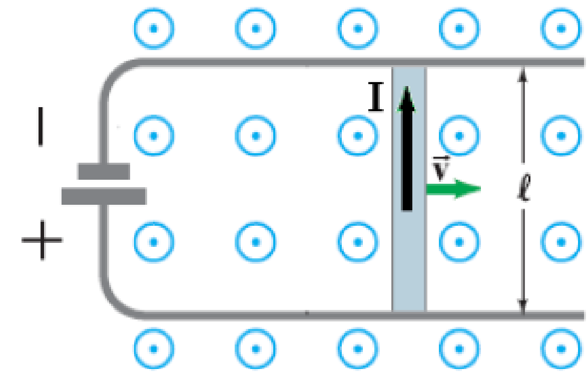
β. σταθερή ΗΕΔ που παράγεται από την πηγή.

Φτάνει η ράβδος σε μια τελική ταχύτητα στις περιπτώσεις α και β? εάν ναι να υπολογιστεί η τελική ταχύτητα.



Άσκηση 4

ΛΥΣΗ:



α. για σταθερό I -> F_M σταθερή

$$F = m\frac{dv}{dt} = I\ell B \rightarrow \int_0^v dv = \frac{I\ell B}{m}\int_0^t dt \rightarrow \boxed{v(t) = \frac{I\ell B}{m}t}$$

β. για σταθερή ΗΕΔ -> το I μεταβάλλεται με την ταχύτητα της ράβδου

$$F = m\frac{dv}{dt} = I\ell B = \left(\frac{\mathscr{E}_0 - B\ell v}{R}\right)\ell B \rightarrow \frac{dv}{\mathscr{E}_0 - B\ell v} = \frac{\ell B}{mR}dt \rightarrow \frac{dv}{v - \mathscr{E}_0/B\ell} = -\frac{B^2\ell^2}{mR}dt \rightarrow$$

$$\int_0^v \frac{dv}{v - \mathscr{E}_0/B\ell} = -\frac{B^2\ell^2}{mR}\int_0^t dt \rightarrow \ln\left(\frac{v - \mathscr{E}_0/B\ell}{-\mathscr{E}_0/B\ell}\right) = -\frac{B^2\ell^2}{mR}t \rightarrow \boxed{v(t) = \frac{\mathscr{E}_0}{B\ell}\left(1 - e^{-\frac{B^2\ell^2}{mR}t}\right)}$$

γ. σταθερό I, σταθερή επιτάχυνση -> υπάρχει τελική ταχύτητα?

$$\boxed{v_t = \mathscr{E}_0 / B\ell}$$

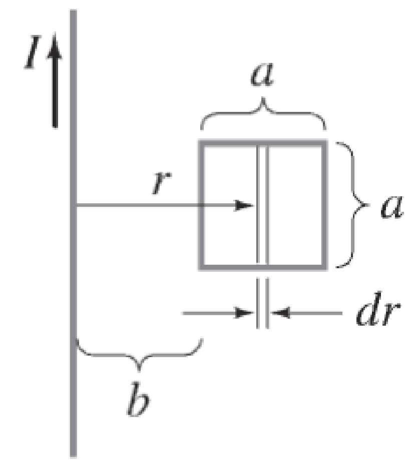
Άσκηση 5

Να καθοριστεί η μαγνητική ροή μέσω ενός τετραγωνικού βρόχου πλευράς α, εάν η μια πλευρά του είναι παράλληλη και σε απόσταση b από έναν ευθύγραμμο καλώδιο που φέρει ρεύμα Ι.

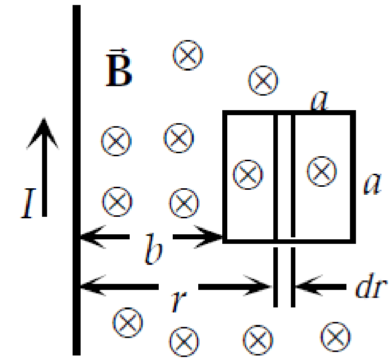
Ποια θα είναι η ΗΕΔ που επάγεται από το βρόχο εάν αυτός απομακρύνεται από το καλώδιο με ταχύτητα v?

Με ποια φορά ρέει το επαγόμενο ρεύμα?

Ποια θα πρέπει να είναι η F που χρειάζεται για να απομακρυνθεί ο βρόχος?



Άσκηση 5



ΛΥΣΗ:

α.

$$\Phi_B = \int B dA = \int_b^{b+a} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} a dr = \boxed{\frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln\left(1 + \frac{a}{b}\right)}$$

β. Αφού ο βρόχος απομακρύνεται

$$v = \frac{db}{dt}.$$

Τότε

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}\left[\frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln\left(1 + \frac{a}{b}\right)\right] = -\frac{\mu_0 I a}{2\pi} \frac{d}{db}\left[\ln\left(1 + \frac{a}{b}\right)\right]\frac{db}{dt} = \boxed{\frac{\mu_0 I a^2 v}{2\pi b(b+a)}}$$

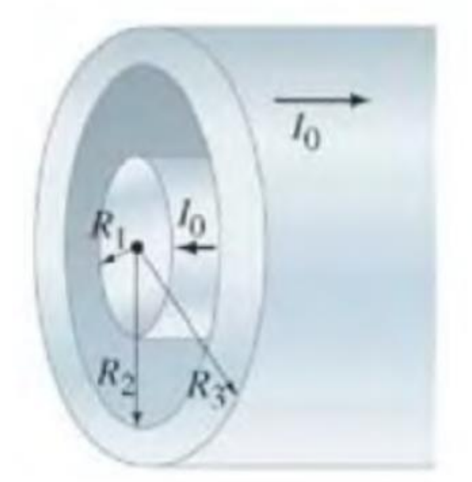
γ. η φορά του ρεύματος στο βρόχο είναι ….

δ. απαιτούμενη F για να απομακρυνθεί ο βρόχος

$$F = \frac{P}{v} = \frac{\mathcal{E}^2}{Rv} = \boxed{\frac{\mu_0^2 I^2 a^4 v}{4\pi^2 R b^2 (b+a)^2}}$$

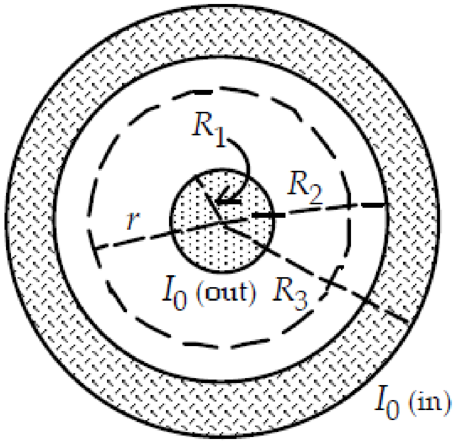
Άσκηση 6

Ομοαξονικό καλώδιο αποτελείται από στερεό εσωτερικό αγωγό ακτίνας R_1=1 cm που περιβάλλεται από έναν ομόκεντρο κυλινδρικό σωλήνα εσωτερικής ακτίνας R_2=2cm και εξωτερικής ακτίνας R_3=2.5cm. Οι αγωγοί φέρουν ίσα και αντίθετα ρεύματα I0=1.5A κατανεμημένα ομοιόμορφα κατά μήκος τους. Να υπολογιστεί το μαγνητικό πεδίο στην απόσταση R από τον άξονα για α. $R<R_1$, β. $R_1<R<R_2$, γ. $R_2<R<R_3$ και δ. $R>R_3$



Άσκηση 6

ΛΥΣΗ:



$$J_{\text{inner}} = \frac{I_0}{\pi R_1^2} \qquad J_{\text{outer}} = -\frac{I_0}{\pi\left(R_3^2 - R_2^2\right)}$$

α. μέσα στο εσωτερικό καλώδιο

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{\text{encl}} = \mu_0\left(J_{\text{inner}} \pi R^2\right)$$

$$B(2\pi R) = \mu_0 \frac{I_0 \pi R^2}{\pi R_1^2} \rightarrow \boxed{B = \frac{\mu_0 I_0 R}{2\pi R_1^2}}$$

β. μεταξύ των καλωδίων

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{\text{encl}} \rightarrow B(2\pi R) = \mu_0 I_0 \rightarrow \boxed{B = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi R}}$$

Άσκηση 6

ΛΥΣΗ:

α. μέσα στο εξωτερικό καλώδιο

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{\text{encl}} = \mu_0 \left[I_0 + J_{\text{outer}} \pi \left(R^2 - R_2^2 \right) \right]$$

$$B(2\pi r) = \mu_0 \left[I_0 - I_0 \frac{\pi\left(R^2 - R_2^2\right)}{\pi\left(R_3^2 - R_2^2\right)} \right] \rightarrow \boxed{B = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi R} \frac{\left(R_3^2 - R^2\right)}{\left(R_3^2 - R_2^2\right)}}$$

β. έξω από το εξωτερικό καλώδιο

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{\text{encl}} = 0 \quad \rightarrow \quad B(2\pi R) = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{B = 0}$$

Άσκηση 7

Ένα ηλεκτρόνιο κινείται σε ομοιόμορφο ηλεκτρικό πεδίο $\vec{\mathrm{E}} = (2.50\hat{\imath} + 5.00\hat{\jmath})\ V/m$ και ομοιόμορφο μαγνητικό πεδίο $\vec{\mathrm{B}} = 4.00\hat{k}$ T. Να προσδιοριστεί η επιτάχυνση του ηλεκτρονίου όταν η ταχύτητα του είναι $\vec{\mathrm{v}} = 10.00\hat{\imath}\ m/s$.

Τι θα συμβεί αν αντί για ηλεκτρόνιο το σωματίδιο που κινείται στα ομοιόμορφα πεδία είναι πρωτόνιο?

Άσκηση 7

$$\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}} = q\vec{\mathbf{E}} + q\vec{\mathbf{v}} \times \vec{\mathbf{B}} \qquad \vec{\mathbf{a}} = \frac{-e}{m}\left[\vec{\mathbf{E}} + \vec{\mathbf{v}} \times \vec{\mathbf{B}}\right]$$

$$\vec{\mathbf{v}} \times \vec{\mathbf{B}} = \begin{vmatrix} \hat{\mathbf{i}} & \hat{\mathbf{j}} & \hat{\mathbf{k}} \\ 10.0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.400 \end{vmatrix} = -(4.00\ \mathrm{T \cdot m/s})\hat{\mathbf{j}}$$

$$\vec{\mathbf{a}} = \left(\frac{-1.60 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}}{9.11 \times 10^{-31}\ \mathrm{kg}}\right) \times \left[(2.50\ \mathrm{V/m})\hat{\mathbf{i}} + (5.00\ \mathrm{V/m})\hat{\mathbf{j}} - (4.00\ \mathrm{T \cdot m/s})\hat{\mathbf{j}}\right]$$

$$= \left(-1.76 \times 10^{11}\right)\left[2.50\hat{\mathbf{i}} + 1.00\hat{\mathbf{j}}\right]\ \mathrm{m/s^2}$$

$$\vec{\mathbf{a}} = \boxed{\left(-4.39\hat{\mathbf{i}} - 1.76\hat{\mathbf{j}}\right) \times 10^{11}\ \mathrm{m/s^2}}$$

Άσκηση 8: Εξισώσεις Maxwell

Ένα σύρμα με ρ=1.62x10-8 Ωm και επιφάνεια διατομής 5mm2 διατρέχεται από ομοιόμορφο ρεύμα το οποίο μεταβάλλεται με ρυθμό 2000 A/s (όταν το ρεύμα είναι 100A).

Α. ποιο θα είναι το μέτρο του ηλεκτρικού πεδίου στο σύρμα όταν το ρεύμα είναι 100A?

Β. Ποιο θα είναι το ρεύμα μετατόπισης στο σύρμα την ίδια στιγμή?

Γ. Ποιος θα είναι ο λόγος του μέτρου του μαγνητικού πεδίου που προκαλείται από το ρεύμα μετατόπισης με το μέτρο του μαγνητικού πεδίου που προκαλείται από το ρεύμα αγωγιμότητας σε απόσταση r από το σύρμα?

Άσκηση 8: Εξισώσεις Maxwell

Α.

$$E = \varrho J = \frac{\varrho I}{A} = \frac{1.62\times 10^{-8}\Omega m\cdot 100A}{5\times 10^{-6}m^2} = 0.324\mathrm{V/m}$$

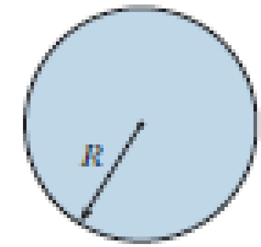
Β.

$$i_d = \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \varepsilon_0 A \frac{dE}{dt} = \varepsilon_0 A \frac{d}{dt}\left(\frac{\varrho I}{A}\right) = \varepsilon_0 \varrho \frac{dI}{dt}$$
$$= \left(8.85\times 10^{-12}\frac{F}{m}\right)(1.62\times 10^{-8}\Omega m)\cdot 2000\frac{A}{s}$$
$$= 2.87\times 10^{-16}A$$

Γ.

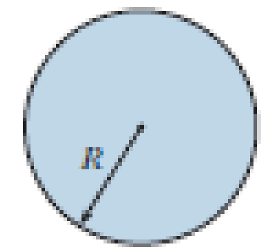
$$\frac{B(I_d)}{B(I)} = \frac{{\mu_0 I_d}/{2\pi r}}{{\mu_0 I}/{2\pi r}} = \frac{I_d}{I} = \frac{2.87\times 10^{-16}A}{100A} = 2.87\times 10^{-18}$$

Άσκηση 8: Ομοιόμορφη πυκνότητα ρεύματος μετατόπισης



Δίσκος με ακτίνα R=3.00cm διέρχεται από ρεύμα μετατόπισης με φορά έξω από τη σελίδα και ομοιόμορφη πυκνότητα μέτρου j_d=6.00A/m^2. Ποιο θα είναι το μέτρο του μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται εξαιτίας του ρεύματος μετατόπισης σε ακτίνα α) 2.00 cm και β) 5.00cm?

Άσκηση 8: Ομοιόμορφη πυκνότητα ρεύματος μετατόπισης



α)

$$B = \left(\frac{\mu_0 I_d}{2\pi R^2}\right) r \qquad j_d = \frac{\mathrm{I}}{\mathrm{A}} \qquad A = \pi R^2,$$

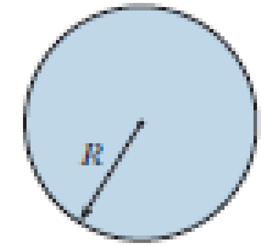
$$B = \left(\frac{\mu_0 I_d}{2\pi R^2}\right) r = \frac{\mu_0 j_d \mathrm{A} r}{2\pi R^2} = \frac{\mu_0 j_d (\pi R^2) r}{2\pi R^2} = \frac{1}{2}\mu_0 j_d r$$

$$= \frac{1}{2}(4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{T \cdot m/A})(6.00\ \mathrm{A/m^2})(0.0200\ \mathrm{m}) = 75.4\ \mathrm{nT}$$

β)

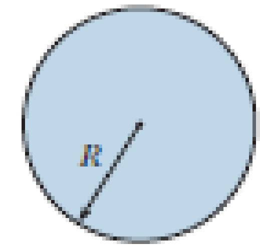
$$B = \frac{\mu_0 I_d}{2\pi r} = \frac{\mu_0 j_d \mathrm{A}}{2\pi r} = \frac{\mu_0 j_d (\pi R^2)}{2\pi r} = 67.9\ nT$$

Άσκηση 8: Μη Ομοιόμορφη πυκνότητα ρεύματος μετατόπισης



- Δίσκος με ακτίνα R=3.00cm διέρχεται από ρεύμα μετατόπισης με φορά έξω από τη σελίδα και πυκνότητα μέτρου j_d= (4.00A/m^2)(1-r/R), όπου r≤R. Ποιο θα είναι το μέτρο του μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται εξαιτίας του ρεύματος μετατόπισης σε ακτίνα α) 2.00 cm και β) 5.00cm?

Άσκηση 8: Μη Ομοιόμορφη πυκνότητα ρεύματος μετατόπισης



α)

$$I_{d,enc} = \int_0^r j_d 2\pi r dr = (4.00\ A/m^2)2\pi \int_0^r (1 - r/R) r dr = 8\pi \left(\frac{1}{2} r^2 - \frac{'}{3R} \right)$$

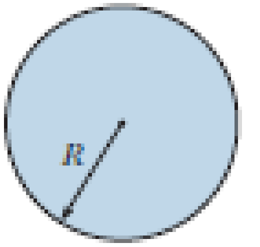
$$B = \frac{\mu_0 I_{d,enc}}{2\pi r} = 27.9\ nT$$

β)

$$I_{d,enc} = I_d = 8\pi \left(\frac{1}{2} R^2 - \frac{R^3}{3R} \right) = \frac{4}{3} \pi R^2$$

$$B = \frac{\mu_0 I_d}{2\pi r} = 15.1\ nT$$

Ασκήσεις για το σπίτι



- Ομοιόμορφο ρεύμα μετατόπισης

Δίσκος με ακτίνα R=3.00cm διέρχεται από ομοιόμορφο ρεύμα μετατόπισης με φορά έξω από τη σελίδα. Ποιο θα είναι το μέτρο του μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται εξαιτίας του ρεύματος μετατόπισης σε ακτίνα α) 2.00 cm και β) 5.00cm?

- Μη ομοιόμορφο ρεύμα μετατόπισης

Δίσκος με ακτίνα R=3.00cm διέρχεται από ρεύμα μετατόπισης με φορά έξω από τη σελίδα. Το μέτρο του ρεύματος μετατόπισης είναι I_d= (3.00A)(r/R), όπου r≤R. Ποιο θα είναι το μέτρο του μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται εξαιτίας του ρεύματος μετατόπισης σε ακτίνα α) 2.00 cm και β) 5.00cm?