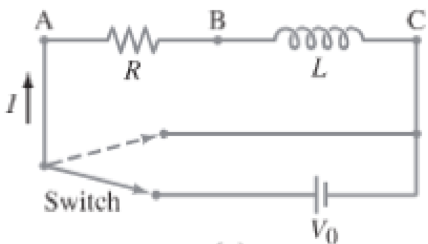
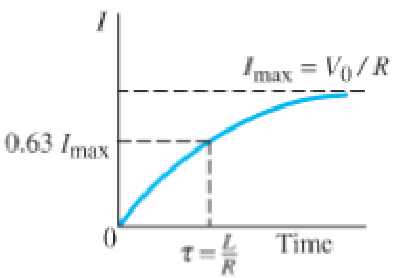
AC Κυκλώματα

Κυκλώματα LR

- Τι συμβαίνει όταν ένα κύκλωμα LR συνδεθεί με πηγή συνεχούς τάσης V_0?



(a)



Σταθερά χρόνου $\tau = \frac{L}{R}$

Κανόνας βρόχων Kirchhoff (άθροισμα δυναμικών κατά μήκος του βρόχου)

$$V_0 - IR - L\frac{dI}{dt} = 0$$

$$V_0 = IR + L\frac{dI}{dt}$$

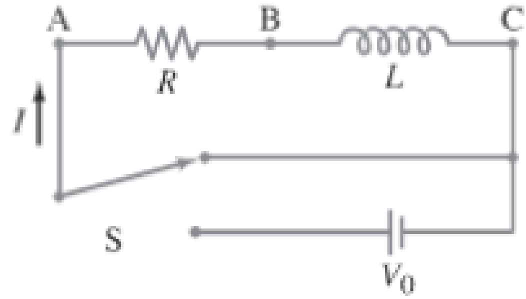
$$\int_{I=0}^{I} \frac{dI}{V_0 - IR} = \int_0^t \frac{dt}{L}$$

$$-\frac{1}{R}\ln\left(\frac{V_0 - IR}{V_0}\right) = \frac{t}{L}$$

$$I = \frac{V_0}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

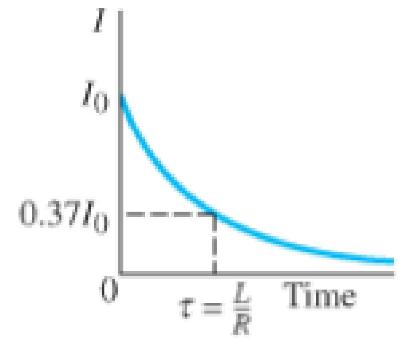
Κυκλώματα LR

- Όταν ανοίξει ο διακόπτης



$$IR + L\frac{dI}{dt} = 0$$

$$\int_{I=0}^{I}\frac{dI}{I} = -\int_0^t \frac{R}{L}dt$$



- Όπου $I=I_0$ για $t=0$ και $I=I$ για t

$$\ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = -\frac{R}{L}t$$

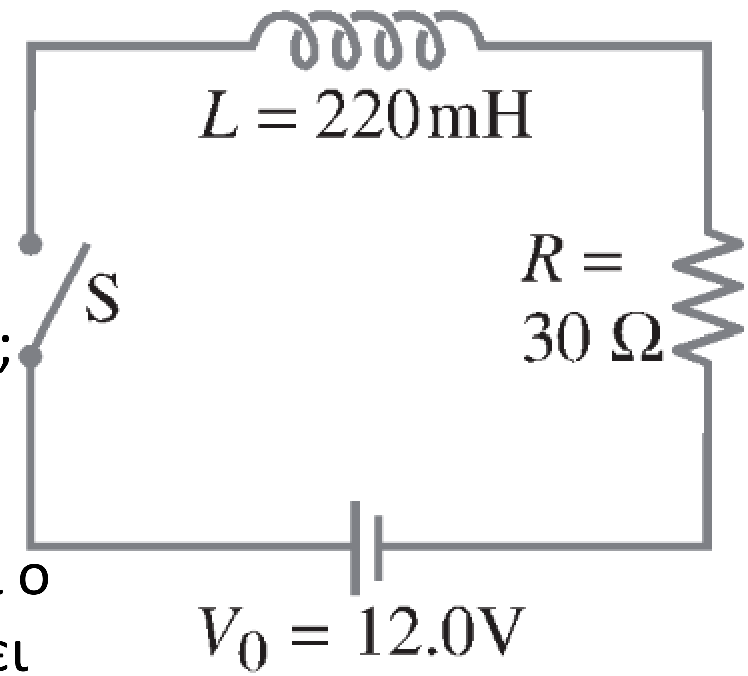
$$I = I_0 e^{-t/\tau}$$

$$\tau = \frac{L}{R}$$ Σταθερά χρόνου

Παράδειγμα

Τη στιγμή $t=0$, μια πηγή τάσης $12,0\mathrm{V}$ συνδέεται σε σειρά με ένα πηνίο $220\mathrm{mH}$ και μια αντίσταση 30Ω

Α) Πόση είναι η τιμή του ρεύματος τη στιγμή $t=0$;
Β) Ποια είναι η σταθερά χρόνου του κυκλώματος;
Γ) Ποια είναι η μέγιστη τιμή του ρεύματος;
Δ) Πόσος χρόνος απαιτείται για να φτάσει το ρεύμα στο μισό της μέγιστης τιμής του;
Ε) Σε εκείνη τη χρονική στιγμή, ποιος είναι ο ρυθμός με τον οποίο η πηγή τάσης παρέχει ενέργεια και,
ΣΤ) Ποιος είναι ο ρυθμός αποθήκευσης ενέργειας στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου;



Παράδειγμα

ΛΥΣΗ:

Α) Πόση είναι η τιμή του ρεύματος τη στιγμή $t = 0$;

$$\left(\mathcal{E}_L = -L(dI/dt)\right)$$

Αμέσως μόλις κλείσει ο διακόπτης, το I είναι ακόμη μηδέν στο $t = 0$ και τότε ξεκινά να αυξάνεται

Β) Ποια είναι η σταθερά χρόνου του κυκλώματος;

Η σταθερά χρόνου προκύπτει ίση με

$$\tau = L/R = (0.22\,\mathrm{H})/(30\,\Omega) = 7.3\,\mathrm{ms}$$

Παράδειγμα

Γ) Ποιά είναι η μέγιστη τιμή του ρεύματος;

Όταν $dI/dt = 0$

$$I_{\max} = V_0/R = 12.0\,\mathrm{V}/30\,\Omega = 0.40\ \mathrm{A}$$

Δ) Πόσος χρόνος απαιτείται για να φτάσει το ρεύμα στο μισό της μέγιστης τιμής του;

$$I = \frac{\mathrm{V}_0}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \qquad I = \frac{1}{2}\mathrm{I}_{\max} = \mathrm{V}_0/2R$$

$$1 - e^{-t/\tau} = \frac{1}{2} \Rightarrow e^{-t/\tau} = \frac{1}{2}$$

$$t = \tau \ln 2 = \left(7.3 \times 10^{-3} s\right)\left(0.69\right) = 5.0 ms$$

Παράδειγμα

Ε) Σε εκείνη τη χρονική στιγμή, ποιος είναι ο ρυθμός με τον οποίο η πηγή τάσης παρέχει ενέργεια;

Την ίδια χρονική στιγμή

$$I = I_{\max}/2 = 200\,\mathrm{mA}$$

Παρεχόμενη ισχύς

$$P = IV = (0.20\,\mathrm{A})(12\,\mathrm{V}) = 2.4\,\mathrm{W}$$

Παράδειγμα

ΣΤ) Ποιος είναι ο ρυθμός αποθήκευσης ενέργειας στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου;

Αποθηκευμένη ενέργεια

$$U = \frac{1}{2} L I^2$$

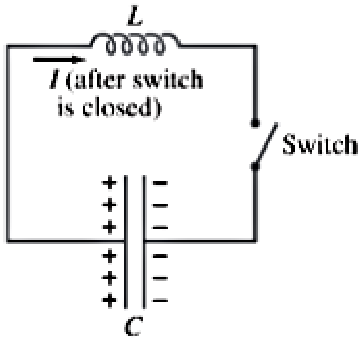
Όπου I: το ρεύμα στο πηνίο εκείνη τη στιγμή

$$\frac{dU}{dt} = LI\frac{dI}{dt}$$

$$I = \frac{V_0}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \quad \text{ή} \quad L\frac{dI}{dt} + RI = V_0$$

$$\frac{dU}{dt} = I\left(L\frac{dI}{dt}\right) = I\left(V_0 - RI\right) = (0.20\text{A})\left[12\text{V} - (30\Omega)(0.20\text{A})\right] = 1.2\text{W}$$

Κυκλώματα LC



- Ιδανικό κύκλωμα LC με μηδέν αντίσταση

- Κανόνας βρόχων Kirchhoff (άθροισμα δυναμικών κατά μήκος του βρόχου)

$$-L\frac{dI}{dt}+\frac{Q}{C}=0$$

$$\frac{d^2Q}{dt^2}+\frac{Q}{LC}=0$$ εστω λύση $$Q=Q_0\cos(\omega t+\phi)$$

$$-\omega^2 Q_0\cos(\omega t+\phi)+\frac{1}{LC}Q_0\cos(\omega t+\phi)=\left(-\omega^2+\frac{1}{LC}\right)Q_0\cos(\omega t+\phi)=0$$

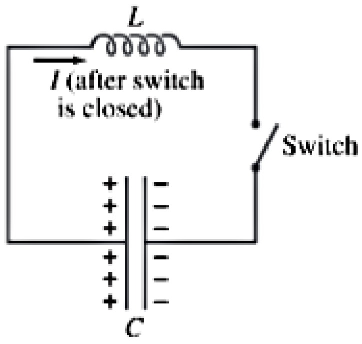
Αληθεύει μόνο εάν $$\boxed{\left(-\omega^2+\frac{1}{LC}\right)=0\Rightarrow\omega=\sqrt{\frac{1}{LC}}=2\pi f}$$

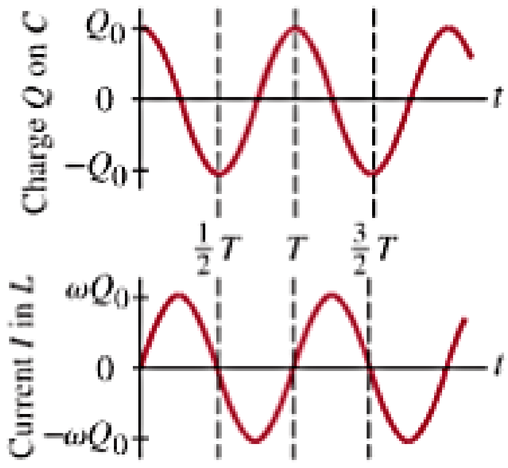
Κυκλώματα LC

- Το φορτίο του πυκνωτή σε Κύκλωμα LC ταλαντώνεται συνημιτονοειδώς και το ρεύμα στο πηνίο

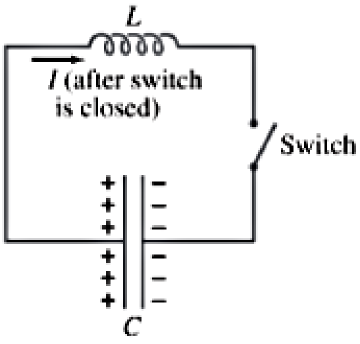
$$I = -\frac{dQ}{dt} = \omega Q_0 \sin(\omega t + \phi) = I_0 \sin(\omega t + \phi)$$

$$I_{\max} = \omega Q_0 = \frac{Q_0}{\sqrt{LC}}$$





Κυκλώματα LC

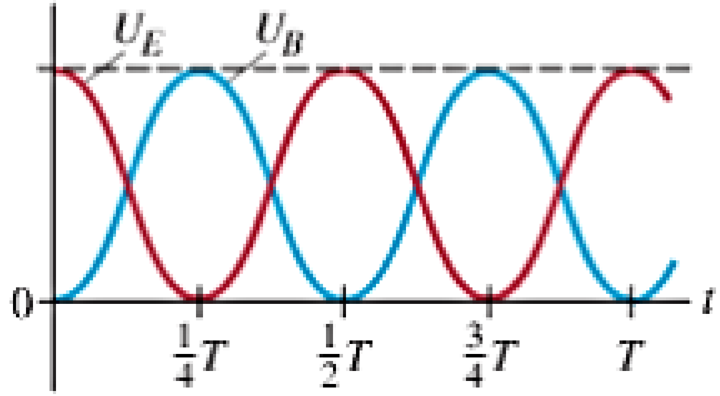


- Η αποθηκευμένη ενέργεια στο ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή κάθε χρονική στιγμή t

$$U_E = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{Q_0^2}{2C}\cos^2(\omega t + \phi)$$

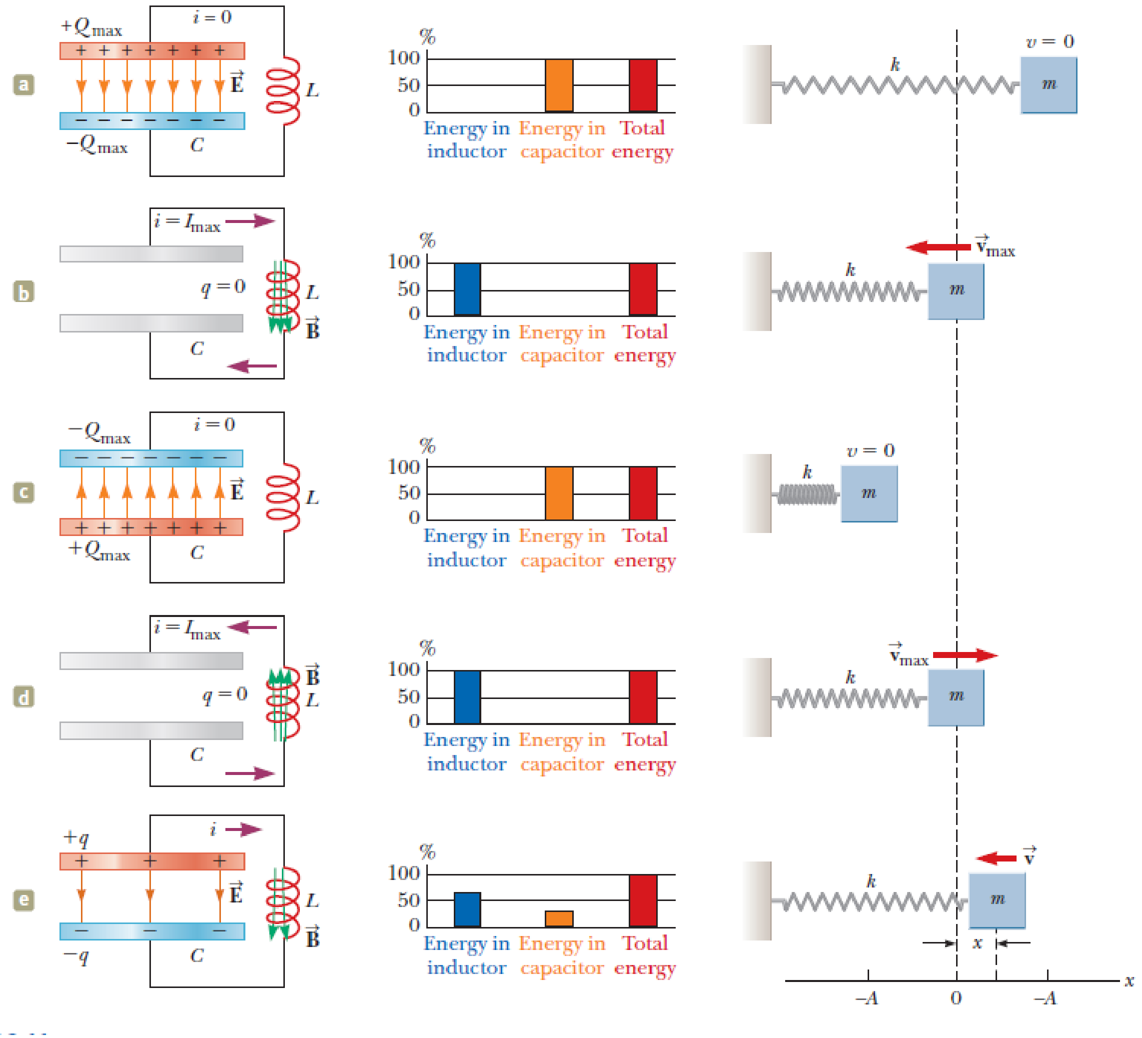
- Η αποθηκευμένη ενέργεια στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου την ίδια χρονική στιγμή t

$$U_B = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{L\omega^2 Q_0^2}{2}\sin^2(\omega t + \phi) = \frac{Q_0^2}{2C}\sin^2(\omega t + \phi)$$

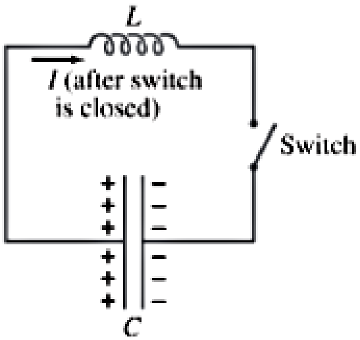


Κυκλώματα LC

- Ηλεκτρομαγνητικό ανάλογο ταλαντώσεων



Κυκλώματα LC



- Η συνολική ενέργεια

$$U = U_E + U_B = \frac{1}{2}LI^2 + \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{Q_0^2}{2C}\left[\sin^2(\omega t + \phi) + \cos^2(\omega t + \phi)\right] = \frac{Q_0^2}{2C}$$

- Ταλαντωτής LC ή ηλεκτρομαγνητικός ταλαντωτής

Παράδειγμα

Ένας πυκνωτής $1200 pF$ φορτίζεται πλήρως από μια πηγή συνεχούς τάσης $500\mathrm{V}$. Στη συνέχεια αποσυνδέεται από την πηγή και συνδέεται, τη στιγμή $\mathrm{t=0}$, με ένα πηνίο $75\mathrm{mH}$. Να προσδιοριστούν:

α) το αρχικό φορτίο στον πυκνωτή,

β) το μέγιστο ρεύμα,

γ) η συχνότητα f και η περίοδος T της ταλάντωσης και

δ) η συνολική ενέργεια που ταλαντώνεται στο σύστημα.

Παράδειγμα

ΛΥΣΗ: α) Η πηγή 500 V φόρτισε τον πυκνωτή σε φορτίο

$$Q_0 = CV = \left(1.2 \times 10^{-9}\,\mathrm{F}\right)(500\,\mathrm{V}) = 6.0 \times 10^{-7}\,\mathrm{C}$$

β)Το μέγιστο ρεύμα $\mathrm{I}_{\max}$

$$\mathrm{I}_{\max} = \omega Q_0 = \frac{Q_0}{\sqrt{LC}} = \frac{\left(6.0 \times 10^{-7} C\right)}{\sqrt{(0.075\mathrm{H})\left(1.2 \times 10^{-9}\,\mathrm{F}\right)}} = 63\mathrm{mA}$$

Παράδειγμα

γ) Η συχνότητα

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{(2\pi\sqrt{LC})} = 17\,\mathrm{kHz}$$

και η περίοδος Τ

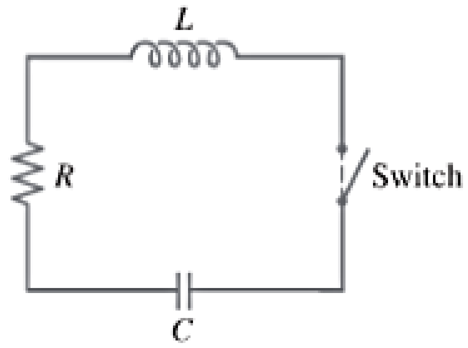
$$T = \frac{1}{f} = 6.0 \times 10^{-5}\,\mathrm{s}$$

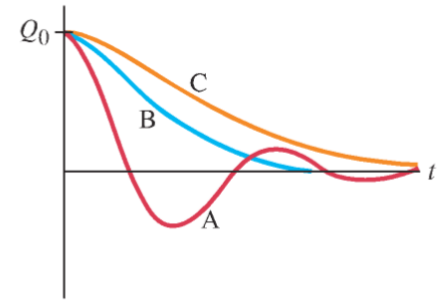
δ) Η συνολική ενέργεια

$$U = \frac{Q_0^2}{2C} = \frac{(6.0 \times 10^{-7}\,\mathrm{C})^2}{2(1.2 \times 10^{-9}\,\mathrm{F})} = 1.5 \times 10^{-4}\,\mathrm{J}$$

Κυκλώματα LRC

- Κύκλωμα LC με αντίσταση





- Κανόνας βρόχων Kirchhoff (άθροισμα δυναμικών κατά μήκος του βρόχου)

$$-L\frac{dI}{dt} - IR + \frac{Q}{C} = 0$$

$$L\frac{d^2Q}{dt^2} + R\frac{dQ}{dt} + \frac{1}{C}Q = 0$$ εστω λύση $Q = Q_0 e^{-\frac{R}{2L}t}\cos(\omega' t + \phi)$

- Το σύστημα θα είναι αποσβενόμενο αν $R^2 < \dfrac{4L}{C}$
- Αν το $R < \sqrt{4L/C}$

Η γωνιακή συχνότητα $$\boxed{\omega' = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}}$$

Παράδειγμα

Τη χρονική στιγμή $t=0$, ένα πηνίο $40\ \mathrm{mH}$ τοποθετείται σε σειρά σε μια αντίσταση $\mathrm{R}=3{,}0\ \Omega$ και έναν φορτισμένο πυκνωτή $C = 4{,}8 \mu F$.

α) Δείξτε ότι το κύκλωμα αυτό θα εκτελεί ταλάντωση.

β) Καθορίστε τη συχνότητα ταλάντωσης.

γ) Πόσος χρόνος απαιτείται για να ελαττωθεί το φορτίο στο μισό της αρχικής του τιμής;

δ) Ποια τιμή της αντίστασης R θα αποτρέψει την ταλάντωση του κυκλώματος;

Παράδειγμα

ΛΥΣΗ: α) Για να υπόκειται το κύκλωμα σε ταλαντώσεις, θα πρέπει να μην είναι υπεραποσβενόμενο, οπότε πρέπει να ισχύει $\mathrm{R}^2 < 4\ \mathrm{L/C}$.

Αφού $\mathrm{R}^2 = 9,0\Omega^2$

και $4\,\mathrm{L/C} = 4(0,040\mathrm{H})\big/\left(4,8\times 10^{-6}F\right) = 3,3\times 10^4\Omega^2$

επομένως η σχέση ικανοποιείται και το κύκλωμα ταλαντώνεται.

β) με τη βοήθεια της εξίσωσης $\omega' = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$ έχουμε

$$f' = \frac{\omega'}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} = 3,6\times 10^2\,\mathrm{Hz}.$$

Παράδειγμα

γ) Σύμφωνα με την εξίσωση $Q = Q_0 e^{-\frac{R}{2L}t} \cos(\omega' t + \varphi)$ το πλάτος θα ελαττωθεί στο μισό όταν

$$e^{-\frac{R}{2L}t} = \frac{1}{2}$$

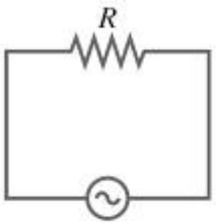
Ή

$$t = \frac{2L}{R} \ln 2 = 18ms$$

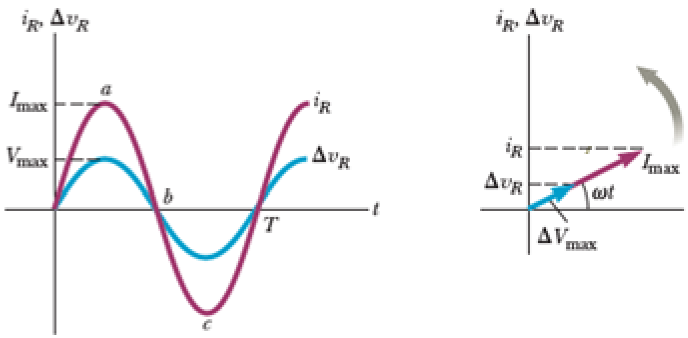
δ) Για να ελέγξουμε το πότε οδηγείται το κύκλωμα σε κρίσιμη απόσβεση ή σε υπεραπόσβεση, θα χρησιμοποιήσουμε το κριτήριο: $\mathrm{R}^2 \geq 4 \ \mathrm{L/C} = 3{,}3 \times 10^4 \Omega^2$

Έτσι, καταλήγουμε ότι θα πρέπει $R \geq 180\Omega$

Κυκλώματα με εναλλασσόμενη πηγή



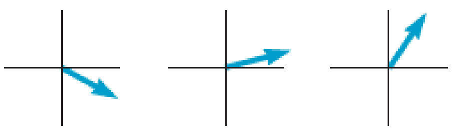
- Αντιστάτης



$$\Delta v + \Delta v_R = 0$$

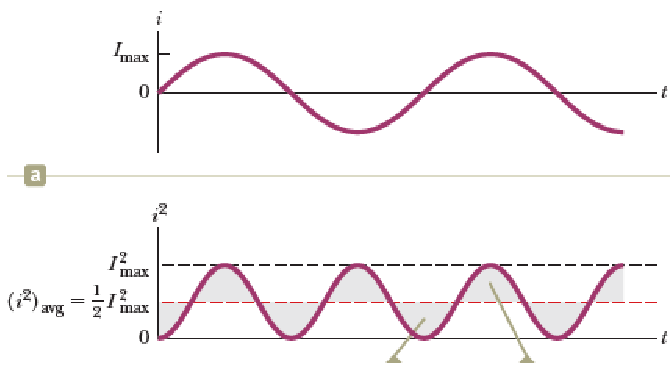
$$\Delta v - i_R R = 0$$

$$i_R = \frac{\Delta v}{R} = \frac{\Delta V_{max}}{R} sin\omega t = I_{max}\, sin\omega t$$



$$\Delta v_R = i_R R = I_{max} R sin\omega t$$

$$I_{rms} = \sqrt{(i^2)_{avg}} = \sqrt{\frac{1}{2} I_{max}^2} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} = 0.707 I_{max}$$



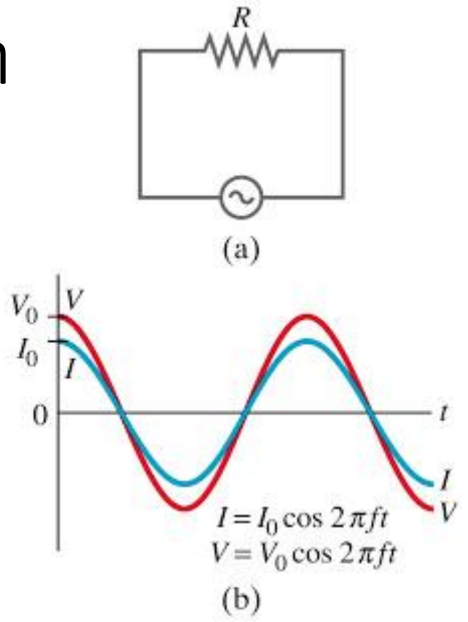
$$P = i^2 R = \ I_{rms}^2 R$$

Κυκλώματα με εναλλασσόμενη πηγή

- Αντιστάτης
  - Εναλλασσόμενη πηγή παράγει συνημιτονοειδή συχνότητα f και ρεύμα

$$I = I_0 \cos 2\pi ft = I_0 \cos \omega t$$

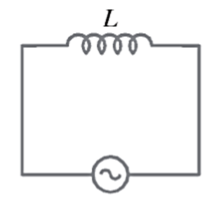
$$V = IR = RI_0 \cos \omega t = V_0 \cos \omega t$$



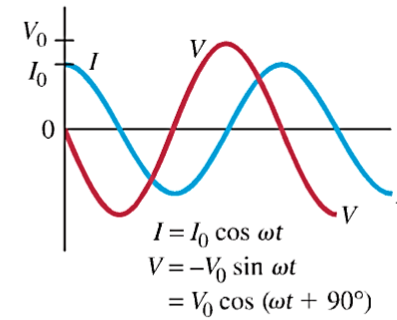
  - Μέση τιμή ενέργειας που μετατρέπεται σε θερμότητα

$$\overline{P} = \overline{I}\overline{V} = I_{rms}^2 R = \frac{V_{rms}^2}{R}$$

Κυκλώματα με εναλλασσόμενη πηγή



(a)



(b)

- Πηνίο (με αμελητέα αντίσταση)
  - Κανόνας του Kirchhoff

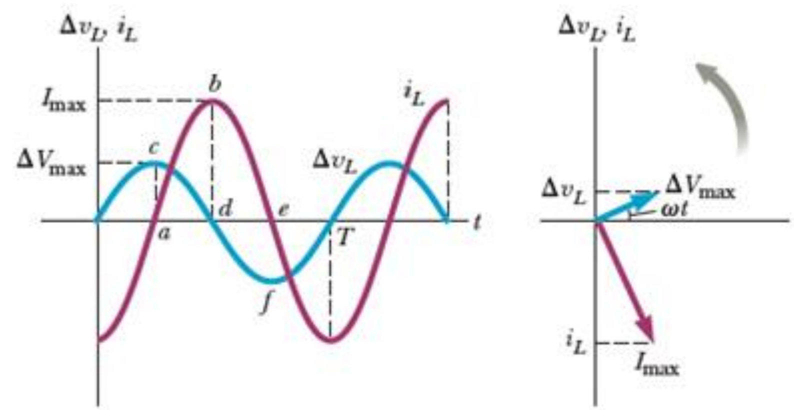
$$\Delta v = L\frac{di_L}{dt} = \Delta V_{max} sin\omega t$$

$$di_L = \frac{\Delta V_{max}}{L} sin\omega t dt$$

$$i_L = \frac{\Delta V_{max}}{L}\int sin\omega t dt = -\frac{\Delta V_{max}}{\omega L} cos\omega t$$

Ισχύει ότι $cos\omega t = -\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$

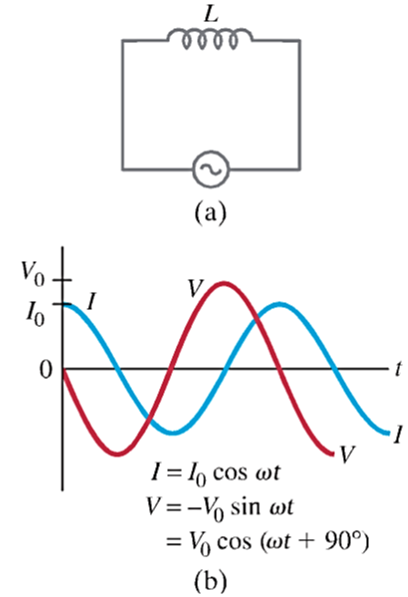
$$i_L = \frac{\Delta V_{max}}{\omega L}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$



  - Το ρεύμα υστερεί της τάσης κατά 90°(π/2)
  - Δεν καταναλώνεται κατά μέσο όρο ενέργεια

Κυκλώματα με εναλλασσόμενη πηγή

- Πηνίο (με αμελητέα αντίσταση)
  - Εμποδίζει τη ροή του φορτίου στο εναλλασσόμενο ρεύμα με την αντι-ΗΕΔ



$$V_0 = I_0 X_L$$

$$X_L = \omega L = 2\pi f L$$

$$V_{rms} = I_{rms} X_L$$

  - Επαγωγική αντίδραση του πηνίου σε μονάδες Ohm
  - Ισχύει για μέγιστες τιμές μόνο V_0 και I_0 και για ενεργές τιμές V_{rms} και I_{rms}

Παράδειγμα

Ένα πηνίο έχει αντίσταση $R=100\Omega$ και επαγωγή $L=0.3H$. Προσδιορίστε το ρεύμα στο πηνίο εάν επιβάλλεται σε αυτό

α) μια συνεχής τάση 120V.

β) εναλλασσόμενη τάση 120V (rms) με συχνότητα 60Hz.

Παράδειγμα

ΛΥΣΗ:

α) Με συνεχή τάση

$$I = \frac{\mathrm{V}}{R} = \frac{120\mathrm{V}}{1,00\Omega} = 120\mathrm{A}$$

β) Η επαγωγική αντίδραση είναι

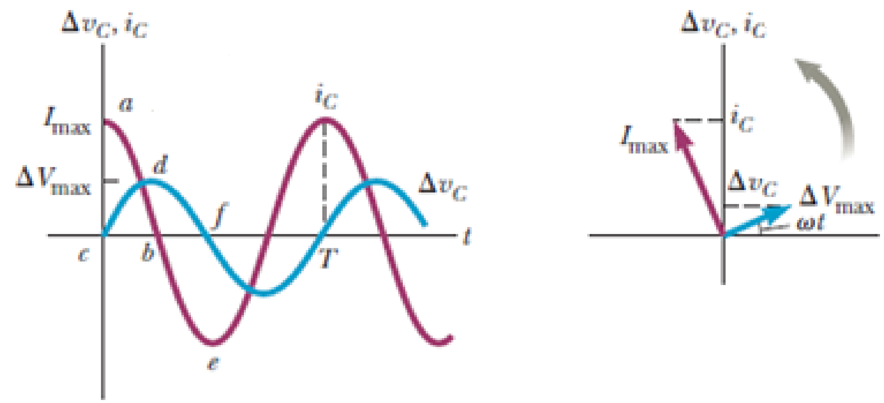
Συγκριτικά με αυτήν την τιμή, η ωμική αντίσταση μπορεί να αγνοηθεί. Έτσι

$$X_L = 2\pi fL = \left(6,283\right)\left(60,0s^{-1}\right)\left(0,300H\right) = 113\Omega$$

$$I_{rms} = \frac{\mathrm{V}_{rms}}{X_L} = \frac{120\mathrm{V}}{113\Omega} = 1,06\mathrm{A}$$

Κυκλώματα με εναλλασσόμενη πηγή

- Πυκνωτής
  - Κανόνας του Kirchhoff



$$\Delta v - \frac{q}{C} = 0$$

$$q = C\Delta V_{max} sin\omega t$$

$$I = \frac{dq}{dt} = \omega C\Delta V_{max} cos\omega t$$

$$cos\omega t = \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$I = \omega C\Delta V_{max} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

  - Το ρεύμα προηγείται της τάσης κατά 90°
  - Δεν καταναλώνεται κατά μέσο όρο ενέργεια

Κυκλώματα με εναλλασσόμενη πηγή

- Πυκνωτής
  - Κανόνας του Kirchhoff – επιβαλλόμενη τάση σε κάθε t

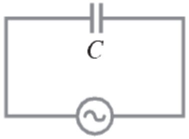
$$V = \frac{Q}{C}$$

$$I = \frac{dQ}{dt} = I_0 \cos \omega t$$

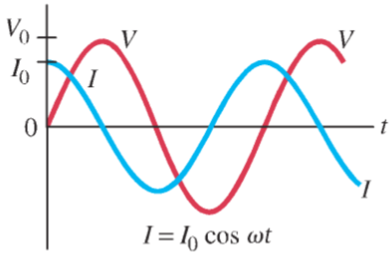
$$Q = \int_0^t dQ = \int_0^t I_0 \cos \omega t = \frac{I_0}{\omega} \sin \omega t$$

$$V = \frac{Q}{C} = I_0 \left(\frac{1}{\omega C} \right) \sin \omega t = V_0 \cos(\omega t - 90)$$

$$V_0 = I_0 \left(\frac{1}{\omega C} \right)$$



(a)



$I = I_0 \cos \omega t$
$V = V_0 \sin \omega t$
$= V_0 \cos(\omega t - 90°)$
(b)

Κυκλώματα με εναλλασσόμενη πηγή

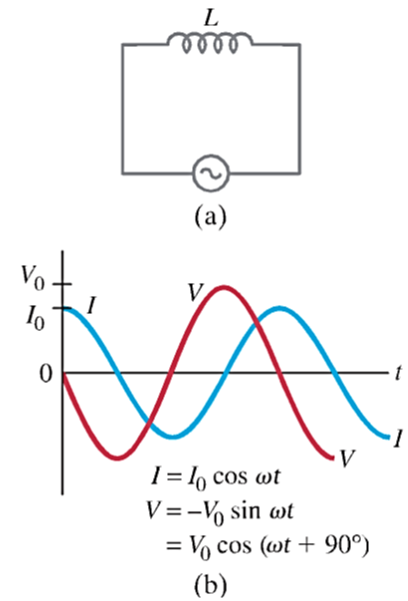
- Πυκνωτής

$$V_0 = I_0 X_C$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$$

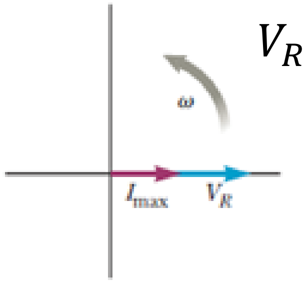
$$V_{rms} = I_{rms} X_C$$

  - Χωρητική αντίδραση του πυκνωτή σε μονάδες Ohm
  - Ισχύει για μέγιστες τιμές μόνο V_0 και I_0 και για ενεργές τιμές V_{rms} και I_{rms}

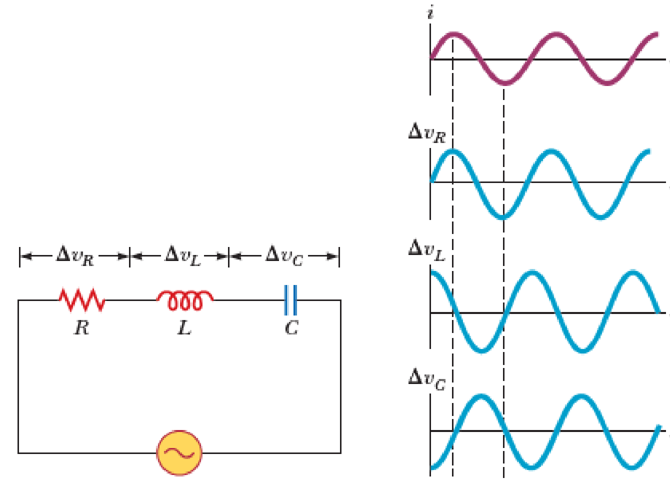


Εναλλασσόμενο κύκλωμα LRC

Αντιστάτης

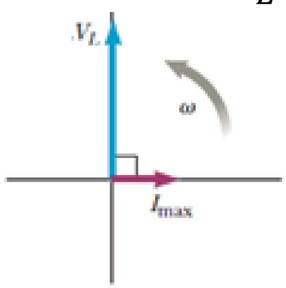


$$V_R = I_0 R sin\omega t = V_R sin\omega t$$



Πηνίο

$$V_L = I_0 X_L sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = V_L cos\omega t$$



$$\Delta v = V_0 \sin\omega t$$

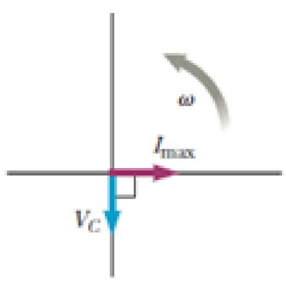
$$I = I_0 sin(\omega t - \varphi)$$

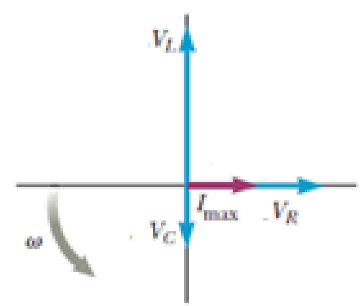
Κανόνας του Kirchhoff – επιβαλλόμενη τάση σε κάθε t

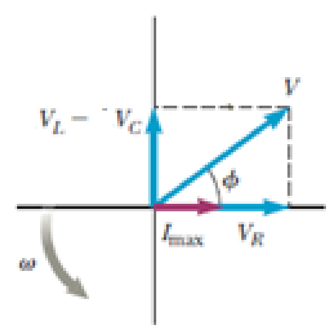
$$V = V_R + V_L + V_C$$

Πυκνωτής

$$V_C = I_0 X_C sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = -V_C cos\omega t$$

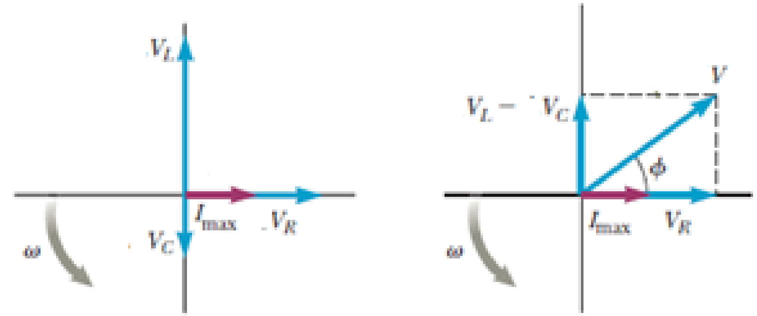






Εναλλασσόμενο κύκλωμα LRC

- Σύνθετη αντίδραση κυκλώματος



$$V_0 = \sqrt{(V_L - V_C)^2 + V_R^2} = I_{max}\sqrt{(X_L - X_C)^2 + R^2}$$

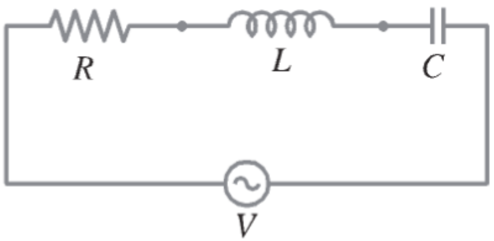
$$I_{max} = \frac{V_0}{\sqrt{(X_L - X_C)^2 + R^2}}$$

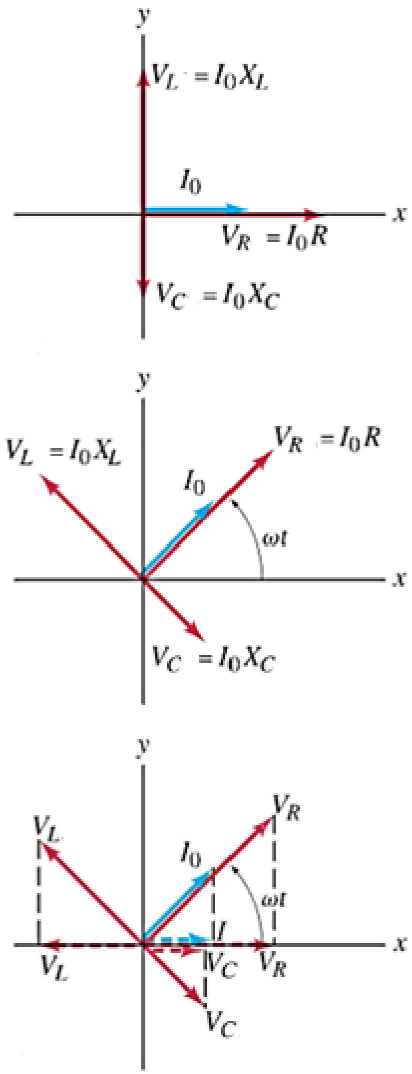
$$Z = \sqrt{(X_L - X_C)^2 + R^2} = \sqrt{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 + R^2}$$

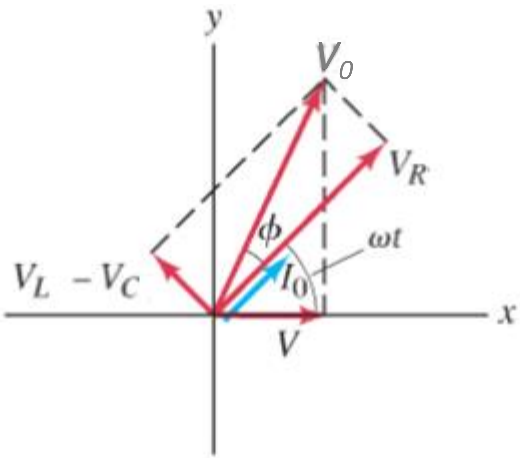
$$tan\varphi = \frac{V_L - V_C}{V_R} = \frac{I_0(X_L - X_C)}{I_0\ R} = \frac{X_L - X_C}{R}$$

$$cos\varphi = \frac{V_R}{V} = \frac{I_0 R}{I_0\ Z} = \frac{R}{Z}$$

Περιστροφή στη συχνότητα f

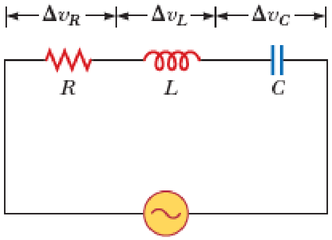






$$V_R = I_0R$$
$$V_L = I_0X_L$$
$$V_C = I_0X_C$$

Εναλλασσόμενο κύκλωμα LRC

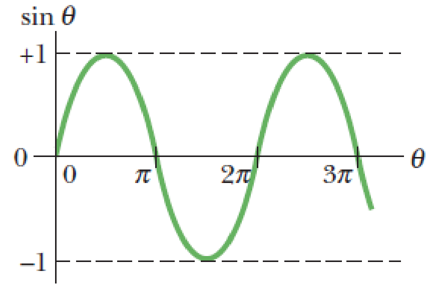


Ισχύς που καταναλώνεται στο κύκλωμα

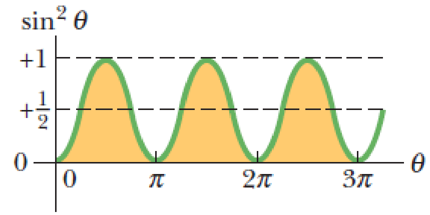
$$P = I^2R = [I_{max}sin(\omega t - \varphi)]^2R$$

$$= I_{max}^2Rsin^2(\omega t - \varphi)$$

Η μέση τιμή του $\quad sin^2\theta = \frac{1}{2}$



(a)



$$\bar{P} = \frac{1}{2}I_{max}^2R = \left(\frac{I}{\sqrt{2}}\right)^2 R$$

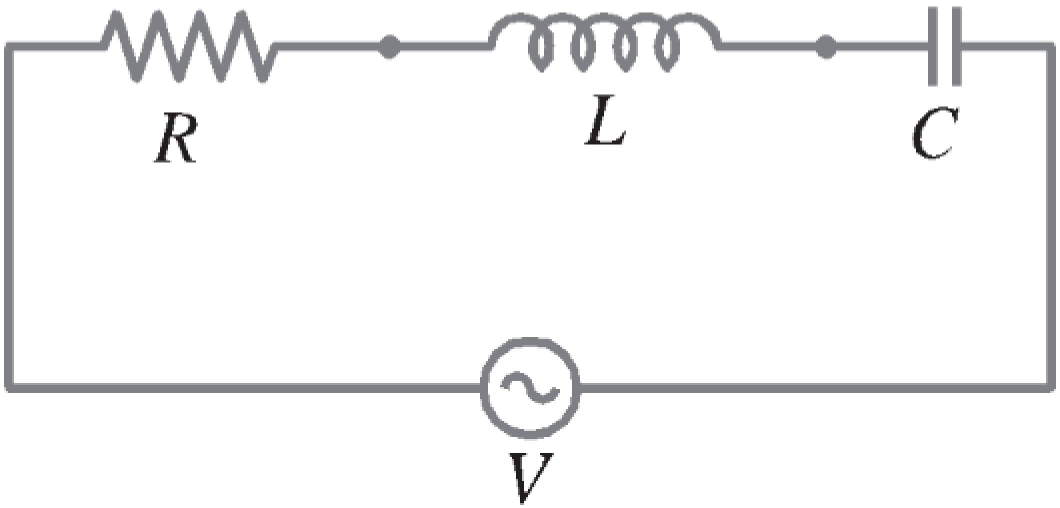
Ισχύει ότι $\quad I_{rms} = \frac{I}{\sqrt{2}}$

$$\bar{P} = I_{rms}^2R$$

$$\bar{P} = I_{rms}^2Zcos\varphi = I_{rms}V_{rms}cos\varphi$$

Παράδειγμα

Έστω $R = 25,0\Omega$, $L = 30,0mH$ και $C = 12,0\mu F$ και συνδέονται σε σειρά με μια εναλλασσόμενη πηγή τάσης 90,0 V (ενεργός τιμή) και συχνότητα 500 Hz.



Να υπολογιστούν α) το ρεύμα στο κύκλωμα, β) οι ενδείξεις του βολτόμετρου (ενεργές τιμές) στα άκρα του κάθε στοιχείου, γ) η γωνία φάσης ϕ και δ) η ισχύς που καταναλώνεται στο κύκλωμα.

Παράδειγμα

ΛΥΣΗ: α) Αρχικά, θα βρούμε την αντίδραση του πηνίου και του πυκνωτή για $f = 500Hz = 500s^{-1}$

$$X_L = 2\pi fL = 94,2\Omega \qquad X_C = \frac{1}{2\pi fC} = 26,5\Omega$$

Έτσι, η συνολική σύνθετη αντίσταση θα είναι

$$\mathrm{Z} = \sqrt{\mathrm{R}^2 + \left(X_L + X_C\right)^2} \Rightarrow$$

$$\mathrm{Z} = \sqrt{\left(25,0\right)^2 + \left(94,2\Omega - 26,5\Omega\right)^2} = 72,2\Omega$$

Από τον ισοδύναμο νόμο του Ohm για τη σύνθετη αντίσταση $I_{rms} = \frac{V_{rms}}{Z} = \frac{90,0\mathrm{V}}{72,2\Omega} = 1,25\mathrm{A}$

Παράδειγμα

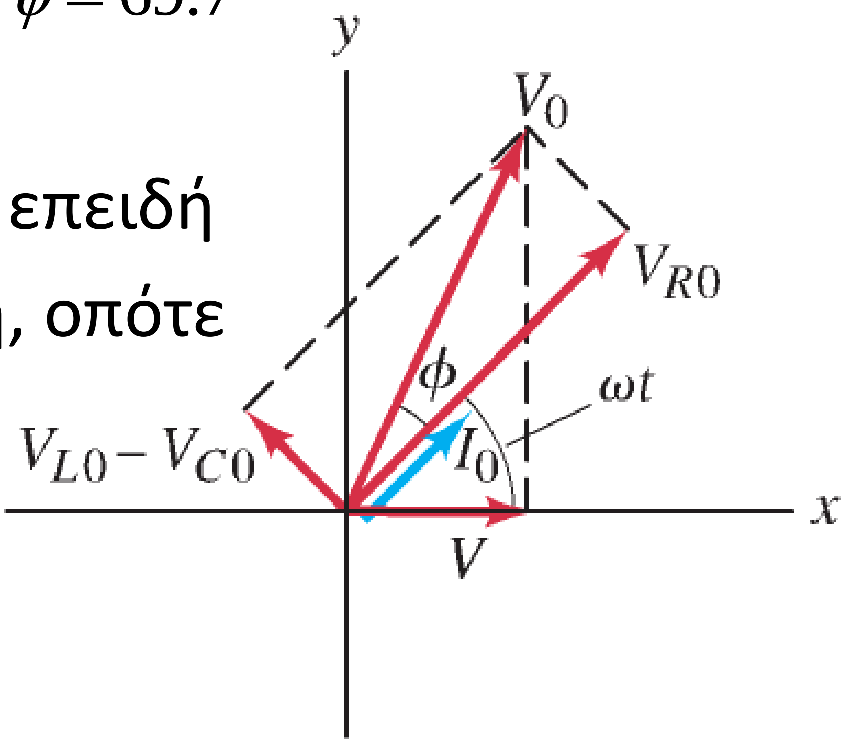
β) οι ενεργές τιμές στα άκρα του κάθε στοιχείου θα είναι

$$\begin{aligned}
(V_R)_{\mathrm{rms}} &= I_{\mathrm{rms}}\,R = (1.25\ \mathrm{A})(25.0\ \Omega) = 31.2\ \mathrm{V} \\
(V_L)_{\mathrm{rms}} &= I_{\mathrm{rms}}\,X_L = (1.25\ \mathrm{A})(94.2\ \Omega) = 118\ \mathrm{V} \\
(V_C)_{\mathrm{rms}} &= I_{\mathrm{rms}}\,X_C = (1.25\ \mathrm{A})(26.5\ \Omega) = 33.1\ \mathrm{V}
\end{aligned}$$

Παράδειγμα

γ) Η γωνία φάσης ϕ δίνεται από την σχέση

$$\cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{25,0\Omega}{72,2\Omega} = 0,346$$ οπότε $\phi = 69.7°$



Σημειώνεται ότι το ϕ είναι θετικό επειδή

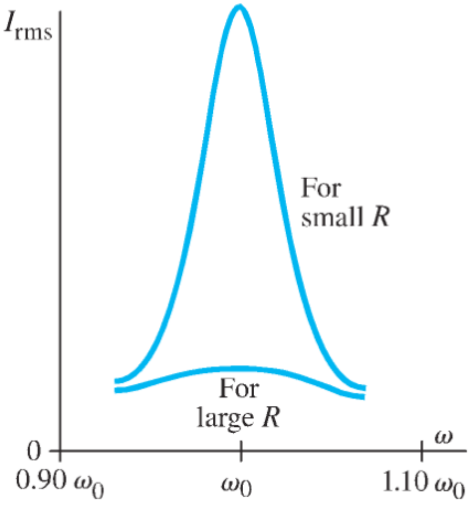
$X_L > X_C$ σε αυτήν την περίπτωση, οπότε

$V_{L0} > V_{C0}$ στο σχήμα

δ)

$$\overline{P} = I_{rms} \mathrm{V}_{rms} \cos\phi = (1,25\mathrm{A})(90,0\mathrm{V})(25,0\Omega/72,2\Omega) = 39,0\mathrm{W}$$

Συντονισμός



- Σε κύκλωμα LRC

$$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{Z} = \frac{V_{rms}}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

- I_{max} όταν $$\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = 0$$

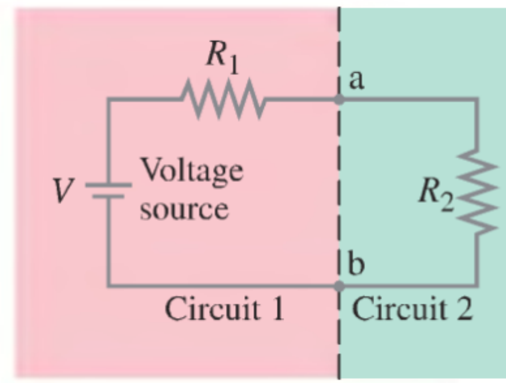
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

- Όταν $\omega=\omega_0$, το κύκλωμα βρίσκεται σε κατάσταση συντονισμού

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$$

Προσαρμογή σύνθετης αντίστασης

- Μεταφορά μέγιστης ισχύος όταν $Z_{εξόδου}$ (κύκλωμα 1)είναι προσαρμοσμένη με την $Z_{εισόδου}$ (κύκλωμα 2)



$$P = I^2 R_2 = \frac{V^2 R_2}{(R_1 + R_2)^2}$$

- Για Pmax

$$V^2 \left[\frac{1}{(R_1 + R_2)^2} - \frac{2R_2}{(R_1 + R_2)^3} \right] = 0$$

$$R_1 = R_2$$