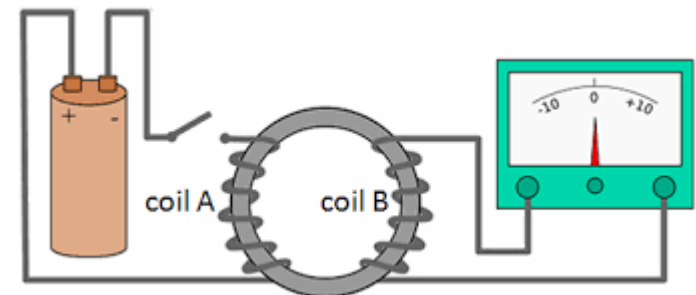
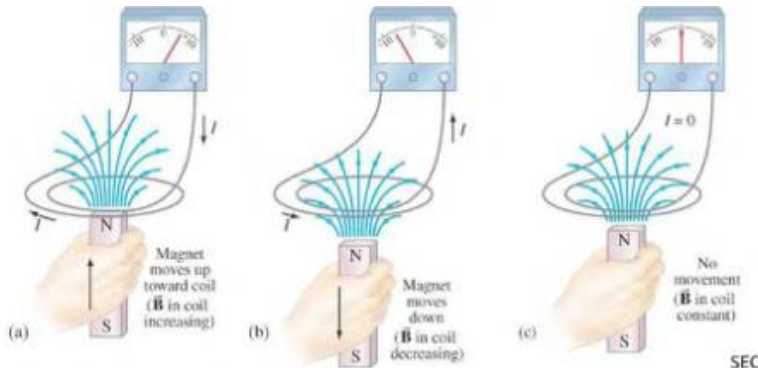


# Ηλεκτρομαγνητική Επαγωγή και Νόμος του Faraday

# Επαγόμενη ΗΕΔ

- Faraday:
  - σταθερό μαγνητικό πεδίο δεν παράγει ρεύμα
  - Μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο παράγει (επαγόμενο ρεύμα)
- Επαγόμενο ρεύμα: το ηλεκτρικό ρεύμα που δημιουργείται από μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο
- Ηλεκτρομαγνητική επαγωγή: Μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο επάγει ΗΕΔ
- ΗΕΔ εξ'επαγωγής: απαιτείται κίνηση ή μεταβολή (σχετική κίνηση)
- Γρήγορος ρυθμός μεταβολής  $\rightarrow$  ισχυρότερη επαγόμενη ΗΕΔ



# Επαγωγή

- Μαγνητική ροή – 1 Weber(Wb)=1 Tm<sup>2</sup>

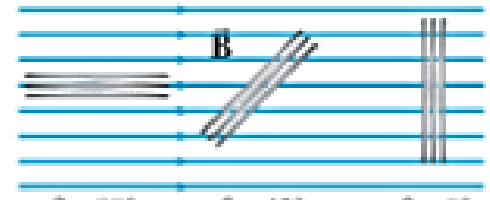
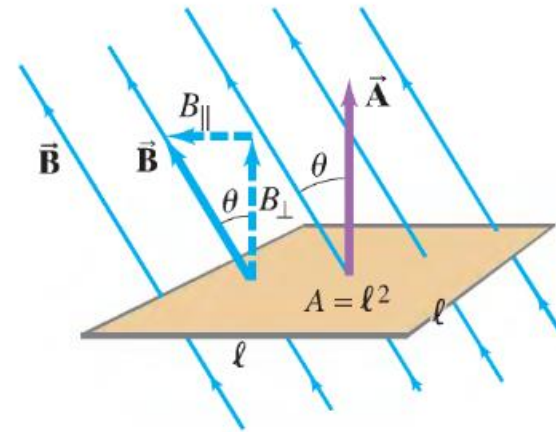
$$\Phi_B = B_{\perp} A = BA \cos \theta = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

- ΗΕΔ  $\propto \frac{d\Phi_B}{dt}$
- Ο αριθμός των γραμμών του E και του B είναι ανάλογες της έντασης των πεδίων.
- $\Phi_B \propto$  του αριθμού των γραμμών που διέρχονται από την επιφάνεια που περιβάλλεται από το βρόχο

$$\theta = 90^\circ \quad \theta = 45^\circ \quad \theta = 0$$

$$\Phi_B = 0 \quad \Phi_B = BA \cos 45 \quad \Phi_B = BA$$



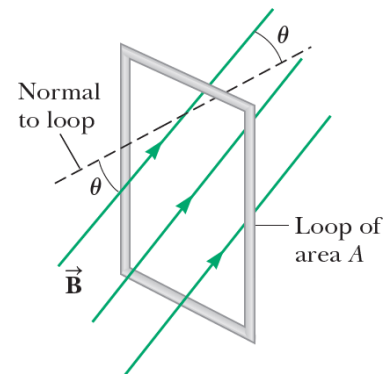
# Νόμος Επαγωγής Faraday

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\mathcal{E} = -N\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Για N βρόχους πυκνά  
τυλιγμένους

$$\mathcal{E} = -\frac{d}{dt}(BA\cos\theta)$$

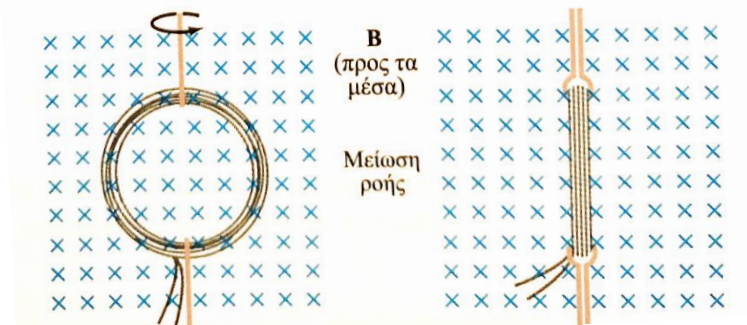
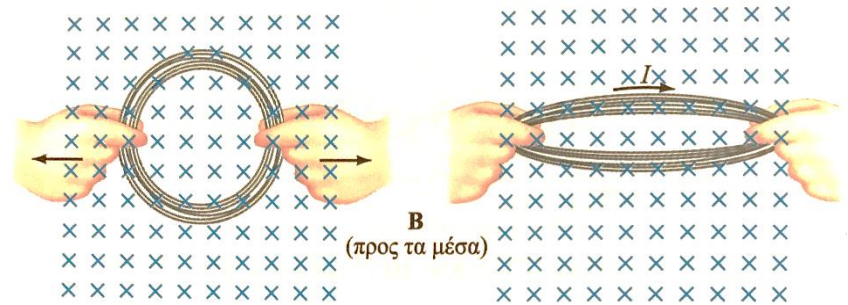


Επαγόμενη ΗΕΔ σε κύκλωμα μπορεί να προκληθεί:

- Μεταβολή του μέτρου του  $\mathbf{B}$  με το χρόνο
- Μεταβολή της επιφάνειας που περικλείει ο βρόχος με το χρόνο
- Μεταβολή της γωνίας  $\theta$  μεταξύ του  $\mathbf{B}$  και της κάθετου στο επίπεδο του βρόχου με το χρόνο
- Οποιονδήποτε συνδυασμό των παραπάνω

# Τρόποι δημιουργίας ΗΕΔ

- Μεταβολή μαγνητικού πεδίου
- Μεταβολή του εμβαδού του βρόχου στο πεδίο
- Μεταβολή της γωνίας του βρόχου με το πεδίο

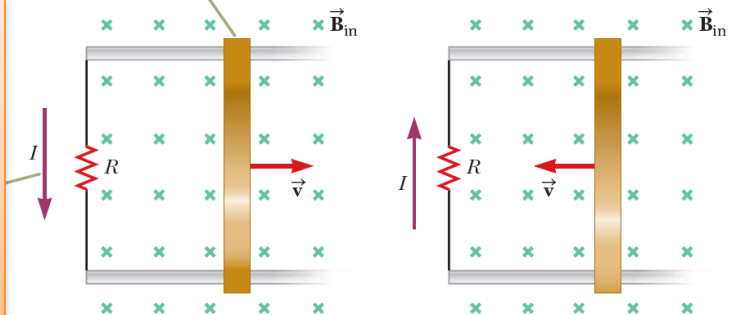


# Νόμος του Lenz

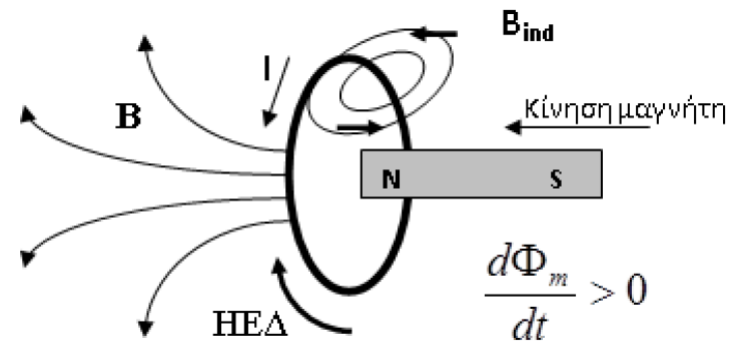
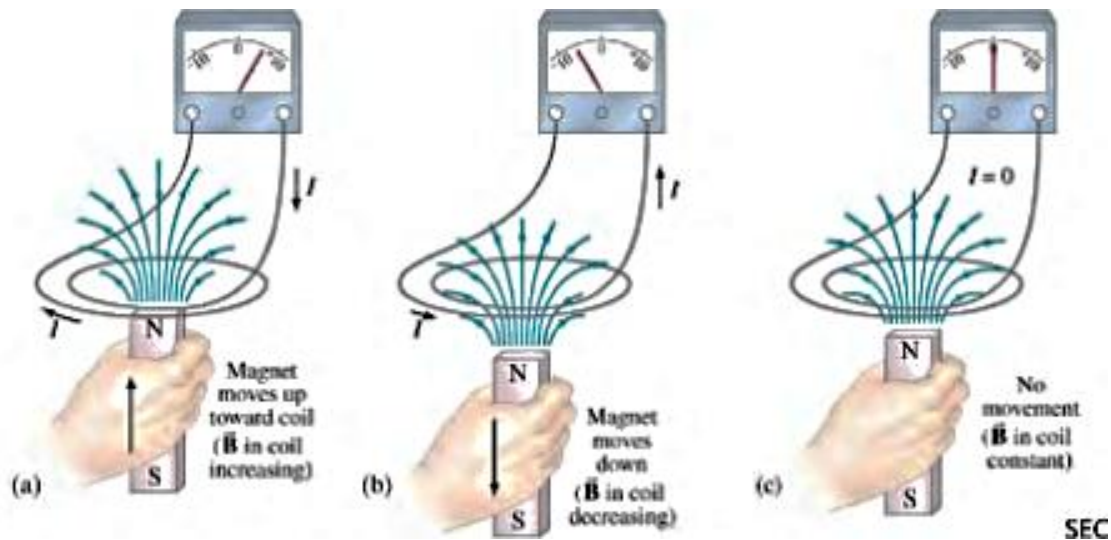
- Η επαγόμενη ΗΕΔ και η μεταβολή στη ροή έχουν αντίθετα πρόσημα
- **Νόμος του Lenz:** Η κατεύθυνση της επαγόμενης ΗΕΔ είναι πάντοτε τέτοια, ώστε να αντιτίθεται στην αρχική μεταβολή της ροής που την προκάλεσε.
- **Νόμος του Lenz:** Η κατεύθυνση του ρεύματος που προκαλείται από μια ΗΕΔ είναι τέτοια, ώστε το μαγνητικό πεδίο που δημιουργείται από αυτό να αντιτίθεται στην αρχική μεταβολή ροής

Καθώς ο αγωγός κυλάει προς τα δεξιά, η μαγνητική ροή (εξαιτίας του μαγνητικού πεδίου με φορά προς τα μέσα) αυξάνει με το χρόνο

Νόμος Lenz: το επαγόμενο ρεύμα θα πρέπει να έχει φορά αριστερόστροφη ώστε να παραχθεί μαγνητικό πεδίο που αντιτίθεται στη μεταβολή με φορά προς τα έξω



# Νομος του lenz σε σύστημα μαγνήτη - πηνίου



## Άσκηση: Βρόχος σε μαγνητικό πεδίο

Ένας τετραγωνικός βρόχος με πλευρά  $\ell = 5,0\text{cm}$  εισάγεται σε ομοιόμορφο μαγνητικό πεδίο  $B = 0,16\text{T}$ .

Ποιά θα είναι η μαγνητική ροή στο βρόχο

- α) όταν το  $\vec{B}$  είναι κάθετο στο επίπεδο του βρόχου &
- β) όταν το  $\vec{B}$  σχηματίζει γωνία  $30^\circ$  με την επιφάνεια  $\vec{A}$  του βρόχου;

γ) Ποια είναι η μέση τιμή του ρεύματος στο βρόχο, εάν ο τελευταίος έχει αντίσταση  $0,012\Omega$  και περιστρέφεται από τη θέση (α) στη θέση (β) σε χρονικό διάστημα  $0,14\text{ s}$ .



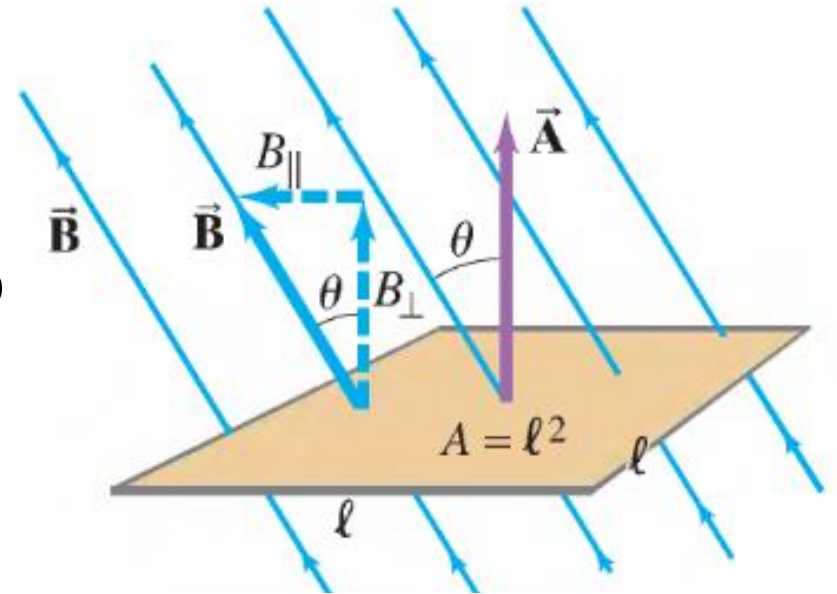
# Άσκηση: Βρόχος σε μαγνητικό πεδίο

**ΛΥΣΗ:** Η επιφάνεια του πηνίου έχει εμβαδό ίσο με

$$A = \ell^2 = (5.0 \times 10^{-2} \text{ m})^2 = 2.5 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

και κατεύθυνση κάθετη στο επίπεδο του βρόχου,

α) Το  $\vec{B}$  είναι κάθετο στο επίπεδο του πηνίου και έτσι παράλληλο στο  $\vec{A}$ ,



$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

$$= BA \cos 0^\circ = (0.16 \text{ T})(2.5 \times 10^{-3} \text{ m}^2)(1) = 4.0 \times 10^{-4} \text{ Wb}$$

Άσκηση: Βρόχος σε μαγνητικό πεδίο

β) Η γωνία μεταξύ των  $\vec{B}$  και  $\vec{A}$  είναι  $30^\circ$ , οπότε

$$\begin{aligned}\Phi_B &= \vec{B} \cdot \vec{A} \\ &= BA \cos \theta = (0.16 \text{ T})(2.5 \times 10^{-3} \text{ m}^2) \cos 30^\circ = 3.5 \times 10^{-4} \text{ Wb}\end{aligned}$$

γ) το μέτρο της επαγόμενης ΗΕΔ θα είναι

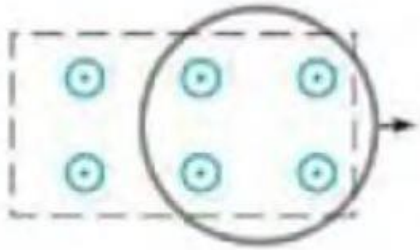
$$\mathcal{E} = \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} = \frac{(4.0 \times 10^{-4} \text{ Wb}) - (3.5 \times 10^{-4} \text{ Wb})}{0.14 \text{ s}} = 3.6 \times 10^{-4} \text{ V}$$

Το ρεύμα θα ισούται τότε με

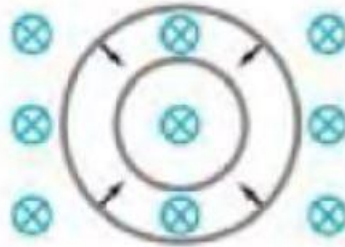
$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{3.6 \times 10^{-4} \text{ V}}{0.012 \Omega} = 0.030 \text{ A} = 30 \text{ mA.}$$

# Εξάσκηση στο νόμο του Lenz

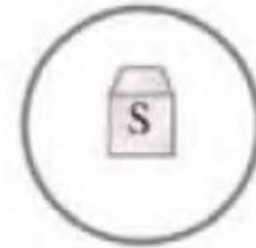
- Κατά ποιά κατεύθυνση επάγεται το ρεύμα στον κυκλικό βρόχο των σχημάτων σε κάθε περίπτωση;



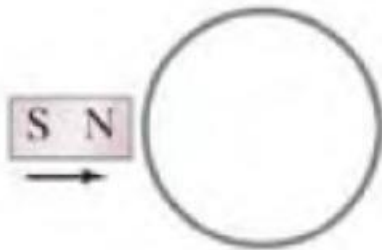
A) Έλξη ενός κυκλικού βρόχου προς τα δεξιά εκτός μαγνητικού πεδίου, που έχει φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη



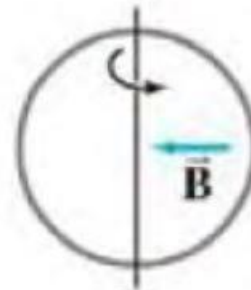
B) Συρρίκνωση βρόχου εντός μαγνητικού πεδίου, με φορά προς τη σελίδα



Γ) Ο S μαγνητικός πόλος κινείται προς το εσωτερικό του βρόχου ανάστροφα στη σελίδα



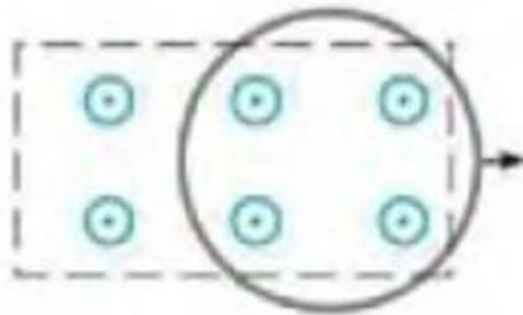
Δ) Ο N μαγνητικός πόλος κινείται προς το βρόχο, στο επίπεδο της σελίδας



Ε) Περιστροφή του βρόχου έλκοντας το αριστερό τμήμα προς το μέρος μας και ωθώντας το δεξί προς τη σελίδα. Το μαγνητικό πεδίο έχει φορά προς τα αριστερά

# Εξάσκηση στο νόμο του Lenz

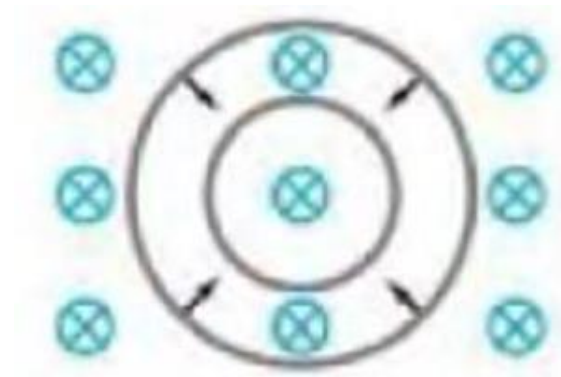
Το μαγνητικό πεδίο έχει φορά από τη σελίδα προς τα έξω και διέρχεται μέσα από το βρόχο. Εάν απομακρύνουμε το βρόχο έξω από το πεδίο, η μαγνητική ροή διαμέσου του βρόχου μειώνεται, οπότε η κατεύθυνση του επαγόμενου ρεύματος θα είναι τέτοια ώστε να τείνει να διατηρήσει σταθερή τη ροή από το βρόχο που μειώνεται: η φορά του ρεύματος, επομένως, θα είναι αντίθετη των δεικτών του ρολογιού, ώστε να παράγει ένα μαγνητικό πεδίο προς τα έξω



Α) Έλξη ενός κυκλικού βρόχου προς τα δεξιά εκτός μαγνητικού πεδίου, που έχει φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη

# Εξάσκηση στο νόμο του Lenz

Το εξωτερικό πεδίο κατευθύνεται προς την σελίδα. Η επιφάνεια του πηνίου ελαττώνεται, οπότε η ροή θα μειώνεται. Έτσι το επαγόμενο ρεύμα θα έχει τη φορά των δεικτών του ρολογιού, παράγοντας ένα πεδίο με φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα, τείνοντας να αντισταθμίσει την ελαττούμενη ροή.



B) Συρρίκνωση βρόχου  
εντός μαγνητικού πεδίου,  
με φορά προς τη σελίδα

# Εξάσκηση στο νόμο του Lenz

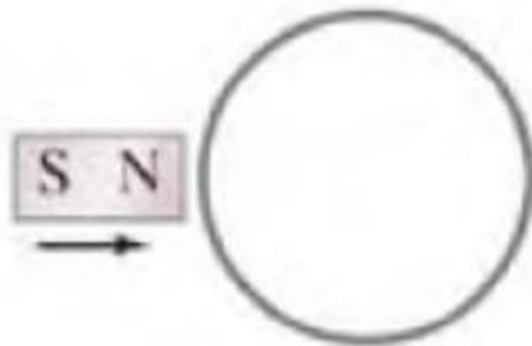
Οι μαγνητικές πεδιακές γραμμές κατευθύνονται προς τον πόλο S του μαγνήτη, οπότε καθώς ο μαγνήτης κινείται προς τα έξω και προς τον βρόχο, το μαγνητικό πεδίο θα έχει φορά προς τη σελίδα και η ένταση του θα αυξάνεται. Το επαγόμενο ρεύμα στο βρόχο θα έχει φορά αντίθετη των δεικτών του ρολογιού, έτσι ώστε το πεδίο  $\mathbf{B}$  που παράγει να κατευθύνεται εκτός της σελίδας.



Γ) Ο S μαγνητικός  
πόλος κινείται προς το  
εσωτερικό του βρόχου  
κάθετα στη σελίδα

## Εξάσκηση στο νόμο του Lenz

Το πεδίο είναι παράλληλο στο επίπεδο του βρόχου, οπότε από το βρόχο δεν διέρχεται καμία μαγνητική γραμμή και η ροή από το βρόχο είναι μηδενική συνεχώς. Επομένως, η ροή του εξωτερικού μαγνητικού πεδίου δεν μεταβάλλεται με το χρόνο και για αυτό δεν επάγεται ΗΕΔ ή ρεύμα στο βρόχο.

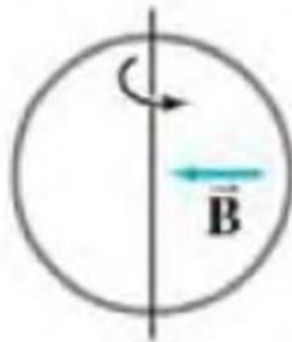


Δ) Ο Ν μαγνητικός πόλος  
κινείται προς το βρόχο,  
στο επίπεδο της σελίδας



# Εξάσκηση στο νόμο του Lenz

Αρχικά δεν διέρχεται καθόλου ροή από το βρόχο. Όταν ο βρόχος αρχίσει να περιστρέφεται, το εξωτερικό πεδίο που διέρχεται από το βρόχο αυξάνεται από τα αριστερά. Για να αντιτεθεί σε αυτή τη μεταβολή της ροής, το πεδίο θα επάγει ένα ρεύμα στο βρόχο με φορά αντίθετη των δεικτών του ρολογιού με αποτέλεσμα τη δημιουργία ενός πεδίου προς τα δεξιά.



Ε) Περιστροφή του βρόχου  
έλκοντας το αριστερό τμήμα  
προς το μέρος μας και ωθώντας  
το δεξί προς τη σελίδα. Το  
μαγνητικό πεδίο έχει φορά  
προς τα αριστερά

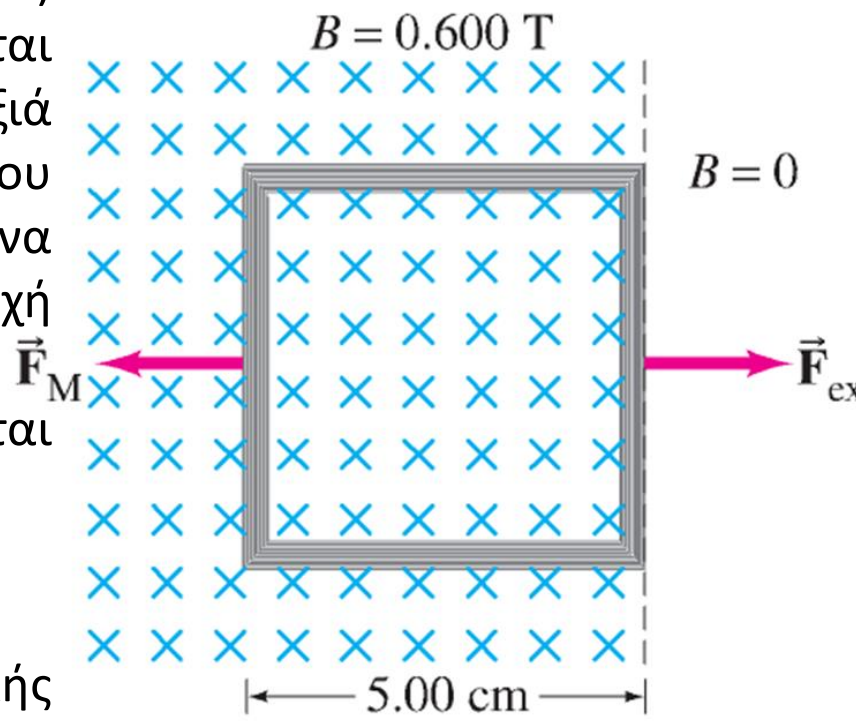


# Απομάκρυνση πηνίου από μαγνητικό πεδίο

Ένα πηνίο 100 σπειρών τετραγωνικής διατομής με μήκος πλευράς  $\ell = 5,0\text{cm}$  και συνολική αντίσταση  $100\ \Omega$ , είναι τοποθετημένο κάθετα σε ένα μαγνητικό πεδίο έντασης  $0,600\ \text{T}$ .

Το πηνίο απομακρύνεται από το πεδίο με σταθερή ταχύτητα (κινούμενο κάθετα στο  $\vec{B}$ ) προς μια περιοχή, όπου το  $B$  ελαττώνεται απότομα στο μηδέν. Τη στιγμή  $t=0$ , η δεξιά πλευρά του πηνίου βρίσκεται οριακά εντός του πεδίου. Εάν απαιτούνται  $0,100\ \text{s}$  για να απομακρυνθεί πλήρως το πηνίο στην περιοχή μηδενικού πεδίου να βρεθούν:

- A) ο ρυθμός μεταβολής της ροής που διέρχεται από το πηνίο &
- B) η ΗΕΔ και το ρεύμα που επάγονται.
- Γ) Πόση ενέργεια καταναλώνεται στο πηνίο;
- Δ) Ποια είναι η μέση τιμή της εξωτερικής δύναμης  $F_{\text{ext}}$  που απαιτείται για την απομάκρυνσή του;



Απομάκρυνση πηνίου από μαγνητικό πεδίο

**ΛΥΣΗ:**

A) Το εμβαδό διατομής ισούται με:

$$A = \ell^2 = (5.00 \times 10^{-2} \text{ m})^2 = 2.50 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

Η ροή που διέρχεται από το βρόχο :

$$\Phi_B = BA = (0,600 \text{ T})(2,50 \times 10^{-3} \text{ m}^2) = 1,50 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

Μετά από διάστημα 0,100 s, η ροή γίνεται μηδέν. Ο ρυθμός μεταβολής της ροής είναι σταθερός

$$\frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} = \frac{0 - (1.50 \times 10^{-3} \text{ Wb})}{0.100 \text{ s}} = -1.50 \times 10^{-2} \text{ Wb/s.}$$

Απομάκρυνση πηνίου από μαγνητικό πεδίο

Β) Η επαγόμενη ΗΕΔ στο πηνίο των **100** σπειρών (σε 0,100 s) είναι:

$$\mathcal{E} = -N \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} = -(100)(-1.50 \times 10^{-2} \text{ Wb/s}) = 1.50 \text{ V}$$

Νόμος του Ohm στο πηνίο με αντίσταση 100 Ω:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{1.50 \text{ V}}{100 \Omega} = 1.50 \times 10^{-2} \text{ A} = 15.0 \text{ mA}$$

## Απομάκρυνση πηνίου από μαγνητικό πεδίο

Γ) Η ολική ενέργεια :

$$E = Pt = I^2 R t \Rightarrow$$

$$E = (1,50 \times 10^{-2} \text{ A})^2 (100 \Omega) (0,100 \text{ s}) = 2,25 \times 10^{-3} \text{ J}$$

Δ) Επειδή  $W = \bar{F}d$  όπου  $d=5,00\text{cm}$

$$\bar{F} = \frac{W}{d} = \frac{2.25 \times 10^{-3} \text{ J}}{5.00 \times 10^{-2} \text{ m}} = 0.0450 \text{ N}$$

# Απομάκρυνση πηνίου από μαγνητικό πεδίο

## Δ) Εναλλακτική Λύση:

$$\vec{\mathbf{F}} = I\vec{\ell} \times \vec{\mathbf{B}}$$

όπου για σταθερό B

$$F = I\ell B$$

Τι συμβαίνει στις δυνάμεις που ασκεί το μαγνητικό πεδίο στο πάνω και κάτω τμήμα του πηνίου?

Η μαγνητική δύναμη  $\vec{\mathbf{F}}_M$  που δρά στο αριστερό κατακόρυφο τμήμα του πηνίου έχει φορά προς τα αριστερά, σύμφωνα με το σχήμα, αφού το ρεύμα κατευθύνεται προς τα πάνω (ωρολογιακή φορά).

Το δεξί τμήμα του βρόχου βρίσκεται συνεχώς στην περιοχή όπου  $\vec{\mathbf{B}} = 0$ .

Η εξωτερική δύναμη (που πρέπει να δρά στο δεξί τμήμα) σε  $N=100$  σπείρες ισούται με:

$$F_{\text{ext}} = NI\ell B = (100)(0.0150 \text{ A})(0.0500 \text{ m})(0.600 \text{ T}) = 0.0450 \text{ N}$$

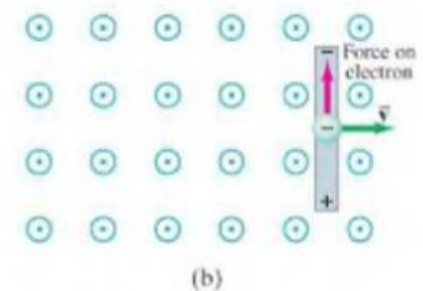
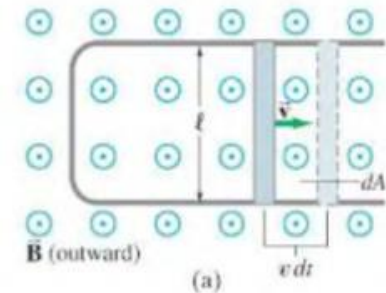
Η οποία είναι η ίδια απάντηση, επιβεβαιώνοντας τη χρήση της διατήρησης ενέργειας, παραπάνω.

# Επαγόμενη ΗΕΔ σε κινούμενο αγωγό

- Εναλλακτικός τρόπος παραγωγής ΗΕΔ

$$\mathcal{E} = \frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{BdA}{dt} = \frac{B\ell v dt}{dt} = B\ell v$$

- Ισχύει για  $B, \ell, v$  αμοιβαία ορθογώνια
- ΗΕΔ κίνησης: επαγόμενη σε κινούμενο αγωγό εντός μαγνητικού πεδίου



# Επαγόμενη ΗΕΔ σε κινούμενο αγωγό

- Χωρίς τη χρήση του Faraday
- Φορτισμένο σωματίδιο κινείται κάθετα σε  $\vec{B}$  με ταχύτητα  $v$

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

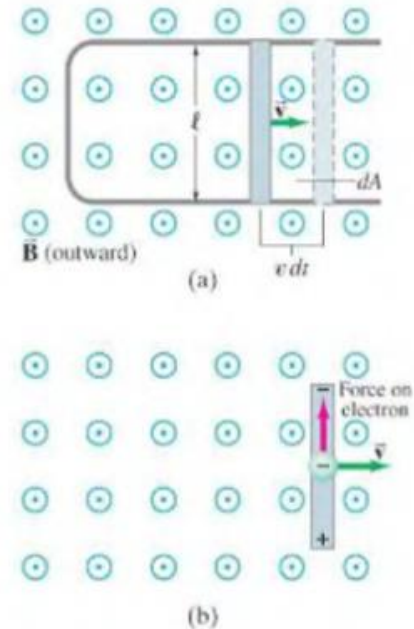
- Αφού  $\vec{v} \perp \vec{B}$ , κάθε ηλεκτρόνιο υφίσταται

$$F = qvB$$

- Είτε ακουμπάει στον αγωγό είτε όχι υπάρχει ΗΕΔ

$$W = \text{δύναμη} \times \text{απόσταση} = (qvB)(\ell)$$

$$\mathcal{E} = \frac{W}{q} = \frac{qvB\ell}{q} = vB\ell$$

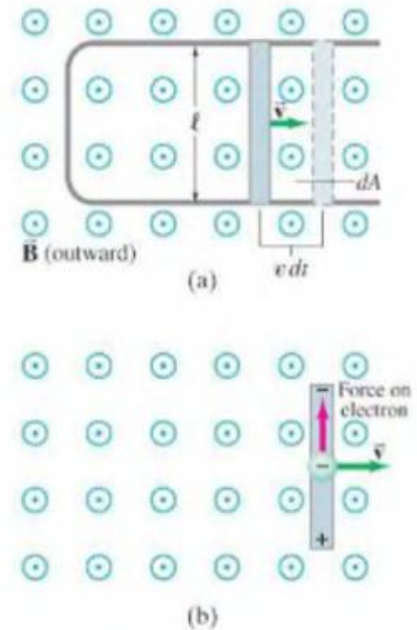


# Παράδειγμα

Για να κινηθεί η ράβδος προς τα δεξιά με σταθερή ταχύτητα  $v$ , απαιτείται η εφαρμογή εξωτερικής δύναμης στη ράβδο με φορά προς τα δεξιά.

α) περιγράψτε και προσδιορίστε το μέτρο της απαιτούμενης δύναμης.

β) πόση είναι η εξωτερική ισχύς που προσδίδεται από την εξωτερική δύναμη για την μετακίνηση της ράβδου?





# Παράδειγμα

Λύση

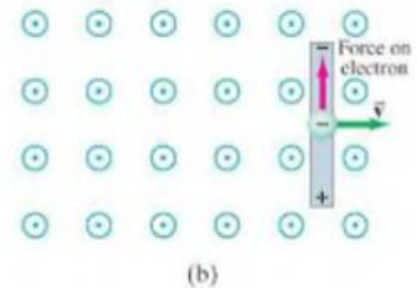
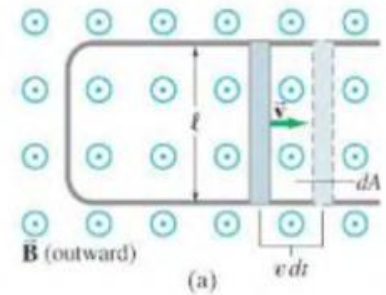
α)  $F = I\ell B$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{B\ell v}{R}$$

Για να κινηθεί η ράβδος

$$F = \frac{B\ell v}{R} \ell B = \frac{B^2 \ell^2 v}{R}$$

Εάν τα  $B$ ,  $\ell$  και  $R$  είναι σταθερά τότε μια σταθερή εξωτερική δύναμη προκαλεί σταθερή  $v$

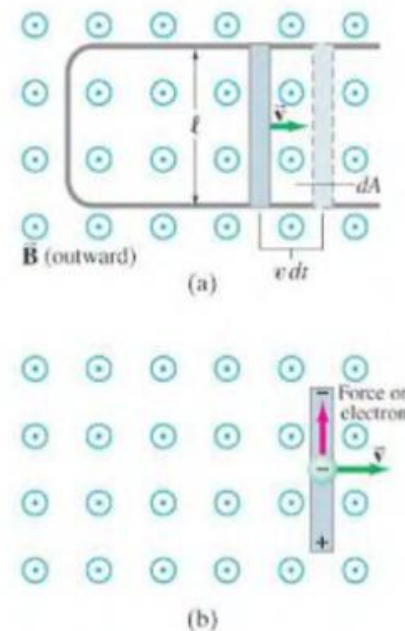


# Παράδειγμα

Λύση

β) απαιτούμενη εξωτερική ισχύς για τη μετακίνηση της ράβδου

$$P_{ext} = Fv = \frac{B^2 \ell^2 v^2}{R}$$



# Ηλεκτρικό πεδίο από μεταβαλλόμενη μαγνητική ροή

- Αγωγός που διαρρέεται από ρεύμα -> ηλεκτρικό πεδίο
- Μεταβαλλόμενη μαγνητική ροή -> ρεύμα στον αγωγό-> ηλεκτρικό πεδίο
- Σχέση E και V (ανάμεσα σε δυο σημεία)

$$V_{ab} = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$

- ΗΕΔ που επάγεται σε κύκλωμα

$$\mathcal{E} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$

- Γενική μορφή του νόμου του Faraday

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

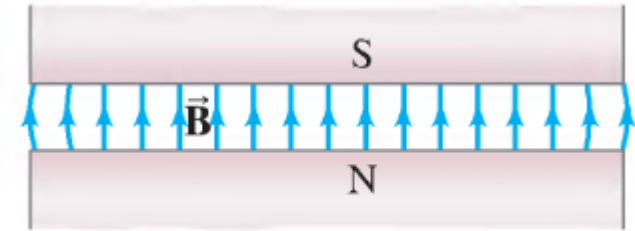
# Παράδειγμα

Το μαγνητικό πεδίο  $\vec{B}$  μεταξύ των πόλων, κυκλικής επιφάνειας ακτίνας  $r_0$ , ενός ηλεκτρομαγνήτη, είναι σχεδόν ομοιόμορφο σε οποιοδήποτε σημείο (Σχ. a - πλάγια όψη και b - κάτοψη).

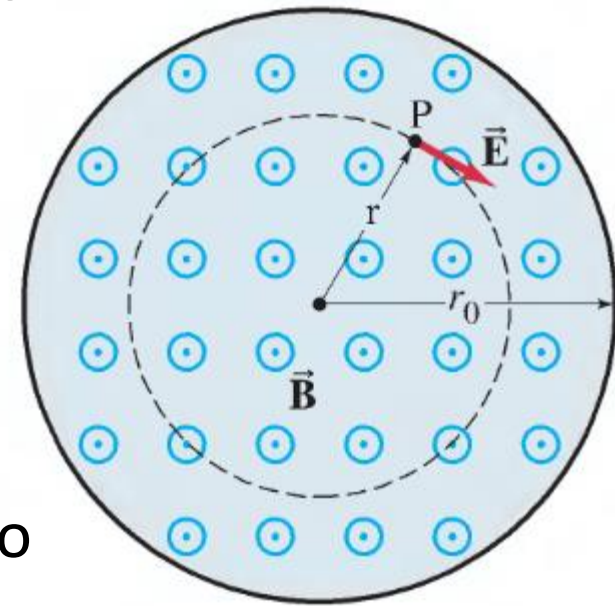
Το ρεύμα στις περιελίξεις του ηλεκτρομαγνήτη αυξάνεται με το χρόνο ούτως ώστε το  $\vec{B}$  μεταβάλλεται στο χρόνο με σταθερό ρυθμό  $d\vec{B}/dt$  σε κάθε σημείο.

Πέρα από την κυκλική περιοχή ( $r > r_0$ ), υποθέτουμε ότι  $\vec{B} = 0$  για κάθε χρονική στιγμή.

Προσδιορίστε το ηλεκτρικό πεδίο  $\vec{E}$  που οφείλεται στο μεταβαλλόμενο  $\vec{B}$  σε οποιοδήποτε σημείο P σε απόσταση  $r$  από το κέντρο της κυκλικής περιοχής.



(a)



(b)

# Παράδειγμα

## ΛΥΣΗ:

Για τον υπολογισμό του μέτρου αγνοούμε το αρνητικό πρόσημο

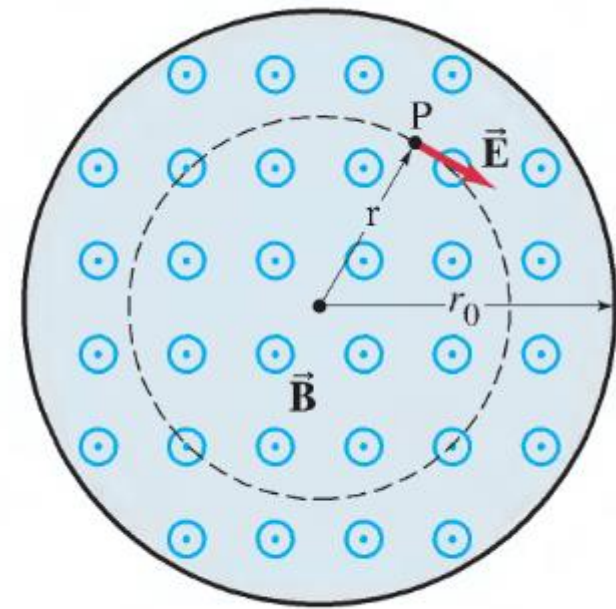
$$E(2\pi r) = (\pi r^2) \frac{dB}{dt}$$

αφού  $\Phi_B = BA = B(\pi r^2)$  σε κάθε σημείο.

Λύνουμε ως προς E και λαμβάνουμε:

$$E = \frac{r}{2} \frac{dB}{dt}$$

Η παραπάνω σχέση ισχύει μέχρι και τα άκρα του κύκλου ( $r \leq r_0$ ) πέρα από τα οποία  $\vec{B} = 0$ .



(b)

## Παράδειγμα

Θεωρούμε τυχαίο σημείο σε ακτίνα  $r > r_0$

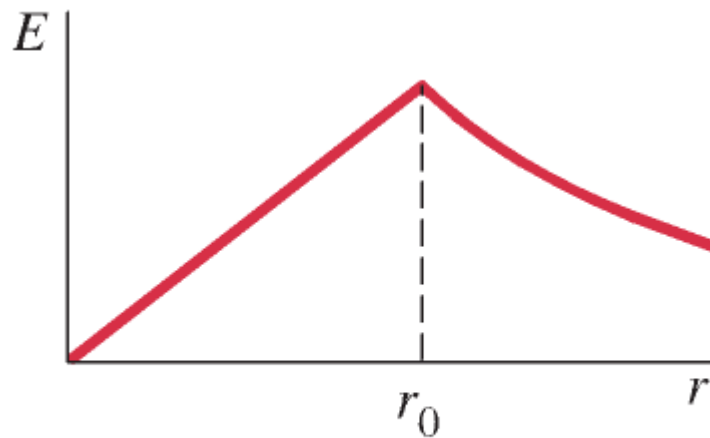
Η ροή διαμέσου του κύκλου ακτίνας  $r$  είναι  $\Phi_B = \pi r_0^2 B$ .

$$E(2\pi r) = \pi r_0^2 \frac{dB}{dt}$$

ή

$$E = \frac{r_0^2}{2r} \frac{dB}{dt}$$

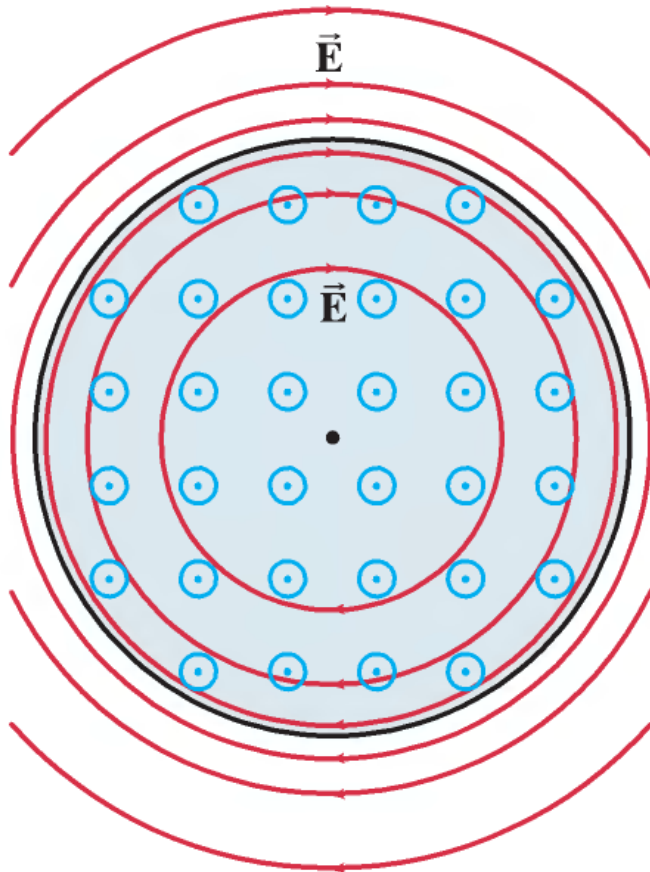
Σχέση του  $E$  με το  $r$



(d)

# Παράδειγμα

Οι δυναμικές γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου είναι κύκλοι (γραμμές του  $\vec{E}$  που παράγονται από την αύξηση του  $B$  – με φορά προς τα έξω)



(c)

\*Υπενθύμιση: η γενική μορφή του νόμου του Faraday είναι

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

- Διαφορά μεταξύ ηλεκτροστατικού πεδίου από μεταβαλλόμενα μαγνητικά πεδία και από ακίνητα ηλεκτρικά φορτία

- Ηλεκτροστατική

$$V_{ba} = V_b - V_a = -\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$

- Ολοκλήρωση κατά μήκους κλειστού βρόχου

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = 0$$

- Η ηλεκτροστατική δύναμη είναι συντηρητική
- Σε μη ηλεκτροστατική περίπτωση

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad \text{Μη συντηρητική}$$