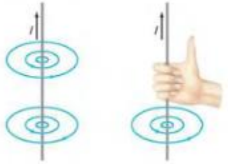
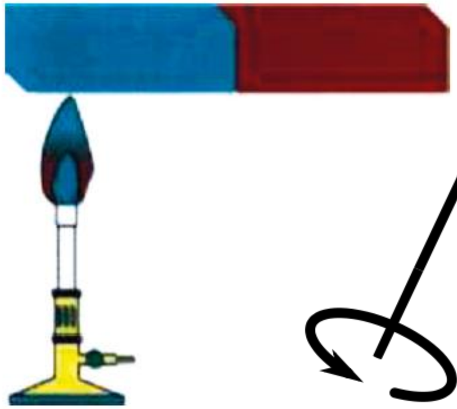
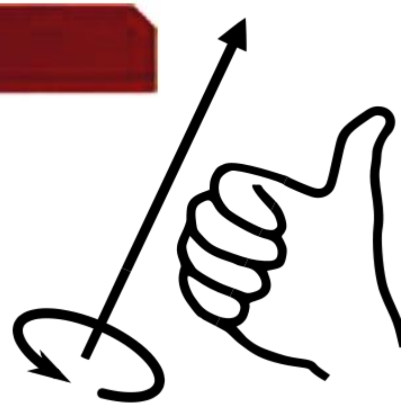
Μαγνητοστατική

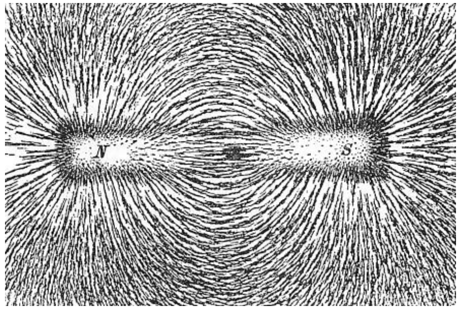
εισαγωγή

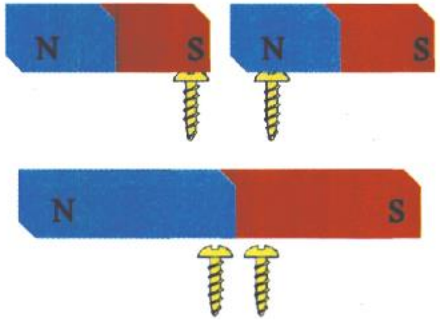


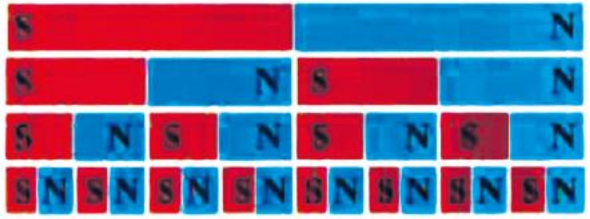




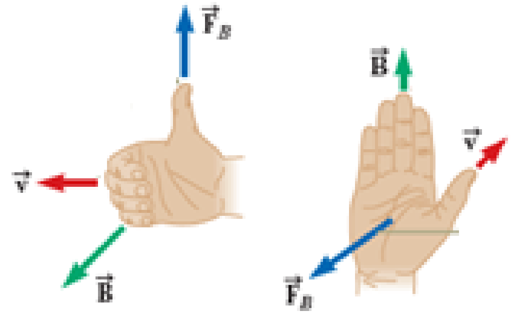
- Το ηλεκτρικό ρεύμα δημιουργεί μαγνητισμό
- Δυναμικές γραμμές μαγνητικού πεδίου
  - Είναι κλειστές γραμμές (χωρίς αρχή και τέλος)
  - Βγαίνουν από τον βόρειο (N) μαγνητικό πόλο και μπαίνουν στον νότιο (S)
  - Δεν τέμνονται ούτε εφάπτονται
  - Η πυκνότητά τους είναι ανάλογη της έντασης του πεδίου
- Μονάδα έντασης μαγνητικού πεδίο : Tesla (S.I.)
- 1 Tesla= 1 N/A*m ή 10^{-4} Gauss







Ορισμός του μαγνητικού πεδίου Β – Δύναμη



Η F_B

- είναι ανάλογη του q του φορτίου
- σε αρνητικό φορτίο έχει κατεύθυνση αντίθετη ενώ σε θετικό έχει την ίδια
- είναι ανάλογη του μέτρου του διανύσματος του μαγνητικού πεδίου **Β** s

Επίσης

- Η F_B είναι ανάλογη της ταχύτητας *v του φορτίου*
- αν το διάνυσμα της ταχύτητας σχηματίζει γωνία φ με το μαγνητικό πεδίο, το μέτρο της είναι ανάλογο του sinφ
- όταν ένα φορτίο κινείται παράλληλα με το διάνυσμα του Β, η F_B στο φορτίο είναι μηδέν
- όταν ένα φορτίο κινείται σε διεύθυνση μη παράλληλη με το διάνυσμα Β, η F_B είναι κάθετη στο v και στο B

$$\overrightarrow{F_B} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$F_B = |q|vBsin\varphi$$

$$1T = 1\frac{N}{C \cdot m/s}$$

Παράδειγμα

- *Μαγνητική δύναμη σε κινούμενο φορτίο*

Ομοιόμορφο μαγνητικό πεδίο 1.2 mT, έχει κατεύθυνση κάθετα και προς τα πάνω μέσα σε ένα δοκιμαστικό σωλήνα. Ένα πρωτόνιο με κινητική ενέργεια 5.3 MeV εισέρχεται στο σωλήνα κινούμενο από νότο προς βορρά. Να υπολογιστεί η δύναμη που ασκείται στο φορτίο την ώρα που αυτό εισέρχεται στο σωλήνα (μάζα πρωτονίου $1.67 * 10^{-27}$ kg (το μαγνητικό πεδίο της γης θεωρείται αμελητέο).

Μαγνητικό πεδίο B από ηλεκτρικό ρεύμα - Δύναμη

$$F = I\ell B \sin\theta$$

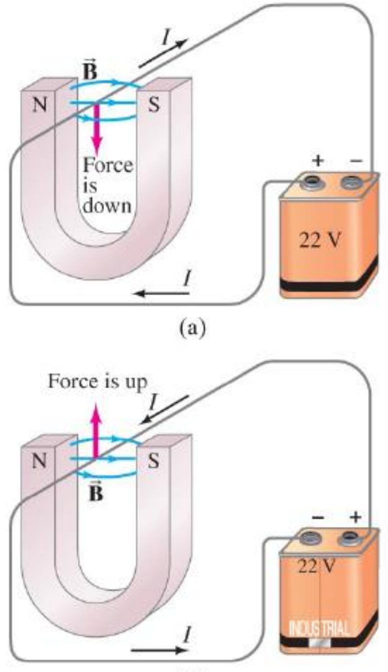
Όταν $\mathrm{I} \perp \mathrm{B}(\theta = 90^{o}) \Rightarrow F = \max$

$$F_{\max} = I\ell B$$

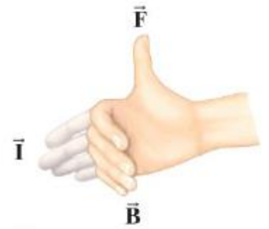
Όταν $I \parallel \mathrm{B}(\theta = 0) \Rightarrow F = 0$

Για ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό $\vec{F} = I\vec{\ell} \times \vec{B}$

Για μη ομοιόμορφο B ή γωνία θ του αγωγού δεν είναι η ίδια $d\vec{F} = Id\vec{\ell} \times \vec{B}$



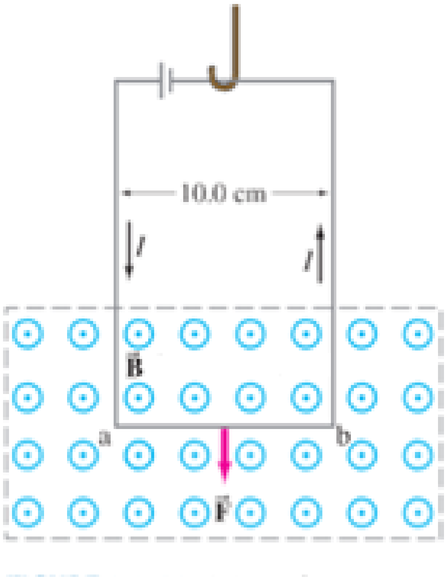
(a)
(b)

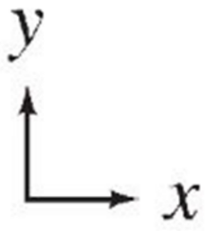


Παράδειγμα

- *Μέτρηση Μαγνητικού πεδίου*

Ένας τετραγωνικός αγωγός (βρόχος) βρίσκεται σε μαγνητικό πεδίο B κάθετο στον αγωγό με φορά από τη σελίδα και προς τα έξω. Το B είναι ομοιόμορφο κατά μήκος του οριζόντιου τμήματος του αγωγού ℓ =10 cm). Το πάνω μέρος του βρόχου βρίσκεται εκτός του πεδίου. Η κατακόρυφη προς τα κάτω μαγνητική δύναμη είναι $3.48*10^{-2}$N όταν τον αγωγό διατρέχει ρεύμα I = 0.245A. Ποιο είναι το μέτρο του μαγνητικού πεδίου *B*;



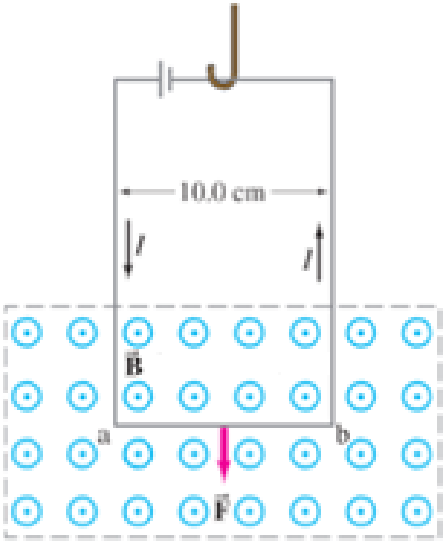


Παράδειγμα

ΛΥΣΗ: Η μαγνητική δύναμη στο αριστερό κατακόρυφο τμήμα έχει φορά προς τα ________, ενώ η δύναμη στο δεξί κατακόρυφο τμήμα έχει φορά προς τα ________.

Η συνισταμένη μαγνητική δύναμη του βρόχου θα είναι ίση με αυτήν στο οριζόντιο τμήμα.

θ= 90

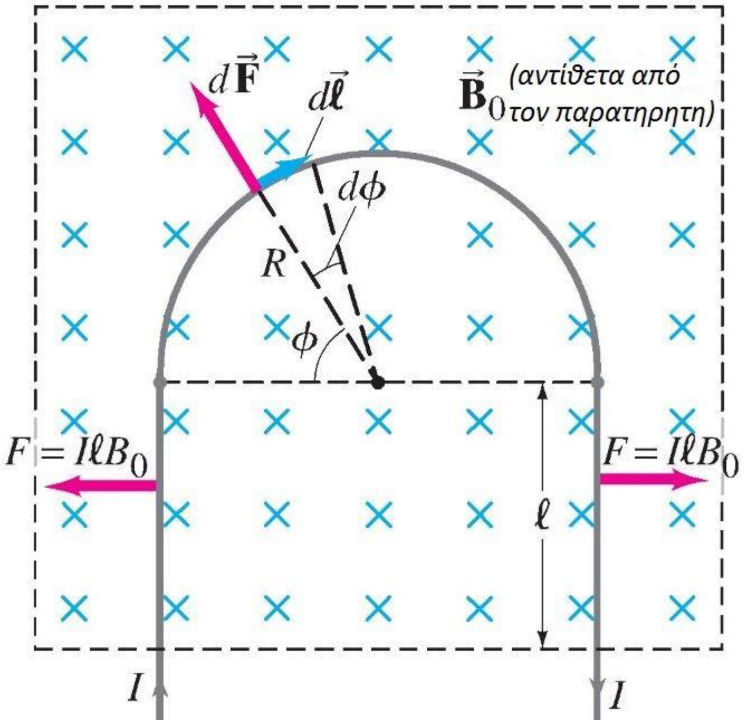


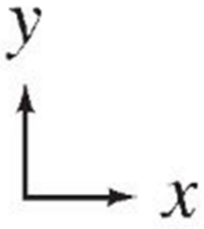
$$\mathrm{B} = \frac{\mathrm{F}}{Il} = \frac{3.48 \times 10^{-2} N}{(0.245A)(0.100m)} = 1.42T$$

Παράδειγμα

- *Μαγνητική δύναμη σε ημικυκλικό σύρμα*.

Ένα άκαμπτο σύρμα, το οποίο διατρέχει ρεύμα I, αποτελείται από ένα ημικύκλιο ακτίνας R και από δύο ευθύγραμμα τμηματα όπως φαίνεται στην εικόνα. Το σύρμα, βρίσκεται σε επίπεδο κάθετο σε ένα ομοιόμορφο μαγνητικό πεδίο $\vec{\mathbf{B}}_0$. Παρατηρείστε την επιλογή του x και y άξονα. Τα ευθύγραμμα τμήματα έχουν μήκος ℓ το καθένα εντός του πεδίου. Προσδιορίστε τη συνίσταμένη δύναμη στο σύρμα λόγω του μαγνητικού πεδίου $\vec{\mathbf{B}}_0$.



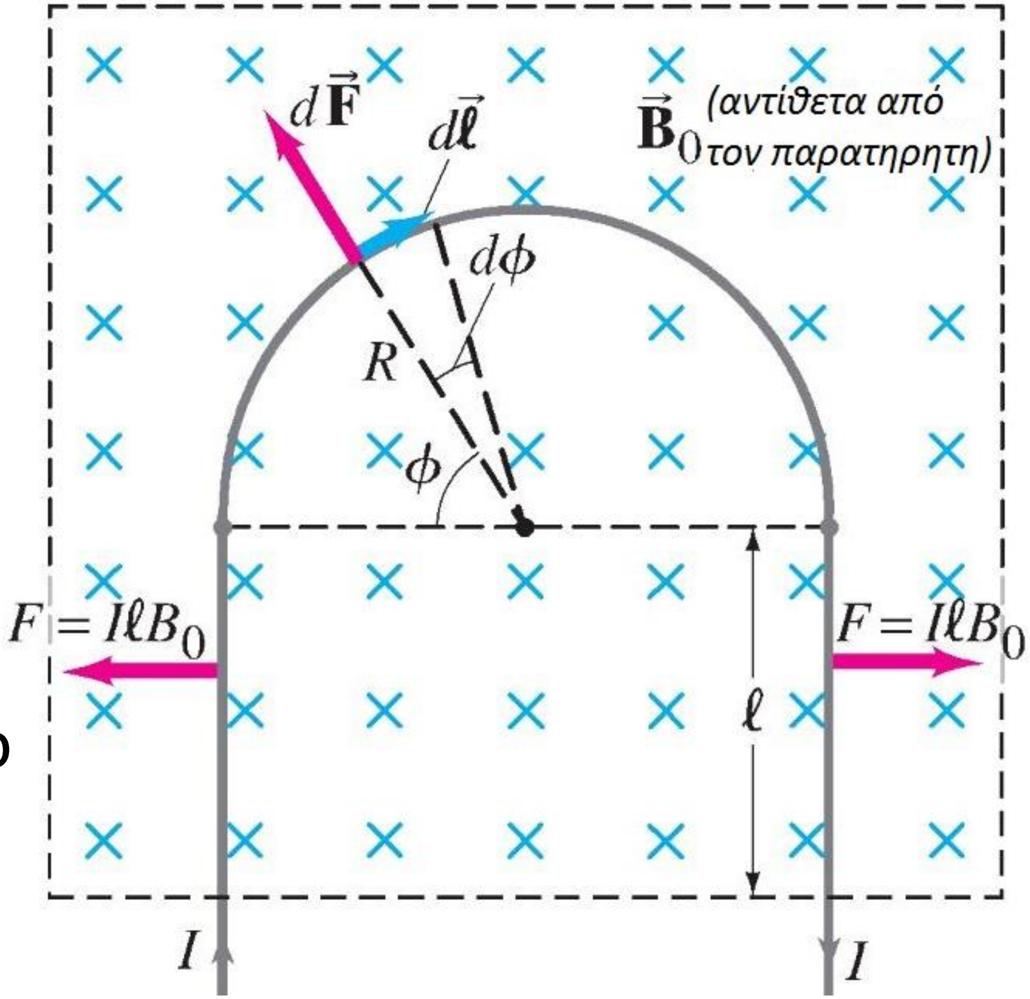


Παράδειγμα

ΛΥΣΗ: Διαιρούμε το ημικύκλιο σε μικρά τμήματα στοιχειώδους μήκους $d\ell = R\,d\phi$

$$d\vec{\mathbf{F}} = I\,d\vec{\boldsymbol{\ell}} \times \vec{\mathbf{B}}$$

$$dF = IB_0 R\,d\phi$$



όπου dF είναι η δύναμη στο

στοιχειώδες μήκος $d\ell = R\,d\phi$,
και η γωνία μεταξύ των $d\vec{\boldsymbol{\ell}}$ και $\vec{\mathbf{B}}_0$

είναι 90° (οπότε sinθ=1 στο εξωτερικό γινόμενο).

Παράδειγμα

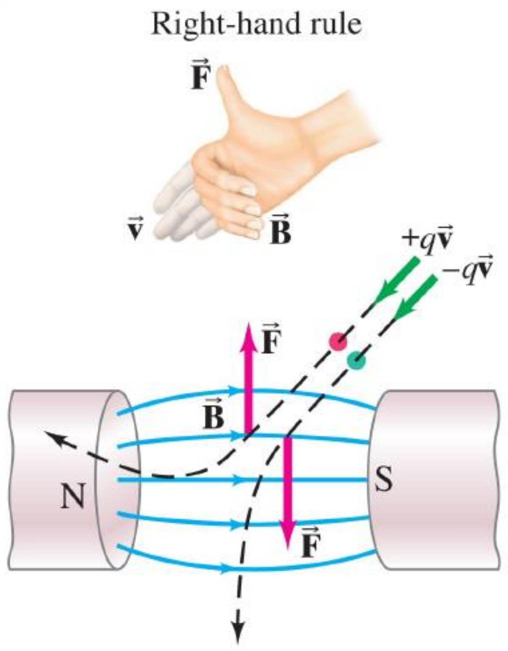
Η *x* συνιστώσα της δύναμης $d\vec{\mathbf{F}}$ πάνω στο τμήμα $d\vec{\boldsymbol{\ell}}$ και η συνιστώσα *x* της $d\vec{\mathbf{F}}$ για ένα συμμετρικό τμήμα $d\vec{\boldsymbol{\ell}}$ που βρίσκεται στην απέναντι πλευρά του ημικυκλίου, θα αλληλοαναιρεθούν. Συνεπώς δεν θα υπάρχει η x συνιστώσα της δύναμης σε ολόκληρο το ημικύκλιο.

Άρα, οφείλουμε να απασχοληθούμε μόνο με τις y συνιστώσες. Κάθε μία είναι ίση με $dF \sin\phi$ οπότε η συνολική δύναμη θα έχει μέτρο

$$F = \int_0^{\pi} dF \sin\phi = IB_0 R \int_0^{\pi} \sin\phi \, d\phi = -IB_0 R \cos\phi \Big|_0^{\pi} = 2IB_0 R$$

Με κατεύθυνση κάθετα προς τα πάνω, κατά μήκος του άξονα των y.

Δύναμη Μαγνητικού πεδίου σε κινούμενο Ηλεκτρικό Φορτίο



Εάν N σωματίδια φορτίου q διέρχονται από ένα σημείο σε χρόνο t

$$I = Nq / t$$

t ο χρόνος για το φορτίο q να διανύσει απόσταση ℓ μέσα σε μαγνητικό πεδίο B.

Τότε

$$\ell = \vec{v}t$$

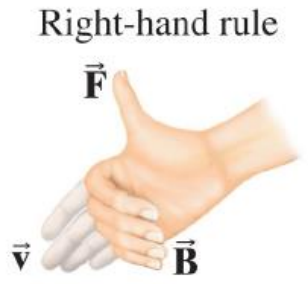
$\vec{v}$: ταχύτητα σωματιδίου

$$\vec{F} = I\ell \times \vec{B} = \left(Nq / t\right)\left(\vec{v}t\right) \times \vec{B} = Nq\vec{v} \times \vec{B}$$

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

για N=1

- Το μέτρο



$$F = qvB\sin\theta$$

$$\vec{v} \perp \vec{\mathrm{B}}$$

$$F_{\max} = qvB$$

***ΕΡΩΤΗΣΗ**: Αρνητικό φορτίο κοντά σε μαγνήτη.*
Ένα αρνητικό φορτίο $-Q$ βρισκόμενο σε ηρεμία, είναι τοποθετημένο κοντά σε ένα μαγνήτη. Θα αρχίσει το φορτίο να κινείται; Θα “αισθανθεί” κάποια δύναμη; Τι θα συνέβαινε εάν το φορτίο ήταν θετικό, $+Q$;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Όχι σε όλες τις ερωτήσεις!
Ένα φορτίο σε ηρεμία έχει ταχύτητα ίση με το μηδέν. Τα μαγνητικά πεδία, ασκούν δύναμη μόνο σε κινούμενα ηλεκτρικά φορτία.

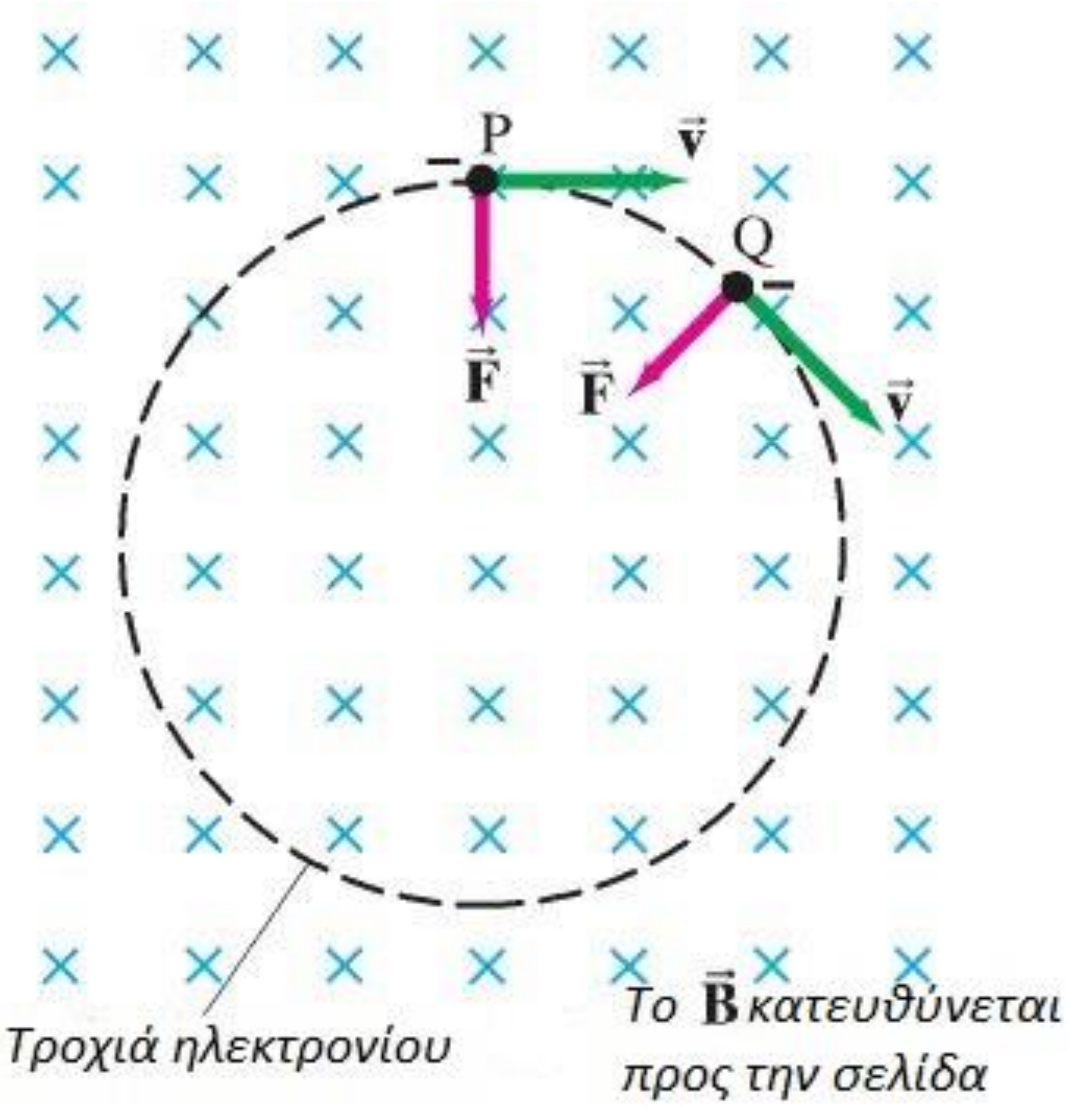
Παράδειγμα

- *Η τροχιά του ηλεκτρονίου μέσα σε ένα ομοιόμορφο μαγνητικό πεδίο.*

Ένα ηλεκτρόνιο κινείται με ταχύτητα $2.0 \times 10^7\ \mathrm{m/s}$ σε επίπεδο κάθετο σε ένα ομοιόμορφο μαγνητικό πεδίο

0.010-T

Περιγράψτε την τροχιά του ποσοτικά.



Παράδειγμα

ΛΥΣΗ: Στον 2ο νόμο του Newton αντικαθιστούμε την F και την α:

$$\Sigma F = ma$$

$$qvB = \frac{mv^2}{r}.$$

$$r = \frac{mv}{qB}$$

Από την στιγμή που η $\vec{\mathbf{F}}$ είναι κάθετη στην $\vec{\mathbf{v}}$, το μέτρο της δεν αλλάζει. Από αυτήν την σχέση βλέπουμε ότι εάν το $\vec{\mathbf{B}}$ είναι σταθερό τότε το r είναι σταθερό και η τροχιά πρέπει να είναι κυκλική. Αντικαθιστώντας τους αριθμούς, υπολογίζουμε την ακτίνα r.

$$r = \frac{(9.1 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg})(2.0 \times 10^{7}\,\mathrm{m/s})}{(1.6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C})(0.010\,\mathrm{T})} = 1.1 \times 10^{-2}\,\mathrm{m} = 1.1\,\mathrm{cm}$$

Συχνότητα κύκλοτρου

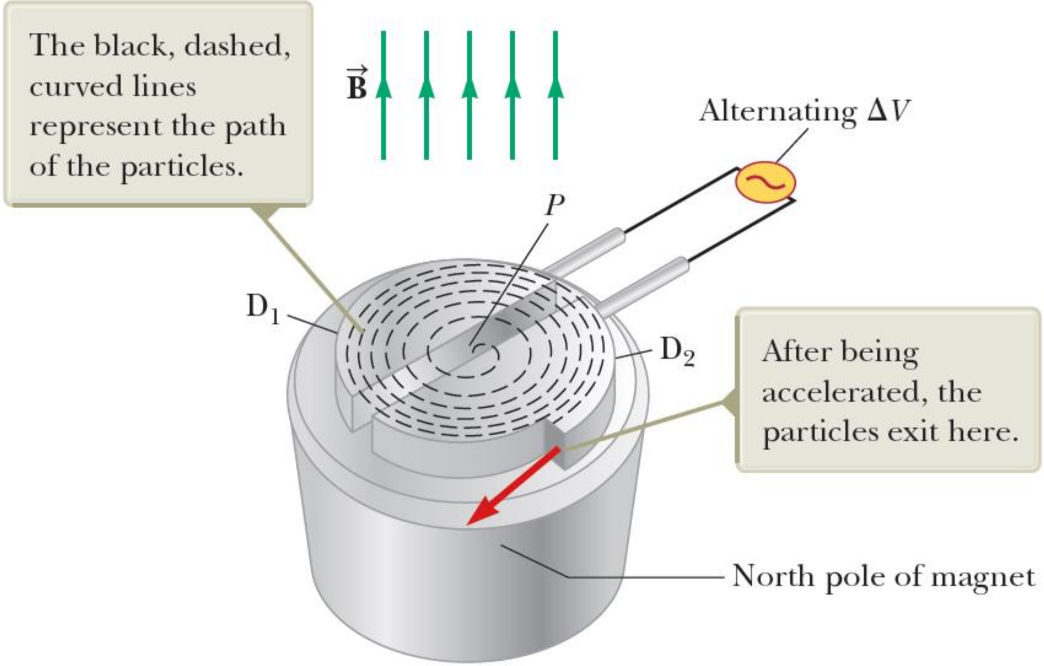
$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

$$r = \frac{mv}{qB}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m}$$

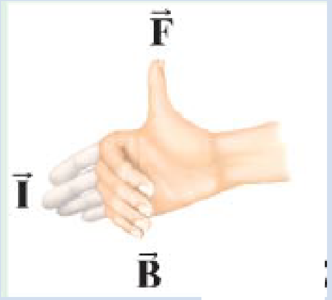
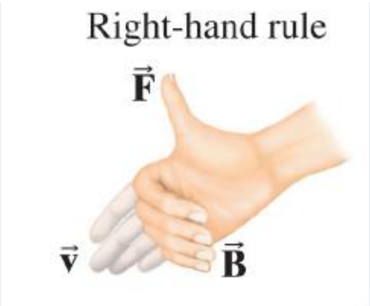
Χρόνος για ένα σωματίδιο φορτίου q με v=σταθερό για μια πλήρη περιστροφή $\left(\vec{\mathrm{B}} \perp \vec{v}\right)$

Ερώτηση: Μπορεί ένα μαγνητικό πεδίο να ακινητοποιήσει ένα ηλεκτρικό φορτίο;



Lawrence Berkeley National Lab

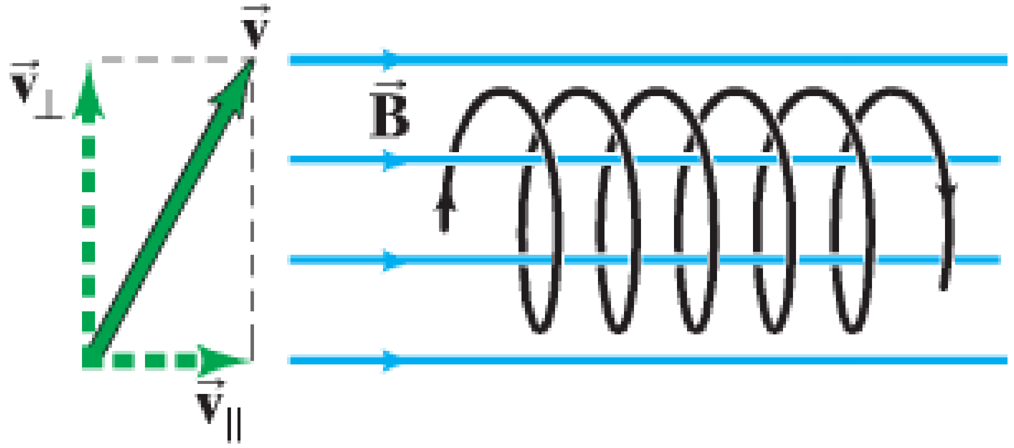
Κανόνας του Δεξιού Χεριού

Σύνοψη των κανόνων του Δεξιού Χεριού			
Φυσική κατάσταση	**Παράδειγμα**	**Προσανατολισμός Δεξιού Χεριού**	**Αποτέλεσμα**
1. Μαγνητικό πεδίο παραγόμενο από ρεύμα		Τυλίξτε τα δάχτυλα γύρω από το σύρμα με τον αντίχειρα να δείχνει στην κατεύθυνση του ρεύματος ***I***	Τα δάχτυλα δείχνουν στην κατεύθυνση του **B**
2. Δύναμη πάνω στο ηλεκτρικό ρεύμα ***I*** εξαιτίας μαγνητικού πεδίου		Τα δάχτυλα δείχνουν ίσια ευθεία κατά μήκος του ρεύματος ***I***, ύστερα λυγίζουν κατά μήκος του μαγνητικού πεδίου **B**	Ο αντίχειρας δείχνει στην κατεύθυνση της δύναμης **F**
3.Δύναμη πάνω σε ηλεκτρικό φορτίο +q εξαιτίας μαγνητικού πεδίου		Τα δάχτυλα δείχνουν κατά μήκος της ταχύτητας του σωματιδίου, ύστερα κατά μήκος του **B**	Ο αντίχειρας δείχνει στην κατεύθυνση της δύναμης **F**

Παράδειγμα

- *Μία ελικοειδής τροχιά*

Ποια είναι η τροχιά ενός φορτισμένου σωματιδίου μέσα σε ένα ομοιόμορφο μαγνητικό πεδίο εάν η ταχύτητά του *δεν* είναι κάθετη στο μαγνητικό πεδίο;



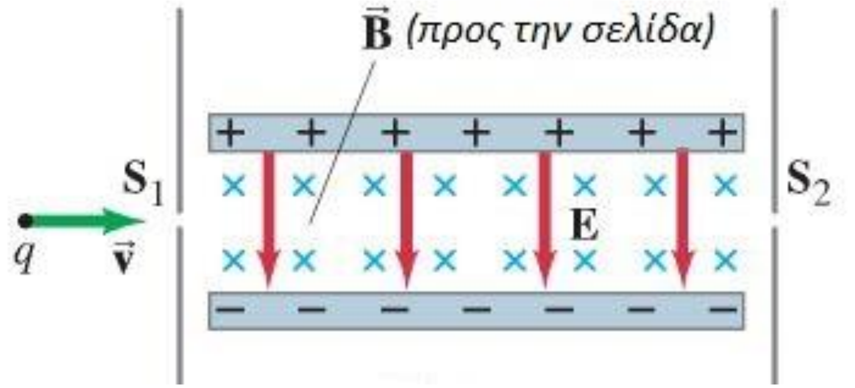
Νόμος του Lorentz

- Εάν ένα σωματίδιο φορτίου q κινείται με ταχύτητα ν παρουσία μαγνητικού πεδίο $\vec{\mathrm{B}}$ και ηλεκτρικού πεδίου $\vec{\mathrm{E}}$, υφίσταται δύναμη

$$\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$$

- Παράδειγμα: *Επιλογέας ταχύτητας ή φίλτρο: Κάθετα* $\vec{\mathrm{B}}$ και $\vec{\mathrm{E}}$

Εάν τα σωματίδια εισέλθουν με διαφορετικές ταχύτητες, δείξτε πώς η συσκευή αυτή «επιλέγει» μία συγκεκριμένη ταχύτητα και προσδιορίστε ποια είναι αυτή η ταχύτητα



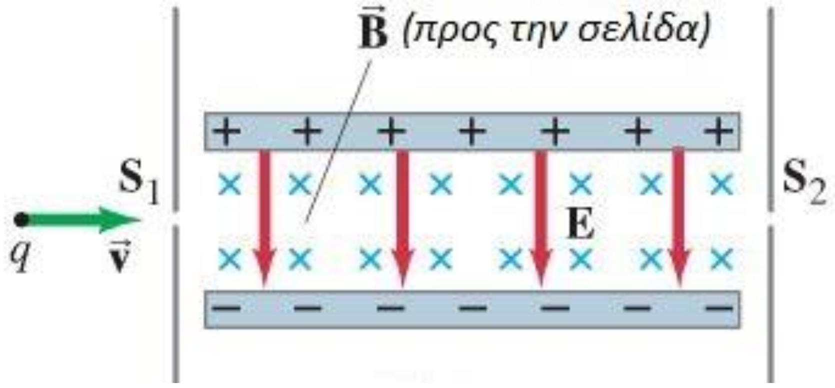
Παράδειγμα

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Αφού περάσουν την οπή S_1, κάθε σωματίδιο υπόκειται σε δύο δυνάμεις.

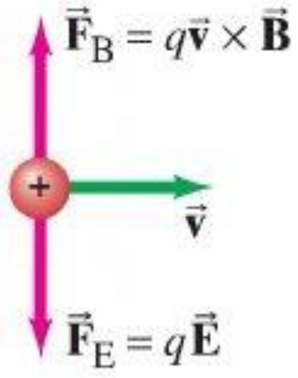
Για q θετικό: η μαγνητική δύναμη είναι προς τα πάνω και η ηλεκτρική δύναμη προς τα κάτω.

Για q αρνητικό: η ηλεκτρική δύναμη είναι προς τα πάνω και η μαγνητική δύναμη προς τα κάτω.

Θα εξέλθουν μόνο: $$\Sigma F = qvB - qE = 0.$$

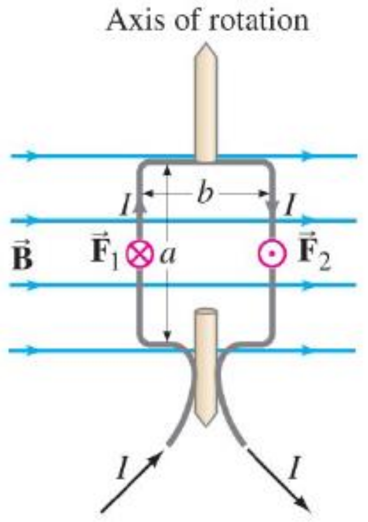


Επιλογή σωματιδίων $$v = \frac{E}{B}.$$



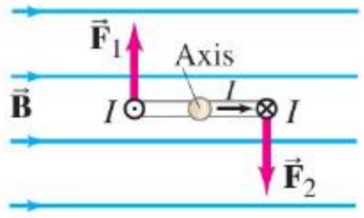
Ροπή Βρόχου Ρεύματος- Μαγνητική Διπολική Ροπή

Σε ένα συμμετρικό βρόχο που φέρει ηλεκτρικό ρεύμα και βρίσκεται εντός ομογενούς μαγνητικού πεδίο, ασκείται μαγνητική ροπή



Οριζόντια τμήματα: F=0

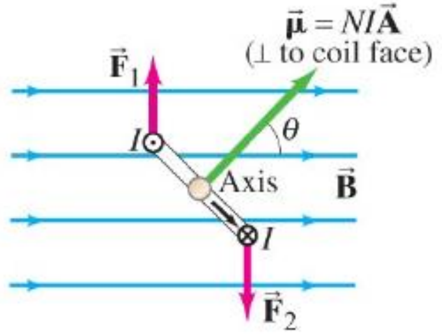
Κατακόρυφα τμήματα: δεύτερος κανόνας δεξιού χεριού



$$F = IaB$$

$$\tau = IaB\frac{b}{2} + IaB\frac{b}{2} = IabB = IAB$$

$$A = ab$$



Για N σπείρες

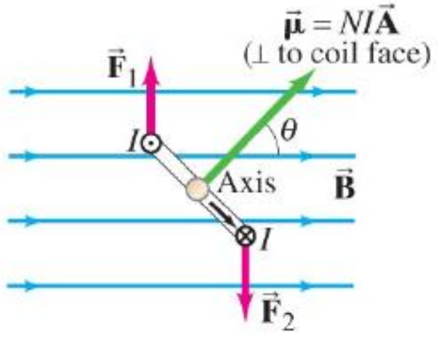
$$\tau = NIAB$$

Πηνίο σε γωνία με το πεδίο

$$\tau = NIAB\sin\theta$$

- Μαγνητική διπολική ροπή

$$\vec{\mu} = \mathrm{NI}\vec{\mathrm{A}}$$



- Σε διανυσματική μορφή

$$\vec{\tau} = \mathrm{NI}\vec{\mathrm{A}} \times \vec{\mathrm{B}}$$

	Ηλεκτρικό Δίπολο	**Μαγνητικό Δίπολο**
Ροπή	$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$	$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{\mathrm{B}}$
Δυναμική ενέργεια	$U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$	$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{\mathrm{B}}$

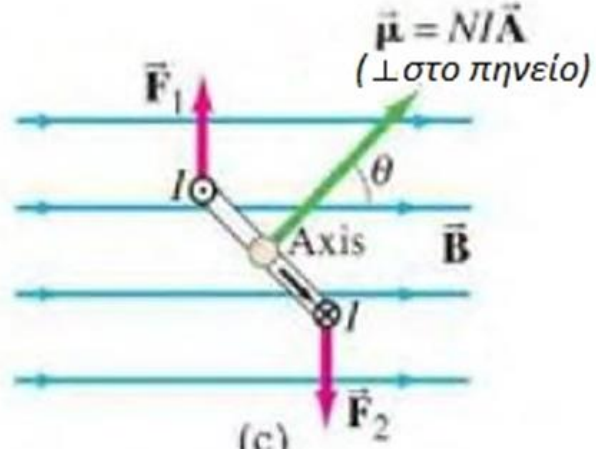
$$U = \int \tau \, d\theta = \int NIAB \sin\theta \, d\theta = -\mu B \cos\theta + C. \qquad U = 0 \qquad \theta = \pi/2.$$

$$U = -\mu B \cos\theta = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

Παράδειγμα

- *Ροπή σε πηνίο*

Ένα κυκλικό συρμάτινο πηνίο έχει διάμετρο 20cm και περιέχει 10 βρόγχους. Το ρεύμα σε κάθε βρόγχο είναι 3 A και το πηνίο είναι τοποθετημένο σε εξωτερικό μαγνητικό πεδίο 2 T. Προσδιορίστε τη μέγιστη και την ελάχιστη ροπή που ασκείται πάνω στο πηνίο από το πεδίο.



ΑΠΑΝΤΗΣΗ: επιφάνεια ενός βρόγχου

$$A = \pi r^2 = \pi(0.100\,\mathrm{m})^2 = 3.14 \times 10^{-2}\,\mathrm{m}^2.$$

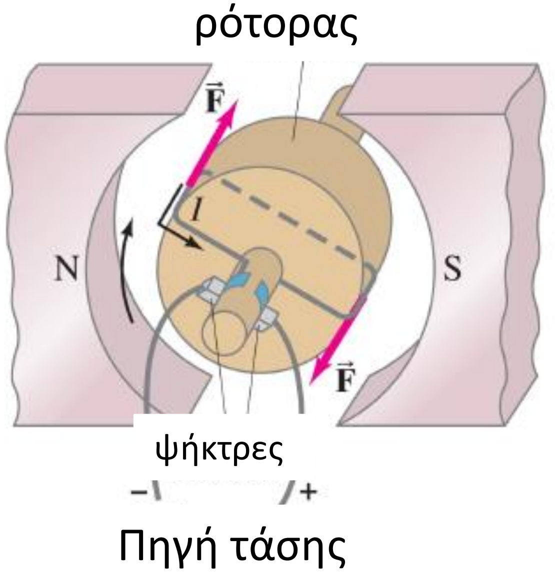
τ max όταν θ=90ο $\quad \tau = NIAB\sin\theta$

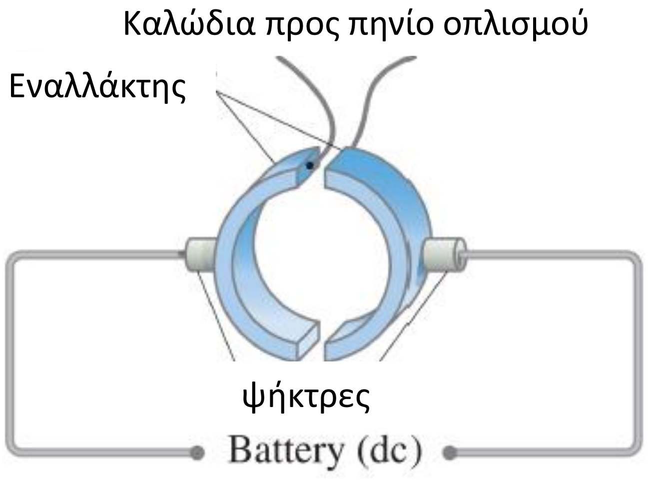
$$\tau = NIAB\sin\theta = (10)(3.00\,\mathrm{A})\left(3.14 \times 10^{-2}\,\mathrm{m}^2\right)(2.00\,\mathrm{T})(1) = 1.88\,\mathrm{N\cdot m}.$$

τ min όταν θ=0 sinθ=0 και τ=0

Εφαρμογές: Ηλεκτρικός Κινητήρας - DC Motor

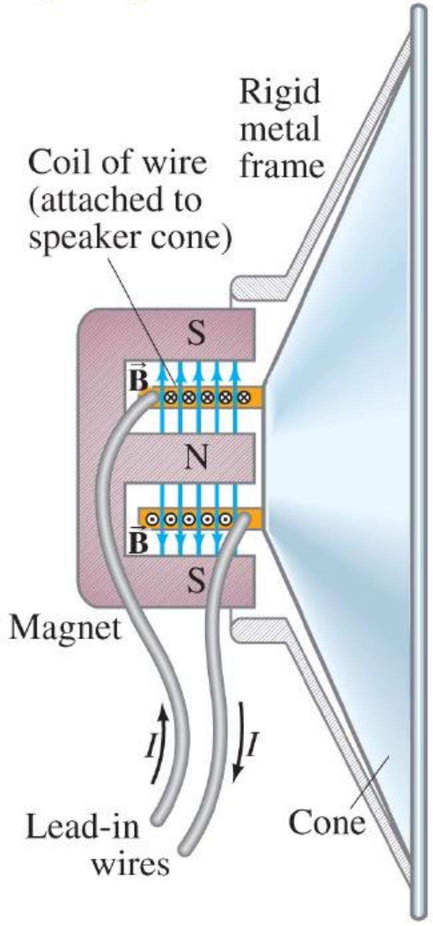
- Ηλεκτρική ενέργεια σε μηχανική
- Αρχή λειτουργίας: ροπή σε ρευματοφόρο βρόχο εντός μαγνητικού πεδίου
- Τοποθέτηση για περιστροφή σε μια κατεύθυνση
- Εναλλαγή πολικότητας ρεύματος
- Κινητήρες Εναλλασόμενου Ρεύματος



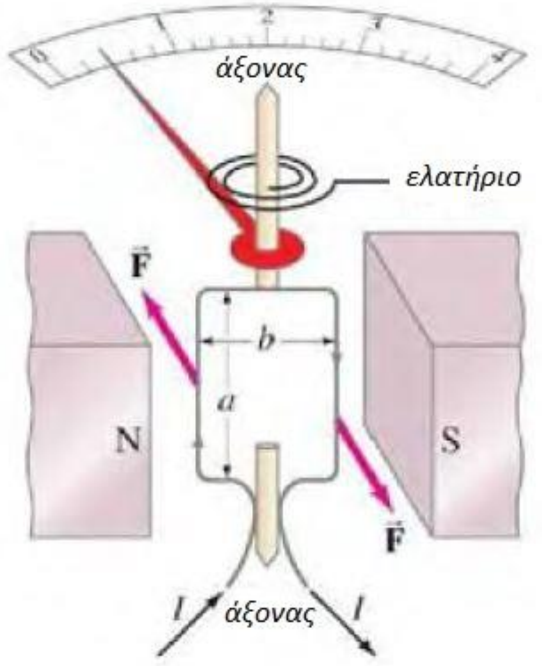


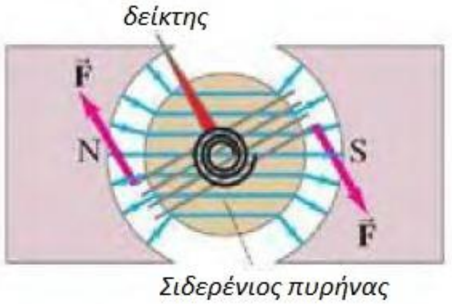
Εφαρμογές: Μεγάφωνο - Γαλβανόμετρο

- Ηλεκτρικά σήματα σε κρουστικά κύματα



- Βασικό στοιχείο αναλογικών μετρητικών οργάνων





$$\tau = NIAB\sin\theta.$$

$$\tau_S = k\phi.$$

$$k\phi = NIAB\sin\theta$$

$$\phi = \frac{NIAB\sin\theta}{k}$$

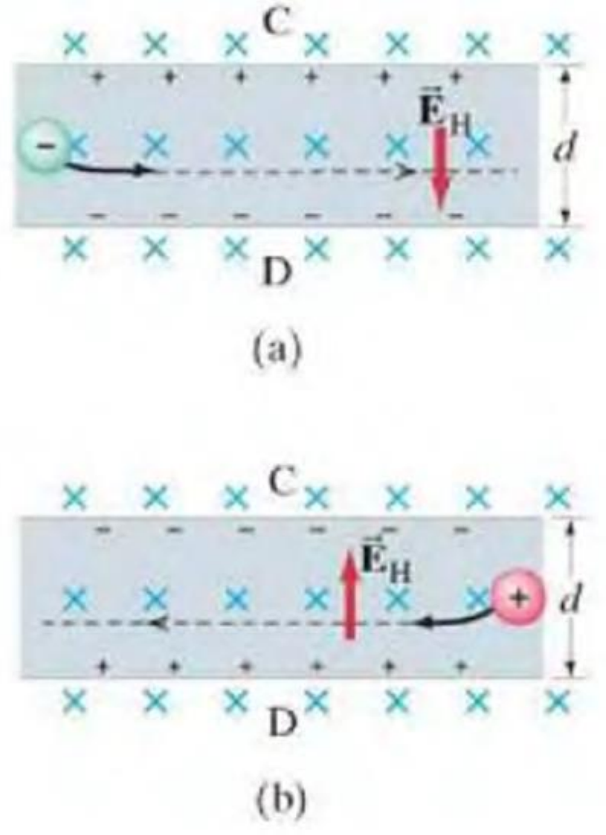
Φαινόμενο Hall

Ακίνητος αγωγός που διαρρέεται από ρεύμα εντός μαγνητικού πεδίου => το πεδίο ασκεί πλευρική δύναμη στα φορτία

- Δύναμη από μαγνητικό πεδίο $\vec{F}_B = -e\vec{v}_d \times \vec{B}$
- Δημιουργία διαφοράς δυναμικού και $\vec{\mathrm{E}}_{\mathrm{H}}$
- Κατάσταση ισορροπίας $e\vec{E}_H = ev_d\vec{B}$

- ΗΕΔ HALL $E_{\mathrm{H}} = v_{\mathrm{d}} B$

$$\mathcal{E}_{\mathrm{H}} = E_{\mathrm{H}} d = v_{\mathrm{d}} B d$$



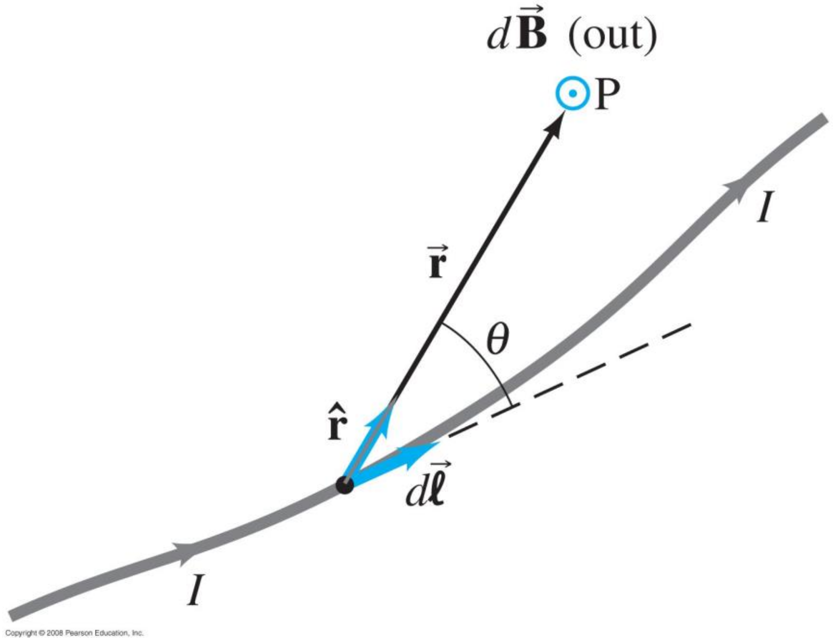
Νόμος Biot-Savart

Μαγνητικό ισοδύναμο του νόμου Coulomb

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mathrm{I}}{4\pi} \frac{d\ell \times \hat{r}}{r^2}$$

$$dB = \frac{\mu_0 \mathrm{I} d\ell \sin\theta}{4\pi r^2} = \frac{\mu_0 \mathrm{I} d\ell \times \hat{r}}{4\pi r^2}$$

$$\vec{B} = \int d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mathrm{I}}{4\pi} \int \frac{d\ell \times \hat{r}}{r^2}$$



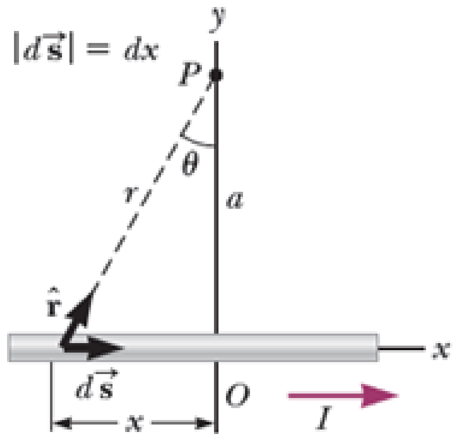
όπου

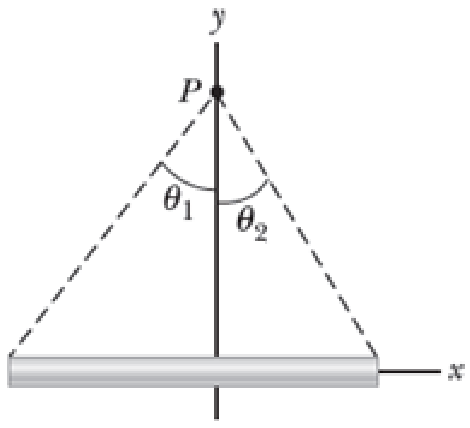
$\vec{r}$ διάνυσμα μετατόπισης από το dℓ

$\hat{r} = \vec{r}/r$ Μοναδιαίο διάνυσμα κατά τη διεύθυνση του r

Παράδειγμα : Πεδίο $\vec{\mathbf{B}}$ ευθύγραμμου αγωγού ρεύματος *I*

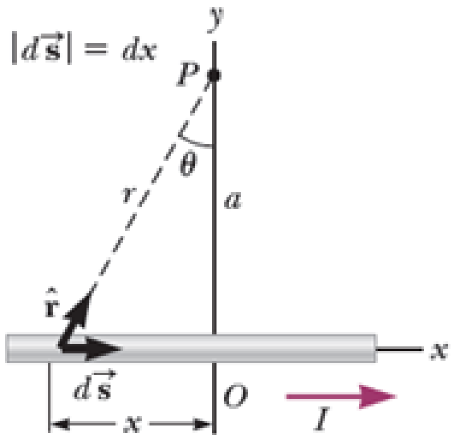
Λεπτός ευθύγραμμος αγωγός συγκεκριμένου μήκους που διατρέχεται από σταθερό ρεύμα *I (στον αξονα x)*. Να προσδιοριστεί το μέτρο και η κατεύθυνση του μαγνητικού πεδίου εξαιτίας του ρεύματος στο σημείο *P*.





Παράδειγμα : Πεδίο $\vec{\mathbf{B}}$ ευθύγραμμου αγωγού ρεύματος *I*

$$d\vec{\mathbf{s}} \times \hat{\mathbf{r}} = |d\vec{\mathbf{s}} \times \hat{\mathbf{r}}|\hat{\mathbf{k}} = \left[dx \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\right]\hat{\mathbf{k}} = (dx\cos\theta)\hat{\mathbf{k}}$$

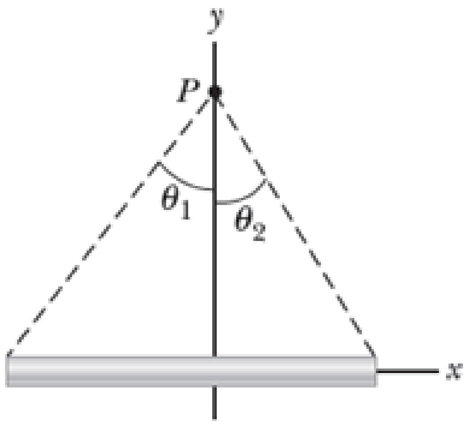


$$d\vec{\mathbf{B}} = (dB)\hat{\mathbf{k}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{dx\cos\theta}{r^2}\hat{\mathbf{k}}$$

$$r = \frac{a}{\cos\theta}$$

$$x = -a\tan\theta$$

$$dx = -a\sec^2\theta\ d\theta = -\frac{a\,d\theta}{\cos^2\theta}$$

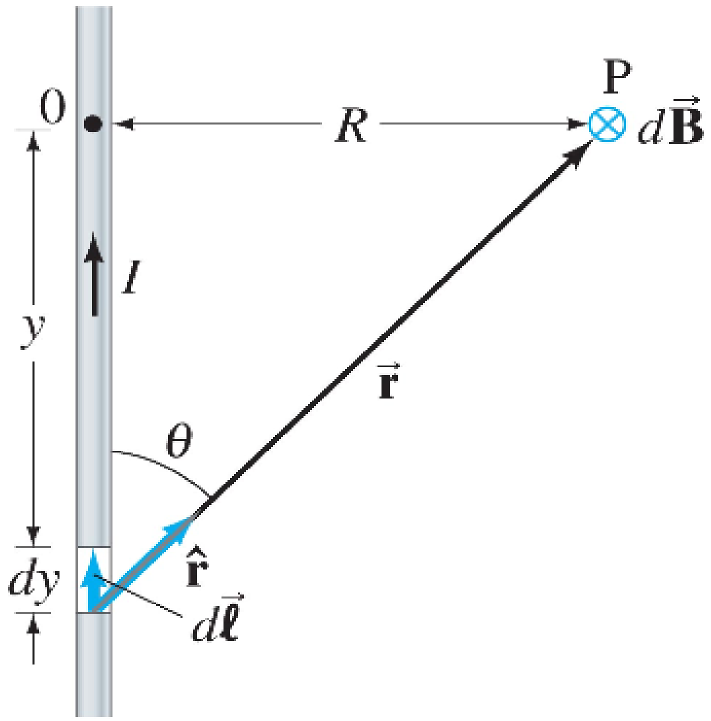


$$dB = -\frac{\mu_0 I}{4\pi}\left(\frac{a\,d\theta}{\cos^2\theta}\right)\left(\frac{\cos^2\theta}{a^2}\right)\cos\theta = -\frac{\mu_0 I}{4\pi a}\cos\theta\ d\theta$$

$$B = -\frac{\mu_0 I}{4\pi a}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\cos\theta\ d\theta = \boxed{\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\sin\theta_1 - \sin\theta_2)}$$

Παράδειγμα : Πεδίο $\vec{\mathbf{B}}$ ευθύγραμμου αγωγού ρεύματος *I*

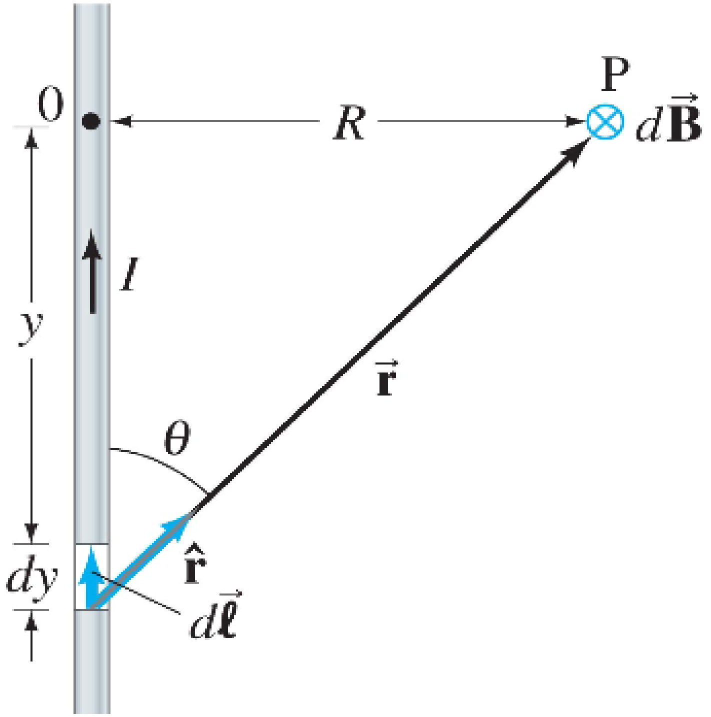
Για το πεδίο κοντά σε ευθύγραμμο αγωγό μεγάλου μήκους που διαρρέεται από ρεύμα I, δείξτε ότι ο νόμος των Biot-Savart δίνει $B = \mu_0 I/(2\pi r)$



Παράδειγμα : Πεδίο $\vec{\mathbf{B}}$ ευθύγραμμου αγωγού ρεύματος *I*

ΛΥΣΗ: Το μέτρο του $\vec{\mathbf{B}}$ θα είναι

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{y=-\infty}^{+\infty} \frac{dy \sin\theta}{r^2}$$



Όπου $dy = d\ell$

$$r^2 = R^2 + y^2$$

Η ολοκλήρωση να γίνει κατά το μήκος του αγωγού

$$R = \sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{o}$$

$$y = -R/\tan\theta$$

$$y < 0$$

θετικό από το σημείο 0 προς τα πάνω

$$dy = +\mathrm{R}\csc^2\theta\, d\theta = \frac{Rd\theta}{sin^2\theta} = \frac{Rd\theta}{(R/r)^2} = \frac{r^2 d\theta}{R}$$

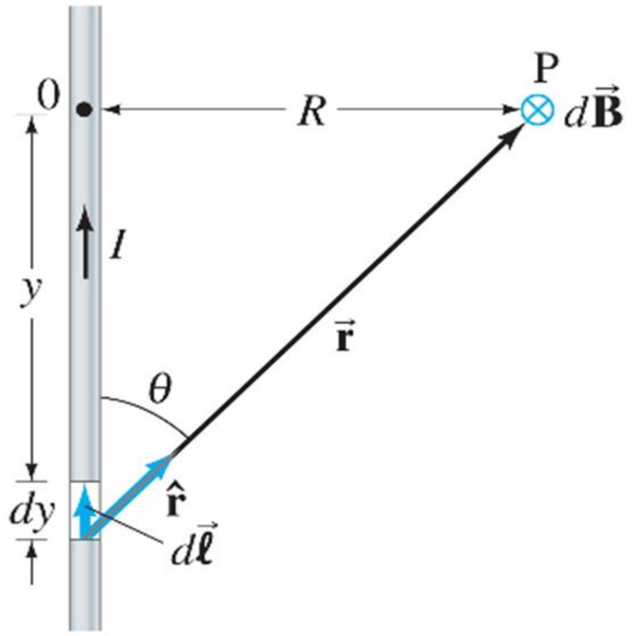
Παράδειγμα : Πεδίο $\vec{\mathbf{B}}$ ευθύγραμμου αγωγού ρεύματος *I*

το $y = -\infty$ αντιστοιχεί σε $\theta = 0$ και

το $y = +\infty$ αντιστοιχεί σε $\theta = \pi$ rads.

Οπότε
$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{1}{R}\int_{\theta=0}^{\pi}\sin\theta\, d\theta = -\frac{\mu_0 I}{4\pi R}\cos\theta\Big|_0^{\pi} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

Η οποία είναι η σχέση $B = \mu_0 I/(2\pi r)$ για το πεδίο κοντά σε έναν μακρύ αγωγό, όπου έχει χρησιμοποιηθεί το R αντί για r.



Μαγνητικό πεδίο ευθύγραμμου αγωγού

Αύξηση έντασης πεδίου σε ένα σημείο με την αύξηση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό

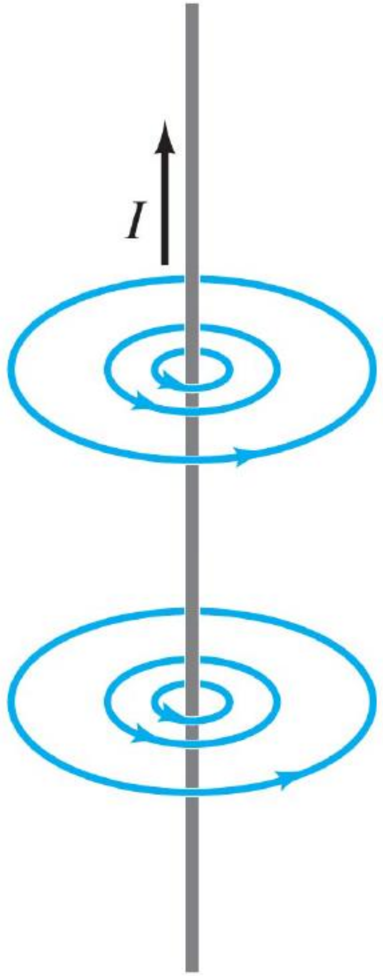
$$B \propto \frac{I}{r}$$

r (κάθετη απόσταση από τον αγωγό)<< απόσταση από τα άκρα

Μαγνητική διαπερατότητα του κενού
μ_0 = 4π x 10-7 T·m/A

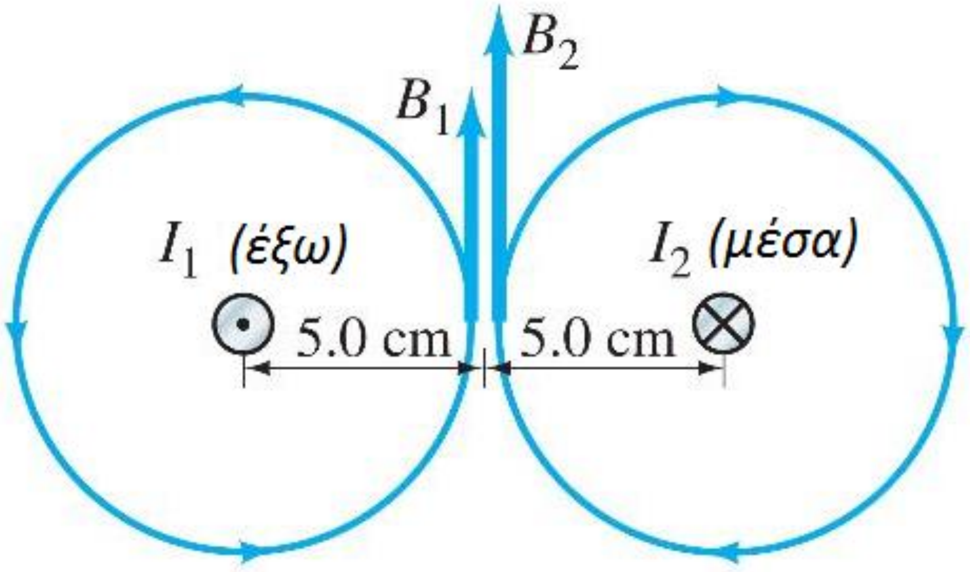
$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r}$$

Πλησίον ευθύγραμμου αγωγού μεγάλου μήκους



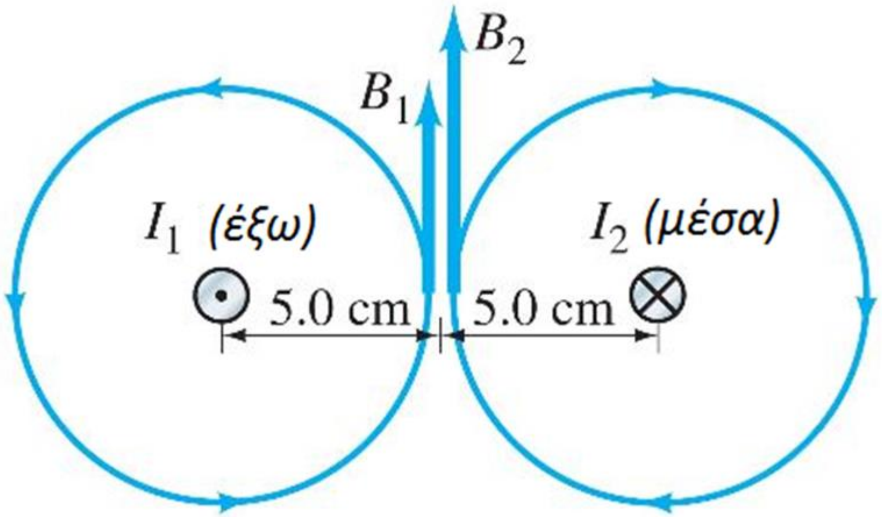
Παράδειγμα: Μαγνητικό πεδίο στο μέσο δύο αγωγών

Δύο παράλληλοι ευθύγραμμοι αγωγοι σε απόσταση 10,0 cm μεταξύ τους διαρρέονται από δύο ρεύματα με αντίθετη κατεύθυνση. Το ρεύμα I_1=5,0 A και έχει φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη και το I_2=7,0 A αντίθετη. Προσδιορίστε το μέτρο και την κατεύθυνση του μαγνητικού πεδίου στο μέσον της απόστασης μεταξύ των αγωγών.



Παράδειγμα: Μαγνητικό πεδίο στο μέσο δύο αγωγών

ΛΥΣΗ:



Από την σχέση $B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r}$

προκύπτει ότι τα μέτρα των B1 και B2 είναι:

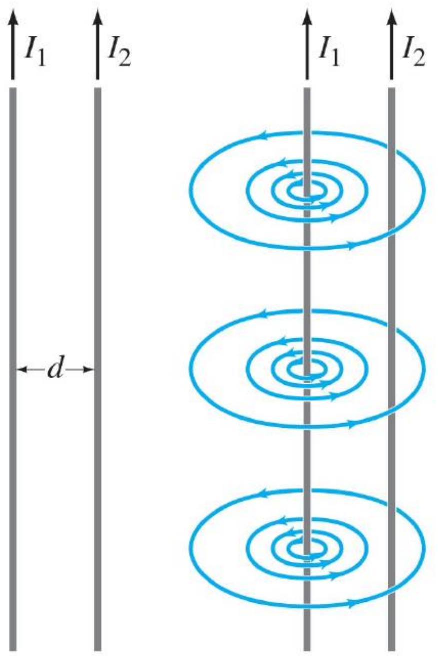
$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} = \frac{(4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{T\cdot m/A})(5.0\,\mathrm{A})}{2\pi(0.050\,\mathrm{m})} = 2.0 \times 10^{-5}\,\mathrm{T}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r} = \frac{(4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{T\cdot m/A})(7.0\,\mathrm{A})}{2\pi(0.050\,\mathrm{m})} = 2.8 \times 10^{-5}\,\mathrm{T}$$

Το συνολικό πεδίο έχει φορά προς τα *πάνω* και μέτρο

$$B = B_1 + B_2 = 4.8 \times 10^{-5}\,\mathrm{T}$$

Δύναμη Μεταξύ Παράλληλων Καλωδίων



- Μαγνητικό πεδίο από το I_1

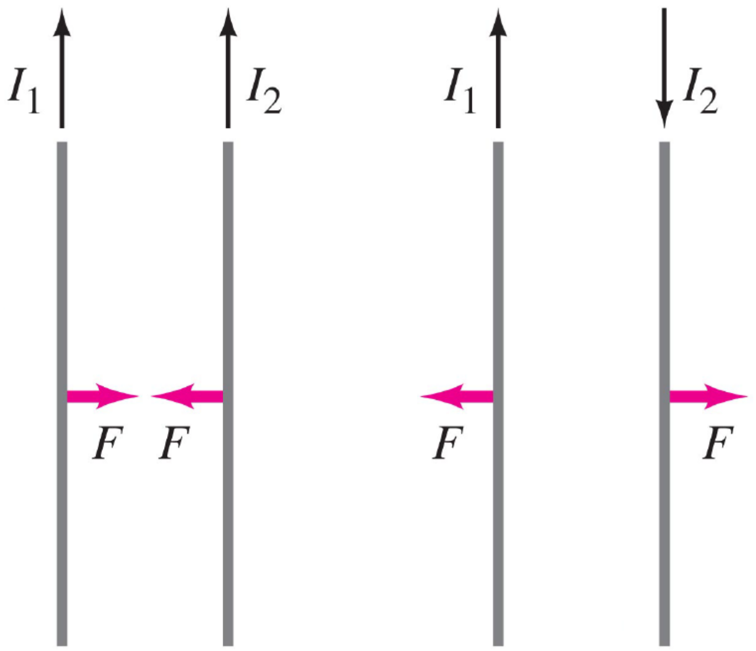
$$B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{d}$$

- Ο ένας αγωγός ασκεί δύναμη στον άλλο.
- Από το B_1

$$F_2 = I_2 B_1 \ell_2$$

$$F_2 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{d}\ell_2$$

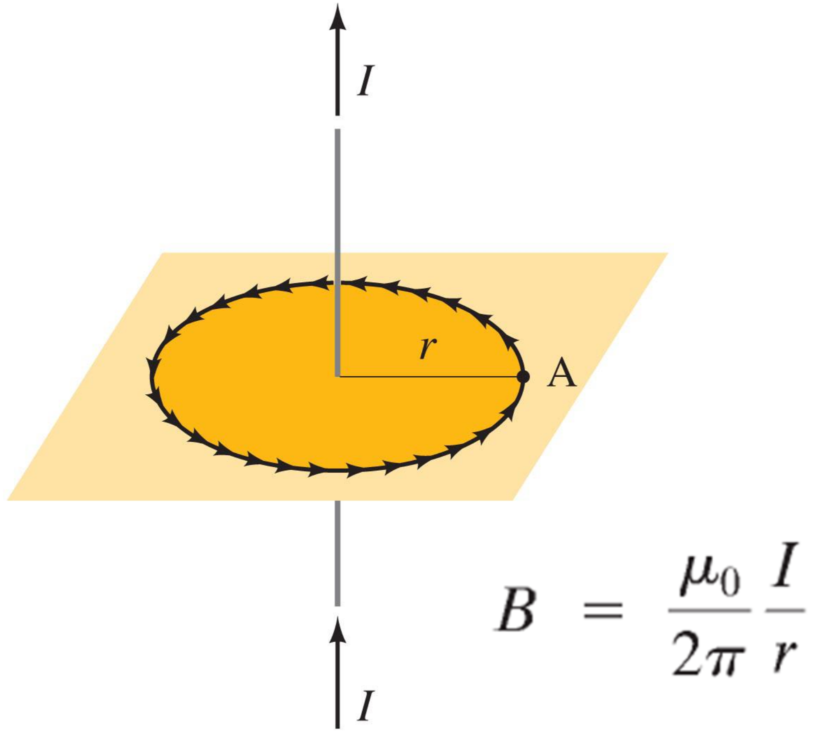
Παράλληλοι αγωγοί



Νόμος Ampère

- Γενική σχέση σύνδεσης ρεύματος και μαγνητικού πεδίου σε τυχαίο αγωγό
- Παράδειγμα ευθύγραμμου αγωγού

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = B \oint d\ell = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} 2\pi r = \mu_0 I$$

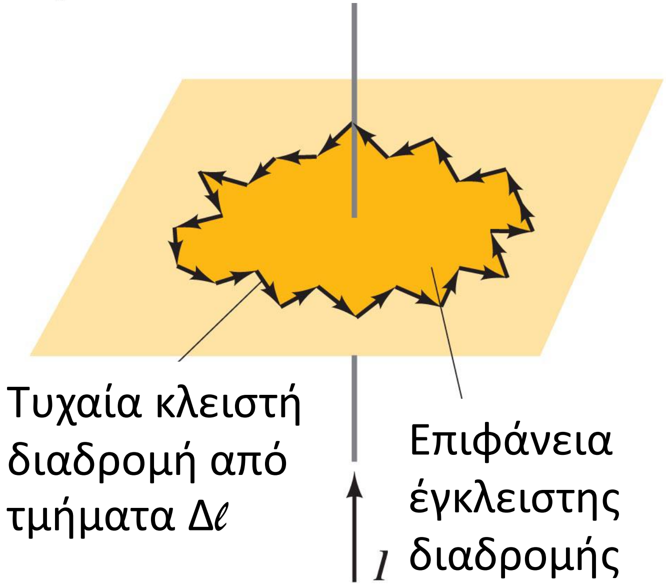


- Τα μήκη $\Delta\ell$ ορίζονται ώστε το $B_{||}$= σταθερό

$$\sum B_{||} \Delta\ell = \mu_0 \mathrm{I}_{encl}$$

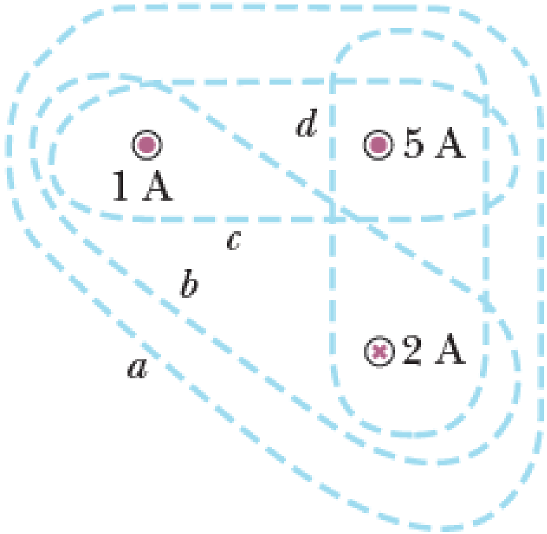
$$\Delta\ell \to 0 \quad \oint \vec{B} \cdot d\ell = \mu_0 \mathrm{I}_{encl}$$

Συνολικό ρεύμα από την επιφάνεια της κλειστής διαδρομής

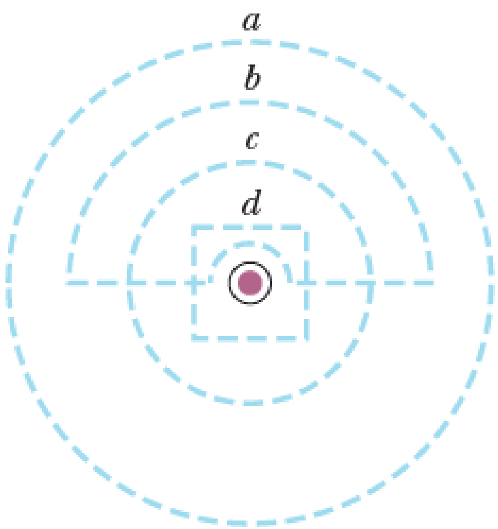


Ερωτήσεις κατανόησης

Ταξινομήστε τις κλειστές διαδρομές ανάλογα με το μέτρο $\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell}$



Τέσσερεις κλειστές διαδρομές γύρω από 3 ευθύγραμμούς αγωγούς που διατρέχονται από ρεύματα

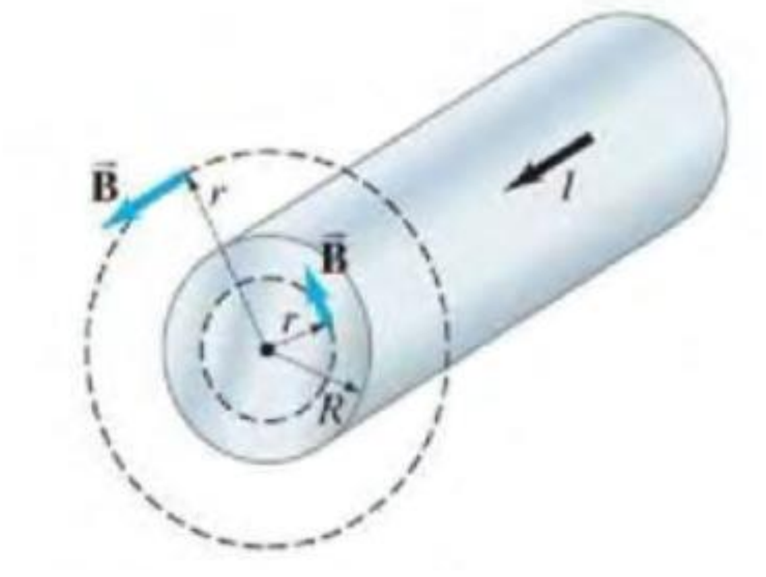


Διαφορετικές κλειστές διαδρομές κοντά σε ευθύγραμμο αγωγό που διατρέχεται από ρεύμα

Παράδειγμα: Πεδίο εσωτερικά και εξωτερικά ενός καλωδίου

Ένας ευθύγραμμος κυλινδρικός αγωγός μεγάλου μήκους και ακτίνας R διαρέεται από ρεύμα I ομοιόμορφης πυκνότητας. Προσδιορίστε το μαγνητικό πεδίο που οφείλεται σε αυτό το ρεύμα α) στο χώρο εξωτερικά του αγωγού $(r > R)$ και β) στο χώρο εσωτερικά του αγωγού $(r < R)$.

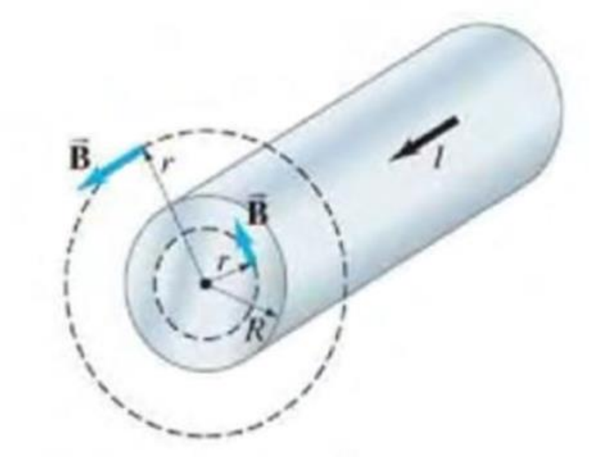
Να γίνει η παραδοχή, ότι το r, η ακτινική απόσταση από τον άξονα, είναι πολύ μικρότερη από το μήκος του καλωδίου.



Παράδειγμα: Πεδίο εσωτερικά και εξωτερικά ενός καλωδίου

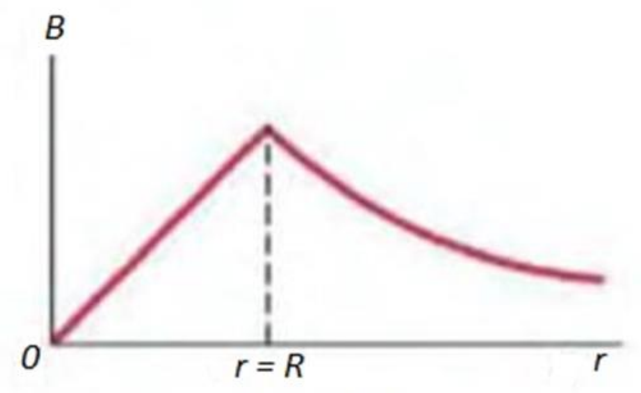
α)Εξωτερικά $\left(r > R\right)$

$$I_{encl} = I$$



$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = B(2\pi r) = \mu_0 I_{\text{encl}}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r},$$ ίδιο με αυτό ενός λεπτού αγωγού



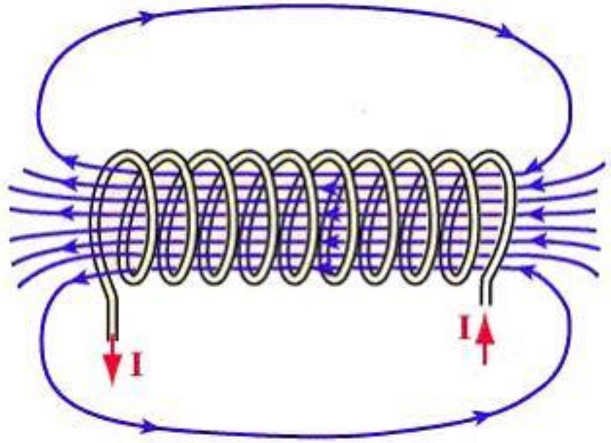
β) Εσωτερικά $\left(r < R\right)$

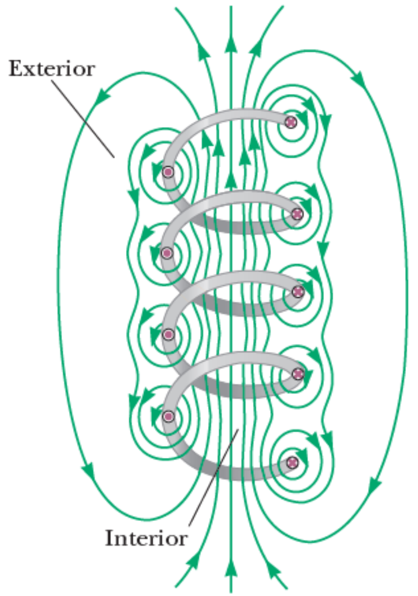
$$\frac{\mathrm{I}_{encl}}{\mathrm{I}} = \frac{\pi r^2}{\pi R^2} \Rightarrow \mathrm{I}_{encl} = \mathrm{I}\frac{\pi r^2}{\pi R^2}$$

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = \mu_0 I_{\text{encl}}$$

$$B(2\pi r) = \mu_0 I\left(\frac{\pi r^2}{\pi R^2}\right) \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}$$

Μαγνητικό πεδίο σωληνοειδούς

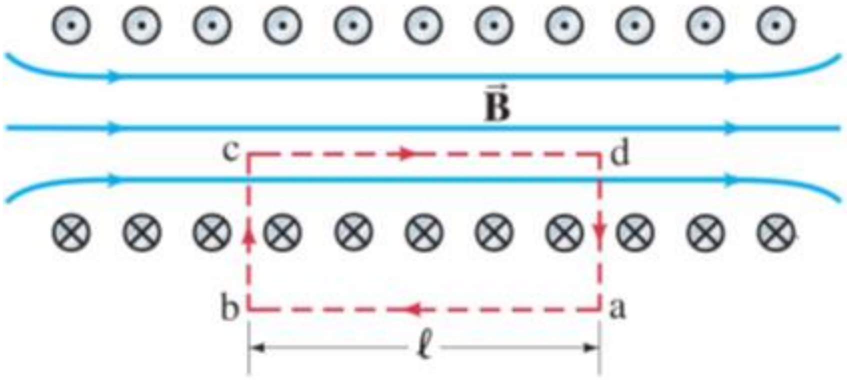




- Εφαρμογή νόμου Ampère μακριά από τα άκρα

$$\oint \vec{B}\cdot d\ell = \cancelto{0}{\int_a^b \vec{B}\cdot d\ell} + \cancelto{0}{\int_b^c \vec{B}\cdot d\ell} + \int_c^d \vec{B}\cdot d\ell + \cancelto{0}{\int_d^a \vec{B}\cdot d\ell}$$

$$\oint \vec{B}\cdot d\ell = \int_c^d \vec{B}\cdot d\ell = B\ell$$

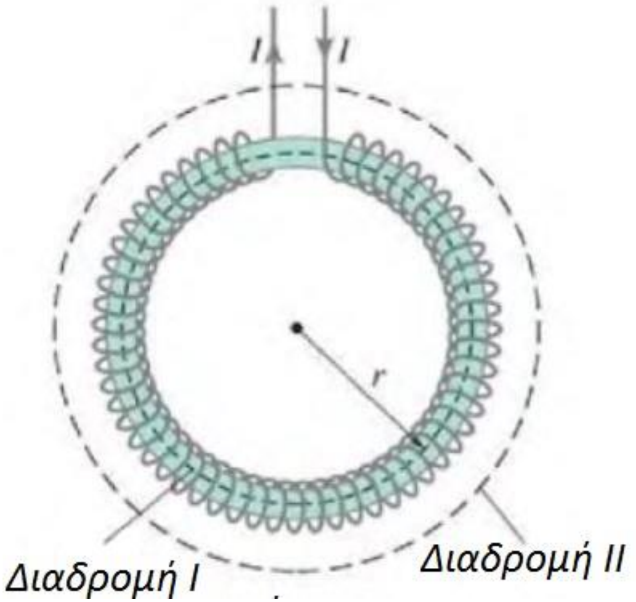


- Εάν ρέει ρεύμα I τότε $I_{total}=NI$

$n = N/\ell$ Βρόχοι ανά μονάδα μήκους

Παράδειγμα: Τοροειδές

Με το νόμο του Ampère να προσδιοριστεί το μαγνητικό πεδίο (α) στο εσωτερικό και (β) εκτός τοροειδούς (σωληνοειδές λυγισμένο στο σχήμα ενός κύκλου).

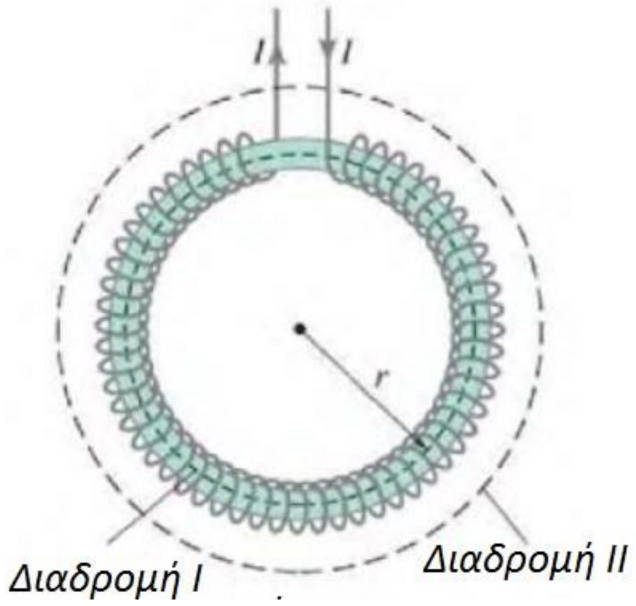


Παράδειγμα: Τοροειδές

ΛΥΣΗ: (α) Η εφαρμογή του νόμου του Ampère κατά μήκος της επιλεγείσας διαδρομής

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = \mu_0 I_{\text{encl}}$$

$$B(2\pi r) = \mu_0 N I,$$



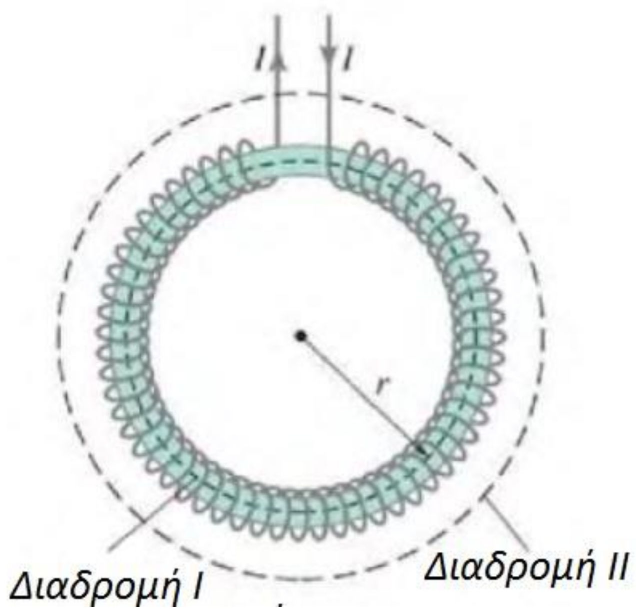
Όπου N είναι είναι ο συνολικός αριθμός των πηνίων και I είναι το ρεύμα σε κάθε ένα από τα πηνία

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$$

Παράδειγμα: Τοροειδές

(β) Έξω από το τοροειδές, (ομόκεντρος κύκλος με το τοροειδές)

τμήμα τοροειδους



$I_{\text{Διαδρομή II}} = 0$

Νόμος του Ampère:

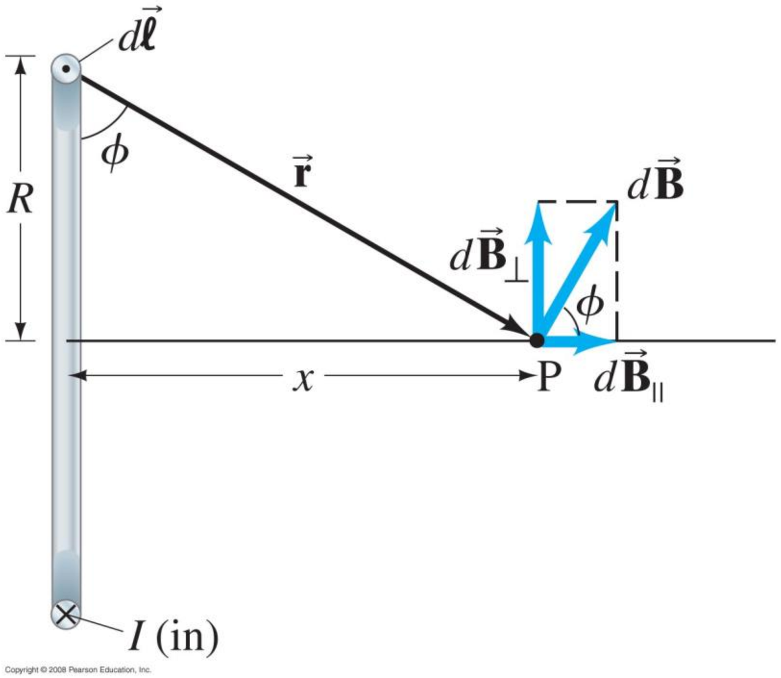
$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = \mu_0 I_{\text{encl}}$$

$$B(2\pi r) = 0 \quad \Rightarrow \quad B = 0$$

Το ίδιο ισχύει και για διαδρομή με ακτίνα μικρότερη από του τοροειδούς.
Δεν υπάρχει εξωτερικό πεδίο σε ένα πολύ σφιχτά τυλιγμένο τοροειδές.
Όλο το πεδίο είναι μέσα στους βρόχους.

Παράδειγμα: Βρόχος ρεύματος

Να προσδιοριστεί το πεδίο B για τα σημεία πάνω στον άξονα κυκλικού βρόχου ακτίνας R που διαρρέεται από ρεύμα I



$$dB = \frac{\mu_0 I d\ell}{4\pi r^2}$$

$$B = B_{||} = \int dB \cos\varphi = \int dB \frac{R}{r} = \int dB \frac{R}{\left(R^2 + x^2\right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$r^2 = R^2 + x^2$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{R}{\left(R^2 + x^2\right)^{\frac{3}{2}}} \int d\ell = \frac{\mu_0 I R^2}{2\left(R^2 + x^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\int d\ell = 2\pi R$$

Μαγνητικό Δίπολο

- ένας βρόχος ρεύματος έχει μαγνητική διπολική ροπή

$$\vec{\mu} = \mathrm{NI}\vec{\mathrm{A}}$$

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2\left(R^2 + x^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\mathrm{B} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\mu}{\left(R^2 + x^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\mathrm{B} \approx \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\mu}{x^3}$$

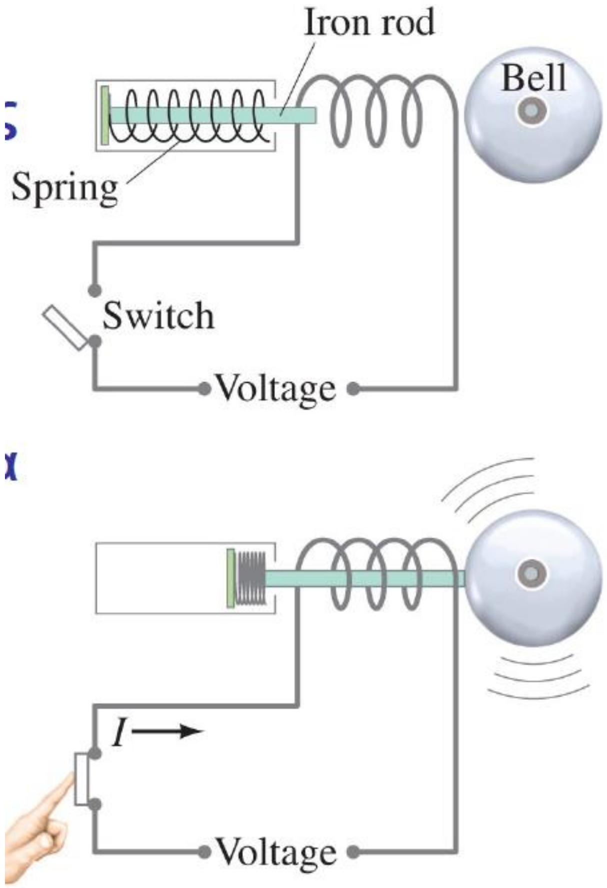
Στον άξονα μαγνητικού διπόλου, x>> R

Εφαρμογές

- Μια ράβδος σιδήρου στο εσωτερικό σωληνοειδούς αυξάνει το μαγνητικό πεδίο. Γιατί?

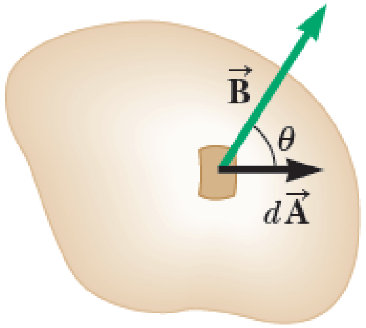
- Ηλεκτρομαγνήτης: διάταξη σωληνοειδούς με πυρήνα σιδήρου (κράματα σιδήρου που αποκτούν και χάνουν τις μαγνητικές ιδιότητες τους. Πότε?)

- Τα σωληνοειδή χρησιμοποιούνται ως διακόπτες και μετακινούν μηχανικά μέρη με ακρίβεια και ταχύτητα



Νόμος Gauss στον μαγνητισμό

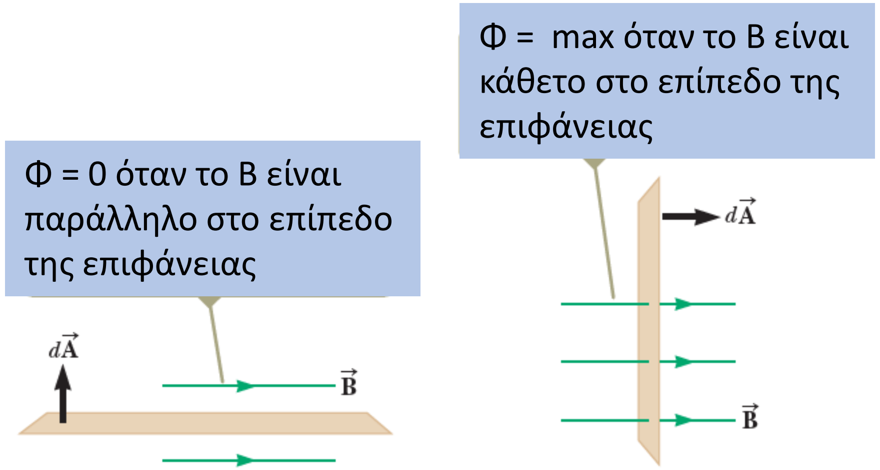
- Μαγνητική ροή ορίζεται όπως και η ηλεκτρική ροή
- 1 Weber(Wb)=1 Tm^2



$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

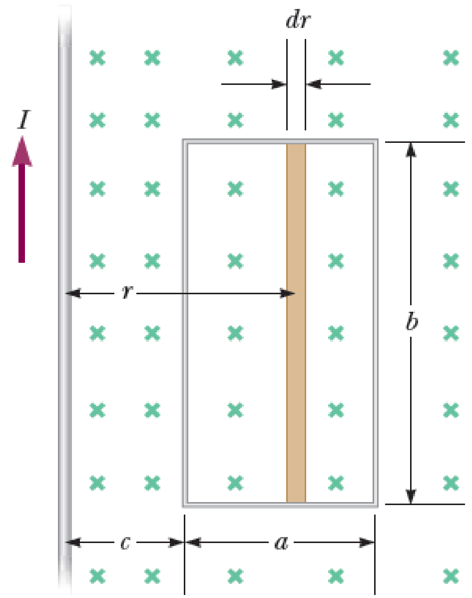
- Επιφάνεια A σε ομοιογενές B σε γωνία θ με το *d***A**

$$\Phi_B = B_{\perp}A = BA\cos\vartheta = \vec{B} \cdot \vec{A}$$



Μαγνητική ροή σε ορθογώνιο βρόχο

Ορθογώνιος βρόχος πλάτους a και μήκους b βρίσκεται πλησίον ευθύγραμμου αγωγού που διατρέχεται από ρεύμα I. Η απόσταση μεταξύ του αγωγού και του βρόχου είναι c. Να υπολογιστεί η ολική μαγνητική ροή στο βρόχο λόγω του αγωγού.



Μαγνητική ροή σε ορθογώνιο βρόχο

ΛΥΣΗ

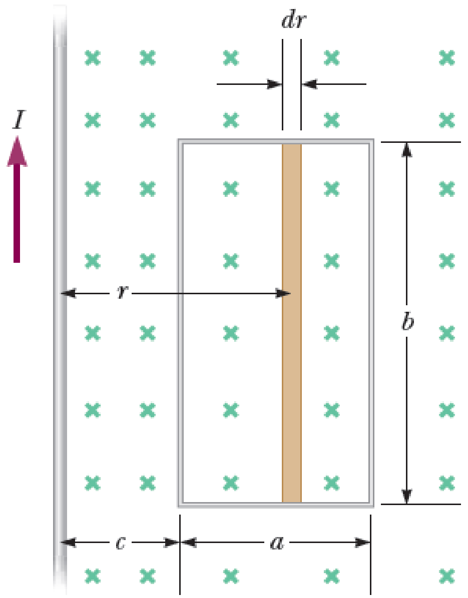
$\vec{B} \parallel \mathrm{d}\vec{A}$ $(\sigma\varepsilon\ \kappa\alpha\theta\varepsilon\ \sigma\eta\mu\varepsilon\iota o\ \tau o\upsilon\ \beta\rho\acute{o}\chi o\upsilon)$

$$\Phi_B = \int \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = \int B\, dA = \int \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\, dA$$

$$\Phi_B = \int \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\, b\, dr = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \int \frac{dr}{r}$$

$$\Phi_B = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \int_c^{a+c} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln r \Big|_c^{a+c}$$

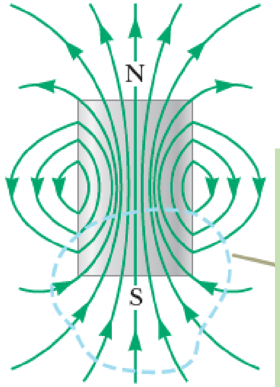
$$= \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln\left(\frac{a+c}{c}\right) = \boxed{\frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln\left(1 + \frac{a}{c}\right)}$$



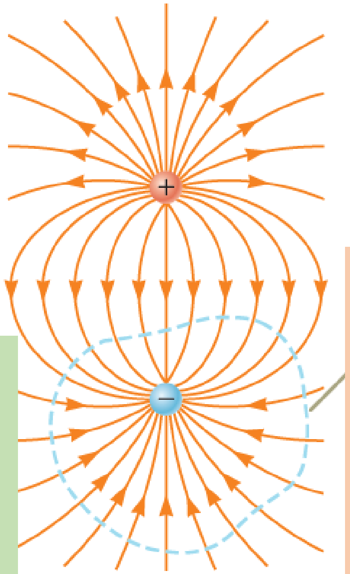
Νόμος Gauss στον μαγνητισμό

- Η ηλεκτρική ροή σε κλειστή επιφάνεια γύρω από ένα φορτίο είναι ανάλογη του φορτίου (Νόμος του Gauss)
- Η μαγνητική ροή σε κλειστή επιφάνεια είναι πάντα 0

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{A} = 0$$



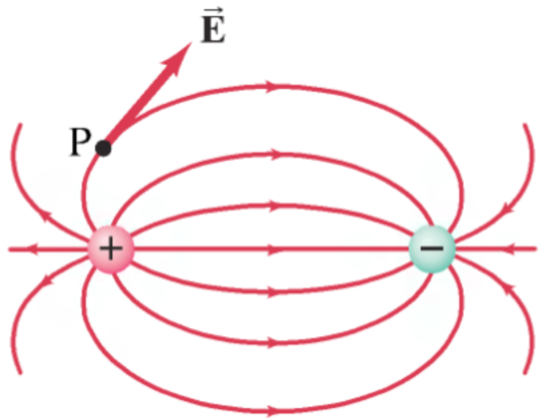
Η μαγνητική ροή σε κλειστή επιφάνεια είναι μηδέν (οι μαγνητικές γραμμές που εισέρχονται στην επιφάνεια είναι ίσες με αυτές που εξέρχονται

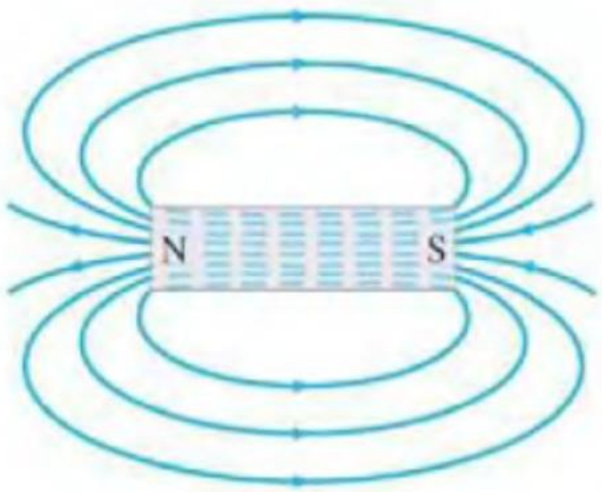


Η ηλεκτρική ροή σε κλειστή επιφάνεια δεν είναι μηδέν (οι ηλεκτρικές γραμμές που εισέρχονται στην επιφάνεια ξεκινούν από ηλεκτρικό φορτίο και καταλήγουν σε ηλεκτρικό φορτίο)

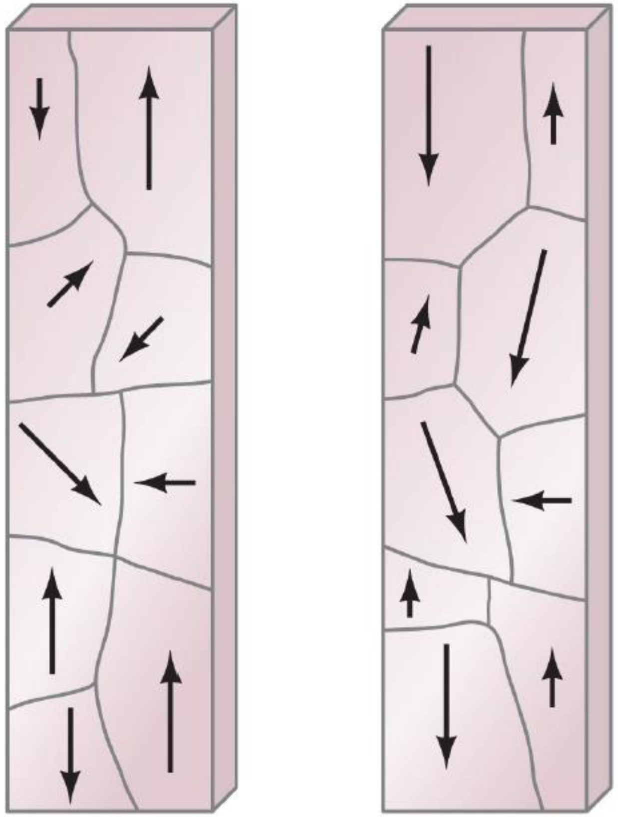
Μαγνητικά υλικά

- Μαγνητικό πεδίο
  - Μαγνητικά υλικά
  - Ηλεκτρικά ρεύματα
- Φερομαγνητικά υλικά: μετατρέπονται σε ισχυρούς μαγνήτες (πχ. Σίδηρος)
- Μαγνητικό δίπολο – ραβδοειδής μαγνήτης
  - Αντίθετοι πόλοι διαχωρισμένοι από απόσταση
  - Οι μαγνητικές πεδιακές γραμμές έχουν παρόμοια μορφή με του Ε ενός ηλεκτρικού διπόλου
- Κοινοί μαγνήτες, σιδηροί πυρήνες στους κινητήρες, ταινίες εγγραφής, σκληροί δίσκοι κλπ





- Μικροσκοπικές περιοχές < 1mm με συμπεριφορά μικροσκοπικού μαγνήτη (βόρειος και νότιος πόλος)
- Οι μαγνητικές ιδιότητες αλληλοαναιρούνται σε μη μαγνητισμένο υλικό
- Σε μαγνήτη ευθυγραμμίζονται πλήρως
- Η κατεύθυνση μαγνήτισης τείνει να ευθυγραμμιστεί με το εξωτερικό πεδίο.



Υστέρηση

- Πεδίο μεγάλου μήκους σωληνοειδούς

$$B_0 = \mu_0 n I$$

- Με πυρήνα σιδήρου

$$B = B_0 + B_M$$

Συνήθως $B_M >> B_0$

- Συνολικό πεδίο

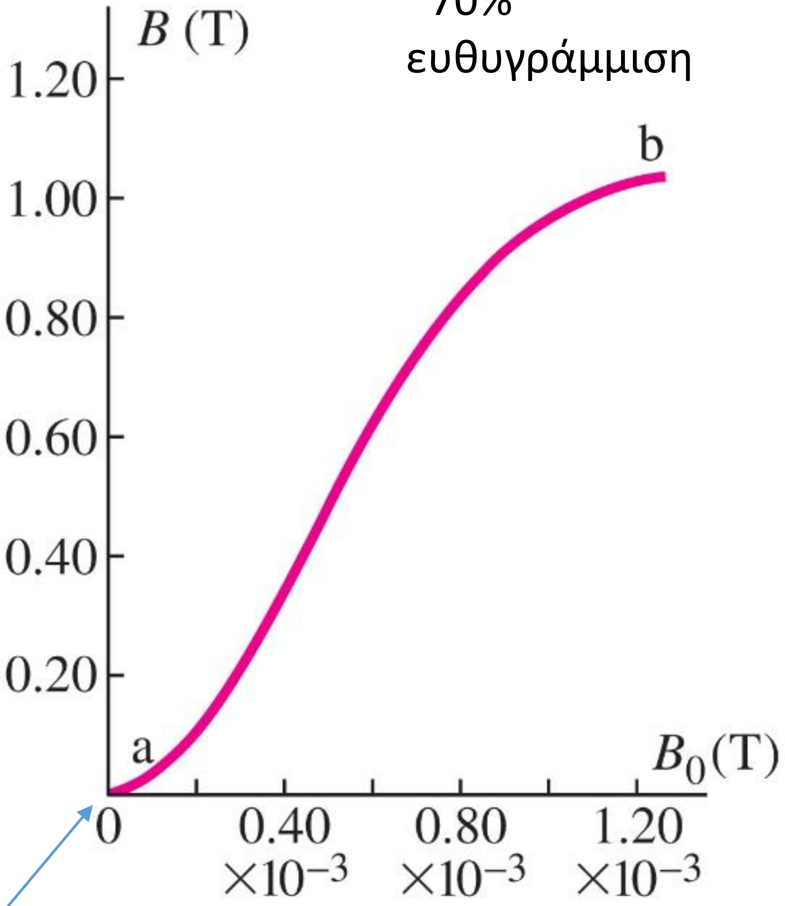
Μαγνητική επιδεκτικότητα του υλικού

$$B = \mu n I$$

- Για φερρομαγνητικά υλικά $\mu >> \mu_0$ (εξαρτάται από την τιμή του B_0)

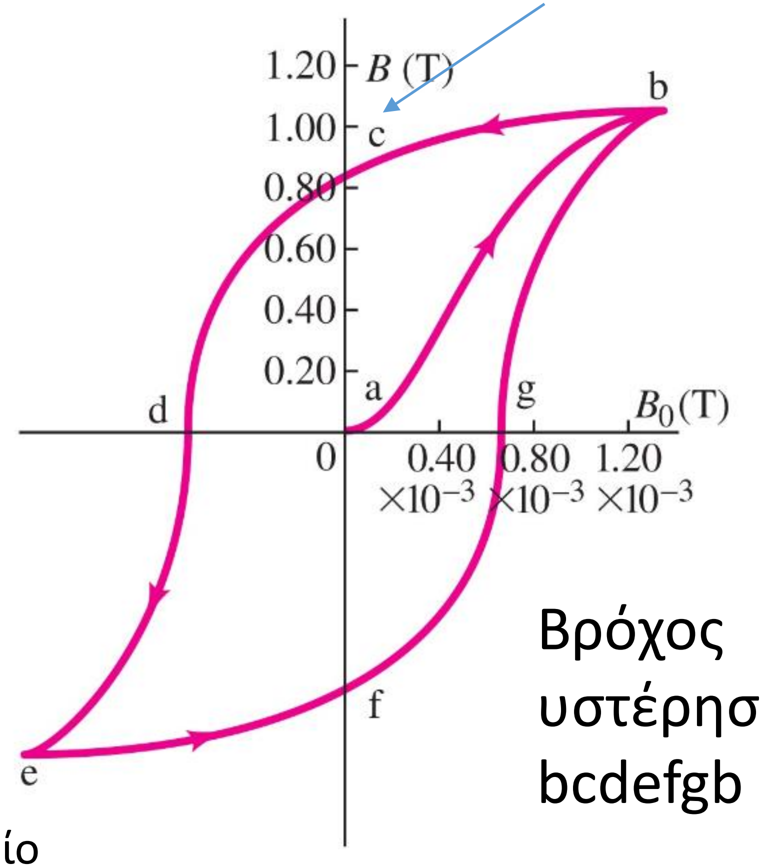
Συνολικό B τοροειδούς συναρτήσει εξωτερικού B_0

~70% ευθυγράμμιση



Τυχαίος προσανατολισμός

Παραμένει ποσοστό μαγνήτισης



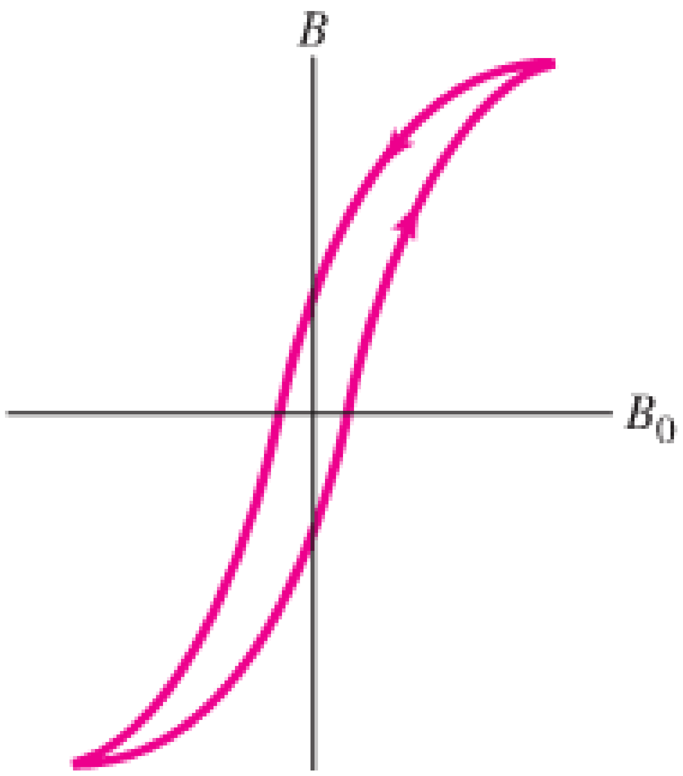
σημείο κορεσμού σιδήρου

Βρόχος υστέρησης bcdefgb

Μετατροπή ενέργειας σε θερμική $\propto$ A βρόχου υστέρησης

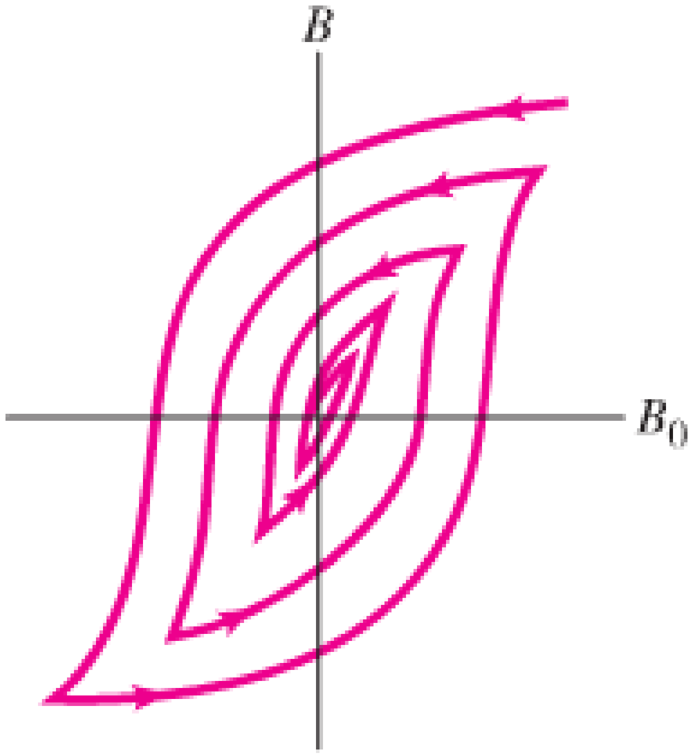
Για μόνιμο μαγνήτη οι ac και af θα πρέπει να είναι μεγάλες (ικανότητα μνήμης)

Καμπύλη υστέρησης για
“soft” iron



Το πεδίο ενεργοποιείται και
αντιστρέφεται εύκολα με
μικρότερη δαπάνη ενέργειας

Διαδοχικοί κύκλοι υστέρησης
κατά τον απομαγνητισμό



Το ρεύμα αντιστρέφεται
επανειλημμένα ενώ
μειώνεται και η τιμή του

Παραμαγνητισμός-Διαμαγνητισμός

- Σχετική διαπερατότητα $$K_m = \frac{\mu}{\mu_0}$$
- Μαγνητική επιδεκτικότητα $$x_m = K_m - 1$$
- Παραμαγνητικά Υλικά: $\mu > \mu_{0,}$ $K_m > 1$, $x_m > 0$
- Διαμαγνητικά Υλικά: $\mu < \mu_{0,}$ $K_m < 1$, $x_m < 0$

TABLE 28–1 Paramagnetism and Diamagnetism: Magnetic Susceptibilities

Paramagnetic substance	χ_m	Diamagnetic substance	χ_m
Aluminum	2.3×10^{-5}	Copper	-9.8×10^{-6}
Calcium	1.9×10^{-5}	Diamond	-2.2×10^{-5}
Magnesium	1.2×10^{-5}	Gold	-3.6×10^{-5}
Oxygen (STP)	2.1×10^{-6}	Lead	-1.7×10^{-5}
Platinum	2.9×10^{-4}	Nitrogen (STP)	-5.0×10^{-9}
Tungsten	6.8×10^{-5}	Silicon	-4.2×10^{-6}

Copyright © 2008 Pearson Education, Inc.