

# Coco

Rodrigo Arias Mallo  
rodrigo.arias@udc.es

## 1. Descripción

Coco es un robot diseñado para aprender los principios básicos de la robótica. Ha sido creado con la intención de reutilizar componentes de antiguos aparatos y darles un nuevo uso. Así como para comprender los fundamentos teóricos aplicados en un experimento práctico.

### 1.1. Sensores

Cuenta con varios sensores que le permiten obtener información del entorno, así como información sobre sí mismo. A cada sensor se le asigna un nombre corto, terminado en un número, que permite identificarlo. Los sensores son los siguientes:

1. **sonar0**: Sensor de ultrasonidos HC-SR04
2. **mouse0**: Ratón de bola
3. **ldr0**: Sensor de luz LDR ambiental
4. **ldr1**: Sensor de luz LDR dirigido hacia delante

## 2. Calibración de sensores

### 2.1. sonar0: Ultrasonidos HC-SR04

El sensor de ultrasonidos, permite averiguar de forma estimada la posición de un obstáculo. Para ello dispone de un emisor y un receptor de ultrasonidos orientados hacia delante, y posicionados en la parte frontal del robot.

Para calcular la distancia al objeto, se mide el tiempo que tarda un pulso ultrasónico en viajar desde el emisor al objeto, y tras rebotar, volver al receptor.

Ya que el sonido ha de rebotar en el objeto, la superficie del mismo influirá en gran medida en la información captada por el sensor. Las superficies de tela o espuma, absorben casi todo el sonido que emite el sensor, por lo que son indetectables para el robot.

La velocidad del sonido, depende de la temperatura del aire  $T$ , además de otros factores<sup>1</sup>. Sin embargo, para una simplificación de los cálculos, se empleará la siguiente fórmula, asumiendo que la temperatura  $T$  en grados Celsius es la misma en todas partes:

$$v_s = 331,3 + 0,606T \quad (1)$$

Por lo tanto, si  $t_e$  es el tiempo que tarda el sonido en llegar desde el emisor al obstáculo, y  $t_r$  el tiempo

desde que rebota en el obstáculo hasta el receptor:

$$s_1 = v_s t_e \quad s_2 = v_s t_r$$

$s_1$  es la distancia del sensor al objeto, en el momento de lanzar el pulso.  $s_2$  es la distancia desde el objeto al robot, que puede estar en movimiento y ser diferente a  $s_1$ . El sensor mide  $t$  que es  $t_e + t_r$ .

Si se supone que el robot está parado cuando se realiza la medición,  $s_1 = s_2$  y por tanto  $t_e = t_r$ . Finalmente,  $s$  es la distancia del sensor al obstáculo:

$$s = s_1 = s_2 = v_s \frac{t}{2} \quad (2)$$

Es importante mencionar que  $s$  no indica la posición exacta del obstáculo, si no la distancia del mismo al sensor.

En el caso de que el robot se mueva con una velocidad  $\vec{v}$ , si esta velocidad es pequeña comparada con la del sonido, se puede despreciar. Una velocidad de 1m/s, provocaría una diferencia en la distancia estimada de un objeto a 3m, de aproximadamente 9mm.

#### 2.1.1. Ángulo de apertura $\theta_s$

Para calibrar el sensor, es necesario determinar el ángulo de apertura  $\theta_s$ , que indica hasta qué punto el sensor puede recibir el eco del sonido que rebota en los objetos. De modo que se realizarán una serie de experimentos, que indicarán de forma experimental dicho ángulo. En la figura 1 se observa un esquema del experimento.

Primero un objeto se coloca en el campo de visión del sensor, en  $C_1$ . Luego se desplaza hacia  $A_2$ , siguiendo una trayectoria circular centrada en  $O$ , y se observa el ángulo  $\theta_1$  en el que deja de observarse dicho objeto. De igual modo se repite en el otro sentido, y se calcula el ángulo  $\theta_2$ .

Dado que el sonar puede no estar centrado, se anotarán las medidas de  $\theta_1$  y  $\theta_2$ , para luego estimar  $\theta_s$ .

Tras realizar las mediciones, se obtienen los siguientes resultados:

$s$ (m)	$\theta_1(^{\circ})$	$\theta_2(^{\circ})$
$\pm 5\text{mm}$	$\pm 1^{\circ}$	$\pm 1^{\circ}$
0,20	30	27
0,30	30	27
0,40	31	28
0,50	28	26
0,60	30	28
0,80	31	29
1,00	29	29
1,20	30	28

Analizamos ahora la media aritmética, la desviación típica y la dispersión muestral o varianza de los valores de  $\theta_1$  y  $\theta_2$ , respectivamente:

$$\bar{\theta}_1 = 29,875 \quad s(\theta_1) = 0,99103 \quad s^2(\theta_1) = 0,98214$$

$$\bar{\theta}_2 = 27,75 \quad s(\theta_2) = 1,0351 \quad s^2(\theta_2) = 1,0714$$

<sup>1</sup>[http://en.wikipedia.org/wiki/Speed\\_of\\_sound#Practical\\_formula\\_for\\_dry\\_air](http://en.wikipedia.org/wiki/Speed_of_sound#Practical_formula_for_dry_air)

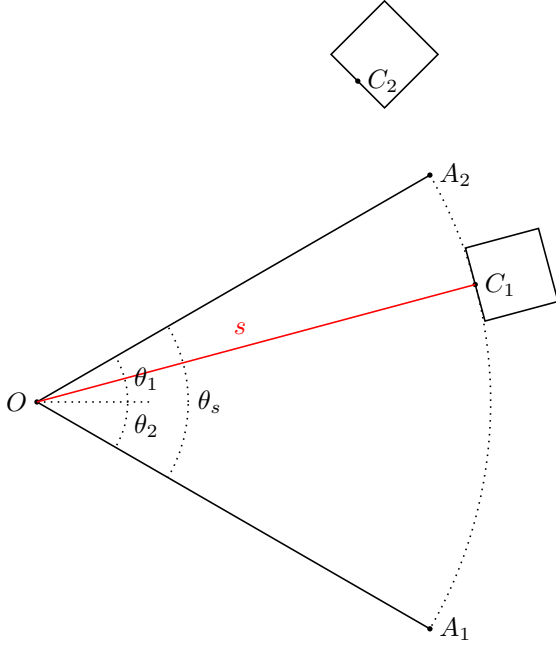


Figura 1: Experimento para calcular el ángulo  $\theta_s$  en el sensor de ultrasonido.

De forma que se aproxima el valor a:

$$\theta_1 = 30 \pm 1^\circ \quad \theta_2 = 28 \pm 1^\circ$$

Finalmente, aproximando  $\theta_s$ :

$$\theta_s = 58 \pm 2^\circ$$

El fabricante indica un ángulo de apertura de  $60^\circ$ , centrado, con  $30^\circ$  hacia cada lado. De forma que el resultado obtenido experimentalmente se acerca bastante al resultado esperado.

### 2.1.2. Distancia medida

Para completar la calibración, es necesario poder calcular la distancia  $s$ , sabiendo el tiempo  $t$ . Para ello, se realizará otro experimento, midiendo las distancias de forma manual  $s_r$  con una regla, y comparándolas con el valor teórico  $s_t$ , calculado con la ecuación 2.

$s_r$ (m)	$s_t$ (m)	$t$ ( $\mu$ s)
$\pm 0,05$		$\pm 20$
0,20	0,138	805
0,30	0,210	1225
0,40	0,281	1638
0,50	0,353	2060
0,60	0,429	2500
0,80	0,568	3305
1,00	0,713	4155
1,20	0,859	5000

Se observa que el valor teórico  $s_t$ , no coincide con el valor real medido  $s_r$ .

Sería posible solucionar el problema empleando una corrección del error. Para ello se emplea una regresión

lineal. Con Octave, `polyfit` muestra los coeficientes de la recta:

$$2.3864\text{e}+02 \quad 7.8846\text{e}-03$$

Cuya recta (rojo) se puede observar en la figura 2. Su ecuación es:

$$s = 238,64t + 7,8846 \cdot 10^{-3}$$

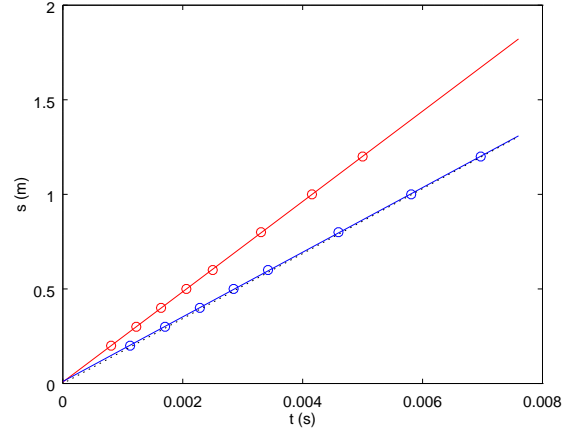


Figura 2: Valores experimentales erróneos (rojo) y correctos (azul). La recta punteada es el valor teórico.

Después de repasar el programa que muestra el tiempo que tarda el pulso de ultrasonidos en regresar, se ha detectado un error, provocado en una función de las bibliotecas de Arduino.

Resulta que la función `pulseIn` calcula el tiempo que dura un pulso, empleando un bucle, en el que se incrementa un contador. Luego multiplica las vueltas del bucle por el número de instrucciones que de antemano se han calculado. Sin embargo, el compilador `avr-gcc` puede alterar el número de instrucciones cuando se aplican optimizaciones. Este problema, provoca que el tiempo se vea alterado de la forma  $t_{real} = t * K$ . Siendo  $K = 1,3898$ , hallado de forma experimental.

Tras programar una nueva biblioteca para emplear el sensor de ultrasonidos, de forma independiente a las optimizaciones del código (empleando interrupciones), se vuelven a realizar las medidas.

$s_r$	$s_t$	$t$
m	m	$\mu$ s
0.20	0.193	1122
0.30	0.293	1705
0.40	0.392	2285
0.50	0.489	2848
0.60	0.588	3422
0.80	0.789	4597
1.00	0.998	5810
1.20	1.197	6970

Obteniendo por regresión lineal, de la misma forma, los coeficientes:

$$1.7084\text{e}+02 \quad 1.0857\text{e}-02$$

Y por tanto, la recta característica es:

$$s = 170,84t + 1,0857 \cdot 10^{-2} = 341,68 \frac{t}{2} + 1,0857 \cdot 10^{-2}$$

Existe un error fijo de aproximadamente un centímetro (1.0857cm), que puede deberse a la dificultad de centrar la regla en el centro del sensor de ultrasonidos. Sin embargo, para determinar la distancia de un objeto al robot, esta distancia es despreciable.

Si comparamos la ecuación 1, con el resultado experimental, despreciando el desplazamiento de 1cm, se puede observar que son muy similares.

La velocidad del sonido calculada de forma experimental, resulta ser 341,68 m/s. Este valor puede oscilar, ya que depende de la temperatura. Para calcular la temperatura:

$$T = \frac{v_s - 331,3}{0,606} = 17,129^\circ\text{C}$$

La temperatura registrada de la sala es de  $18^\circ$ . Por lo que se puede afirmar que el experimento muestra unos resultados esperados.

El error medio de distancia cometido, en el peor caso (a 1.20m de distancia real) es de unos 4mm.

Es importante mencionar, que un ajuste del error, empleando un método de regresión, permite solventar errores como el que ha sido detectado, pero no los corrige. Por ello, se ha decidido que si los cálculos teóricos, no concuerdan con los esperados, averiguar que ha causado el error.

## 2.2. LDR

El sensor LDR permite obtener una medida de la cantidad de luz que incide sobre el mismo. El robot dispone de dos sensores LDR. Uno ambiental, que está colocado en la parte superior, orientado hacia arriba. Además está cubierto por un cilindro cerrado de 4cm de altura, de plástico blanco translúcido. Esto le permite obtener una medida de la luz ambiente sin importar la dirección de donde proviene.

El sensor LDR direccional, se encuentra en la parte delantera orientado al frente. Este sin embargo, está encapsulado en un cilindro abierto, de plástico negro opaco. Lo cual le permite observar de forma direccional la luz que recibe por el frente, con el objetivo de encontrar una luz.

### 2.2.1. 1dr0: LDR ambiental

Para calibrar el sensor ambiental, se realizarán algunas medidas comparando la distancia a un foco de luz. También se compararán los valores con distintos ángulos, para observar si realmente es invariante a la orientación.

El valor medido por el sensor, está representado en un intervalo  $[0, 1024]$  de valores discretos. El valor 0, corresponde con un voltaje de 0V en la entrada de Arduino, y 1023 con +5V. De forma que si  $l_0$  es el valor discreto medido por Arduino:

$$V_0 = 5 \cdot \frac{l_0}{1023}$$

En la figura 3 se observa el montaje del LDR  $R_2$ , junto con otra resistencia  $R_1$  de un valor fijo de  $10k\Omega$ .

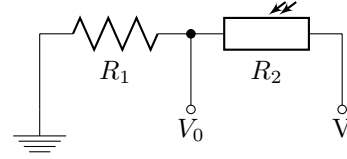


Figura 3: Circuito del sensor LDR.

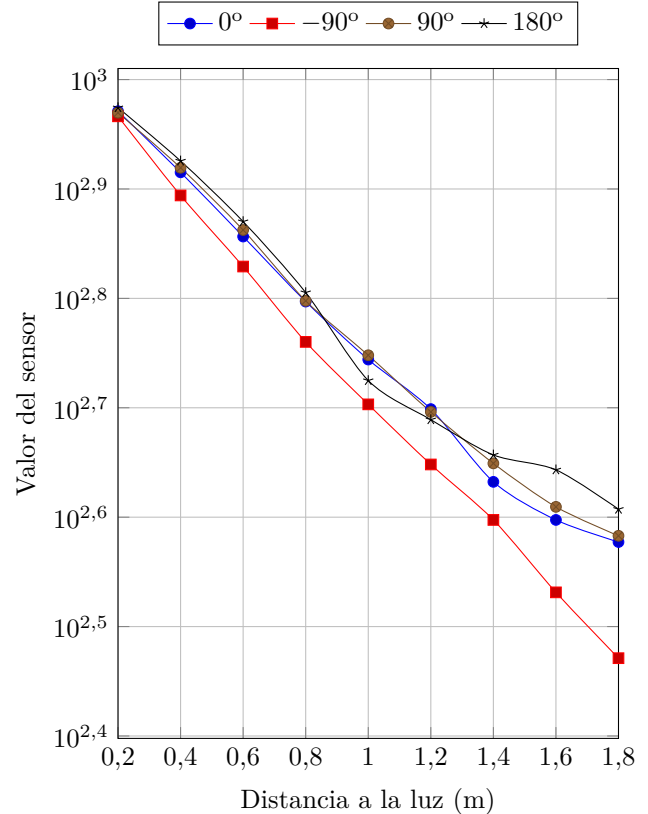
Para calibrar el sensor ambiental, se realizarán algunas medidas observando el valor de la resistencia del LDR, mientras se varía la distancia del foco de luz, así como el ángulo.

En cada medida, el sensor realiza 5000 mediciones de forma continua, y luego envía el valor de la media aritmética al ordenador, que es registrado.

En la tabla,  $s$  indica la distancia a la fuente de luz. Los ángulos indican la orientación del robot:

$s(m)$	$0^\circ$	$-90^\circ$	$+90^\circ$	$+180^\circ$
0.20	936	926	933	943
0.40	823	784	831	843
0.60	719	675	729	742
0.80	627	576	628	639
1.00	555	505	560	531
1.20	500	445	497	489
1.40	429	396	446	454
1.60	396	340	407	440
1.80	378	296	383	405

En la siguiente figura, se puede observar en una escala logarítmica para el eje y, el valor del sensor para cada orientación.



Existe una variación bastante marcada en la orien-

tación de  $-90^\circ$ . Esta variación indica que el sensor recibe menos luz de la esperada. Dicha variación está relacionada con la superficie del robot. Dado que hay cables en la superficie, cuando se coloca a  $-90^\circ$ , los cables se sitúan entre la luz y el sensor, y provocan una disminución de la intensidad.

En las demás orientaciones no se producen grandes cambios. Por lo que se asume que el sensor es realmente independiente de la orientación.

### 2.2.2. 1dr1: LDR direccional

El sensor LDR direccional, por el contrario, trata de aumentar la variación de la luz conforme a la orientación. Para calibrar este sensor se realizará un experimento similar, dividido en 4 orientaciones. Se asume que los valores para los ángulos opuestos, dada la simetría, son iguales.

Se muestran en la siguiente tabla los resultados obtenidos:

$s(m)$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$
0.10	1015	1011	1004	977
0.20	1015	998	670	404
0.30	1013	915	520	414
0.40	1011	838	416	314
0.50	1008	684	308	254
0.60	1004	534	216	202
0.70	999	500	214	113
0.80	996	394	188	95
0.90	992	355	164	80
1.00	987	352	136	70
1.20	977	277	96	60
1.40	968	173	65	57

Finalmente, en la figura 4, se muestran también en una escala logarítmica para el valor del sensor.

## 2.3. mouse0: Ratón de bola

En la parte posterior, un ratón de bola permite obtener mediciones del movimiento del robot. Tiene un controlador EM83702BP, que dispone con dos contadores digitales que realizan la medición del desplazamiento en el eje  $x$  y  $y$ .

Una bola de goma se encuentra en contacto con el suelo. Al desplazar el ratón, la bola gira alrededor de un eje imaginario, que es perpendicular al sentido del desplazamiento y paralelo al suelo. Desplazándose en la dirección de  $\vec{m}$ .

Ya que los movimientos efectuados por el robot serán los que provoquen sus dos ruedas, se puede determinar la posición, midiendo sólo el desplazamiento del ratón. Para ello, se observa en la figura 6 un ejemplo de un giro de  $\alpha = 45^\circ$ .

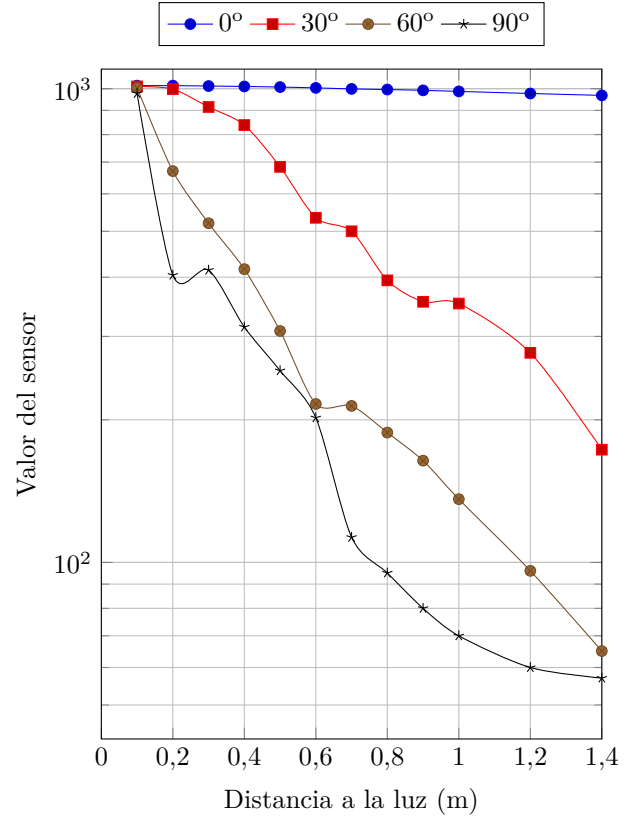


Figura 4: Resultados del experimento de calibración de 1dr1.

### 2.3.1. Movimiento de la bola

Para poder analizar el movimiento que realizará el robot, mediante la información que el ratón proporciona, es necesario conocer como varía el vector  $\vec{m}$  que indica el desplazamiento real del ratón, con respecto a la información proporcionada por el mismo.

Para ello, es necesario averiguar el funcionamiento del ratón. Este consta de una bola de goma, que está situada en un zócalo, donde puede girar libremente, al mover el ratón por una superficie.

Dos rodillos de plástico rozan con la bola, situados en un ángulo de  $90^\circ$ . A continuación se analiza, como el movimiento de la bola, roza en los puntos  $B_1$  y  $B_2$  con los rodillos del ratón. En la figura 5 se observa con detalle el mismo giro que en la figura 6.

### 2.3.2. El tamaño de la bola

¿Cómo se mueven los rodillos del ratón, cuando la bola gira? Para responder a esta cuestión, se moverá el ratón un desplazamiento  $\vec{m}$  a una velocidad uniforme y en línea recta, y se intentará calcular de forma teórica el resultado esperado.

Los ejes están intercambiados con respecto al orden habitual de un plano. Esto es debido a que el ratón está colocado en el robot como en la figura 5. Sin embargo mantienen el sentido. Hacia arriba y derecha son positivos.

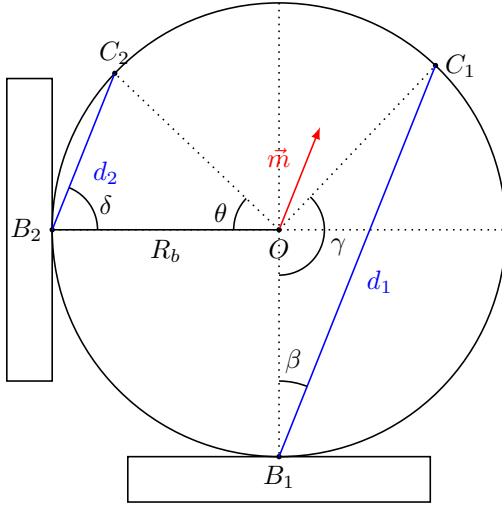


Figura 5: Diagrama de la bola del ratón.

El rodillo inferior, girará rozando continuamente por el punto  $B_1$  a medida que la bola gire. Dado que la dirección  $\vec{m}$  permanece constante durante este movimiento, el punto  $B_1$  describirá una trayectoria circular en la superficie de la bola. La bola tiene un radio  $R_b$ .

El perímetro de esta circunferencia se denomina por  $p_1$ , que es tangente a  $B_1$  y  $C_1$  y que tiene por diámetro  $d_1$ . De modo que cuando la bola dé una vuelta completa, el rodillo habrá avanzado exactamente  $p_1$ .

La distancia  $d_1$  es la cuerda de ángulo  $\gamma$ , cuya longitud es, por su propia definición:

$$d_1 = R_b \text{crd } \gamma = 2R_b \sin \frac{\gamma}{2}$$

Además, el ángulo  $\gamma = 180^\circ - 2\beta$ , pues forma un triángulo isósceles:

$$d_1 = 2R_b \sin(90 - \beta) = 2R_b \cos \beta$$

De igual modo para  $d_2$ :

$$d_2 = R_b \text{crd } \theta = 2R_b \sin \frac{\theta}{2}$$

Sabiendo que  $\theta = 180^\circ - 2\delta$  y que  $\beta = 90 - \delta$ , puesto que  $d_1 \parallel d_2$ :

$$d_2 = 2R_b \sin(90 - \delta) = 2R_b \sin \beta$$

Finalmente, para los perímetros:

$$p_1 = \frac{2\pi d_1}{2} = 2\pi R_b \cos \beta \quad p_2 = \frac{2\pi d_2}{2} = 2\pi R_b \sin \beta$$

Si se supone que no hay ningún deslizamiento entre la bola y el rodillo, cuando la bola avance  $\vec{m}$ , ésta girará un ángulo  $\theta_b$ :

$$\theta_b = \frac{m}{R_b}$$

Si  $R_r$  es el radio de los rodillos, estos girarán un ángulo:

$$\theta_1 = \frac{\theta_b d_1}{2R_r} \quad \theta_2 = \frac{\theta_b d_2}{2R_r}$$

Sustituyendo  $d_1$  y  $d_2$ :

$$\theta_1 = \frac{\theta_b 2R_b \cos \beta}{2R_r} = \frac{R_b}{R_r} \theta_b \cos \beta$$

$$\theta_2 = \frac{\theta_b 2R_b \sin \beta}{2R_r} = \frac{R_b}{R_r} \theta_b \sin \beta$$

Recuperando el valor de  $\theta_b$ , el radio  $R_b$  desaparece:

$$\theta_1 = \frac{m \cos \beta}{R_r} \quad \theta_2 = \frac{m \sin \beta}{R_r} \quad (3)$$

De modo que se obtiene una relación entre el ángulo con el que se desplaza el ratón y el giro de cada uno de los rodillos, como se deseaba. Además se observa que el tamaño no importa, de la bola, para calcular el giro de los rodillos.

### 2.3.3. Los optoreceptores

Los rodillos que rozan con la bola, tienen en los extremos unos discos con ranuras equiespaciadas, de modo que cortan un haz de luz infrarrojo al girar. Este efecto, provoca que un sensor registre el número de veces que se ha cortado el haz, y por lo tanto mide, de forma discreta, cuánto ha girado el rodillo, es decir  $\theta_1$  y  $\theta_2$ .

Cada disco tiene 27 dientes y  $R_r$ , el radio de los rodillos, es de  $1.4 \pm 0.1$  mm.

Además, en cada disco se encuentran dos receptores, desfasados  $90^\circ$ , de forma que pueden detectar el sentido de giro. Por cada diente que se avanza, se cuentan 4 pasos en los contadores digitales.

Si  $o_1$  y  $o_2$  son los valores medidos por los contadores que acumulan el número de pasos que se ha desplazado el rodillo:

$$o_1 = \frac{27 \cdot 4 \theta_1}{2\pi} \quad o_2 = \frac{27 \cdot 4 \theta_2}{2\pi}$$

Sustituyendo el valor del ángulo  $\theta_1$  y  $\theta_2$  por la ecuación 3:

$$o_1 = \frac{27 \cdot 4}{2\pi R_r} m \cos \beta \quad o_2 = \frac{27 \cdot 4}{2\pi R_r} m \sin \beta$$

Añadiendo una constante  $K_r$ :

$$K_r = \frac{27 \cdot 4}{2\pi R_r} = 12 \pm 2$$

$$o_1 = K_r m \cos \beta \quad o_2 = K_r m \sin \beta$$

Esta constante,  $K_r$ , ha sido calculada de forma experimental, con un valor de 11,484. Este valor se encuentra dentro del margen calculado, por lo que se considera como válido, y verifica los cálculos realizados.

$$K_r = 11,484$$

Para calcular esta constante, se realizó un movimiento de 150mm, en línea recta y se registraron los valores de  $o_1$ , que mide el desplazamiento en el eje  $y$ :

$o_1$	1719	1728	1722	1719	1725
-------	------	------	------	------	------

Tras calcular la media, y dividirla por 150mm, se obtiene el valor  $K_r$ .

Empleando una notación vectorial,  $\vec{o}$  es el desplazamiento indicado por el ratón, tras intercambiar sus ejes:  $\vec{o} = (o_2, o_1)$ .

De forma que  $o_x = o_2 = K_r m \sin \beta$  y  $o_y = o_1 = K_r m \cos \beta$ . Ya que  $m_x = m \sin \beta$  y  $m_y = m \cos \beta$ , se simplifica:  $o_x = K_r m_x$  y  $o_y = K_r m_y$ , quedando finalmente:

$$\vec{o} = K_r \vec{m} \implies \vec{m} = \frac{\vec{o}}{K_r} \quad (4)$$

### 2.3.4. El radio de giro $R_r$

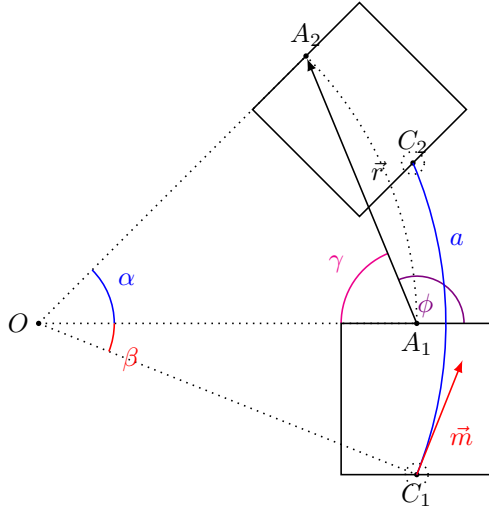


Figura 6: Diagrama de un giro del robot.

Para calcular el radio de giro  $R_r$  del robot se empleará el triángulo  $OA_1C_1$  que comparte el lado  $R_r$  con el triángulo  $OA_2A_1$ .

$l$  es la distancia que separa el ratón del eje de las ruedas,  $l = \overline{A_1C_1}$ .  $R_m$  es el radio desde el  $O$  hasta el ratón,  $C_1$ .

Observando el ángulo  $\beta$  se cumple que:

$$\sin \beta = \frac{l}{R_m} = \frac{m_x}{m} \implies R_m = \frac{l \cdot m}{m_x} \quad (5)$$

Ahora, tomando el triángulo  $OA_1C_1$ :

$$R_r = R_m \cos \beta = R_m \frac{m_y}{m} = \frac{l \cdot m \cdot m_y}{m_x \cdot m} = \frac{l \cdot m_y}{m_x} \quad (6)$$

### 2.3.5. El ángulo $\alpha$

En un giro el robot mueve el ratón en la trayectoria descrita por el arco  $a$ , como muestra la figura 6. Dado que el ratón gira acompañando al robot, la trayectoria percibida por el mismo, es en línea recta, y de una longitud exactamente igual a  $a$ . De forma que:

$$m = \sqrt{m_x^2 + m_y^2} = a$$

Si  $R_m = \overline{OC_1}$ , dado que  $\alpha = \widehat{A_1OA_2} = \widehat{C_1OC_2}$ , se tiene que  $a = \alpha R_m$ . Junto con lo anterior:

$$m = \alpha R_m$$

Empleando la ecuación 4:

$$\alpha = \frac{m}{R_m} = \frac{m \cdot m_x}{l \cdot m} = \frac{m_x}{l} \quad (7)$$

### 2.3.6. El vector $\vec{r}$

Para determinar la posición del robot, es necesario calcular el vector  $\vec{r}$ . Este vector indica el desplazamiento del robot, usando un sistema de coordenadas local. Observando el ángulo  $\phi$ :

$$r_x = r \cos \phi \quad r_y = r \sin \phi$$

En forma matricial, empleando  $R_\phi$  como matriz de rotación:

$$\vec{r} = \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \end{bmatrix} = R_\phi \begin{bmatrix} r \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Y ya que  $r$  es la cuerda de radio  $R_r$  y ángulo  $\alpha$ , se tiene que:

$$r = R_r \operatorname{crd} \alpha = 2R_r \sin \frac{\alpha}{2}$$

Junto con las ecuaciones 6 y 5:

$$r = 2R_r \sin \frac{m_x}{2l} = \frac{2lm_y}{m_x} \sin \frac{m_x}{2l}$$

Dado que existe una división por  $m_x$  que valdrá 0 cuando el robot avance en el eje  $y$ , es necesario evitar la división por cero:

$$r = \begin{cases} \frac{2lm_y}{m_x} \sin \frac{m_x}{2l} & \text{si } m_x \neq 0 \\ m_y & \text{si } m_x = 0 \end{cases} \quad (9)$$

### 2.3.7. El ángulo global $\theta$

En cada giro, el ángulo global  $\theta$  cambia, y ha de actualizarse. Se denomina  $\Delta\theta$  al giro que se produce en un intervalo  $\Delta t$ , tras cada actualización.

$$\theta(t + \Delta t) = \theta(t) + \Delta\theta$$

Observando la figura 6, ángulo  $\alpha$  indica el giro que describe el robot, en  $\Delta t$ , por lo que  $\Delta\theta = \alpha$ :

$$\theta(t + \Delta t) = \theta(t) + \alpha \quad (10)$$

Siendo  $\alpha$  el ángulo que gira el robot entre  $t$  y  $t + \Delta t$ .

### 2.3.8. La posición global $\vec{s}$

El vector  $\vec{s}(t)$  indica la posición global del robot en el instante  $t$ , tomando un sistema de coordenadas globales:

$$\vec{s}(t + \Delta t) = \vec{s}(t) + \Delta \vec{s}$$

En cada movimiento del robot avanzará  $\vec{r}$  en el sistema de coordenadas del robot. De forma que para calcular  $\Delta \vec{s}$ :

$$\Delta \vec{s} = R_{\theta(t)} \cdot \vec{r}$$

El ángulo  $\theta$  indica el giro global del robot,  $\theta = \alpha$ .

Substituyendo  $\vec{r}$  por la ecuación 7:

$$\Delta \vec{s} = R_{\alpha} \cdot R_{\phi} \cdot \begin{bmatrix} r \\ 0 \end{bmatrix} = R_{\alpha+\phi} \cdot \begin{bmatrix} r \\ 0 \end{bmatrix}$$

Realizando la multiplicación de la matriz:

$$\Delta s_x = r \cos(\alpha + \theta) \quad \Delta s_y = r \sin(\alpha + \theta)$$

De forma que en cada  $\Delta t$ , la posición se actualizará:

$$\begin{aligned} s_x(t + \Delta t) &= s_x(t) + r \cos(\alpha + \theta) \\ s_y(t + \Delta t) &= s_y(t) + r \sin(\alpha + \theta) \end{aligned} \quad (11)$$

### 2.3.9. Odometría

Para determinar la ubicación del robot, bastará con conocer la posición y el ángulo del robot. De forma que  $\theta_r$  indicará el ángulo del robot de forma global, y  $\vec{s}$  su posición.

En cada giro, el robot cambiará su orientación en  $\Delta \theta_r = \alpha$ . De forma que empleando la ecuación 6:

$$\theta_r = \sum \Delta \theta_r = \sum \alpha = \sum \frac{m_y}{l}$$

Para el vector  $\vec{s}$ , para cada giro:

$$\vec{s} = \sum \Delta \vec{s} = \sum \vec{r}$$

## 3. Posibles errores

La función `attachInterrupt` no borra las banderas (flags) `INTF0` y `INTF1` del registro `EIFR`, de forma que al colocar una interrupción por primera vez, es posible que se ejecute al comienzo sin haber recibido tal interrupción. Una posible solución es añadir esta línea al comienzo de la función:

```
EIFR |= _BV(INTF0) || _BV(INTF1);
```

La función `pulseIn` calcula el tiempo dependiendo de las optimizaciones que se produzcan. Es necesario que sea independiente. Además es conveniente sustituirla por alguna función no bloqueante que emplee interrupciones.

## 4. TODO

Este documento está incompleto. Faltan cálculos en la parte de la odometría, así como los experimentos que verifican la posición de robot.

Falta cambiar los gráficos a pgf. Corregir la ortografía. Usar la precisión en los experimentos. Encontrar la ecuación que describe la luz con la distancia, en el LDR. Y las ecuaciones que describen el movimiento de los motores, sabiendo el voltaje y tiempo de funcionamiento.

La última versión se encuentra en <https://github.com/rodarima/robotica>.