

TÓPICO 4 – FUNÇÃO EXPONENCIAL – EQUAÇÕES EXPONENCIAIS

SÃO EQUAÇÕES QUE CONTÊM A VARIÁVEL NO EXPOENTE.

$$\text{Ex.: } 2^x = 8.$$

EXERCÍCIOS

1) Resolva as equações exponenciais abaixo:

a) $3^{x+2} \cdot 3^4 = 243$

SOLUÇÃO

DICA: FATORE O VALOR GRANDE.

$$\begin{array}{r|l} 243 & 3 \\ 81 & 3 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ \hline 1 & 3^5 \end{array}$$

$$3^{x+2} \cdot 3^4 = 3^5$$

$$3^{x+2+4} = 3^5$$

$$3^{x+6} = 3^5$$

$$x+6 = 5$$

$$x = 5 - 6$$

$$\boxed{x = -1}$$

$$\underline{a}^m \cdot \underline{a}^n = a^{m+n}$$

$$a^m = a^n \Leftrightarrow \boxed{m=n}$$

b) $4 \cdot 4^x + 2^x \cdot 2 = 2$

SOLUÇÃO

DICA: 4^x e 2^x . 4 é uma potência do 2.

Vamos chamar a potência do menor número de y. No exemplo, vamos chamar

$$2^x = y.$$

$$\text{Se } 2^x = y.$$

$$4^x = (2^2)^x.$$

$$4^x = (2^x)^2$$

$$4^x = \frac{y^2}{2}$$

$$(a^m)^n = (a^n)^m = a^{m \cdot n}$$

Então, se temos $4 \cdot 4^x + 2^x \cdot 2 = 2$, substituindo 2^x por y, temos:

$$4 \cdot y^2 + y \cdot 2 = 2$$

$$4y^2 + 2y - 2 = 0 (\div 2)$$

$$2y^2 + y - 1 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1) = 1 + 8 = 9.$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{9} = 3.$$

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$y' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1+3}{2 \cdot 2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$y'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1-3}{2 \cdot 2} = \frac{-4}{4} = -1$$

Sendo $2^x = y$. Então:

$$y' = \frac{1}{2} \rightarrow 2^x = \frac{1}{2}$$

$$2^x = 2^{\downarrow -1}$$

$$x = -1$$

$$\frac{1}{2} = 2^{-1} \quad a^{-1} = \frac{1}{a}$$

$$y'' = -1 \rightarrow 2^x = -1 \rightarrow x \notin \mathbb{R}$$

$$\text{R.: } x = -1$$