SEÑALES Y SISTEMAS

Primer Parcial (G3), curso 2015-16.

Grado en Ingeniería Multimedia.

Fecha: 4 de Noviembre de 2015 Duración: 1:00 h

Problema 1 (5,5 PUNTOS) Sea la secuencia

$$x[n] = 2 + \cos\left(\frac{2\pi n}{3} - \frac{\pi}{4}\right) + 4\,\mathrm{sen}\left(\frac{7\pi n}{3}\right) + 3\cos\left(\frac{19\pi n}{9}\right)$$

a) (1,0 P) Calcula el periodo N_0.

b) (3,5 P) Calcula los coeficientes c_k de su desarrollo en serie de Fourier discreto.

c) (1,0 P) Representa el espectro de amplitud y de fase de los coeficientes c_k en función de la frecuencia discreta.

Problema 2 (4,5 PUNTOS) Se dispone de un cuantificador de 5 bits cuya zona granular está comprendida entre los valores $x_{max} = 0{,}5$ y $x_{min} = -0{,}5$ Voltios. La función característica del cuantificador $Q(x)$ es la siguiente

$$x_q = Q(x) = \begin{cases} \left(E\left[\frac{|x|}{\Delta}\right] + \frac{1}{2}\right) \cdot \Delta \cdot sign(x), & |x| < x_{max} \\ \frac{L-1}{2} \cdot \Delta \cdot sign(x), & |x| \geq x_{max} \end{cases}$$

Donde L es el número de niveles y Δ es el escalón de cuantificación. A cada valor de x_q se le asigna una palabra de código binaria de acuerdo con una codificación signo-magnitud, con el bit de signo 1 para valores de tensión negativos y viceversa.

a) (3,0 P) Considera las muestras $x_1 = 0,368$ V, $x_2 = -0,105$ V que se han obtenido muestreando la señal $x(t) = 0{,}5\cos(0{,}2\pi t - \frac{\pi}{4})$, y la muestra $x_3 = -0,53$ V. Calcula su valor cuantificado, su palabra de código y el error relativo de cuantificación en tanto por ciento.

b) (1,0 P) Considera ahora estos dos otros cuantificadores uniformes, cuyas características son
$2)\quad bits = 4, \qquad 2X_m = 1.$
$3)\quad bits = 6, \qquad 2X_m = 2.$
Entre las tres opciones (la primera y estos últimos dos), cuál es la que cuantificaría mejor la señal $x(t)$ ajustándose a sus características? Justifica tu elección.

c) (0,5 P) Suponiendo que el margen dinámico del cuantificador sea $2X_m = 8\sigma_x$, es decir 8 veces el valor cuadrático medio de la señal. ¿Cuántos bits de cuantificación habría que utilizar para asegurar una relación señal a ruido de cuantificación de al menos 78 dB? ¿Cuál sería el número de niveles total necesario?
Emplea la fórmula:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_q = 6,02 \cdot (b-1) + 10,8 - 20 \cdot \log\left(\frac{2X_m}{2\sigma_x}\right) \quad \text{dB.}$$

SEÑALES Y SISTEMAS

Primer Parcial (G1)

Grado en Ingeniería Multimedia.

Fecha: 4 de Noviembre de 2015 — Duración: 1:00 h

SOLUCIÓN

Problema 1 (5,5 PUNTOS)

a) $N_0 = M.C.M\{3, 6, 18\} = 18$ u.t.d

b) $c_0 = 2, \quad c_6 = \left(\frac{1}{2}\right) e^{-j\frac{\pi}{4}}, \quad c_{12} = \left(\frac{1}{2}\right) e^{j\frac{\pi}{4}}, \quad c_1 = \frac{3}{2}, \quad c_{17} = \frac{3}{2}, \quad c_3 = 2e^{-j\frac{\pi}{2}},$
$c_{15} = 2e^{j\frac{\pi}{2}}$

c) Espectro de amplitud y fase de los c_k aquí no se muestra.

Problema 2 (4,5 PUNTOS)

a) $\Delta_1 = \frac{1}{32} = 0{,}03125 \quad V, x_{q1} = 0{,}3594 \quad V$
$palabra \quad binaria = 01011, \quad e_{q1} = 2{,}34\,\%$
$x_{q2} = -0{,}1094 \quad V$
$palabra \quad binaria = 10011, \quad e_{q2} = 3{,}26\,\%$
$x_{q3} = -0{,}4844 \quad V$
$palabra \quad binaria = 11111, \quad e_{q3} = 8{,}6\,\%$

b) $\Delta_3 = \Delta_1$, pero la mejor opción es la primera ya que se ajusta mejor a las características de $x(t)$.

c) $b > 14{,}16 = 15$ bits, el número de niveles es $L = 2^{15} = 32768$.