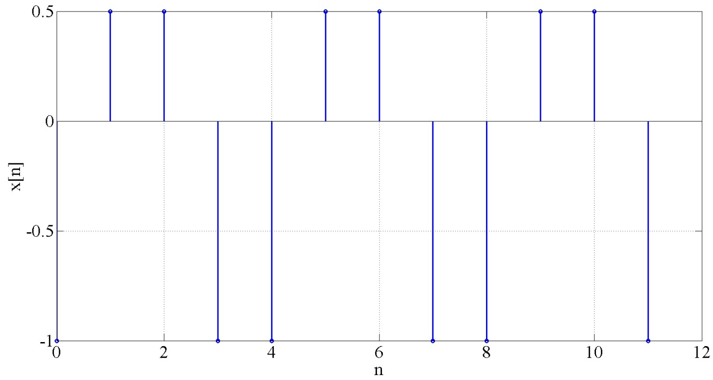
SEÑALES Y SISTEMAS

Primer Parcial (G2)

Grado en Ingeniería Multimedia.

Fecha: 9 de noviembre de 2017 Duración: 1:00 h

Problema 1 (5,5 PUNTOS) Dada la señal



a) (4,5 P) Calcula el desarrollo en serie de Fourier discreto de $x[n]$ y sus coeficientes c_k.

b) (1,0 P) Representa el espectro de amplitud y de fase de los coeficientes c_k en función de la frecuencia discreta.

Problema 2 (4,5 PUNTOS) Se dispone de un cuantificador de 5 bits cuya zona granular está comprendida entre los valores $x_{max} = 0{,}5$ y $x_{min} = -0{,}5$ Voltios. La función característica del cuantificador $Q(x)$ es la siguiente

$$x_q = Q(x) = \begin{cases} \left(E\left[\frac{|x|}{\Delta}\right] + \frac{1}{2}\right) \cdot \Delta \cdot sign(x), & |x| < x_{max} \\ \frac{L-1}{2} \cdot \Delta \cdot sign(x), & |x| \geq x_{max} \end{cases}$$

Donde L es el número de niveles y Δ es el escalón de cuantificación. A cada valor de x_q se le asigna una palabra de código binaria de acuerdo con una codificación signo-magnitud, con el bit de signo 1 para valores de tensión negativos y viceversa.

a) (3,0 P) Considera las muestras $x_1 = 0,047$ V, $x_2 = -0,227$ V que se han obtenido muestreando la señal $x(t) = 0{,}5\cos(0{,}2\pi t - \frac{\pi}{4})$, y la muestra $x_3 = 0,53$ V. Calcula su valor cuantificado, su palabra de código y el error relativo de cuantificación en tanto por ciento.

b) (1,0 P) Considera ahora estos dos otros cuantificadores uniformes, cuyas características son
   2) $bits = 4, \qquad 2X_m = 1.$
   3) $bits = 6, \qquad 2X_m = 0{,}5.$
   Entre las tres opciones (la primera y estos últimos dos), cuál es la que cuantificaría mejor la señal $x(t)$? Justifica tu elección.

c) (0,5 P) Suponiendo que el margen dinámico del cuantificador sea $2X_m = 8\sigma_x$, es decir 8 veces el valor cuadrático medio de la señal. ¿Cuántos bits de cuantificación habría que utilizar para asegurar una relación señal a ruido de cuantificación de al menos 81 dB? ¿Cuál sería el número de niveles total necesario?
   Emplea la fórmula:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_q = 6,02 \cdot (b-1) + 10,8 - 20 \cdot \log\left(\frac{2X_m}{2\sigma_x}\right) \quad \text{dB}.$$

SEÑALES Y SISTEMAS

Primer Parcial (G2)

Grado en Ingeniería Multimedia.

Fecha: 9 de noviembre de 2017 Duración: 1:00 h

SOLUCIÓN

Problema 1 (5,5 PUNTOS)

a) $N_0 = 4$

$c_0 = \frac{-1}{4} = \frac{1}{4}e^{j\pi}, \quad c_1 = -\frac{3}{8} - j\frac{3}{8} = \left(\frac{3\sqrt{2}}{8}\right) e^{-j\frac{3\pi}{4}} = \left(\frac{3\sqrt{2}}{8}\right) e^{j\frac{5\pi}{4}}, \quad c_2 = 0,$

$c_3 = c_1^*$

$x[n] = \frac{1}{4}e^{j\pi} + \left(\frac{3\sqrt{2}}{8}\right) e^{-j\frac{3\pi}{4}} e^{j\frac{\pi}{2}n} + \left(\frac{3\sqrt{2}}{8}\right) e^{j\frac{3\pi}{4}} e^{j\frac{3\pi}{2}n}$

b) Espectro de amplitud y fase de los c_k aquí no se muestra.

Problema 2 (4,5 PUNTOS)

a) $\Delta_1 = \frac{1}{32} = 0{,}03125 \quad V, x_{q1} = 0{,}0469 \quad V$

$palabra \quad binaria = 00001, \quad e_{q1} = 0{,}21\,\%$

$x_{q2} = -0{,}2344 \quad V$

$palabra \quad binaria = 10111, \quad e_{q2} = 3{,}26\,\%$

$x_{q3} = 0{,}4844 \quad V$

$palabra \quad binaria = 01111, \quad e_{q3} = 8{,}6\,\%$

b) $\Delta_2 > \Delta_1$, y $\Delta_3 < \Delta_1$ pero la mejor opción es la primera ya que se ajusta mejor a las características de $x(t)$, en el tercer cuantificador la señal entra en saturación ya que $2X_m = 0{,}5$.

c) $b > 14{,}66 = 15$ bits, el número de niveles es $L = 2^{15} = 32768$.