# SEÑALES Y SISTEMAS

**Segundo Parcial (Mod.1)**

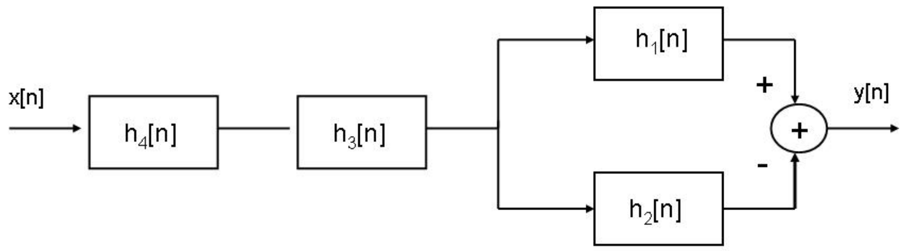
Grado en Ingeniería Multimedia.

---

Fecha: 16 de Diciembre de 2014 Duración: 1:00 h

---

**Problema 1** (5 PUNTOS) Dado el sistema LTI de la figura




siendo

$$h_4[n] = 2\left(\tfrac{1}{2}\right)^n (u[n] - u[n-4])$$

$$h_3[n] = \delta[n+1] + \delta[n]$$

$$h_2[n] = n\, u[n-1]$$

$$h_1[n] = (n+1)\, u[n]$$

a) (4 P) Calcula la respuesta impulsiva total del sistema $h_T[n]$.

b) (1 P) Indica si $h_4[n]$ es estable y causal.

**Problema 2** (5 PUNTOS) Considera el sistema LTI descrito por la siguiente ecuación en diferencias

$$y[n] = x[n] - 2x[n-1] + \tfrac{3}{4}y[n-1] - \tfrac{1}{8}y[n-2]$$

a) (0,5 P) Dibuja el diagrama de bloque del sistema.

b) (0,5 P) Encuentra $H(e^{j\omega})$.

c) (2,5 P) Calcula $h[n]$.

d) (1,5 P) Encuentra la salida $y[n]$ ante la señal de entrada $x[n] = 5 \cdot e^{j(\pi n + \frac{\pi}{3})}$

# SEÑALES Y SISTEMAS

**Examen segundo parcial (Mod.1)**

Grado en Ingeniería Multimedia.

---

Fecha: 16 de Diciembre de 2014 Duración: 1:00 h

---

# SOLUCIÓN

**Problema 3** (5 PUNTOS)

a) Hay que reducir el sistema mediante los siguientes pasos

$$h_{eq12}[n] = (h_1[n] - h_2[n]) = u[n].$$

$$h_{eq123}[n] = (h_3[n] * h_{eq12}[n]) = u[n] + u[n+1] = \delta[n+1] + 2u[n].$$

Teniendo en cuenta que $h_4[h] = 2\delta[n] + \delta[n-1] + \frac{1}{2}\delta[n-2] + \frac{1}{4}\delta[n-3]$, finalmente se tendrá:

$$h_T[n] = h_{eq123}[n] * h_4[n] = (\delta[n+1] + 2u[n]) * (2\delta[n] + \delta[n-1] + \tfrac{1}{2}\delta[n-2] + \tfrac{1}{4}\delta[n-3]).$$

Extrayendo ahora los elementos correspondientes a mismos instantes de tiempo y realizando una tabla se obtiene:

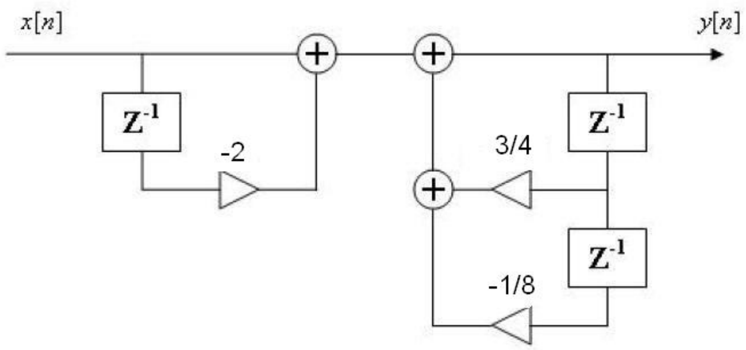
$$h_T[n] = 2\delta[n+1] + 5\delta[n] + \tfrac{13}{2}\delta[n-1] + \tfrac{29}{4}\delta[n-2] + \tfrac{15}{2}u[n-3].$$

b) El sistema es causal ya que $h_4[n] \neq 0$ por $n < 0$, y es estable ya que

$$\sum_{n=0}^{3} |h_4[n]| = 2 + 1 + 0{,}5 + 0{,}25 = \tfrac{15}{4}.$$

**Problema 4** (5 PUNTOS)

a) El diagrama de bloque del sistema es



b) Pasando la ecuación en diferencias a frecuencia se obtiene

$$H(e^{j\omega}) = \frac{Y(e^{j\omega})}{X(e^{j\omega})} = \frac{1-2e^{-j\omega}}{1-\frac{3}{4}e^{-j\omega}+\frac{1}{8}e^{-2j\omega}}.$$

c) Antes de descomponer en fracciones parciales, hay que buscar los dos polos del denominador, que resolviendo la ecuación de segundo grado del denominador son $p_1 = 1/2$ y $p_2 = 1/4$. Entonces se obtiene que

$$H(e^{j\omega}) = \frac{1-2e^{-j\omega}}{(1-\frac{1}{2}e^{-j\omega})\cdot(1-\frac{1}{4}e^{-j\omega})}.$$

Para invertir la salida hay que aplicar el método de descomposición en fracciones simples,

$$H(e^{j\omega}) = \frac{A}{1-\frac{1}{2}e^{-j\omega}} + \frac{B}{1-\frac{1}{4}e^{-j\omega}}.$$

Con

$$A = \lim_{e^{j\omega}\to\frac{1}{2}} H(e^{j\omega}) \cdot (1-\tfrac{1}{2}e^{-j\omega}) = -6.$$

$$B = \lim_{e^{j\omega}\to\frac{1}{4}} H(e^{j\omega}) \cdot (1-\tfrac{1}{4}e^{-j\omega}) = 7.$$

Luego finalmente, la DTFT inversa de $H(e^{j\omega})$ es, aplicando la propiedad de linealidad y el conocido par de transformada:

$$h[n] = -6\left(\tfrac{1}{2}\right)^n u[n] + 7\left(\tfrac{1}{4}\right)^n u[n].$$

d) La salida del sistema ante una entrada $x[n] = A\,e^{j(\omega_d n+\phi_0)}$, dado que el sistema es LTI, será

$$y[n] = A'\,e^{j\left(\omega_d n+\phi_0'\right)},$$

donde

$$A' = A \cdot |H(e^{j\omega_d})|,$$

$$\phi_0' = \phi_0 + \Phi_H(e^{j\omega_d}).$$

En este caso

$$A' = 5 \cdot |H(e^{j\pi})|,$$

$$\phi_0' = \tfrac{\pi}{4} + \Phi_H(e^{j\pi}).$$

Por lo tanto hay que calcular $H(e^{j\omega_d})$ a la pulsación $\omega_d = \pi$ que es un numero real (sin fase):

$$H(e^{j\pi}) = \frac{1-2e^{-j\pi}}{(1-\frac{1}{2}e^{-j\pi})\cdot(1-\frac{1}{4}e^{-j\pi})} = \frac{3}{15/8} = \frac{8}{5}$$

$$|H(e^{j\pi})| = \tfrac{8}{5}, \qquad \Phi_H(e^{j\pi/2}) = 0.$$

Y por lo tanto, la respuesta del sistema a la señal $x[n]$ será

$$y[n] = A'\,e^{j\left(\omega_d n+\phi_0'\right)} = 5 \cdot \tfrac{8}{5}e^{j(\pi n+\frac{\pi}{3})} = 8e^{j(\pi n+\frac{\pi}{3})}.$$

El filtro amplifica la señal de entrada y no afecta a su fase.