

CT-201 ou CTC-21 Matemática Discreta e Lógica Matemática (Lista de Exercícios 2)

Professor: Paulo Marcelo Tasinaffo.

Data de Divulgação: primeira semana de aula.

Data de Entrega: ver instruções abaixo.

Regulamento:

Graduação:

1. Não precisa entregar para o professor.

Pós-Graduação:

2. Pode ser resolvida em dupla;
3. Data de entrega, a ser combinada com o professor responsável.

Questão 01 - Deduza ou prove cada uma das propriedades dadas abaixo. Se o argumento for primitivo, construa a tabela-verdade para verificar sua validade.

Tabela 01 – Alguns teoremas que podem ser derivados a partir das regras primitivas.

1. $\varphi \leftrightarrow \psi \vdash \psi \rightarrow \varphi$
2. $\varphi \leftrightarrow \psi \vdash \varphi \rightarrow \psi$
3. $\varphi \vee \psi \dashv\vdash \neg(\neg\varphi \wedge \neg\psi)$
4. $\varphi \wedge \psi \dashv\vdash \psi \wedge \varphi$
5. $\varphi \rightarrow \psi \dashv\vdash \neg(\varphi \wedge \neg\psi)$
6. $\varphi \dashv\vdash (\varphi \wedge \psi) \vee (\varphi \wedge \neg\psi)$
7. $(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow \varphi \vdash \varphi$
8. $\varphi \vee \neg\varphi \vdash I$
9. $\varphi \wedge \neg\varphi \vdash 0$
10. $\varphi \vee \varphi \vdash \varphi$
11. $\varphi \wedge \varphi \vdash \varphi$
12. $\varphi \vee I \vdash I$
13. $\varphi \wedge 0 \vdash 0$
14. $\varphi \wedge (\varphi \vee \psi) \vdash \varphi$
15. $\varphi \vee (\varphi \wedge \psi) \vdash \varphi$
16. $\neg(\varphi \vee \psi) \vdash \neg\varphi \wedge \neg\psi$ (De Morgan)
17. $\neg(\varphi \wedge \psi) \vdash \neg\varphi \vee \neg\psi$ (De Morgan)
18. $\varphi \rightarrow (\psi \rightarrow \theta) \vdash (\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (\varphi \rightarrow \theta)$

Questão 02 – Prove por dedução natural, os seguintes sistemas dedutivos adicionais:

1. $A \leftrightarrow (B \vee C), \neg \neg B \vdash A \wedge B$
2. $A \vee B, B \rightarrow C, \neg A \wedge D \vdash C$
3. $A \rightarrow C, C \rightarrow A, (A \leftrightarrow C) \rightarrow B \vdash B$
4. $(A \wedge B) \rightarrow C, \neg C \vdash \neg A \vee \neg B$

Questão 03 - 1. Todas as fórmulas enunciadas abaixo são válidas ou tautológicas:

- | | |
|---|---------------------------|
| a) $\models \neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$ | negação do antecedente |
| b) $\models (A \rightarrow B) \leftrightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$ | contraposição |
| c) $\models A \leftrightarrow A$ | equivalência é reflexiva |
| d) $\models (A \leftrightarrow B) \leftrightarrow (B \leftrightarrow A)$ | equivalência é simétrica |
| e) $\models ((A \leftrightarrow B) \wedge (B \leftrightarrow C)) \rightarrow (A \leftrightarrow C)$ | equivalência é transitiva |

Posto isto, demonstre-as pelo método da *eliminação de hipóteses provisórias*.

Questão 04 - Dada a tabela-verdade abaixo determine:

A	B	C	?
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

- a) uma fórmula para a última coluna da tabela anterior, pelo método de Post.
- b) simplifique a fórmula obtida em (a) através da álgebra de Boole.

Boa Sorte ☺!
Prof. Tasinaffo.