

Projeto de ULA (unidade lógica e aritmética)

ULA → processa duas ou mais operações aritméticas, relacionais e lógicas

Duas arquiteturas básicas:

1) **Convencional**

2) **Pipeline** → semelhante a linha de produção

Arquitetura → variantes:

a) **Mux's + funções Booleanas (MSI)**

b) **Funções Booleanas de dois níveis**

c) **Funções Booleanas multi-nível**

d) **Funções lógicas transistorizadas (porta complexa)**

Projeto de ULA (unidade lógica e aritmética)

ULA → processa duas ou mais operações aritméticas, relacionais e lógicas

Vamos estudar

Arquitetura:

1) Convencional

Arquitetura → variantes:

- a) Mux's + funções Booleanas (MSI)
- b) Funções Booleanas de dois níveis
- c) Funções Booleanas multi-nível

Estilos de projeto:

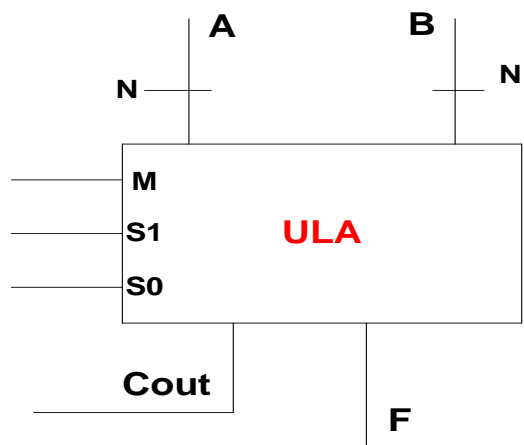
- a) Rede Iterativa
- b) Funções MSI

Projeto de ULA (unidade lógica e aritmética)

Estilos de projeto:

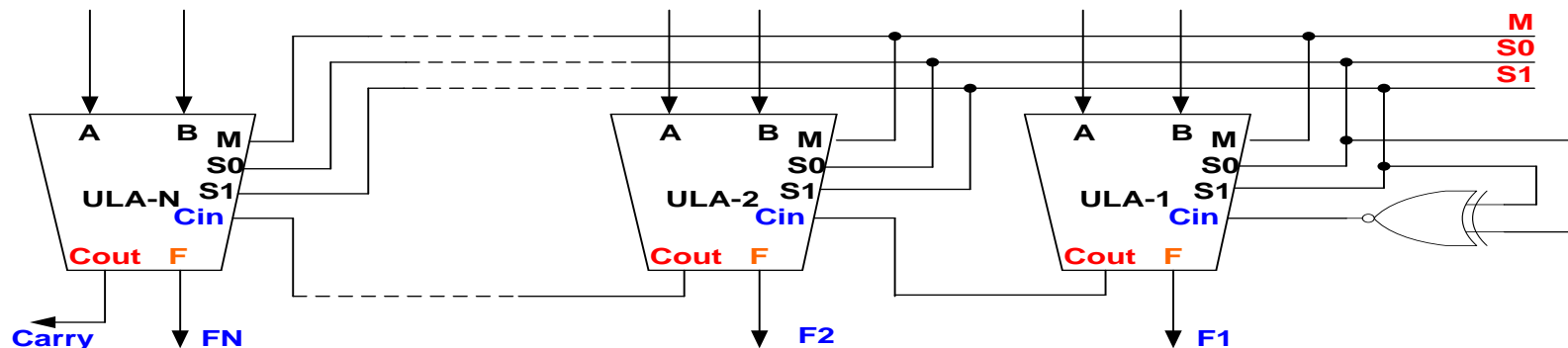
a) Rede iterativa; b) Funções MSI

Exemplo-1:



| Seleção | | | Operação (A, B) |
|---------|----|----|----------------------------|
| M | S1 | S0 | |
| 0 | 0 | 0 | A mais 1; Se Cin-0=1 |
| 0 | 0 | 1 | A menos 1; Se Cin-0=0 |
| 0 | 1 | 0 | A mais B mais Cin-0 |
| 0 | 1 | 1 | B menos A; Se Cin-0=1 |
| 1 | 0 | 0 | Transferência de A |
| 1 | 0 | 1 | Complemento e transf. de A |
| 1 | 1 | 0 | Lógica XOR |
| 1 | 1 | 1 | Lógica XNOR |

Estilos de projeto: Rede iterativa



Projeto de ULA (unidade lógica e aritmética)

Projeto da célula básica: Rede Iterativa

Técnica: síntese por operação (XOR)

| Seleção | | | Operação (A, B) | Função F | Função Cout |
|---------|----|----|----------------------------|---|---|
| M | S1 | S0 | | | |
| 0 | 0 | 0 | A mais 1; Se Cin-0=1 | $A \oplus \text{Cin}$ | A Cin |
| 0 | 0 | 1 | A menos 1; Se Cin-0=0 | $\overline{A} \oplus \text{Cin}$ | A + Cin |
| 0 | 1 | 0 | A mais B mais Cin-0 | $A \oplus B \oplus \text{Cin}$ | A B + (A \oplus B) Cin |
| 0 | 1 | 1 | B menos A; Se Cin-0=1 | $\overline{A} \oplus B \oplus \text{Cin}$ | $\overline{A} B + (\overline{A \oplus B}) \text{Cin}$ |
| 1 | 0 | 0 | Transferência de A | A | X |
| 1 | 0 | 1 | Complemento e transf. de A | \overline{A} | X |
| 1 | 1 | 0 | Lógica XOR | $A \oplus B$ | X |
| 1 | 1 | 1 | Lógica XNOR | $\overline{A \oplus B}$ | X |

Projeto de ULA (unidade lógica e aritmética)

Técnica: síntese por operação (XOR)

Como obter as funções

Sabendo que: $S_i = A_i \oplus B_i \oplus C_{in}$ e $R_i = A_i' \oplus B_i \oplus B_{in}$
 $C_{out} = A_i B_i + (A_i \oplus B_i) C_{in}$ / $B_{out} = A' B + (A_i \oplus B_i)' B_{in}$

A mais 1 $\rightarrow A \oplus B(0) \oplus C_{in} \rightarrow$ soma zero em B, elimina o operando B: $A \oplus C_{in}$

Para Cout $\rightarrow AB(0) + (A \oplus B(0)) C_{in} \rightarrow 0 + A C_{in}$

A menos 1 $\rightarrow A \oplus B(1) \oplus C_{in} \rightarrow$ soma hum em B, decrementa A: $A' \oplus C_{in}$

Para Cout \rightarrow

$AB(1) + (A \oplus B(1)) C_{in}$
 $A + A' C_{in} \rightarrow A + C_{in}$

| Seleção | Operação (A, B) | Função F | Função Cout |
|---------|----------------------------|----------------------------------|---|
| M S1 S0 | | | |
| 0 0 0 | A mais 1; Se $C_{in}=0$ | $A \oplus C_{in}$ | $A C_{in}$ |
| 0 0 1 | A menos 1; Se $C_{in}=0$ | $\bar{A} \oplus C_{in}$ | $A + C_{in}$ |
| 0 1 0 | A mais B mais $C_{in}=0$ | $A \oplus B \oplus C_{in}$ | $A B + (A \oplus B) C_{in}$ |
| 0 1 1 | B menos A; Se $C_{in}=1$ | $\bar{A} \oplus B \oplus C_{in}$ | $\bar{A} B + (\bar{A} \oplus B) C_{in}$ |
| 1 0 0 | Transferência de A | A | X |
| 1 0 1 | Complemento e transf. de A | \bar{A} | X |
| 1 1 0 | Lógica XOR | $A \oplus B$ | X |
| 1 1 1 | Lógica XNOR | $\overline{A \oplus B}$ | X |

Projeto de ULA (unidade lógica e aritmética)

Técnica: síntese por operação (XOR)

Como obter as funções

Sabendo que: $S_i = A_i \oplus B_i \oplus C_{in}$ e $R_i = A_i' \oplus B_i \oplus B_{in}$
 $C_{out} = A_i B_i + (A_i \oplus B_i) C_{in}$ / $B_{out} = A' B + (A_i \oplus B_i)' B_{in}$

Para A mais B $\rightarrow F = A_i \oplus B_i \oplus C_{in}$

e $C_{out} = A_i B_i + (A_i \oplus B_i) C_{in}$

Para B menos A \rightarrow fazendo por soma e usando complemento de 2, temos:

1) A' complemento de 1 e

2) complemento de 2 \rightarrow soma $C_{in-0}=1$

$F = A_i' \oplus B_i \oplus C_{in}$

$C_{out} = A' B + (A_i \oplus B_i)' B_{in}$

Onde: $A_i' \oplus B_i \rightarrow (A_i \oplus B_i)'$

| Seleção | Operação (A, B) | Função F | Função Cout |
|---------|----------------------------|----------------------------------|---|
| M S1 S0 | | | |
| 0 0 0 | A mais 1; Se $C_{in-0}=1$ | $A \oplus C_{in}$ | $A C_{in}$ |
| 0 0 1 | A menos 1; Se $C_{in-0}=0$ | $\bar{A} \oplus C_{in}$ | $A + C_{in}$ |
| 0 1 0 | A mais B mais C_{in-0} | $A \oplus B \oplus C_{in}$ | $A B + (A \oplus B) C_{in}$ |
| 0 1 1 | B menos A; Se $C_{in-0}=1$ | $\bar{A} \oplus B \oplus C_{in}$ | $\bar{A} B + (\bar{A} \oplus B) C_{in}$ |
| 1 0 0 | Transferência de A | A | X |
| 1 0 1 | Complemento e transf. de A | \bar{A} | X |
| 1 1 0 | Lógica XOR | $A \oplus B$ | X |
| 1 1 1 | Lógica XNOR | $\overline{A \oplus B}$ | X |

Projeto de ULA (unidade lógica e aritmética)

Rede iterativa: célula básica → usando XOR

| Seleção | Operação (A, B) | Função F | Função Cout |
|---------|----------------------------|--------------------------------------|---|
| M S1 S0 | | | |
| 0 0 0 | A mais 1; Se Cin=1 | $A \oplus \text{Cin}$ | $A \text{ Cin}$ |
| 0 0 1 | A menos 1; Se Cin=0 | $\bar{A} \oplus \text{Cin}$ | $A + \text{Cin}$ |
| 0 1 0 | A mais B mais Cin=0 | $A \oplus B \oplus \text{Cin}$ | $A B + (A \oplus B) \text{Cin}$ |
| 0 1 1 | B menos A; Se Cin=1 | $\bar{A} \oplus B \oplus \text{Cin}$ | $\bar{A} B + (\bar{A} \oplus B) \text{Cin}$ |
| 1 0 0 | Transferência de A | A | X |
| 1 0 1 | Complemento e transf. de A | \bar{A} | X |
| 1 1 0 | Lógica XOR | $A \oplus B$ | X |
| 1 1 1 | Lógica XNOR | $\overline{A \oplus B}$ | X |

Mapa de Karnaught reduzido

Função F

| M \ S1 S0 | | 00 | 01 | 11 | 10 |
|-----------|---|-----------------------|----------------------------------|---|--------------------------------|
| | | | | | |
| 0 | 0 | $A \oplus \text{Cin}$ | $\overline{A \oplus \text{Cin}}$ | $\overline{A \oplus B \oplus \text{Cin}}$ | $A \oplus B \oplus \text{Cin}$ |
| | 1 | A | \bar{A} | $\overline{A \oplus B}$ | $A \oplus B$ |

Função Cout

| M \ S1 S0 | | 00 | 01 | 11 | 10 |
|-----------|---|-----------------|------------------|---|---------------------------------------|
| | | | | | |
| 0 | 0 | $A \text{ Cin}$ | $A + \text{Cin}$ | $\bar{A} B + (\bar{A} \oplus B) \text{Cin}$ | $A B + (\bar{A} \oplus B) \text{Cin}$ |
| | 1 | X | X | X | X |

Projeto de ULA (unidade lógica e aritmética)

Rede iterativa: célula básica

Usando a técnica de Mapa-K-reduzido

Arquitetura: Mux's + Função com XOR

| $S_1 S_0$ | | $S_1 S_0$ | | | |
|-----------|--|----------------|---------------------------|-------------------------|-------------------------|
| | | 0 0 | 0 1 | 1 1 | 1 0 |
| M | | $A \oplus Cin$ | $\overline{A \oplus Cin}$ | $A \oplus B \oplus Cin$ | $A \oplus B \oplus Cin$ |
| | | A | \overline{A} | $\overline{A \oplus B}$ | $A \oplus B$ |

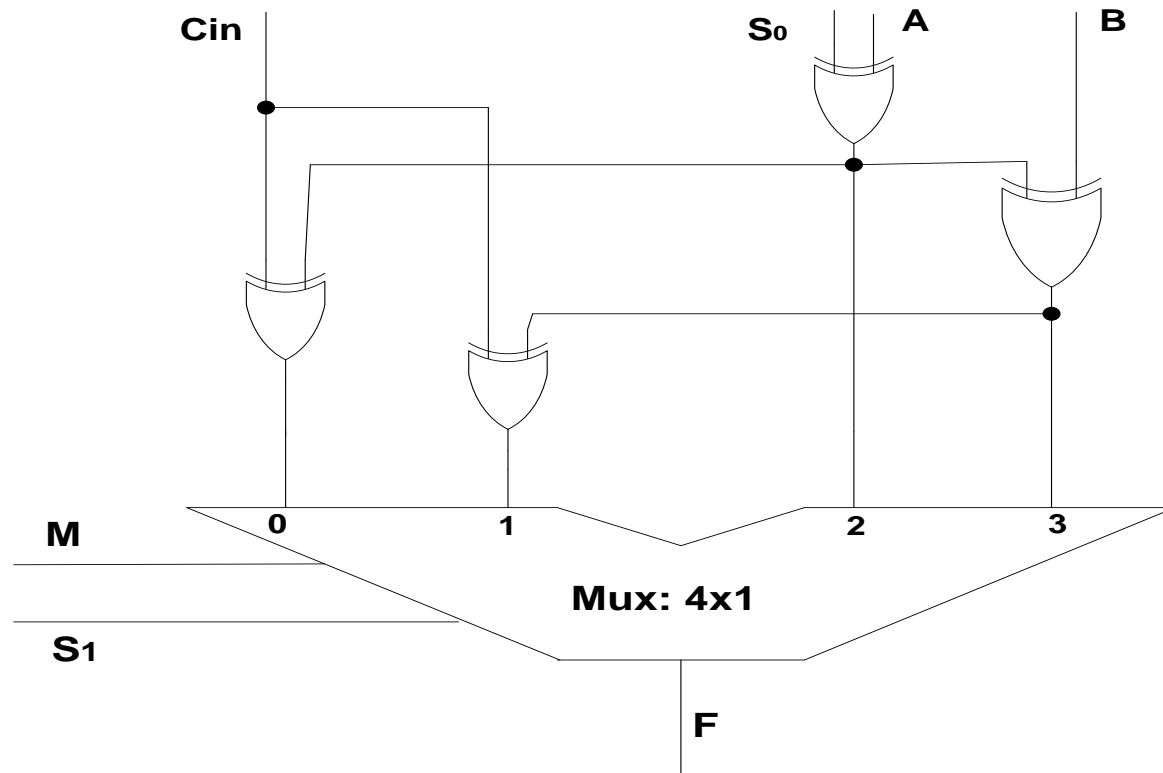
$$F = \overline{M} \overline{S_1} (A \oplus Cin \oplus S_0) + \overline{M} S_1 (A \oplus B \oplus Cin \oplus S_0) + M \overline{S_1} (A \oplus S_0) + M S_1 (A \oplus B \oplus S_0)$$

$$\text{Termo: } M' S_1' (S_0' (A \oplus Cin) + S_0 (A \oplus Cin)') \rightarrow M' S_1' (A \oplus Cin \oplus S_0)$$

Projeto de ULA (unidade lógica e aritmética)

Rede iterativa: célula básica

Arquitetura: Mux + lógica XOR



Projeto de ULA (unidade lógica e aritmética)

Rede iterativa: célula básica

Arquitetura: Mux + lógica XOR

| S_1S_0 | | | | | |
|----------|--|------|---------|--|------------------------|
| | | 00 | 01 | 11 | 10 |
| M | | | | | |
| 0 | | ACin | A + Cin | $\overline{A}B + (\overline{A} \oplus B)Cin$ | $AB + (A \oplus B)Cin$ |
| 1 | | X | X | X | X |

1/2)

$$S1'S0'ACin + S1'S0(A+Cin)$$

$$S1'(S0'ACin + S0A + S0Cin)$$

$$S1'(S0'ACin + S0Cin(A+A') + S0A)$$

$$S1'(S0'ACin + S0ACin + S0A'Cin + S0A)$$

$$S1'(S0A(Cin + 1) + Cin(S0'A + S0A'))$$

$$S1'(S0A + Cin(A \oplus S0))$$

| <div>S1S0</div> | | | | | |
|-----------------|--|------|---------|-----------------------------------|------------------------|
| | | 00 | 01 | 11 | 10 |
| M | | | | | |
| 0 | | ACin | A + Cin | $\overline{A}B + (A \oplus B)Cin$ | $AB + (A \oplus B)Cin$ |
| 1 | | X | X | X | X |

3)

$$S1(S0Cin(A \oplus B)' + S0'Cin(A \oplus B))$$

$$S1Cin(S0 \oplus A \oplus B)$$

4)

$$S1(S0A'B + S0'AB)$$

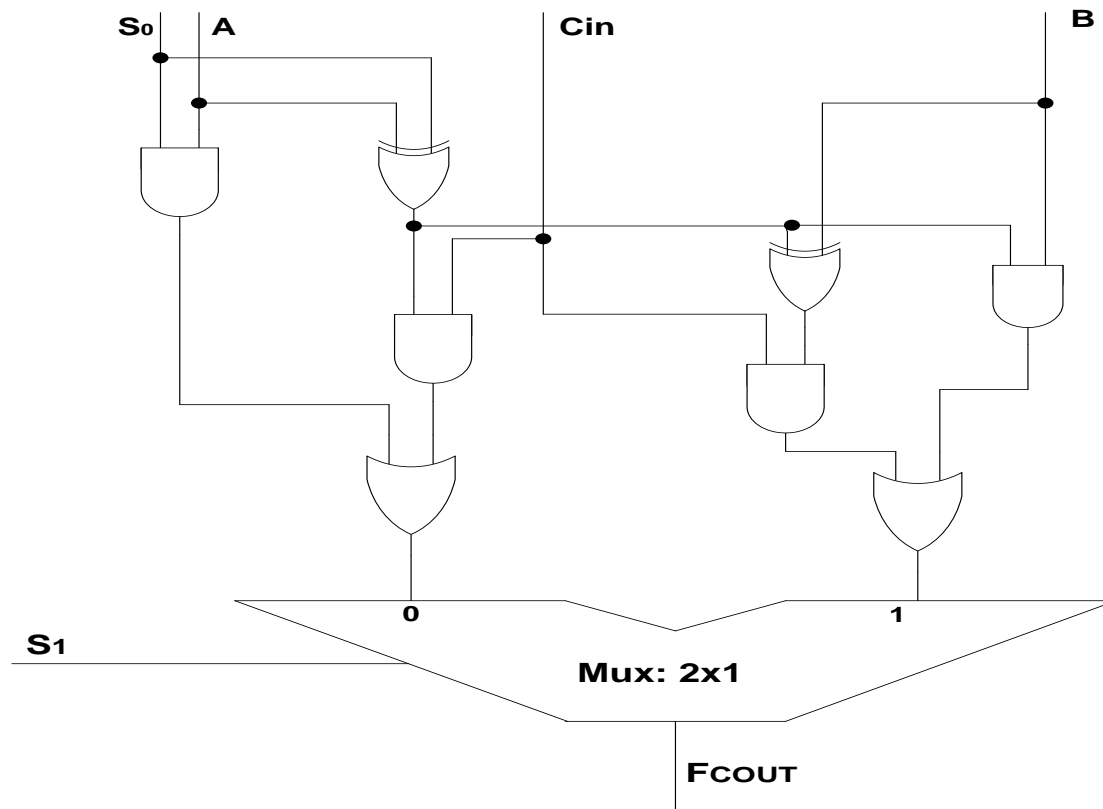
$$S1B(S0 \oplus A)$$

$$F_{cout} = S1'(S0A + Cin(A \oplus S0)) + S1(Cin(S0 \oplus A \oplus B) + B(S0 \oplus A))$$

Projeto de ULA (unidade lógica e aritmética)

Rede iterativa: célula básica

Arquitetura: Mux + lógica XOR



Projeto de ULA (unidade lógica e aritmética)

Rede iterativa: célula básica

Arquitetura: Função Booleana multi-nível

| Seleção | | | | Operação (A, B) | Função F | Função Cout |
|---------|----|----|---|----------------------------|---|---|
| M | S1 | S0 | | | | |
| | 0 | 0 | 0 | A mais 1; Se Cin=1 | $A \oplus \text{Cin}$ | A Cin |
| | 0 | 0 | 1 | A menos 1; Se Cin=0 | $\overline{A} \oplus \text{Cin}$ | A + Cin |
| | 0 | 1 | 0 | A mais B mais Cin | $A \oplus B \oplus \text{Cin}$ | $A B + (A \oplus B) \text{Cin}$ |
| | 0 | 1 | 1 | B menos A; Se Cin=1 | $\overline{A} \oplus B \oplus \text{Cin}$ | $\overline{A} B + (\overline{A} \oplus B) \text{Cin}$ |
| | 1 | 0 | 0 | Transferência de A | A | X |
| | 1 | 0 | 1 | Complemento e transf. de A | \overline{A} | X |
| | 1 | 1 | 0 | Lógica XOR | $A \oplus B$ | X |
| | 1 | 1 | 1 | Lógica XNOR | $\overline{A \oplus B}$ | X |

Projeto de ULA (unidade lógica e aritmética)

Rede iterativa: célula básica

Arquitetura: Função Booleana multi-nível

| Seleção | Operação (A, B) | Função F | Função Cout |
|---------|----------------------------|-------------------------------|--------------------------------------|
| M S1 S0 | | | |
| 0 0 0 | A mais 1; Se Cin=0=1 | $A \oplus Cin$ | A Cin |
| 0 0 1 | A menos 1; Se Cin=0=0 | $\bar{A} \oplus Cin$ | A + Cin |
| 0 1 0 | A mais B mais Cin=0 | $A \oplus B \oplus Cin$ | $A B + (A \oplus B) Cin$ |
| 0 1 1 | B menos A; Se Cin=0=1 | $\bar{A} \oplus B \oplus Cin$ | $\bar{A} B + (\bar{A} \oplus B) Cin$ |
| 1 0 0 | Transferência de A | A | X |
| 1 0 1 | Complemento e transf. de A | \bar{A} | X |
| 1 1 0 | Lógica XOR | $A \oplus B$ | X |
| 1 1 1 | Lógica XNOR | $\overline{A \oplus B}$ | X |

Análise da Função F

$$M'S1' \rightarrow S0'(A \oplus Cin) + S0(A \oplus Cin)' \rightarrow S0 \oplus A \oplus Cin$$

$$M'S1 \rightarrow S0'(A \oplus B \oplus Cin) + S0(A \oplus B \oplus Cin)' \rightarrow S0 \oplus A \oplus Cin \oplus B$$

$$MS1' \rightarrow S0'A + S0A' \rightarrow S0 \oplus A$$

$$MS1 \rightarrow S0'(A \oplus B) + S0(A \oplus B)' \rightarrow S0 \oplus A \oplus B$$

Projeto de ULA (unidade lógica e aritmética)

Rede iterativa: célula básica

Arquitetura: Função Booleana multi-nível

| Seleção | Operação (A, B) | Função F | Função Cout |
|---------|----------------------------|--------------------------------------|---|
| M S1 S0 | | | |
| 0 0 0 | A mais 1; Se Cin=1 | $A \oplus \text{Cin}$ | A Cin |
| 0 0 1 | A menos 1; Se Cin=0 | $\bar{A} \oplus \text{Cin}$ | A + Cin |
| 0 1 0 | A mais B mais Cin=0 | $A \oplus B \oplus \text{Cin}$ | $A B + (A \oplus B) \text{Cin}$ |
| 0 1 1 | B menos A; Se Cin=1 | $\bar{A} \oplus B \oplus \text{Cin}$ | $\bar{A} B + (\bar{A} \oplus B) \text{Cin}$ |
| 1 0 0 | Transferência de A | A | X |
| 1 0 1 | Complemento e transf. de A | \bar{A} | X |
| 1 1 0 | Lógica XOR | $A \oplus B$ | X |
| 1 1 1 | Lógica XNOR | $\overline{A \oplus B}$ | X |

Análise da Função Cout

$$\begin{aligned} M'S1' &\rightarrow S0'(ACin) + S0(A + Cin) \rightarrow \\ &S0'(ACin) + S0(A + A'Cin) \rightarrow \\ &AS0 + Cin(S0'A + S0A') \rightarrow \end{aligned}$$

$$M'S1'' \rightarrow AS0 + Cin(A \oplus S0)$$

$$M'S1 \rightarrow S0'(AB + (A \oplus B)Cin) + S0(A'B + (A \oplus B)'Cin) \rightarrow$$

$$\begin{aligned} &S0'(AB + (A'B + AB')Cin) + \\ &S0(A'B + (A'B' + AB)Cin) \rightarrow \end{aligned}$$

$$S0'AB + S0A'B \rightarrow B(S0 \oplus A)$$

$$\begin{aligned} &Cin(S0'AB' + S0'A'B + S0AB + S0A'B') \rightarrow \\ &Cin(S0 \oplus A \oplus B) \end{aligned}$$

$$M'S1 \rightarrow B(S0 \oplus A) + Cin(S0 \oplus A \oplus B)$$

Projeto de ULA (unidade lógica e aritmética)

Rede iterativa: célula básica

Arquitetura: Função Booleana multi-nível

| | | S1 | |
|---|---|----------------------------------|---|
| | | 0 | 1 |
| M | 0 | $A \oplus S_0 \oplus \text{Cin}$ | $\text{Cin} \oplus A \oplus S_0 \oplus B$ |
| | 1 | $A \oplus S_0$ | $A \oplus S_0 \oplus B$ |

$$F = (S_1 B) \oplus (\bar{M} \text{Cin}) \oplus (A \oplus S_0)$$

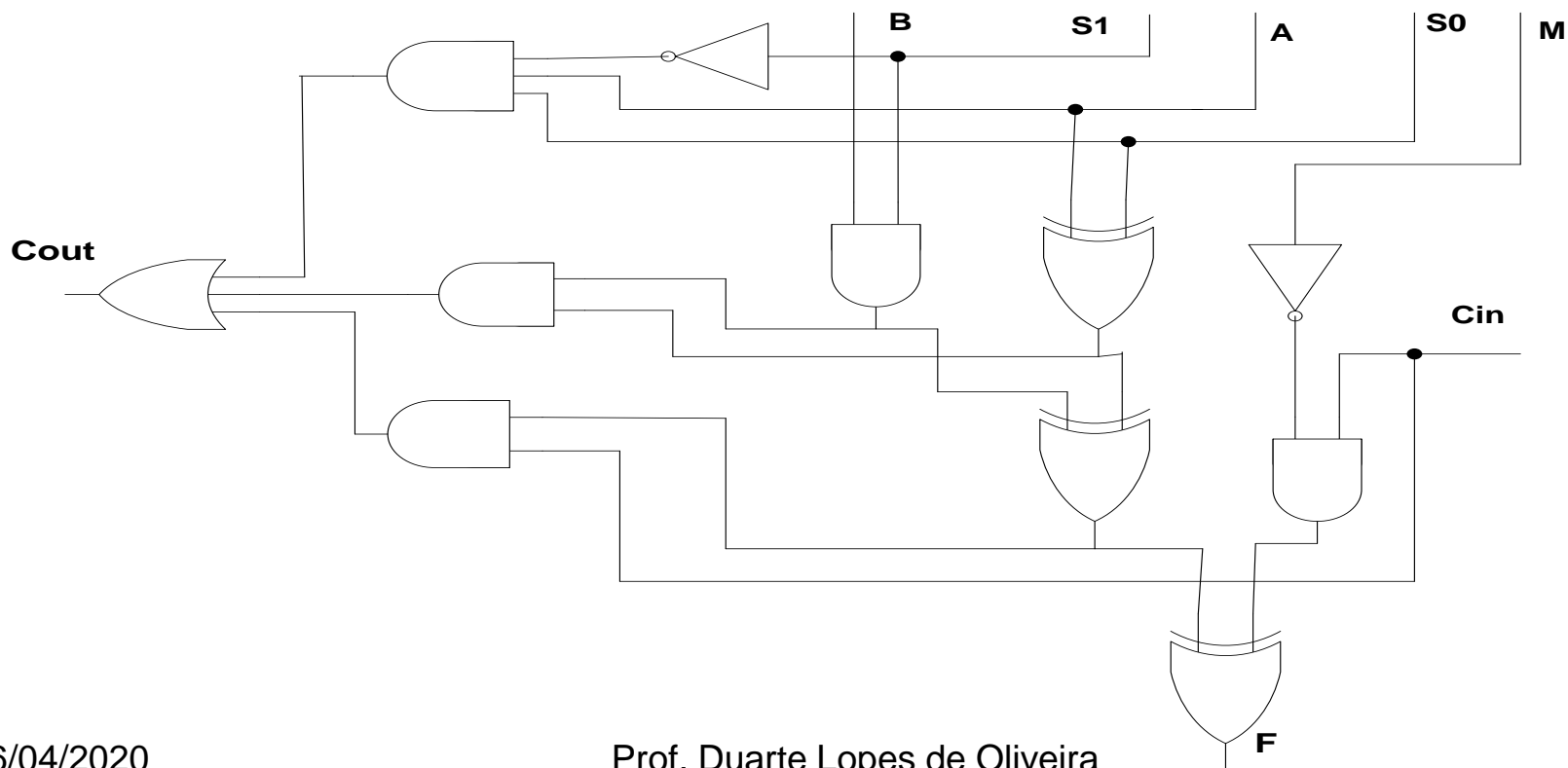
| | | S1 | |
|---|---|------------------------------------|---|
| | | 0 | 1 |
| M | 0 | $A S_0 + \text{Cin}(A \oplus S_0)$ | $\text{Cin}(A \oplus S_0) \oplus B + B(A \oplus S_0)$ |
| | 1 | X | X |

$$\text{Cout} = A S_0 \bar{S}_1 + S_1 B(S_0 \oplus A) + (B S_1) \oplus (A \oplus S_0) \text{Cin}$$

Projeto de ULA (unidade lógica e aritmética)

Rede iterativa: célula básica

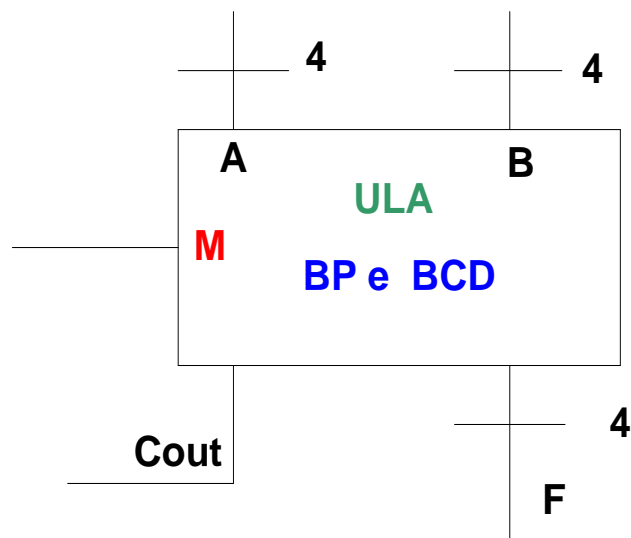
Arquitetura: Função Booleana multi-nível



Projeto de ULA (unidade lógica e aritmética)

Estilos de projeto: b) Funções MSI

Exemplo-2:



Se $M=0 \rightarrow$ realiza adição binário puro

Se $M=1 \rightarrow$ realiza adição BCD

A e B são números naturais

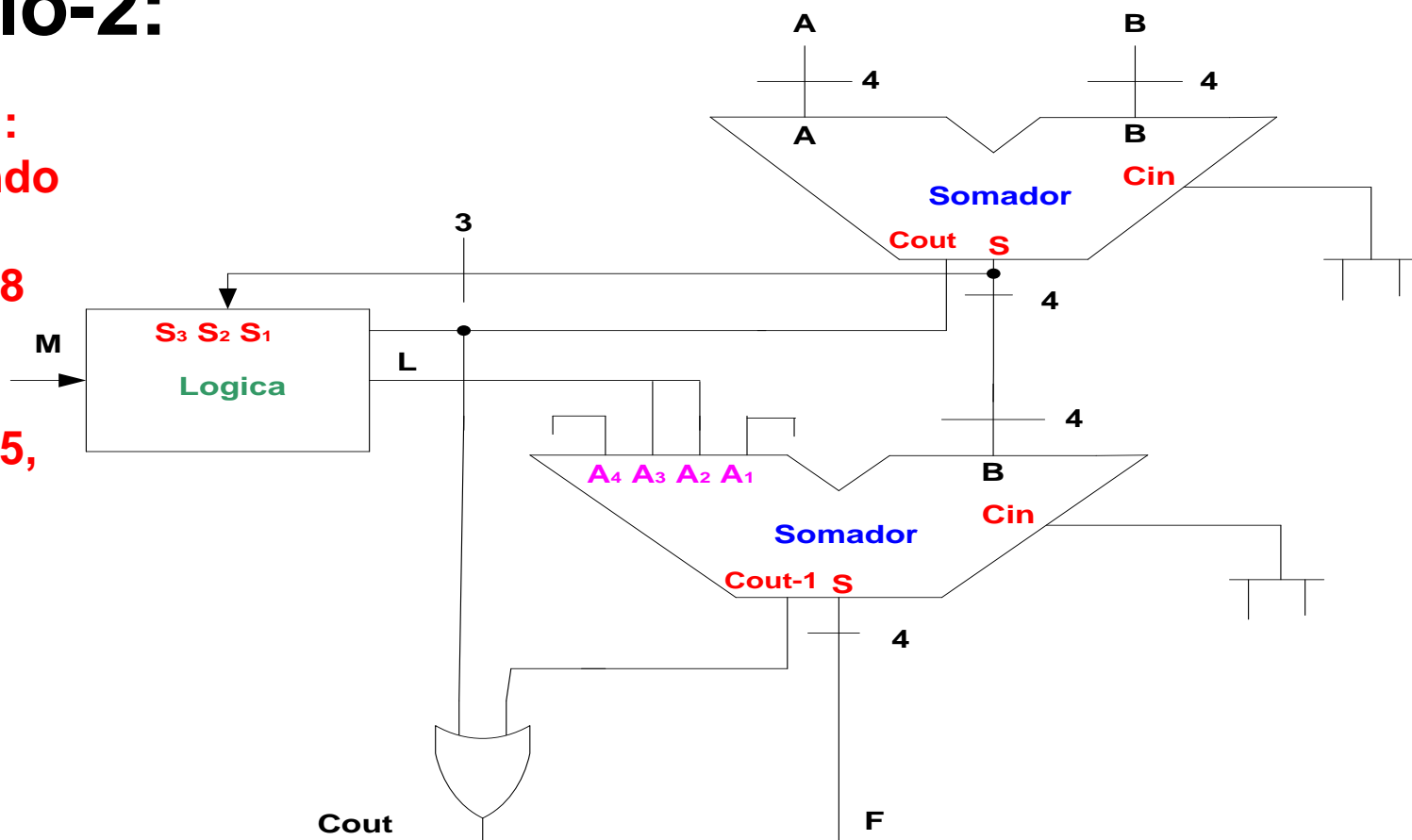
Regra: Soma > 9 em BCD soma 6

Projeto de ULA (unidade lógica e aritmética)

Estilos de projeto: b) Funções MSI

Exemplo-2:

Logica para M=1:
Cout → diz quando
a soma em BCD
está entre 16 a 18
S3 S2 S1 → diz
quando a soma
está entre 10 a 15,
no caso:
S3S2S1=5,6 e 7



Projeto de ULA (unidade lógica e aritmética)

Estilos de projeto: b) Funções MSI

Exemplo-2: lógica

| | | S3=0 | | | | S3=1 | | | | |
|---|---|-------|-----|-----|-----|------|-----|-----|-----|----------|
| | | S2 S1 | 0 0 | 0 1 | 1 1 | 1 0 | 0 0 | 0 1 | 1 1 | 1 0 |
| M | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | Carry1=0 |

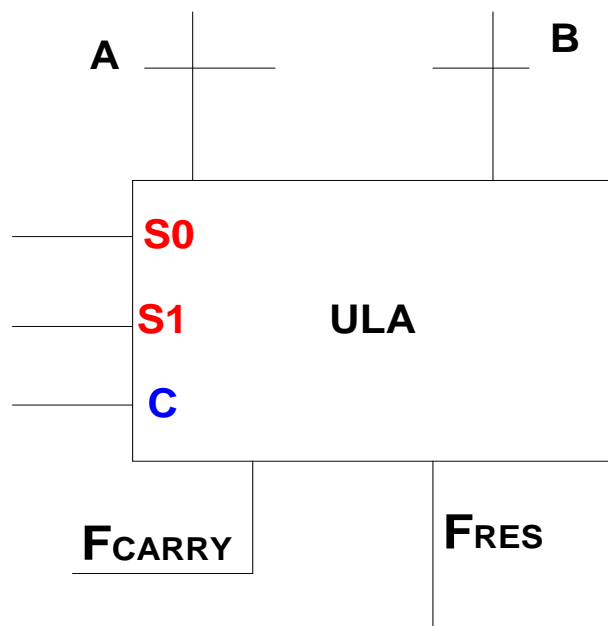
| | | S3=0 | | | | S3=1 | | | | |
|---|---|-------|-----|-----|-----|------|-----|-----|-----|----------|
| | | S2 S1 | 0 0 | 0 1 | 1 1 | 1 0 | 0 0 | 0 1 | 1 1 | 1 0 |
| M | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | Carry1=1 |

$$L = M \text{ Carry1} + M \text{ S3 S1} + M \text{ S3 S2}$$

Projeto de ULA (unidade lógica e aritmética)

Estilos de projeto: Funções MSI

Exemplo-3:



| Seleção | | Operação |
|---------|-------|-----------|
| C=0 | S0 S1 | |
| | 1 1 | A mais B |
| C=1 | 0 0 | A mais 1 |
| | 0 1 | B mais 1 |
| | 1 0 | A menos B |

Projeto de ULA (unidade lógica e aritmética)

Estilos de projeto: Funções MSI

Exemplo-3:

