

RODRIGO ALVES DE ALMEIDA

COMP-T22

Q1

$$n \cdot \log^3 n + 3n^{5/3}$$

$$4n^{7/3} + 7n \log^3 n - \log n$$

$\omega(\log^3 n)$	$\Omega(n^2 \log n)$	$O(n^{7/3})$	$\Theta(n \log^3 n)$	$\Theta(n)$
\in	\notin	\in	\notin	\in
\in	\in	\in	\notin	\notin

02

```
bool arv_completa = TRUE;
int Altura_Nó (p) {
    if (p = NULL)
        return 0;
    int altura_dir = Altura_Nó (p → dir);
    int altura_esq = Altura_Nó (p → esq);
    if (altura_dir != altura_esq)
        arv_completa = FALSE;
    return altura_dir + 1;
}
```

Esse algoritmo verifica se algum nó da árvore tem seu filho esquerdo com altura diferente do direito e, caso tenha, indica que a árvore não é completa na variável global `arv_completa`.

03 Essa conclusão é errada pois, no momento de intercalar os k vetores, será necessário fazer muito mais comparações para formar o vetor intercalado.

Por exemplo, vamos pensar no caso limite onde $n=k$. Aqui, todos os elementos do vetor serão tratados como subvetor e, na hora da intercalação, teremos que comparar entre todos para decidir qual é o menor (ou seja, temos um Selection Sort!), deixando a complexidade $O(n^2)$.

(04)

```
void Inverter (v, n) {
```

```
    Pilha p;
```

```
    for (int i=0; i < (n/2); i++)  
        p.push(i);
```

```
    while (!p.isEmpty()) {
```

```
        int pos_troca = p.top();  
        p.pop();
```

```
        int pos_simetrica = n - pos_troca - 1;
```

```
        aux = v[pos_simetrica];
```

```
        v[pos_simetrica] = p[pos_troca];
```

```
        v[pos_troca] = aux;
```

```
    }
```

```
}
```

(05)

$$T(1) = 1$$

$$T(5/3) = 1 + \frac{5}{3}$$

$$T\left(\left(\frac{5}{3}\right)^2\right) = 1 + \frac{5}{3} + \left(\frac{5}{3}\right)^2$$

$$\text{sendo } n = \left(\frac{5}{3}\right)^k$$

$$T(n) = \sum_{i=0}^k \left(\frac{5}{3}\right)^i = \left(\frac{5}{3}\right)^k \sum_{i=0}^k \left(\frac{3}{5}\right)^i$$

Sabemos que:

$$1 < \sum_{i=0}^k \left(\frac{3}{5}\right)^i < \frac{1}{1 - \frac{3}{5}}$$

$$\therefore n \leq T(n) \leq \frac{5}{2} n$$

$$T(n) \in \Theta(n)$$

06

1) Para $n=1$

$$2^{2n} - 1 = 3 \quad \checkmark$$

2) Para $n=k$

$$2^{2k} - 1 = 3 \cdot m, \quad m \text{ inteiro} \quad \textcircled{1}$$

3) Para $n=k+1$

$$2^{2(k+1)} - 1 = 4 \cdot 4^k - 1$$

temos de $\textcircled{1}$:

$$4^k = 3m + 1$$

$$2^{2(k+1)} = 12m + 4 - 1 = 12m + 3 = 3 \cdot (4m + 1) \quad \square$$

↳ inteiro

07

vetor

Pilha

2 3 6 10 5 3 4

QS(1,7) min = 1 max = 7

Partition(1,7) | 2 | 3 6 10 5 3 4

QS(1,0)
QS(1,7) min = 2 max = 7

Partition(2,7) 2 3 | 3 | 10 5 6 4

QS(2,2)
QS(1,7) min = 4 max = 7

Partition(4,7) 2 3 3 4 | 5 6 | 10

QS(8,7)
QS(1,7) min = 4 max = 6

Partition(4,6) 2 3 3 | 4 | 5 6 10

QS(4,3)
QS(1,7) min = 5 max = 6

Partition(5,6) 2 3 3 4 | 5 | 6 10

QS(5,4)
QS(1,7) min = 6 max = 6

Partition(6,6) 2 3 3 4 5 | 6 | 10

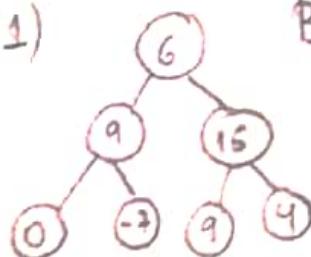
o tamanho máximo da pilha é 2

03) Em cada percorrimento da lista, são realizadas n comparações e metade das pessoas são eliminadas. Portanto, o número total de comparações é da ordem de $n \log_2 n$

$$T(n) \in n \log n$$

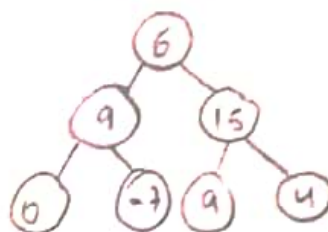
09 1)

Build:

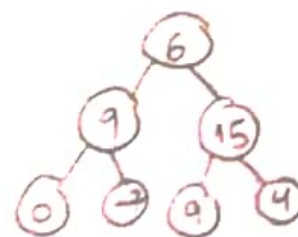


6 9 15 0 -2 9 4
1 2 3 4 5 6 7

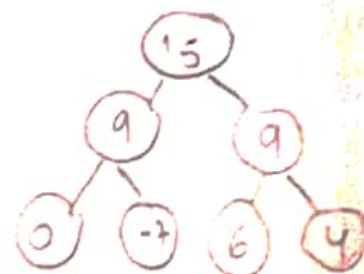
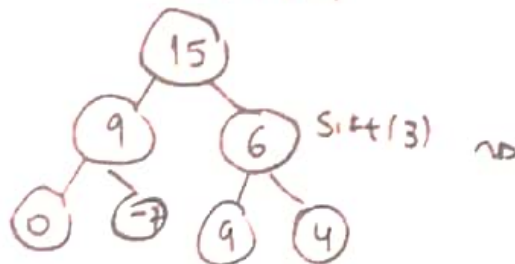
Sift (3)



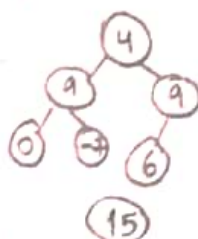
Sift (2)



Sift (1)



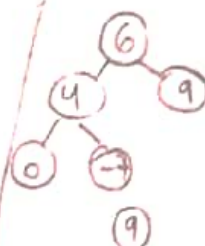
Extrações da raiz:



Sift (1)



9 4 9 0 -2 6 15



Sift (1)



9 4 6 0 -2 9 15



Sift (1)



6 4 -2 0 9 9 15



Sift (1)



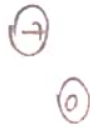
4 0 -2 6 9 9 15



Sift (1)



0 -7 4 6 9 9 15



Sift (1)



-7 0 4 6 9 9 15

10) a) 1) Procurar o maior disco

2) Realizar um giro do topo até a posição desse elemento, fazendo com que ele vá para o topo

3) Realizar um giro do topo até a base, fazendo com que o elemento vá para a base

4) Repetir o procedimento, considerando agora a subpilha a partir do primeiro elemento (depois a partir do segundo, etc)

b) Em um procedimento numa subpilha de tamanho K , são realizadas:

- K comparações, para achar o maior disco

- 2 giros

$$T(K) = K a + 2b$$

$$T(n) = \sum_{k=1}^n T(k) = a(1+2+3+\dots+n) + 2b(n-1) = a \cdot \frac{(n+1) \cdot n}{2} + 2b(n-1)$$

$$\therefore T(n) \in \mathcal{O}(n^2)$$