



# Sistemas de numeración enteros

## Organización de computadoras - UNQ



Universidad  
Nacional  
de Quilmes

# Sistemas Enteros

- Quiero representar números negativos
- Para eso, se debe poder representar el signo



# Sistemas Enteros

- Signo y Magnitud (SM)
- Complemento a 2 (CA2)
- Exceso (EX)





# Signo y Magnitud (SM)

## Interpretación



Universidad  
Nacional  
de Quilmes

# SM - Interpretación

- Se usa el bit más significativo (el de la izquierda) para el signo
  - +: 0
  - - : 1
- El resto de bits se interpreta igual que en BSS.



# SM - Interpretación

- Por ejemplo, para SM8 sería:
- Signo: 1 bit - Magnitud: 7 bits.

signo	mag	mag	mag	mag	mag	mag	mag
-------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----



# SM - Interpretación

- Ejemplo (SM4)
- $I_{SM4}(1010) =$



# SM - Interpretación

- Ejemplo (SM4)
- $I_{SM4}(1010) =$
- Detecto que el bit más significativo es un 1, se trata de un número negativo.





# SM - Interpretación

- Ejemplo (SM4)
- $I_{SM4}(1010) = (-1) *$



# SM - Interpretación

- Ejemplo (SM4)
- $I_{SM4}(1010) = (-1) * I_{BSS3}(010)$



# SM - Interpretación

- Ejemplo (SM4)
- $I_{SM4}(1010) = (-1) * (0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0)$



# SM - Interpretación

- Ejemplo (SM4)
- $I_{SM4}(1010) = (-1) * (0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0)$
- $I_{SM4}(1010) = (-1) * (0 + 2 + 0) = -2$





# Signo y Magnitud (SM)

## Representación



Universidad  
Nacional  
de Quilmes

# SM - Representación

- Para SM (n bits):
- La magnitud se representa igual que en BSS(n-1)



# SM - Representación

- Para SM (n bits):
- La magnitud se representa igual que en BSS(n-1)
- Signo +: Se representa con un 0
- Signo - : Se representa con un 1



# SM - Representación

- Ejemplo (SM6): Representar el -12
- $R_{SM6}(-12) =$






# SM - Representación

- Ejemplo (SM6): Representar el -12
- $R_{SM6}(-12) =$
- Magnitud: 12
- $R_{BSS5}(12) =$



# SM - Representación

- Ejemplo (SM6): Representar el -12
  - $R_{SM6}(-12) =$
  - Magnitud: 12
  - $R_{BSS5}(12) =$    $= 01100$
- Notar que debe ser de 5 bits



# SM - Representación

- Ejemplo (SM6): Representar el -12
- $R_{SM6}(-12) = 1$ 
  - Es negativo, comienza con 1.



# SM - Representación

- Ejemplo (SM6): Representar el -12
- $R_{SM6}(-12) = 101100$ 
  - Es negativo, comienza con 1.
  - Luego la magnitud que ya había obtenido





# Signo y Magnitud (SM)

Rango



Universidad  
Nacional  
de Quilmes

# SM - Rango

- Determinado por el mínimo y máximo números representables.
- **Mínimo**: Valor negativo con mayor magnitud.
- **Máximo**: Valor positivo con mayor magnitud.



# SM - Rango

- Ejemplo: SM6
- **Mínimo:**
  - Signo (1 bit) = 1 (*negativo*)
  - Magnitud (5 bits) = 11111 (*la mayor*)
- **Máximo:**
  - Signo (1 bit) = 0 (*positivo*)
  - Magnitud (5 bits) = 11111 (*la mayor*)



# SM - Rango

- Ejemplo: SM6
- **Mínimo:** 111111
- **Máximo:** 011111





# SM - Rango

- Ejemplo: SM6
- **Mínimo:**  $I_{SM6}(111111) =$
- **Máximo:**  $I_{SM6}(011111) =$



# SM - Rango

- Ejemplo: SM6
- **Mínimo:**  $I_{SM6}(111111) = -31$
- **Máximo:**  $I_{SM6}(011111) = 31$



# SM - Rango

- Ejemplo: SM6
- [Mínimo, Máximo]
- Rango SM6 : [-31,31]



# SM - Rango

- En general
  - Magnitud del mín = magnitud del máx
  - Signo min: - y Signo máx: +



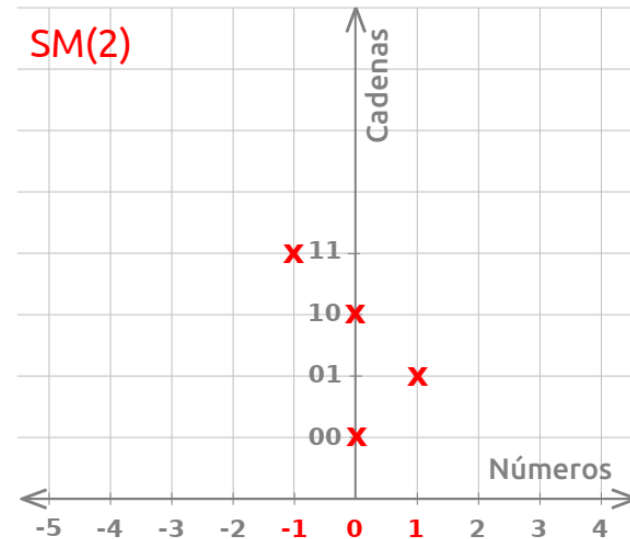
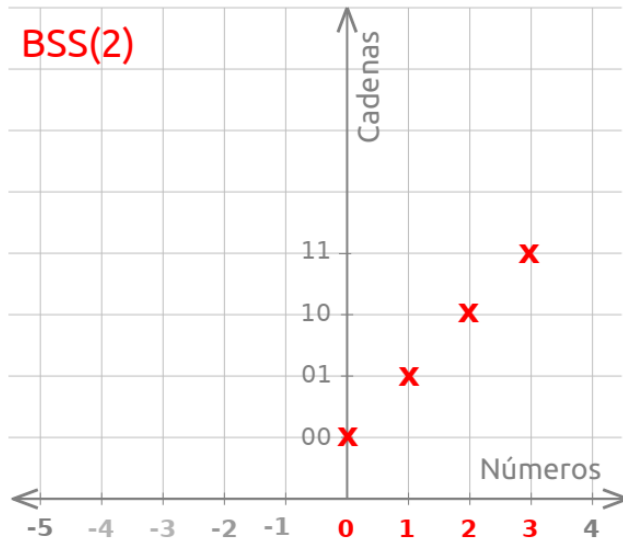
# SM - Rango

- En general
  - Magnitud del mín = magnitud del máx
  - Signo min: - y Signo máx: +
- Rango SMn =  $[-(2^{n-1} - 1); 2^{n-1} - 1]$



# SM - Rango

- Comparación rangos SM/BSS



# SM - Rango

- En BSS de  $n$  bits se pueden representar  $2^n$  cadenas distintas
- En SM ?



# SM - Rango

- En BSS de  $n$  bits se pueden representar  $2^n$  cadenas distintas
- En SM ? No.
  - Doble representación del cero.







# Signo y Magnitud (SM)

## Aritmética



Universidad  
Nacional  
de Quilmes

# SM - Aritmética

- Se deben analizar los signos por separado
- Luego, se suma o resta según el caso  
(como en BSS)
  - Para SM  $n$  bits, uno es el signo y se opera como en BSS  $n-1$  bits.



# SM - Aritmética

- SUMA:
  - Si un operando es 0, el resultado es el otro operando
  - Signos iguales  $\Rightarrow$  El resultado tiene el mismo signo. Luego sumo igual que bss.
  - Signos diferentes  $\Rightarrow$  Comparar magnitudes:
    - El signo es el de  $n^{\circ}$  con mayor magnitud.
    - La magnitud se obtiene de restar la menor magnitud a la mayor.



# SM - Aritmética

- Ejemplo (SM4):
- $1010 + 0101$



# SM - Aritmética

- Ejemplo (SM4):
- $1010 + 0101$ 
  - Signos diferentes



# SM - Aritmética

- Ejemplo (SM4):
- $1010 + 0101$ 
  - Signos diferentes
  - Comparo magnitudes (BSS3)



# SM - Aritmética

- Ejemplo (SM4):
- $1010 + 0101$ 
  - Comparo magnitudes (BSS3)
  - $010 < 101$



# SM - Aritmética

- Ejemplo (SM4):
- $1010 + 0101$ 
  - Comparo magnitudes (BSS3)
  - $010 < 101$  El signo es el de la mayor





# SM - Aritmética

- Ejemplo (SM4):
- $1010 + 0101$

$$\begin{array}{r} 101 \\ - 010 \\ \hline 011 \end{array}$$

- Mag. mayor – Mag. menor



# SM - Aritmética

- Ejemplo (SM4):
- $1010 + 0101$

$$\begin{array}{r} 101 \\ - 010 \\ \hline 011 \end{array}$$

- Agrego el signo: 0
- Resultado: 0 011



# SM - Aritmética

- Ejemplo (SM4):
- $1010 + 0101$

$$\begin{array}{r} 101 \\ - 010 \\ \hline 011 \end{array}$$

- Resultado: 0 0 1 1
  - ¿Cómo saber si es correcto? ¡Interpretar!



# SM - Aritmética

- RESTA

- Sólo se debe invertir el signo del segundo operando, así se convierte en una suma.

- $A - B = A + (-B)$





# Complemento a 2 (CA2)



Universidad  
Nacional  
de Quilmes



# Complemento a 2 (CA2)

## Interpretación



Universidad  
Nacional  
de Quilmes

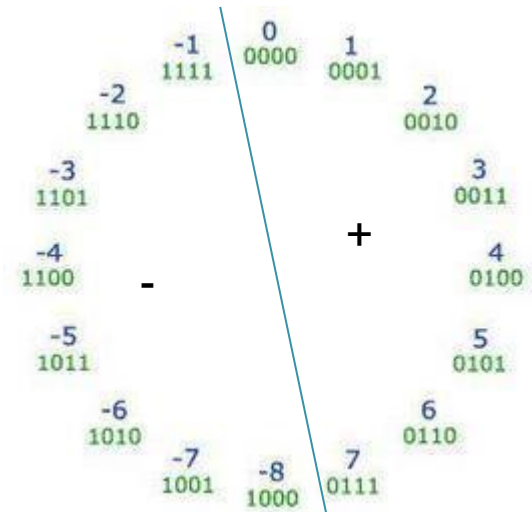
# CA2 - Interpretación

- Se asignan las cadenas a otros números



# CA2 - Interpretación

- Se asignan las cadenas a otros números
- La mitad «baja» será para los números positivos, y la «alta» para los negativos.
- Por ejemplo en CA2 4bits:





# CA2 - Interpretación

- Mecanismo de interpretación:
  - Si comienza con 0, significa que pertenece a las cadenas *bajas*, o sea los positivos. Se interpreta igual que en BSS.



# CA2 - Interpretación

- Mecanismo de interpretación:
  - Si comienza con 1, significa que pertenece a las cadenas *altas*, o sea los negativos. Hay dos formas:
  - El **peso** de este primer bit, se multiplica por -1



# CA2 - Interpretación

- Ejemplo:
- Interpretar el 1011 en CA2 (4)
- $I_{CA2_4}(1011) =$



# CA2 - Interpretación

- Ejemplo:
- Interpretar el 1011 en CA2 (4)
- $I_{CA2_4}(1011) = (-1) \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$



# CA2 - Interpretación

- Ejemplo:
- Interpretar el 1011 en CA2 (4)
- $I_{CA2_4}(1011) = (-1) \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$
- $I_{CA2_4}(1011) = -8 + 0 + 2 + 1 = -5$



# CA2 - Interpretación

- Mecanismo de interpretación:
  - Si comienza con 1, significa que pertenece a las cadenas *altas*, o sea los negativos. Hay dos formas:
  - Obtener el complemento a 2 de la cadena, que consiste en invertir todos los bits y sumar 1.
  - El resultado interpretarlo en BSS y colocarle signo negativo.



# CA2 - Interpretación

- Ejemplo:
- Interpretar el 1011 en CA2 (4)
- $I_{CA2_4}(1011) =$



# CA2 - Interpretación

- Ejemplo:
- Interpretar el 1011 en CA2 (4)
- $I_{CA2_4}(1011) =$ 
  - Invertir bits y sumar 1 :  $1011 \rightarrow 0100 \rightarrow +1 \rightarrow 0101$





# CA2 - Interpretación

- Ejemplo:
- Interpretar el 1011 en CA2 (4)
- $I_{CA2_4}(1011) =$ 
  - Invertir bits y sumar 1 :  $1011 \rightarrow 0100 \rightarrow +1 \rightarrow 0101$
  - Interpretar en bss:  $I_{BSS_4}(0101) = 5$



# CA2 - Interpretación

- Ejemplo:
- Interpretar el 1011 en CA2 (4)
- $I_{CA2_4}(1011) =$ 
  - Invertir bits y sumar 1 :  $1011 \rightarrow 0100 \rightarrow +1 \rightarrow 0101$
  - Interpretar en bss:  $I_{BSS_4}(0101) = 5$
  - Colocar un signo - :
- $I_{CA2_4}(1011) = -5$





# Complemento a 2 (CA2)

## Representación



Universidad  
Nacional  
de Quilmes

# CA2 - Representación

- Mecanismo de representación :
  - Si el número a representar es positivo ( $x \geq 0$ ), se representa igual que en BSS.



# CA2 - Representación

- Mecanismo de representación:
  - Si el número a representar es negativo ( $x < 0$ )
    - Representar la magnitud  $|x|$  en BSS
    - Obtener el complemento a 2.



# CA2 - Representación

- Ejemplo: Representar el -6 en CA2(4)
- $R_{CA2_4}(-6) =$



# CA2 - Representación

- Ejemplo: Representar el -6 en CA2(4)
- $R_{CA2_4}(-6) =$ 
  - Represento  $|-6| = 6$  en BSS(4):



# CA2 - Representación

- Ejemplo: Representar el -6 en CA2(4)
- $R_{CA2_4}(-6) =$ 
  - Represento  $|-6| = 6$  en BSS(4):  $R_{BSS_4}(6) = 0110$





# CA2 - Representación

- Ejemplo: Representar el -6 en CA2(4)
- $R_{CA2_4}(-6) =$ 
  - Represento  $|-6| = 6$  en BSS(4):  $R_{BSS_4}(6) = 0110$
  - Invierto bits y sumo 1:



# CA2 - Representación

- Ejemplo: Representar el -6 en CA2(4)
- $R_{CA2_4}(-6) =$ 
  - Represento  $|-6| = 6$  en BSS(4):  $R_{BSS_4}(6) = 0110$
  - Invierto bits y sumo 1:  $0110 \rightarrow 1001 \rightarrow 1010$



# CA2 - Representación

- Ejemplo: Representar el -6 en CA2(4)
- $R_{CA2_4}(-6) =$ 
  - Represento  $|-6| = 6$  en BSS(4):  $R_{BSS_4}(6) = 0110$
  - Invierto bits y sumo 1:  $0110 \rightarrow 1001 \rightarrow 1010$
- $R_{CA2_4}(-6) = 1010$





# Complemento a 2 (CA2)

## Rango



Universidad  
Nacional  
de Quilmes

# CA2 - Rango

- Determinado por el mínimo y máximo números representables.
- **Mínimo**: Valor 'más negativo'
- **Máximo**: Valor 'más positivo'



# CA2 - Rango

- Ejemplo: CA2(6)
- **Mínimo:** 100000 (en 1 el bit con peso negativo y los demás en 0)
- **Máximo:** 011111 (en 0 el bit con peso negativo y los demás en 1)



# CA2 - Rango

- Ejemplo: CA2(6)
- **Mínimo:**  $I(100000) = -2^5 = -32$
- **Máximo:**  $I(011111) = 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2^1 = 31$



# CA2 - Rango

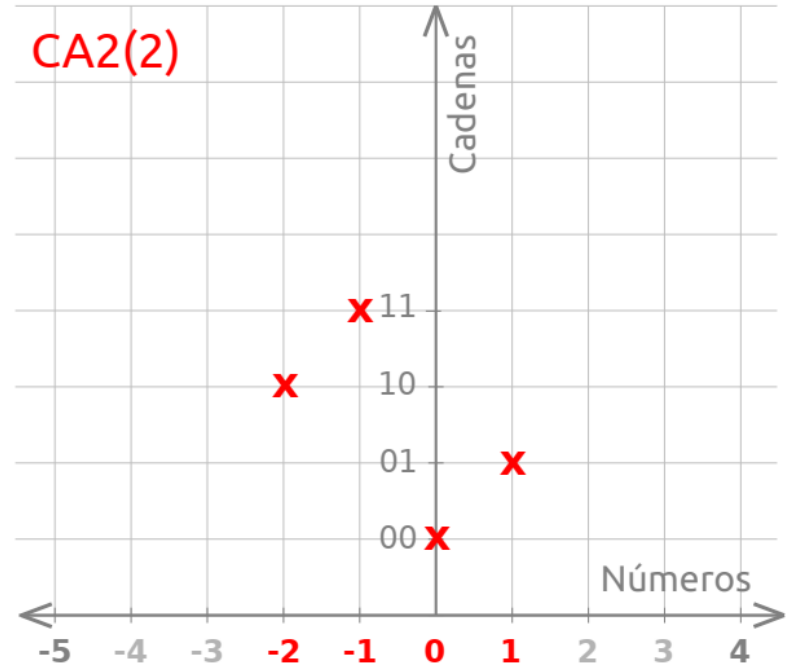
- Ejemplo: CA2(6)
- **Mínimo:**  $I(100000) = -2^5 = -32$
- **Máximo:**  $I(011111) = 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2^1 = 31$
- Rango CA2(6):  $[-32; 31]$





# CA2 - Rango

- Gráfico del rango en CA2 (2):



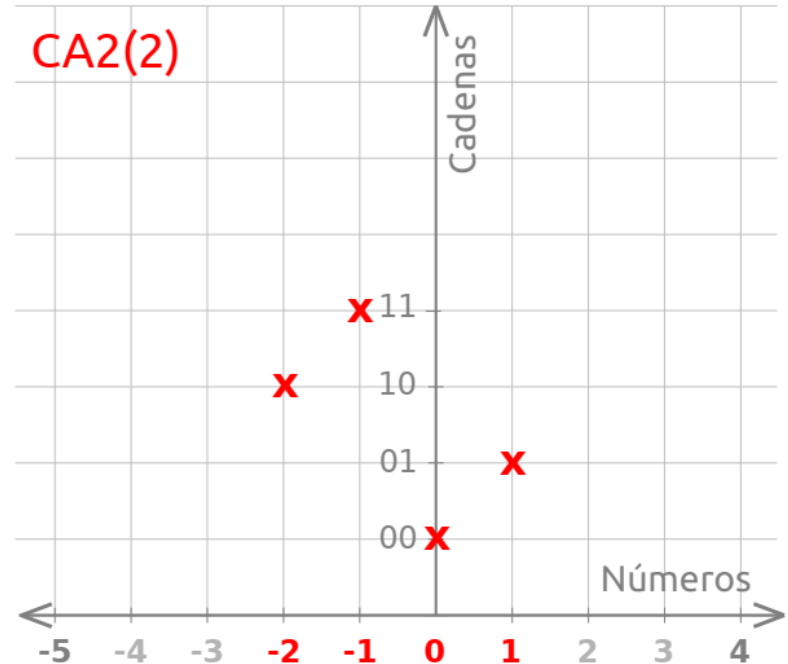
# CA2 - Rango

- Gráfico del rango en CA2 (2):

- ¡No hay doble 0!
- Puedo representar

$2^n$  cadenas distintas

En este caso  $2^2 = 4$



# CA2 - Rango

- En general para  $n$  bits:
  - La mitad del total son negativos, y la otra positivos.
    - el mínimo es:  $-\frac{2^n}{2} = -2^{n-1}$
    - el máximo es uno menos porque acá entra el 0:  $2^{n-1} - 1$
- Rango SMn =  $[-(2^{n-1}); 2^{n-1} - 1]$





# Complemento a 2 (CA2)

## Aritmética



Universidad  
Nacional  
de Quilmes

# CA2 - Aritmética

- La aritmética es exactamente igual que en BSS.
- Solo cambia cómo interpretamos los operandos y resultado.





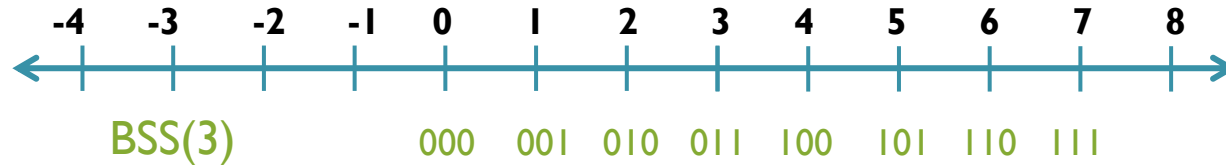
# Binario en exceso (EX)



Universidad  
Nacional  
de Quilmes

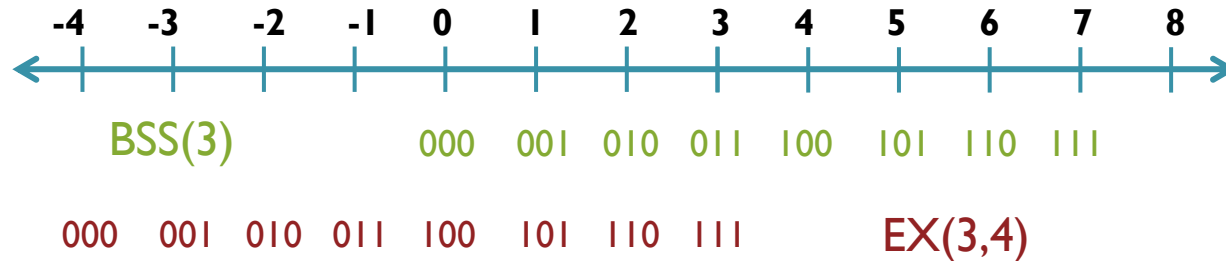
# Binario en exceso (EX)

- Las cadenas se 'desplazan' respecto de BSS:



# Binario en exceso (EX)

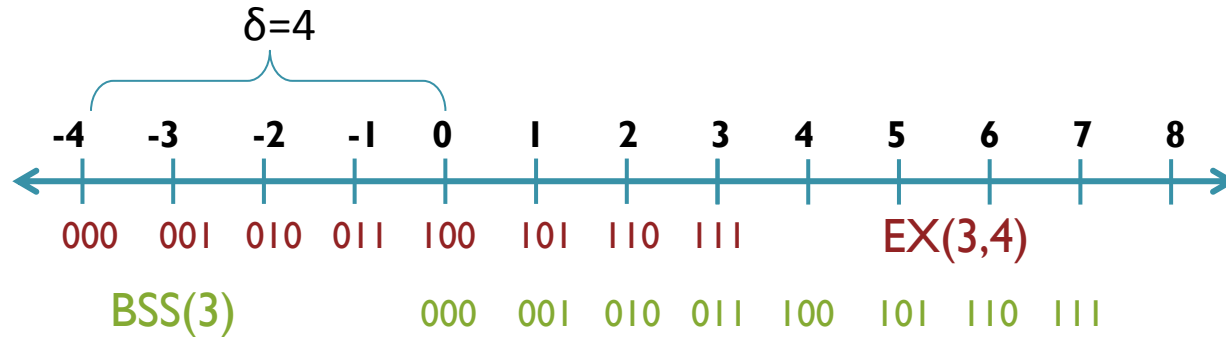
- Las cadenas se 'desplazan' respecto de BSS:





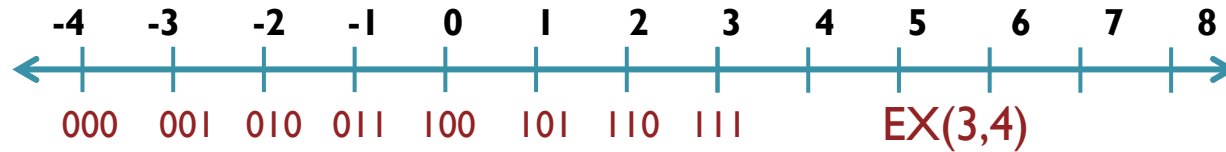
# Binario en exceso (EX)

- Las cadenas se 'desplazan' respecto de BSS:



# Binario en exceso (EX)

- Las cadenas se 'desplazan' respecto de BSS:



- En general  $EX(n, \delta)$  indica que es un sistema en exceso, de  $n$  bits, cuyo desplazamiento es  $\delta$





# Binario en exceso (EX)

## Representación



# EX - Representación

- Dado un sistema  $EX(n, \delta)$  y un nº  $X$  a representar:
  - Se le suma el desplazamiento:  $X' = X + \delta$
  - Represento en  $BSS(n)$  el valor  $X'$



# EX - Representación

- Dado un sistema  $EX(n, \delta)$  y un nº  $X$  a representar:
  - Se le suma el desplazamiento:  $X' = X + \delta$
  - Represento en  $BSS(n)$  el valor  $X'$
- Ej:  $EX(3, 4)$ ,  $X = -2$ 
  - $X' = -2 + 4 = 2$




# EX - Representación

- Dado un sistema  $EX(n, \delta)$  y un  $n^\circ$   $X$  a representar:
  - Se le suma el desplazamiento:  $X' = X + \delta$
  - Represento en  $BSS(n)$  el valor  $X'$
- Ej:  $EX(3, 4)$ ,  $X = -2$ 
  - $X' = -2 + 4 = 2$
  - $R_{BSS_3}(2) = 010$



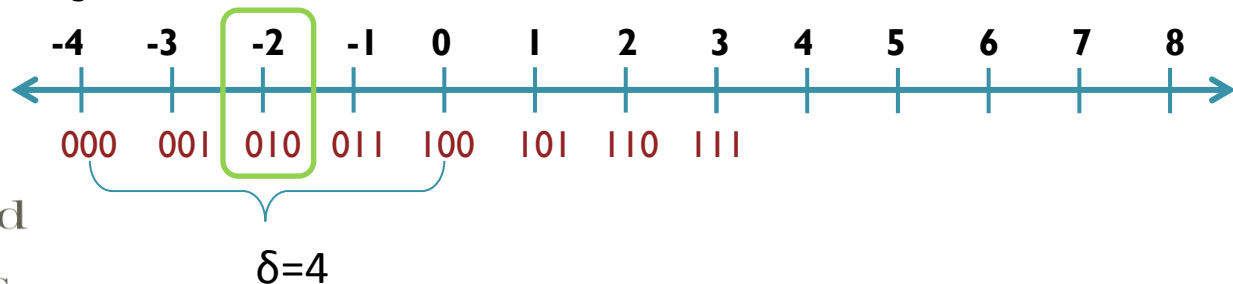
# EX - Representación

- Dado un sistema  $EX(n, \delta)$  y un n°  $X$  a representar:
  - Se le suma el desplazamiento:  $X' = X + \delta$
  - Represento en  $BSS(n)$  el valor  $X'$
- Ej:  $EX(3, 4)$ ,  $X = -2$ 
  - $X' = -2 + 4 = 2$   El valor de  $X'$  debe estar dentro del rango de  $BSS_3$
  - $R_{BSS_3}(2) = 010$



# EX - Representación

- Dado un sistema  $EX(n, \delta)$  y un  $n^{\circ}$   $X$  a representar:
  - Se le suma el desplazamiento:  $X' = X + \delta$
  - Represento en  $BSS(n)$  el valor  $X'$
- Ej:  $EX(3, 4)$ ,  $X = -2$ 
  - $X' = -2 + 4 = 2$
  - $R_{BSS_3}(2) = 010$







# Binario en exceso (EX)

## Interpretación



# EX - Interpretación

- Dado un sistema  $EX(n, \delta)$  y una cadena  $C$  de  $n$  bits:
  - Interpretado igual que en BSS:  $I_{BSS_n}(C) = X'$
  - Resto el desplazamiento  $X = X' - \delta$



# EX - Interpretación

- Dado un sistema  $EX(n, \delta)$  y una cadena  $C$  de  $n$  bits:
  - Interpretado igual que en BSS:  $I_{BSS_n}(C) = X'$
  - Resto el desplazamiento  $X = X' - \delta$
- Ej:  $EX(3,3)$  interpretar  $C = 110$ 
  - $I_{BSS_n}(110) = 6$



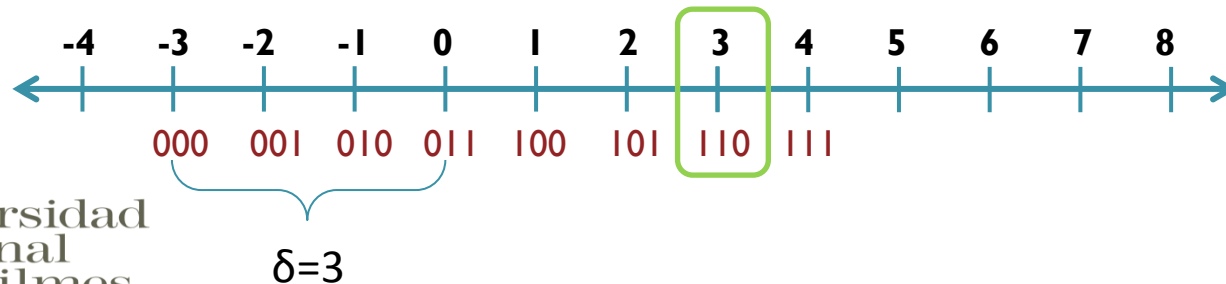
# EX - Interpretación

- Dado un sistema  $EX(n, \delta)$  y una cadena  $C$  de  $n$  bits:
  - Interpretado igual que en BSS:  $I_{BSS_n}(C) = X'$
  - Resto el desplazamiento  $X = X' - \delta$
- Ej:  $EX(3,3)$  interpretar  $C = 110$ 
  - $I_{BSS_n}(110) = 6$
  - $X = 6 - 3 = \mathbf{3}$



# EX - Interpretación

- Dado un sistema  $EX(n, \delta)$  y una cadena  $C$  de  $n$  bits:
  - Interpretado igual que en BSS:  $I_{BSS_n}(C) = X'$
  - Resto el desplazamiento  $X = X' - \delta$
- Ej:  $EX(3,3)$  interpretar  $C = 110$ 
  - $I_{BSS_n}(110) = 6$
  - $X = 6 - 3 = 3$





# Binario en exceso (EX)

Rango



Universidad  
Nacional  
de Quilmes

# EX - Rango

- Las cadenas están en el mismo orden que BSS.



# EX - Rango

- Las cadenas están en el mismo orden que BSS.
- Para  $EX(n, \delta)$ 
  - Mínimo: Cadena formada por  $n$  ceros.
  - Máximo: Cadena formada por  $n$  unos.





# EX - Rango

- Las cadenas están en el mismo orden que BSS.
- Para  $EX(n, \delta)$ 
  - Mínimo: Cadena formada por  $n$  ceros.
  - Máximo: Cadena formada por  $n$  unos.
- Pero el rango también está desplazado



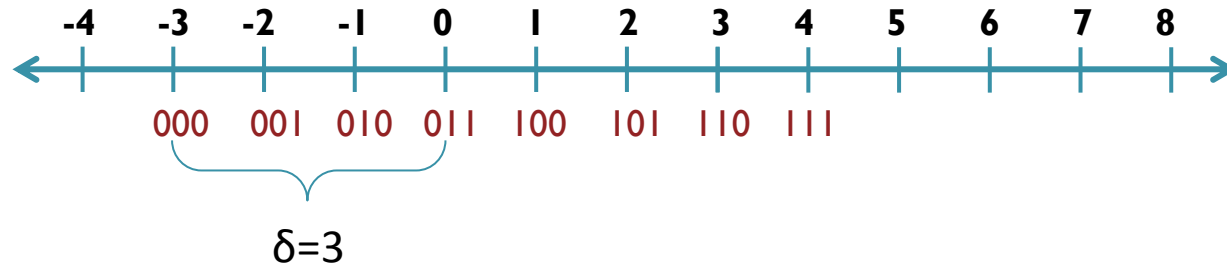
# EX - Rango

- Las cadenas están en el mismo orden que BSS.
- Para  $EX(n, \delta)$ 
  - Mínimo: Cadena formada por  $n$  ceros.
  - Máximo: Cadena formada por  $n$  unos.
- Pero el rango también está desplazado
  - Al interpretar máx y mín tendré que restarle el desplazamiento, como vimos.



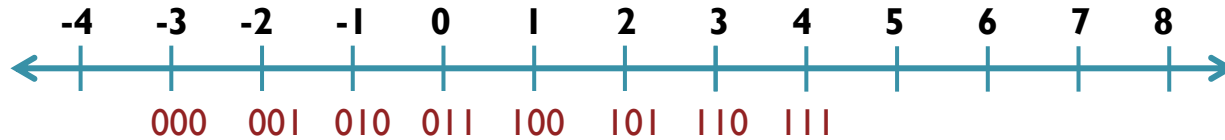
# EX - Rango

- Ej: EX(3,3)



# EX - Rango

- Ej: EX(3,3)

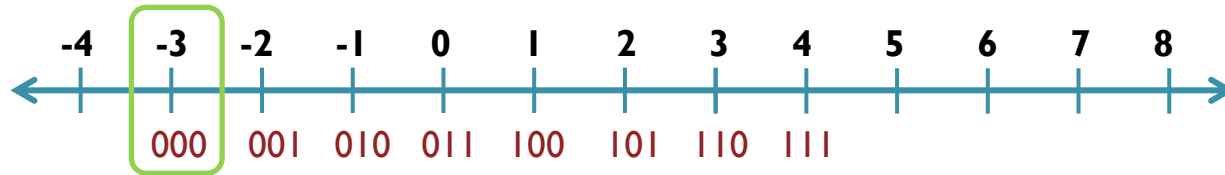


- Mín:  $I_{EX_{3,3}}(000) = I_{BSS3}(000) - 3 = -3$



# EX - Rango

- Ej: EX(3,3)

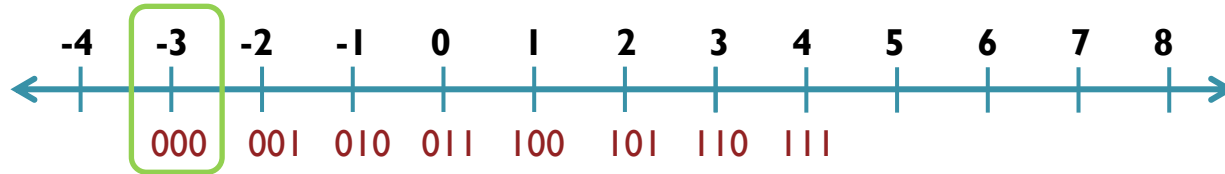


- Mín:  $I_{EX_{3,3}}(000) = I_{BSS3}(000) - 3 = -3$



# EX - Rango

- Ej: EX(3,3)

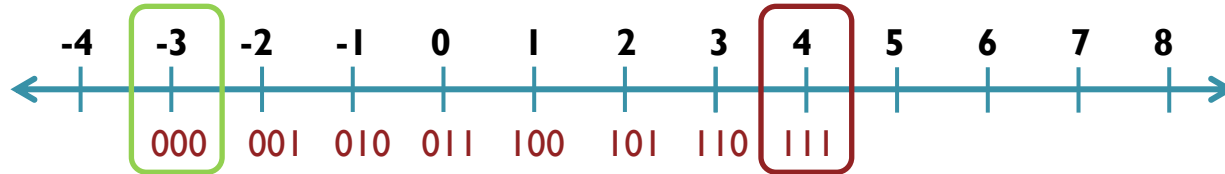


- Mín:  $I_{EX_{3,3}}(000) = I_{BSS3}(000) - 3 = -3$
- Máx:  $I_{EX_{3,3}}(111) = I_{BSS3}(111) - 3 = 7 - 3 = 4$



# EX - Rango

- Ej: EX(3,3)

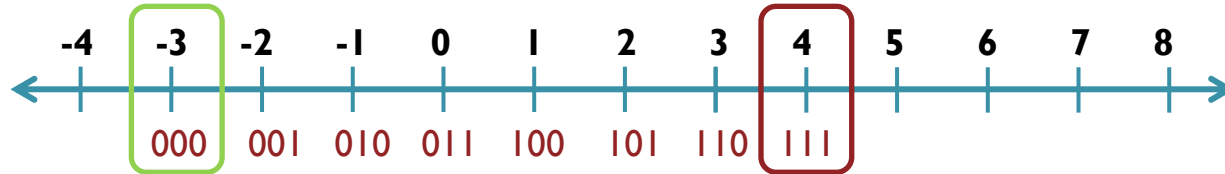


- Mín:  $I_{EX_{3,3}}(000) = I_{BSS3}(000) - 3 = -3$
- Máx:  $I_{EX_{3,3}}(111) = I_{BSS3}(111) - 3 = 7 - 3 = 4$



# EX - Rango

- Ej: EX(3,3)



- Mín:  $I_{EX_{3,3}}(000) = I_{BSS3}(000) - 3 = -3$
- Máx:  $I_{EX_{3,3}}(111) = I_{BSS3}(111) - 3 = 7 - 3 = 4$
- Rango EX(3,3):  $[-3;4]$







# Sistemas de numeración enteros

## Organización de computadoras - UNQ



Universidad  
Nacional  
de Quilmes