Logica proposicional - Continuación

Sitio:	Agencia de Habilidades para el Futuro	Imprimido por:	RODRIGO PINTO
Curso:	Lógica Computacional 1°D	Día:	martes, 26 de noviembre de 2024, 09:59
Libro:	Logica proposicional - Continuación		

Descripción

Tabla de contenidos

1. Las proposiciones como medio, no como fin

Las proposiciones como medio, no como fin

La traducción de una proposición a su fórmula es una parte del proceso que nos permite expresar y extraer información útil.
Recordemos la definición de "Lógica": es la ciencia formal que estudia los principios de la demostración y la inferencia válida.
Un razonamiento se basa en un conjunto de proposiciones, de las cuales, una o más de una, representan las Premisas (información previa), y solo una representa la Conclusión (nueva información), que se obtiene mediante la inferencia.

2. Tipos de razonamientos

Tipos de razonamientos

- **Razonamientos inductivos**
    - Por enumeración
    - Por analogía
- **Razonamientos deductivos**

Los razonamientos inductivos se focalizan en la observación de los objetos de estudio, analizando sus características y comportamiento, y realizando una comparación para arribar a una conclusión, pero sin poder probarlo, es por esto que son más utilizados en otro tipo de profesiones y disciplinas.

Los razonamientos deductivos no se basan en la generalización ni comparación de los casos, sino que deducen su conclusión a partir de información dada. De esta manera, podemos asegurar dicha conclusión, a diferencia del resto, que solo pueden decir que tan probable es la conclusión arribada. Por tal motivo es que son más propicios para la informática, y, por tanto, serán el único tipo de razonamiento con el que trabajaremos en la presente materia.

2.1. Razonamiento deductivo

Razonamiento deductivo

Los razonamientos deductivos son aquellos en los cuales la conclusión se infiere necesariamente de las premisas. A partir de la información dada, se estructura para llegar a una conclusión, la cual representa nueva información, pero que no se construye con nueva información o información diferente a las planteadas en las premisas.

La misma se deduce a partir de ellas. Esto significa que si se parte de premisas VERDADERO, su conclusión necesariamente será VERDADERO.

Partes de un razonamiento deductivo

Todos los razonamientos se componen de dos partes: premisas y conclusión. Veamos la definición formal de ambas:

Premisa

Las premisas no son más que proposiciones (atómicas o compuestas) con las que contamos a priori como información que asumimos como verdadera.

Conclusión

Una conclusión es simplemente una proposición, (atómica o compuesta), la cual, si el razonamiento es correcto y las premisas eran efectivamente verdaderas, será verdadera.

2.2. Razonamiento en lenguaje natural - Ejemplo

Razonamiento en lenguaje natural - Ejemplo

Al momento de hablar, probablemente sin darnos cuenta, elaboramos muchos razonamientos. Esto es, con base en una hipótesis (información previa, o premisas formalmente hablando), llegamos a nueva información, o mejor dicho, a una conclusión.

Veamos el siguiente razonamiento de ejemplo: "La Tierra es plana o es redonda. La Tierra no es plana. Por lo tanto, la Tierra es redonda."

Analicemos cada una de sus partes

Tenemos la hipótesis (suposición hecha a partir de ciertos datos) formulada por “La tierra es plana o redonda”, y por “La tierra no es plana" (cómo hayamos obtenido dicha hipótesis no es relevante, tal vez como experimento de una investigación), pero lo que sí es importante es entender que de allí obtenemos las premisas. También llegamos a una conclusión: “La tierra es redonda”, con base en las premisas planteadas. Pero, ¿cómo sabemos que se trata de un razonamiento?, y, ¿por qué resolvimos que 'La Tierra es redonda' es la conclusión? Porque encontramos un indicador de conclusión: "Por lo tanto”.

3. Identificando las partes de un razonamiento

Indicadores

Como no hay una única manera de expresarnos, el razonamiento no tiene una forma exclusiva, pero sí puede tener ciertos indicadores, que nos ayudan a identificar cada una de sus partes.

¿Qué es un indicador?: Una palabra, o incluso una expresión que nos ayuda a identificar dónde comienza una premisa o una conclusión, es decir, nos indica (valga la redundancia) que la proposición que viene a continuación corresponde a una premisa o conclusión respectivamente, de la misma manera, que ya hemos visto para el caso de las conectivas.

De esta manera, tendremos, entonces, indicadores tanto de premisas como de conclusión.

A continuación veamos algunos ejemplos de indicadores de conclusión.

Indicadores de conclusión

Contamos con los siguientes ejemplos:

- Por lo tanto
- En consecuencia
- Se concluye que
- Se deduce

- Es por ello que
- Por ende Luego
- Entonces Por lo cual

Nuevamente, el lenguaje natural es muy amplio, y por tanto hay muchas posibilidades, poder identificar claramente cuando se habla de una conclusión es muy útil para gente que estudia las ciencias sociales. En cambio, en nuestra disciplina, al focalizar en que un razonamiento tenga sentido, la conclusión, la veremos solo como nueva información que nos permita estructurar dicho razonamiento para conocer su validez.

3.1. Indicadores de premisa

Indicadores de premisa

Un indicador es una palabra o expresión que indica que la proposición o conjunto de proposiciones que siguen a continuación corresponden a premisas (en este caso).

Aquí algunos ejemplos:

- Dado qué
- Ya qué
- Esto es así porque
- Porque
- Esto se sigue de
- En vista de que
- Pues

Tener en cuenta que en algunos casos contaremos con ambos indicadores, pero en otros, sólo con uno de ellos. Lo mismo sucede con el orden, la conclusión no necesariamente se ubica al final del razonamiento.

Ahora bien, retomemos el 1er ejemplo: "La Tierra es plana o es redonda. La Tierra no es plana. Por lo tanto, la Tierra es redonda". El razonamiento se compone de tres proposiciones en total, de las cuales, dos son premisas, y una es conclusión (debido al indicador "Por lo tanto.")

Listando entonces, las proposiciones tenemos:

- La Tierra es plana o es redonda.
- La Tierra no es plana.
- La Tierra es redonda.

Si analizamos este conjunto de proposiciones, e identificamos las conectivas podemos ver que en realidad sólo hay dos proposiciones atómicas. Luego, las premisas, en este caso, son proposiciones compuestas por ambas. Dado el caso, es importante destacar que utilizaremos las siguientes proposiciones atómicas para formalizar:

- La Tierra es plana
- La Tierra es redonda

4. Razonamientos en lenguaje proposicional

Razonamientos en lenguaje proposicional

Vamos a extrapolar la fórmula ("traducir") con base en las proposiciones en lenguaje natural, comenzando por traducir las conectivas de cada proposición según la simbología

correspondiente:

La Tierra es plana
∨ La Tierra es redonda.

¬ La Tierra es plana.

La Tierra es redonda.

Recordemos que los razonamientos pueden tener muchas premisas, pero solo una única conclusión.

Hasta ahora sabemos que: un razonamiento debe contar con 2 partes, y que necesitaremos algún tipo de indicador para identificarlas.

Hasta aquí, lo referente al lenguaje natural, pero al momento de extrapolar al lenguaje de la lógica proposicional, necesitaremos de una estructura que nos permita realizar dicha traducción. La misma contempla cada una de sus partes, pero dejando de lado los indicadores.

Esta estructura formal consiste en colocar cada premisa en un renglón independiente, y la conclusión como última instancia, separándose del resto, mediante una línea horizontal.

He aquí el ejemplo anterior con dicha estructura formal:

La Tierra es plana
∨ La Tierra es redonda

¬ La Tierra es plana

La Tierra es redonda

5. ¿Cuándo un razonamiento es válido?

¿Cuándo un razonamiento es válido?

¿Se puede escribir cualquier "párrafo" y ya se trata de un razonamiento deductivo válido?

Veamos un ejemplo:

“"Argentina está en Europa o en América. Argentina no está en Europa. Entonces Asia es otro continente.“"

¿Creen que dicho razonamiento es válido?, ¿Cómo se dan cuenta? A simple vista, es decir, de manera intuitiva, pareciera ser que no es válido porque no tiene sentido. Pero a no preocuparse, que ya contamos con herramientas para probar la validez de un razonamiento.

Validez de un razonamiento

Si encontramos alguna valuación (caso), donde se cumple que: sus premisas son VERDADERO, pero su conclusión es FALSO, este caso invalida todo el razonamiento, dado que no se está cumpliendo con su definición de“"para todas las valuaciones de sus premisas...“"

Validez de un razonamiento - Fórmula

Como ya hemos aprendido, para crear las fórmulas, debemos armar su diccionario. Recordar que ya hemos planteado las proposiciones atómicas para este ejemplo (de ser necesario volver a revisar la hoja correspondiente). Así, nuestro diccionario nos queda planteado de la siguiente manera.

Diccionario:

p = “La Tierra es plana”

q = “La Tierra es redonda”

Utilizando dicho diccionario, podemos escribir el razonamiento mediante el lenguaje de la lógica proposicional:

Premisa 1: $p \vee q$

Premisa 2: $\neg p$
Conclusión: q

6. Resumiendo...

Resumiendo...

1. Sabemos reconocer cuándo un párrafo se trata de un razonamiento (debido a su estructura)
2. Sabemos reconocer cuándo un razonamiento, es de tipo deductivo (debido a su forma)
3. Sabemos formalizar un razonamiento deductivo de lenguaje natural a lenguaje proposicional (respetando su estructura y forma)
4. Sabemos reconocer cuándo un razonamiento deductivo es válido y cuándo inválido (mediante el análisis de la TDV)
5. Sabemos que la única manera que un razonamiento sea VÁLIDO es cuando para todas sus premisas verdaderas, su conclusión también lo es. Básicamente, debemos ver valuaciones VERDADERO.

7. Conectivas - Implicación

Conectivas - Implicación

Más allá del sentido del razonamiento, hay una gran diferencia en la premisa 1, que consta en el concepto de proposición condicional, el cual involucra una nueva conectiva.

En el ejemplo original, identificamos una disyunción, la cual, como ya sabemos, representa 2 opciones (una cosa o la otra); en cambio, en el ejemplo nuevo, observamos una “condición,” es decir, “si (se cumple algo) entonces (sucede algo)” . Una cosa depende de la otra. Una vez más, estamos haciendo foco en la forma de la conectiva, en lugar de su contenido, es decir, más allá del sentido de la oración. Esta nueva conectiva, cuya forma tiene la mencionada recientemente, se llama: Implicación (también se la denomina Condicional, debido al concepto que abarca).

Implicación

La implicación une dos proposiciones atómicas, llamadas antecedente, (la condición), y consecuente (la acción que se sucede con base en la condición).

7.1. Conectivas - Implicación - La forma

Conectivas - Implicación - La forma

Veamos 2 ejemplos más:

- Ejemplo 1:“”Si no entrego las autoevaluaciones obligatorias, entonces no puedo rendir el parcial de lógica. No entregué las autoevaluaciones obligatorias. No puedo rendir el parcial de lógica.“”
- Ejemplo 2:“”Si estudio y participo en clase, entonces voy a aprender la materia, ya que estudie y participe en clase, en consecuencia aprendí la materia.“”

Focalicemos entonces sobre la forma que tiene la implicación. ¿Qué patrón observan en estos 2 razonamientos? ¿Qué cosas tienen en común? Si observamos bien notaremos lo siguiente:

- Ambas comienzan con“”Sí“”
- Ambas contienen un“”entonces“”
- Hay una evidente relación entre la premisa 1, y el resto de las proposiciones (premisa 2 y conclusión).
- Más allá de la realidad: para aprender y aprobar hay que estudiar ;p

Si analizamos más en profundidad estos patrones, notaremos entonces que la forma de una implicación es la siguiente:

Sí [ANTECEDENTE] entonces [CONSECUENTE].

Este en torno a los primeros 2 ítems. Ahora ahondemos sobre el último patrón (ítem), el cual nos lleva a analizar los valores de verdad de cada proposición y la relación entre ellos. Para esto, veamos cómo funciona la implicación:

- Antecedente VERDADERO: de cumplirse el antecedente, él consecuente también debe cumplirse sí o sí. Es decir, si él antecedente es VERDADERO, el consecuente también debe ser VERDADERO, para que la implicación sea VERDADERO. Todo verdadero.
- Antecedente FALSO: la implicación no define cómo debe comportarse el consecuente en el caso de que el antecedente sea falso, es decir que puede valer tanto VERDADERO, como FALSO, para que la implicación sea VERDADERO.

7.2. Tabla de verdad

Implicación - Tabla de verdad

Si bien la explicación puede ser clara, es mucho más intuitivo observar dichas relaciones mediante su tabla de verdad.

Para ello, asumamos entonces dos proposiciones cualesquiera, p y q, donde "p" será el antecedente y "q" el consecuente.

El signo de implicación es →, y diremos que "p implica

lógicamente a q" escribiendo : p → q.

El signo suele leerse coloquialmente como ‘entonces”, es decir, leemos “p entonces q” .

A la implicación le corresponde la siguiente tabla de verdad:

p	q	p → q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

7.3. En resumen

Implicación - Tabla de verdad - Resumen

La tabla de verdad que rige el valor de una implicación está dada por 3 principios:

- **Verdad implica Verdad, para que la implicación sea verdadera**
- **Verdad no puede implicar Falso, dado que en dicho caso la implicación es falsa**
- **Falsa implica cualquier cosa (verdad por omisión), para que la implicación sea verdadera**

Hay que tener presente que la implicación "p → q" no es igual que "q → p". ¿Cómo lo justificamos?

Simple, armamos la tabla de verdad para ambas expresiones y

comparamos sus valuaciones. En este caso, vemos que son distintas (en breve veremos este tema que introduce a una nueva conectiva.)

p	q	p → q	q → p
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	V	F
F	F	V	V

7.4. Otras formas de implicación

Implicación - Otras formas

Para profundizar un poquito más sobre las proposiciones condicionales, la implicación, al igual que el resto de las conectivas, puede expresarse de diversas formas, es decir, tiene sus propios indicadores. Si bien el más común y representativo es “sí... entonces”... podemos encontrar otras palabras o expresiones como: “solo sí”, “es condición necesaria”, “es condición suficiente.” .

De todas maneras, al igual que con el resto de las conectivas, más allá de los indicadores, todas utilizan el mismo símbolo, en este caso, se traducen como:“p → q”.

Lo que cambia, son las palabras que nos permiten identificar cuál es el antecedente y cuál es el consecuente de la implicación.

Veamos cada una de estas expresiones en un ejemplo: Si soy Argentina, entonces soy Latinoamericana.

Diccionario:

p = Yo soy Argentina

q = Yo soy Latinoamericana

p —> q (Antecedente —-> Consecuente)	Indicador de antecedente y consecuente
Si soy argentina entonces soy sudamericana	La palabra "sí" me indica que lo que le sigue es el antecedente, así como lo que le sigue al "entonces" indica que es el consecuente
Soy argentina solo si soy sudamericana	La palabra "solo si" me indica que lo que sigue es el consecuente
Es condición suficiente ser argentina para ser latinoamericana	"Es condición suficiente" me indica que lo que sigue es el antecedente
Es condición necesaria ser latinoamericana para ser argentina	"Es condición necesaria" me indica que lo que sigue es el consecuente

Analicemos un poco la semántica de la proposición:

Si conocemos a una persona con nacionalidad Argentina, es condición suficiente para decir que esa persona es latinoamericana.
Pero si, en cambio, solo se sabe que la persona es Latinoamericana, no podemos asegurar que sea Argentina, puede ser Chilena, Uruguaya, Peruana, etc. Porque ser latinoamericana no es la condición suficiente, es condición necesaria para ser Argentina. Esto es, es condición necesaria ser latinoamericana para ser Argentina.

Implicación no es conclusión

Bien, de a poco vamos comprendiendo cómo usar una implicación, y aquí es donde vamos a hacer una pequeña aclaración que, en muchos casos, suele prestar a confusión. La implicación suele estar dada en el lenguaje natural por palabras similares a las que usamos como indicadores de conclusión, sobre todo con el indicador más común “entonces”.

Para comprender mejor esta situación veamos un razonamiento de ejemplo:

"Si la Tierra es plana, entonces nos caeremos por el borde. Si la Tierra es redonda, entonces no nos caeremos por el borde. La Tierra es redonda o plana. La Tierra no es plana. Por lo tanto, no nos caeremos por el borde”.

¿Cuál es la conclusión en este ejemplo?

Recordemos que todo razonamiento tiene una y solo una conclusión, y por consecuencia, solo puede haber un indicador de conclusión. En este caso el indicador es "Por lo tanto", de manera que la conclusión es "no nos caeremos por el borde". El problema se puede dar en confundir los indicadores de conclusión, con los indicadores de implicación.

8. Implicación dentro de razonamiento

Implicación dentro de razonamiento

Como ya hemos mencionado, esta nueva conectiva nos va a permitir construir razonamientos más interesantes, como ser el ejemplo anterior.
Veamos como queda, al traducir sus indicadores por las conectivas correspondientes, y con la estructura adecuada:

La Tierra es plana → Nos caeremos por el borde

La Tierra es redonda → ¬ Nos caeremos por el borde

La Tierra es redonda ∨ La Tierra es plana

¬ La Tierra es plana

¬ Nos caeremos por el borde

Como vemos, sigue habiendo solo una conclusión, pero hay condiciones dentro de las premisas, cuyas conectivas son la implicación.

Implicación vs. razonamiento - Resumiendo

A modo de aclaraciones importantes sobre la implicación y el razonamiento, les dejamos algunas “máximas”:

1. Un razonamiento no es una implicación, solo tiene una forma similar. Pero una cosa es una proposición compuesta con una conectiva de implicación, y otra es un razonamiento. Son 2 conceptos bien diferentes.
2. De haber una implicación, no siempre el razonamiento comienza con esta.
3. Si bien comparten el indicador “Entonces”, esta palabra se comporta como indicador de conclusión si se trata de un razonamiento, y como consecuencia de una implicación, si se trata de una proposición condicional (conectiva de implicación). Para diferenciar cada situación, será necesario aprender bien la definición de cada concepto y la diferencia entre ambos.

Distintos pero iguales

Para finalizar con los conceptos de lógica proposicional, vamos a introducirnos en el último tema, retomando un pendiente. ¿Recuerdan cuando mencionamos que "p → q" no es igual que "q → p"?

Bueno, es muy común caer en la tentación, o en la distracción de intercambiar los términos, pero al igual que en matemáticas (recordemos que la lógica se desprende de esta ciencia) no es trivial este intercambio. Es decir, no siempre una expresión "es igual" a otra, ya que depende del operador lógico (o matemático) que involucra.

Por otra parte, muchas veces sucede que hacemos abuso del lenguaje, igualando expresiones que, intuitivamente, creemos que expresan lo mismo, pero que realmente no lo hacen.

8.1. Equivalencia lógica

Equivalencia lógica

Para responder esta pregunta introducimos un nuevo concepto: equivalencia lógica
Decimos que dos oraciones son lógicamente equivalentes si para toda valuación posible tiene exactamente el mismo valor de verdad en ambas oraciones.

Dicho de otra manera, si al generar las fórmulas de dichas oraciones tienen la misma tabla de verdad, entonces son equivalentes. Recordemos lo que mencionamos previamente que equivalentes no significa iguales. Las oraciones pueden ser distintas, pero en términos lógicos expresar lo mismo. Por tal motivo es que no podemos usar el signo de igualdad ("="), pues no es cierto que sean iguales.

El beneficio es que si sabemos que dos oraciones son lógicamente equivalentes, podemos elegir cualquiera, es indistinto usar una o la otra.

8.2. Doble implicación

Doble implicación

Una vez más la lógica, al servicio de las prácticas empíricas, nos provee una nueva herramienta.

Para aplicar este concepto, contamos con la conectiva: doble implicación o también llamada bi condicional.

Su nombre representa una implicación aplicada en ambos sentidos, es decir, que el antecedente implica al consecuente, y el consecuente implica al antecedente.

El símbolo que vamos a utilizar para representar esta conectiva es ↔ (una flecha doble) y se suele leer como “sí y solo sí", es decir que esta expresión es su indicador de conectiva.

Dadas dos proposiciones cualesquiera p y q, decimos que "p vale sí y sólo sí vale q" , o "p equivale (lógicamente) a q", escribiendo: p ↔ q.

La doble implicación tiene la siguiente tabla de verdad:

p	q	p ↔ q
V	V	V
V	F	F

F V F

F F V

Como vemos, la doble implicación solo da VERDADERO cuando ambas proposiciones tienen el mismo valor de verdad. Entonces, retomando la definición de doble implicación y conociendo su taba de verdad, podremos demostrar que dos proposiciones son equivalentes aplicando la conectiva entre ambas. De esta manera, la comparación que solemos hacer de manera intuitiva, queda demostrada al obtener una tautología.

8.3. Conectivas - Resumen general

Conectivas - Resumen general

Conectivas lógicas y sus tablas de verdad:

Conjunción

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Disyunción

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Disyunción exclusiva

p	q	p XOR q
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Implicación

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Negación

p	$\neg p$
V	F
F	V

Doble implicación

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

9. Resumen general de lógica proposicional

Resumen general de lógica proposicional

- La lógica proposicional es la rama que estudia las proposiciones y sus relaciones
- Contamos con proposiciones atómicas y compuestas
- Necesitamos de conectivas para unir proposiciones
- Necesitamos del lenguaje de la lógica proposicional para formalizar
- Contamos con razonamientos que relacionan proposiciones.
- Solo nos focalizamos en razonamientos deductivos
- Los razonamientos tienen 2 partes: premisas y una conclusión
- Nos interesa conocer la validez de un razonamiento
- La implicación enriquece los razonamientos.
- Dos expresiones pueden ser equivalentes, y por ende su fórmula
- Utilizamos el análisis mediante tabla de verdad para hacer demostraciones, como la validez de un razonamiento o la equivalencia entre expresiones.