



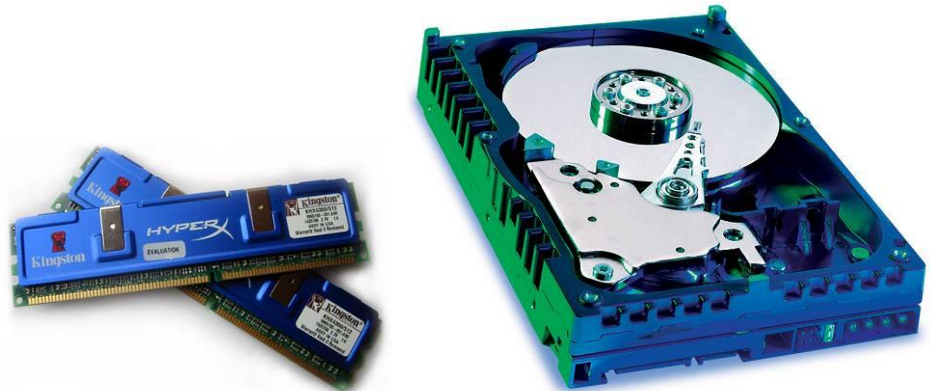
# **Métodos de Ordenação Externos**

**Prof. Lilian Berton**

**São José dos Campos, 2018**

# Ordenação externa

- A ordenação externa consiste em ordenar arquivos de tamanho maior que a memória interna disponível.
- Na ordenação externa os algoritmos devem diminuir o número de acesso as unidades de memória externa.
- Nas memórias externas, os dados são armazenados como um arquivo sequencial. Apenas um registro pode ser acessado em um dado momento.

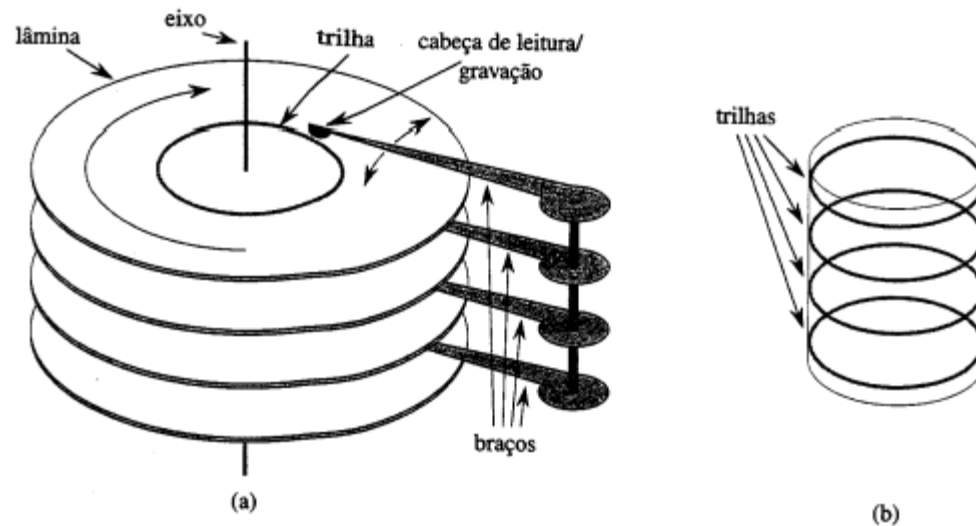


# Ordenação Externa

- Os algoritmos para ordenação externa devem reduzir o número de passadas sobre o arquivo.
- Uma boa medida de complexidade de um algoritmo de ordenação por intercalação é o **número de vezes que um item é lido ou escrito na memória auxiliar**.
- Os bons métodos de ordenação geralmente envolvem no total menos do que dez passadas sobre o arquivo.

# Estrutura do armazenamento secundário

- Em geral, o armazenamento secundário é baseado em discos magnéticos, que são mais barato que a memória primária (chips de silício).
- Embora os discos sejam mais econômicos e tenham maior capacidade que a memória principal, eles são muito mais lentos, pois têm peças móveis. O movimento mecânico faz uso da rotação da lâmina e do movimento do braço.



# Estrutura do armazenamento secundário

- Para amortizar o tempo gasto na espera por movimentos mecânicos, os discos não acessam apenas um item, mas vários de cada vez.
- As informações são divididas em páginas e cada leitura/gravação de disco inclui uma ou mais páginas.
- Muitas vezes, demora-se mais tempo para se obter acesso a uma página de informações e fazer a leitura da página que o tempo para o computador examinar todas as informações.

# Algoritmos de ordenação em memória externa

- **Ordenação Externa:**
  - Intercalação Balanceada de Vários Caminhos
  - Intercalação Polifásica
  - Quicksort Externo

# Intercalação balanceada de vários caminhos

- **Intercalar significa combinar dois ou mais blocos ordenados em um único bloco ordenado.** A intercalação é utilizada como uma operação auxiliar na ordenação.
- Estratégia geral dos métodos de ordenação externa:
  1. Quebre o arquivo em blocos do tamanho da memória interna disponível.
  2. Ordene cada bloco na memória interna.
  3. Intercale os blocos ordenados, fazendo várias passadas sobre o arquivo.
  4. A cada passada são criados blocos ordenados cada vez maiores, até que todo o arquivo esteja ordenado.

# Exemplo ordenação por intercalação

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
I	N	T	E	R	C	A	L	A	C	A	O	B	A	L	A	N	C	E	A	D	A

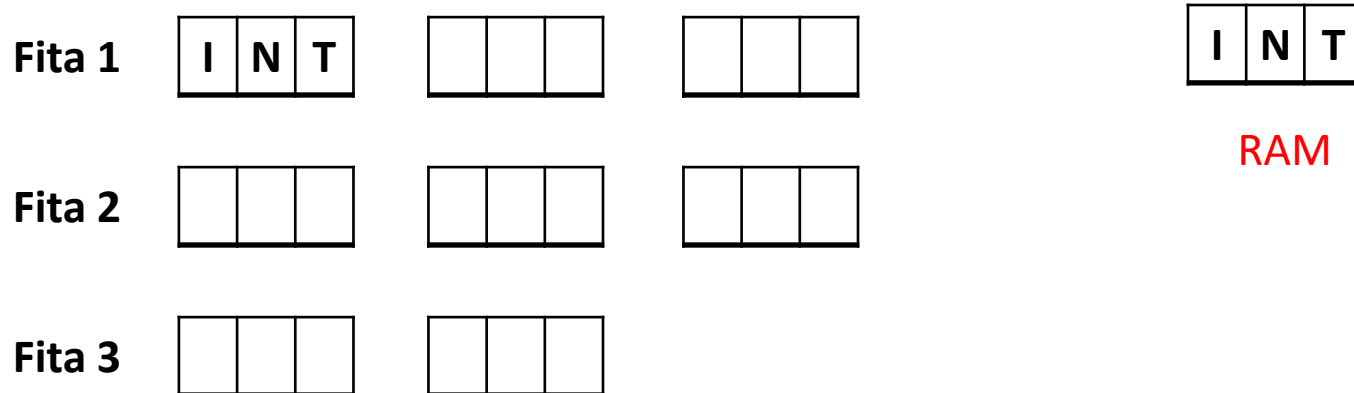
- Objetivo: Ordenar os 22 registros e colocá-los em uma fita de saída.
- Os registros são lidos um após o outro.
- Considere uma memória interna com capacidade para **três** registros.
- Considere que esteja disponível **seis unidades de fita** magnética.



# Exemplo ordenação por intercalação

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
I	N	T	E	R	C	A	L	A	C	A	O	B	A	L	A	N	C	E	A	D	A

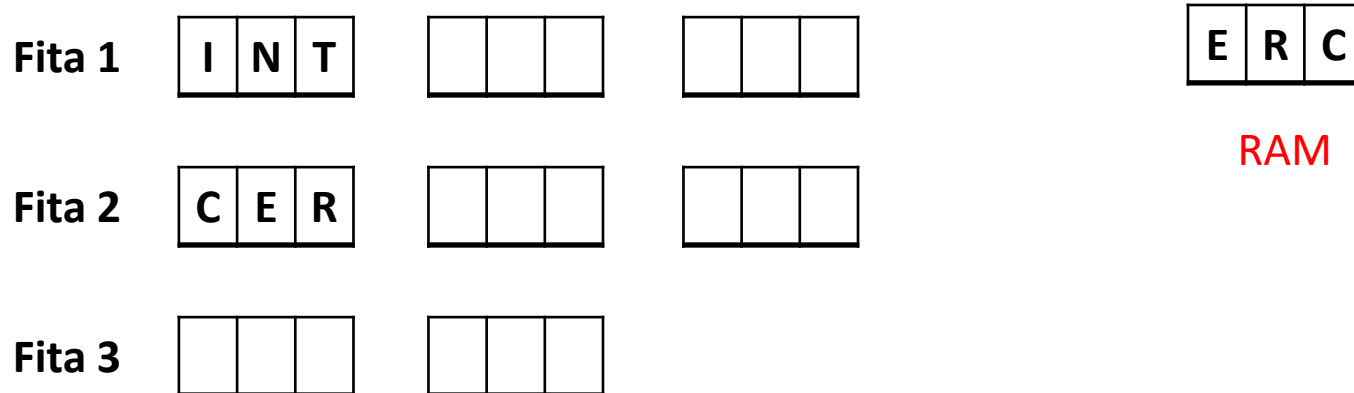
Fase de criação dos blocos ordenados:



# Exemplo ordenação por intercalação

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
I	N	T	E	R	C	A	L	A	C	A	O	B	A	L	A	N	C	E	A	D	A

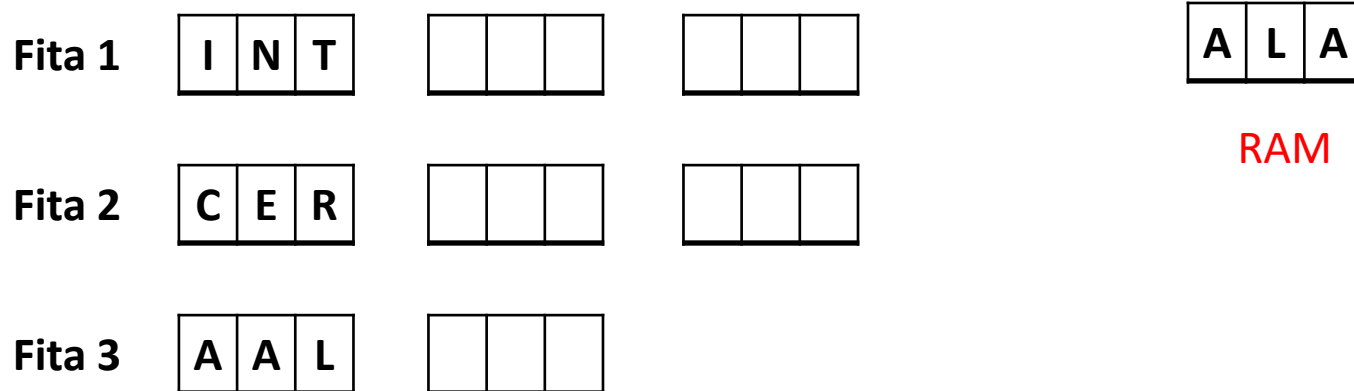
Fase de criação dos blocos ordenados:



# Exemplo ordenação por intercalação

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
I	N	T	E	R	C	A	L	A	C	A	O	B	A	L	A	N	C	E	A	D	A

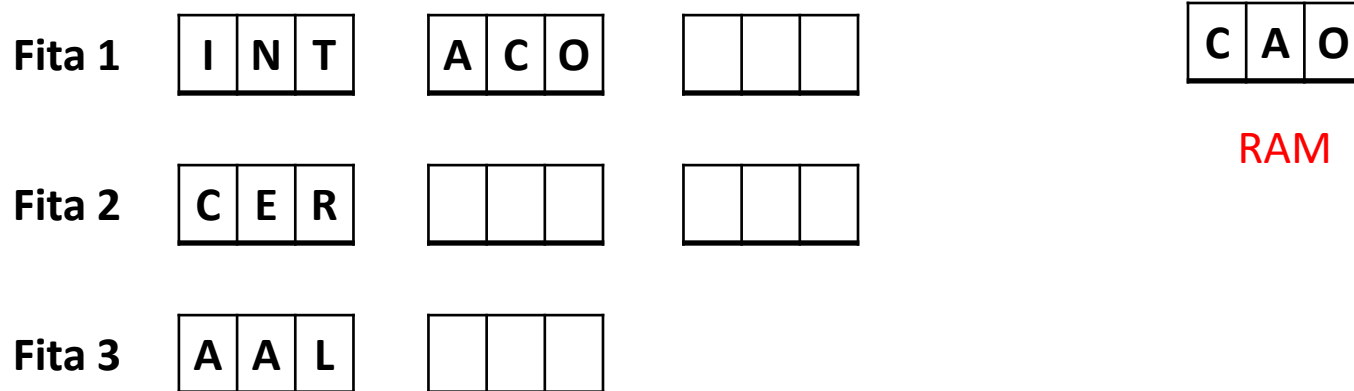
Fase de criação dos blocos ordenados:



# Exemplo ordenação por intercalação

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
I	N	T	E	R	C	A	L	A	C	A	O	B	A	L	A	N	C	E	A	D	A

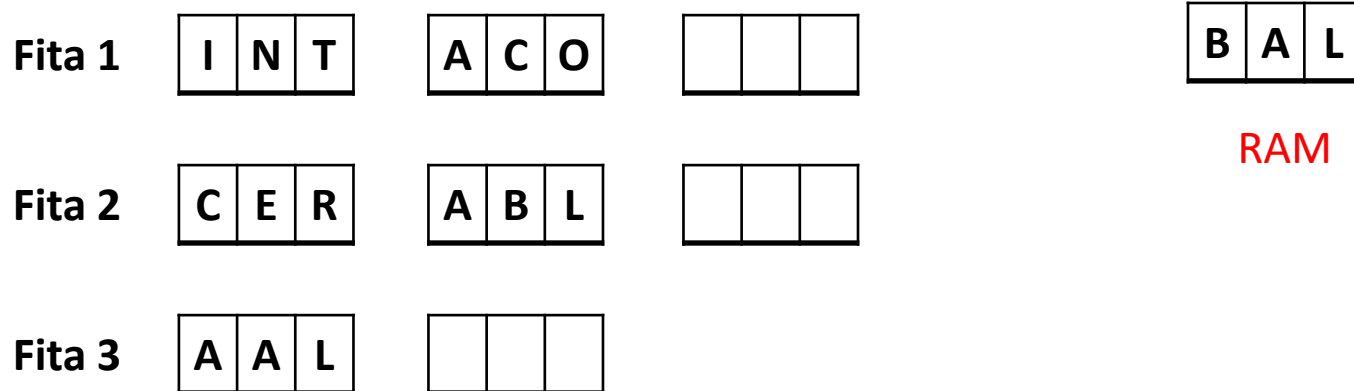
Fase de criação dos blocos ordenados:



# Exemplo ordenação por intercalação

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
I	N	T	E	R	C	A	L	A	C	A	O	B	A	L	A	N	C	E	A	D	A

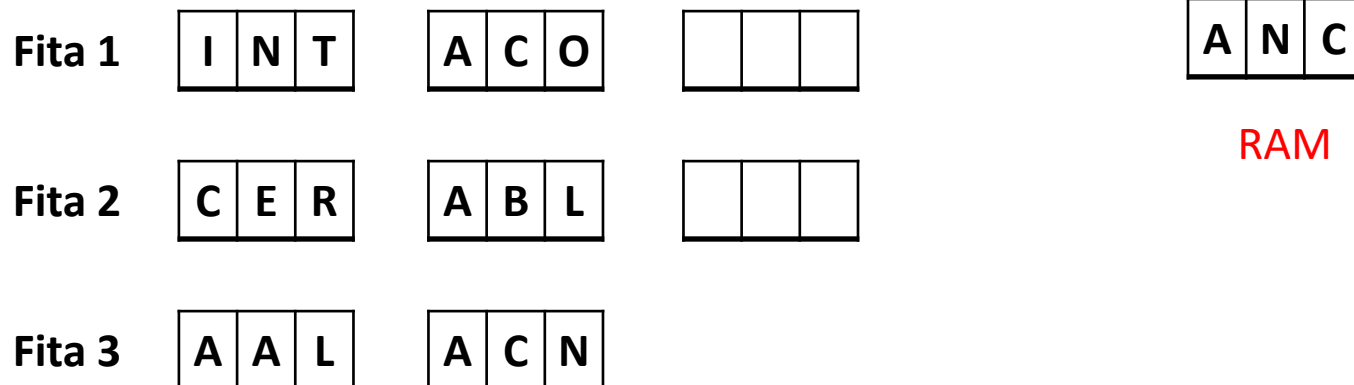
Fase de criação dos blocos ordenados:



# Exemplo ordenação por intercalação

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
I	N	T	E	R	C	A	L	A	C	A	O	B	A	L	A	N	C	E	A	D	A

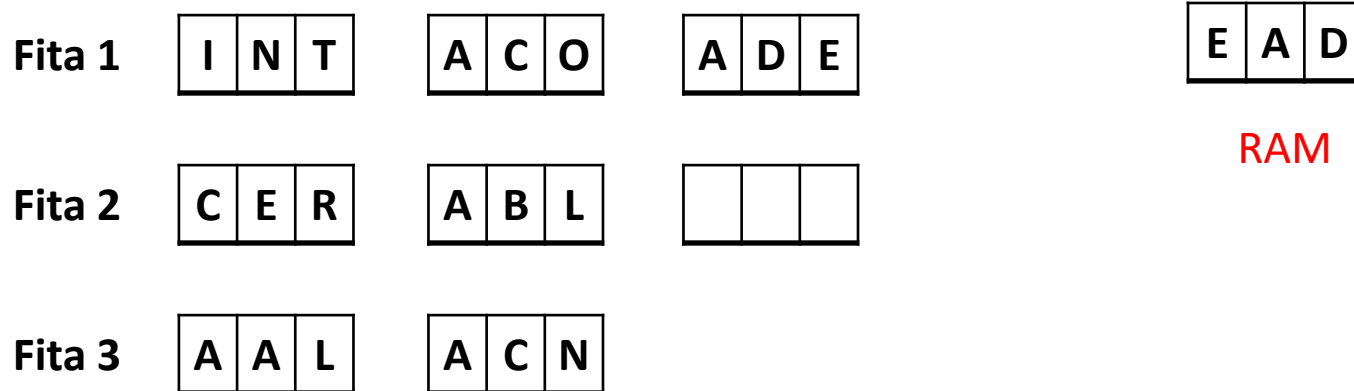
Fase de criação dos blocos ordenados:



# Exemplo ordenação por intercalação

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
I	N	T	E	R	C	A	L	A	C	A	O	B	A	L	A	N	C	E	A	D	A

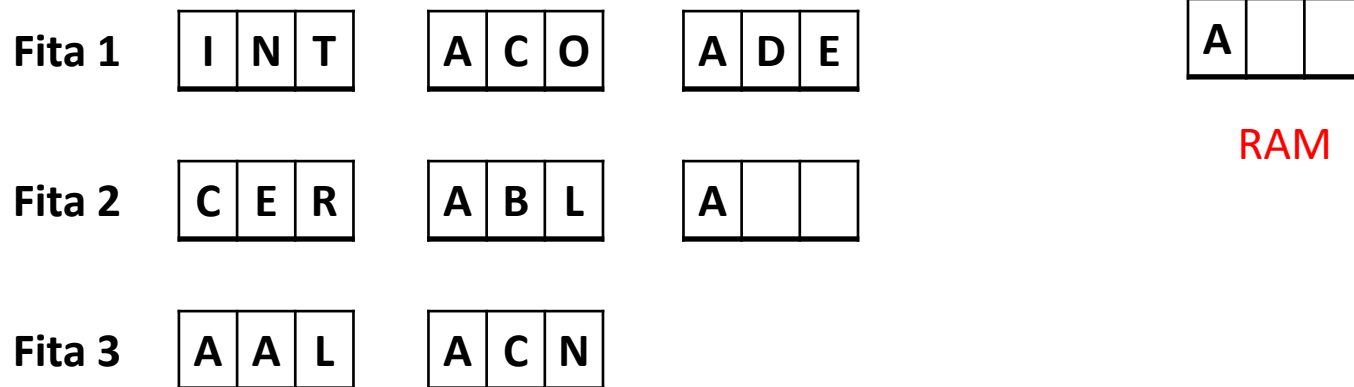
Fase de criação dos blocos ordenados:



# Exemplo ordenação por intercalação

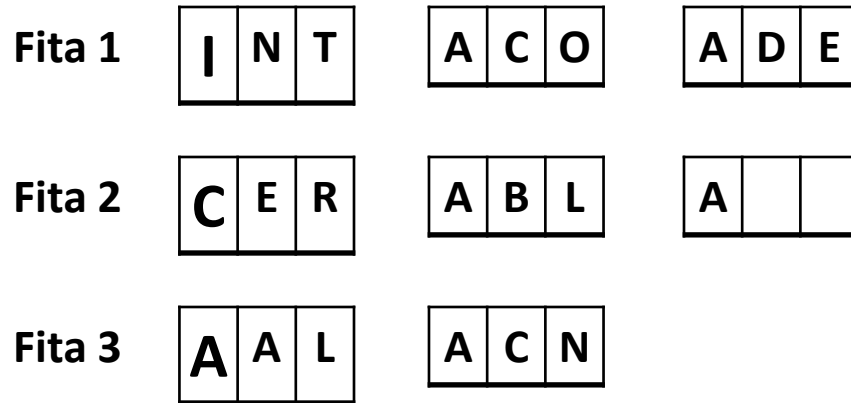
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
I	N	T	E	R	C	A	L	A	C	A	O	B	A	L	A	N	C	E	A	D	A

Fase de criação dos blocos ordenados:

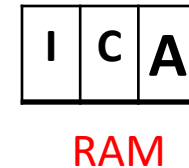
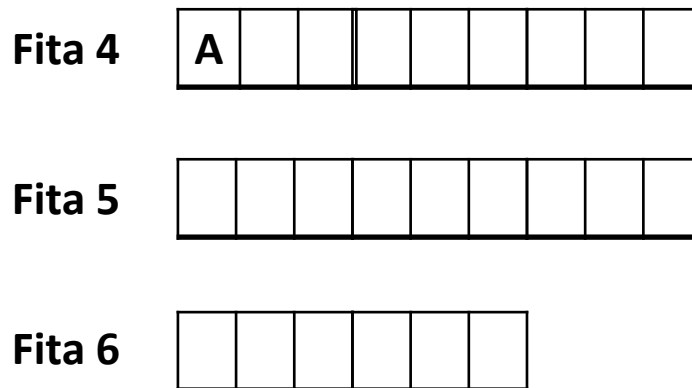




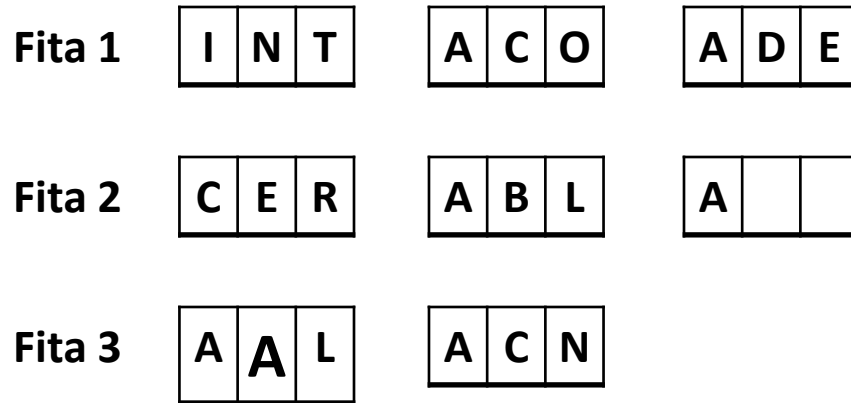
# Exemplo ordenação por intercalação



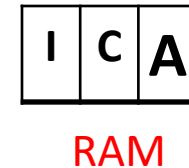
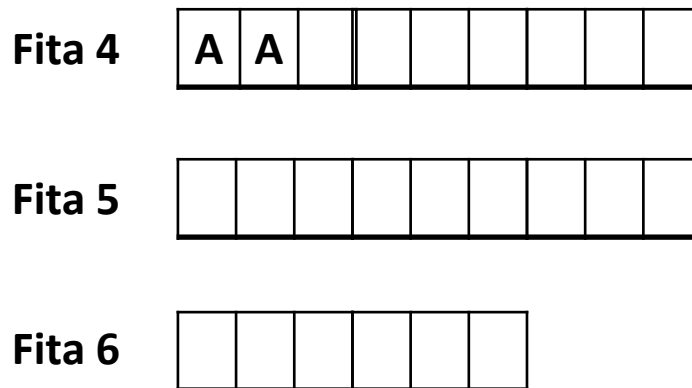
Fase de intercalação:



# Exemplo ordenação por intercalação



Fase de intercalação:



# Exemplo ordenação por intercalação

Fita 1    

I	N	T
---	---	---

A	C	O
---	---	---

A	D	E
---	---	---

Fita 2    

C	E	R
---	---	---

A	B	L
---	---	---

A		
---	--	--

Fita 3    

A	A	L
---	---	---

A	C	N
---	---	---

Fase de intercalação:

Fita 4    

A	A	C						
---	---	---	--	--	--	--	--	--

Fita 5    

--	--	--	--	--	--	--	--	--

Fita 6    

--	--	--	--	--	--

I	C	L
---	---	---

RAM

# Exemplo ordenação por intercalação

Fita 1    

I	N	T
---	---	---

A	C	O
---	---	---

A	D	E
---	---	---

Fita 2    

C	E	R
---	---	---

A	B	L
---	---	---

A		
---	--	--

Fita 3    

A	A	L
---	---	---

A	C	N
---	---	---

Fase de intercalação:

Fita 4    

A	A	C	E					
---	---	---	---	--	--	--	--	--

Fita 5    

--	--	--	--	--	--	--	--	--

Fita 6    

--	--	--	--	--	--

I	E	L
---	---	---

RAM

# Exemplo ordenação por intercalação

Fita 1    

I	N	T
---	---	---

A	C	O
---	---	---

A	D	E
---	---	---

Fita 2    

C	E	R
---	---	---

A	B	L
---	---	---

A		
---	--	--

Fita 3    

A	A	L
---	---	---

A	C	N
---	---	---

Fase de intercalação:

Fita 4    

A	A	C	E	I				
---	---	---	---	---	--	--	--	--

Fita 5    

--	--	--	--	--	--	--	--	--

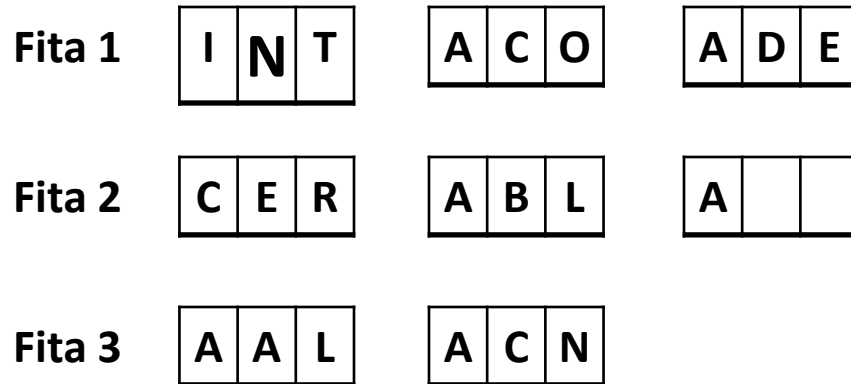
Fita 6    

--	--	--	--	--	--

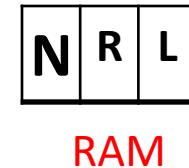
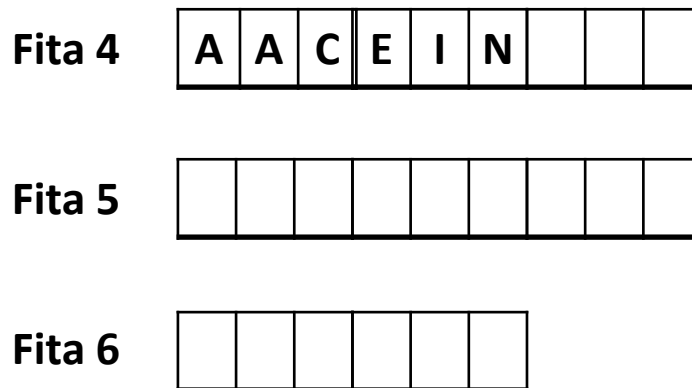
I	R	L
---	---	---

RAM

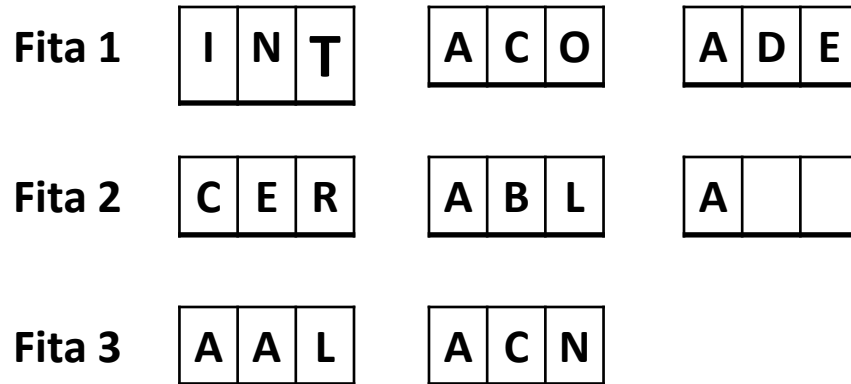
# Exemplo ordenação por intercalação



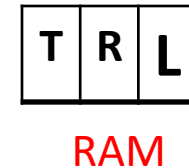
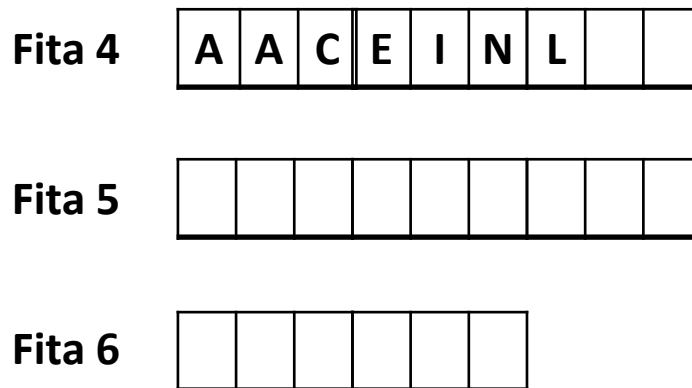
Fase de intercalação:



# Exemplo ordenação por intercalação



## Fase de intercalação:



# Exemplo ordenação por intercalação

Fita 1    

I	N	T
---	---	---

A	C	O
---	---	---

A	D	E
---	---	---

Fita 2    

C	E	R
---	---	---

A	B	L
---	---	---

A		
---	--	--

Fita 3    

A	A	L
---	---	---

A	C	N
---	---	---

Fase de intercalação:

Fita 4    

A	A	C	E	I	N	L	R	
---	---	---	---	---	---	---	---	--

Fita 5    

--	--	--	--	--	--	--	--	--

Fita 6    

--	--	--	--	--	--

T	R	
---	---	--

RAM



# Exemplo ordenação por intercalação

Fita 1    

I	N	T
---	---	---

A	C	O
---	---	---

A	D	E
---	---	---

Fita 2    

C	E	R
---	---	---

A	B	L
---	---	---

A		
---	--	--

Fita 3    

A	A	L
---	---	---

A	C	N
---	---	---

Fase de intercalação:

Fita 4    

A	A	C	E	I	N	L	R	T
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Fita 5    

--	--	--	--	--	--	--	--

Fita 6    

--	--	--	--	--	--

T		
---	--	--

RAM

# Exemplo ordenação por intercalação

Fita 1    

I	N	T
---	---	---

A	C	O
---	---	---

A	D	E
---	---	---

Fita 2    

C	E	R
---	---	---

A	B	L
---	---	---

A		
---	--	--

Fita 3    

A	A	L
---	---	---

A	C	N
---	---	---

Repete o mesmo processo

...

## Fase de intercalação:

Fita 4    

A	A	C	E	I	N	L	R	T
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Fita 5    

A	A	A	B	C	C	L	N	O
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Fita 6    

--	--	--	--	--	--

A	A	A
---	---	---

RAM

# Exemplo ordenação por intercalação

Fita 1    

I	N	T
---	---	---

A	C	O
---	---	---

A	D	E
---	---	---

Fita 2    

C	E	R
---	---	---

A	B	L
---	---	---

A		
---	--	--

Fita 3    

A	A	L
---	---	---

A	C	N
---	---	---

Repete o mesmo processo

...

## Fase de intercalação:

Fita 4    

A	A	C	E	I	N	L	R	T
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Fita 5    

A	A	A	B	C	C	L	N	O
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Fita 6    

A	A	D	E		
---	---	---	---	--	--

A	A	
---	---	--

RAM

# Exemplo ordenação por intercalação

Fita 4 

A	A	C	E	I	N	L	R	T
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Fita 5 

A	A	A	B	C	C	L	N	O
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Fita 6 

A	A	D	E		
---	---	---	---	--	--

Repete o mesmo processo

...

Fase de intercalação:

A	A	A
---	---	---

RAM

Fita 1

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
A	A	A	A	A	A	A	B	C	C	C	D	E	E	I	L	L	N	N	O	R	T

# Algoritmo Intercalação

1. O primeiro registro de cada fita é lido.
2. Retire o registro contendo a menor chave.
3. Armazene-o em uma fita de saída.
4. Leia um novo registro da fita de onde o registro retirado é proveniente.
5. Ao ler o terceiro registro de um dos blocos, sua fita fica inativa.
6. A fita é reativada quando o terceiro registro das outras fitas forem lidos.
7. Neste instante um bloco de nove registros ordenados foi formado na fita de saída.
8. Repita o processo para os blocos restantes.

# Análise intercalação balanceada de vários caminhos

- Quantas passadas são necessárias para ordenar um arquivo de tamanho arbitrário?
  - Seja  $n$ , o número de registros do arquivo.
  - Suponha que cada registro ocupa  $m$  palavras na memória interna.
  - A primeira etapa produz  $n/m$  blocos ordenados.
  - Seja  $P(n)$  o número de passadas para a fase de intercalação.
  - Seja  $f$  o número de fitas utilizadas em cada passada.

$$P(n) = \log_f \frac{n}{m}$$

- No exemplo acima,  $n=22$ ,  $m=3$  e  $f=3$  temos:

$$P(n) = \log_3 \frac{22}{3} = 2$$

# Desvantagens

- Problema com a intercalação balanceada de vários caminhos:
- **Necessita de um grande número de fitas.**
  - Faz várias leituras e escritas entre as fitas envolvidas.
  - Para uma intercalação balanceada de  $f$  caminhos são necessárias  $2f$  fitas.
- Alternativamente, pode-se copiar o arquivo quase todo de uma única fita de saída para  $f$  fitas de entrada.
  - Isso reduz o número de fitas para  $f + 1$ .
  - Porém, há um custo de uma cópia adicional do arquivo.
- Solução: Intercalação polifásica.

# Algoritmos de ordenação em memória externa

- **Ordenação Externa:**
  - Intercalação Balanceada de Vários Caminhos
  - Intercalação Polifásica
  - Quicksort Externo



# Intercalação polifásica

1. Os blocos ordenados são distribuídos de forma desigual entre as fitas disponíveis.
2. Uma fita é deixada livre.
3. Em seguida, a intercalação de blocos ordenados é executada até que uma das fitas esvazie.
4. Neste ponto, uma das fitas de saída troca de papel com a fita de entrada.

# Exemplo intercalação polifásica

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
I	N	T	E	R	C	A	L	A	C	A	O	B	A	L	A	N	C	E	A	D	A

Fase de criação dos blocos ordenados por seleção por substituição:

Fita 1    

I	N	R	T
---	---	---	---

A	C	E	L
---	---	---	---

A	A	B	C	L	O
---	---	---	---	---	---

Fita 2    

A	A	C	E	N
---	---	---	---	---

A	A	D
---	---	---

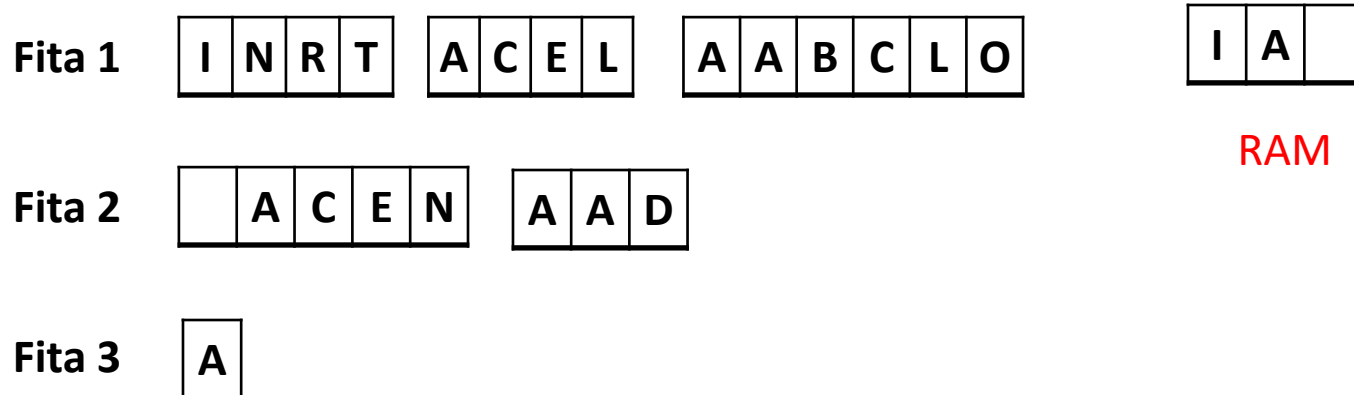
Fita 3

Pesquisar seleção  
por substituição

# Exemplo intercalação polifásica

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
I	N	T	E	R	C	A	L	A	C	A	O	B	A	L	A	N	C	E	A	D	A

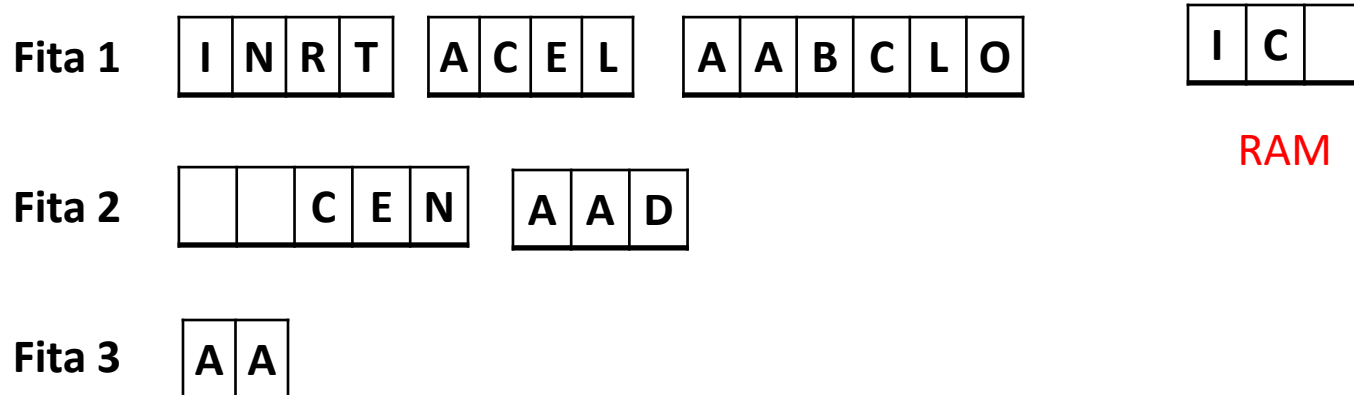
Intercalação das fitas 1 e 2 para a fita 3:



# Exemplo intercalação polifásica

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
I	N	T	E	R	C	A	L	A	C	A	O	B	A	L	A	N	C	E	A	D	A

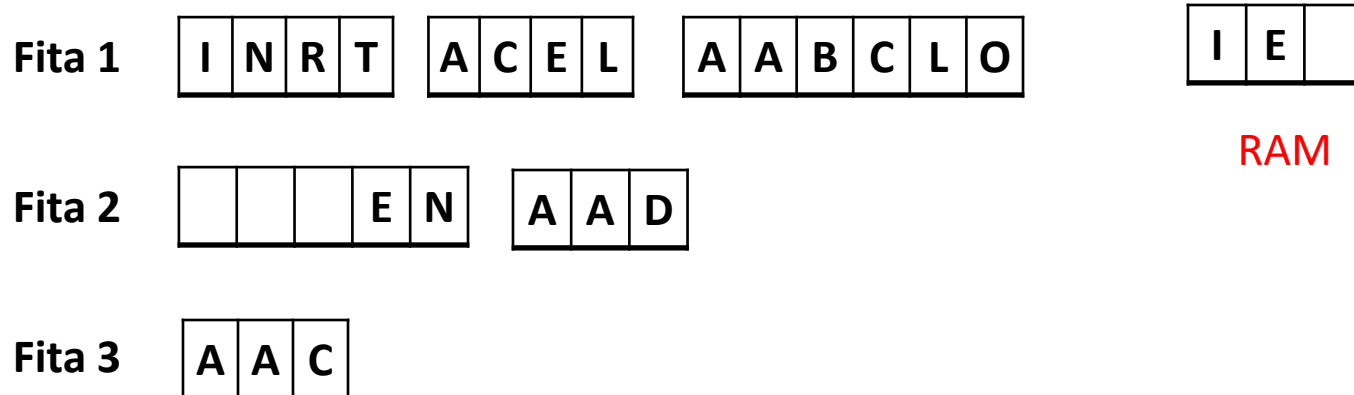
Intercalação das fitas 1 e 2 para a fita 3:



# Exemplo intercalação polifásica

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
I	N	T	E	R	C	A	L	A	C	A	O	B	A	L	A	N	C	E	A	D	A

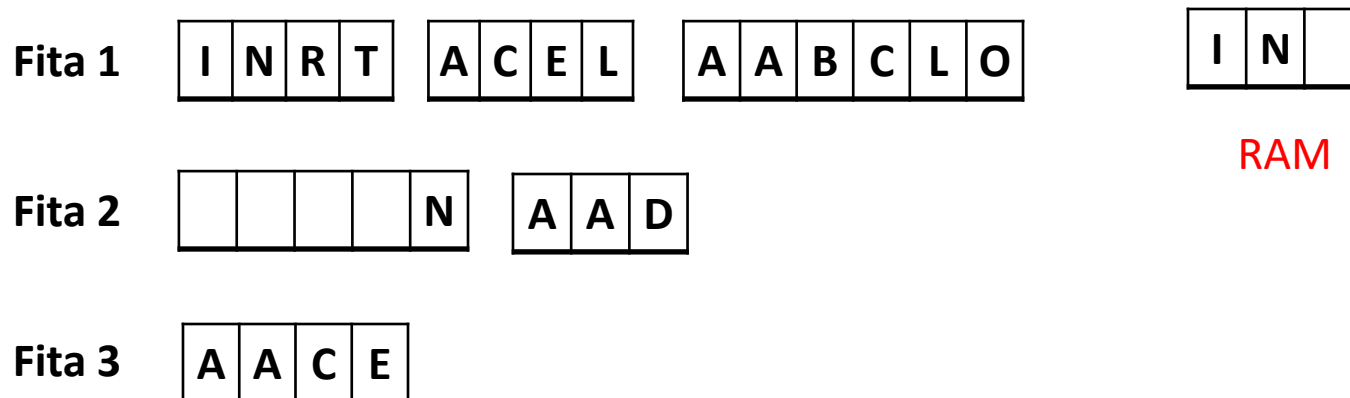
Intercalação das fitas 1 e 2 para a fita 3:



# Exemplo intercalação polifásica

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
I	N	T	E	R	C	A	L	A	C	A	O	B	A	L	A	N	C	E	A	D	A

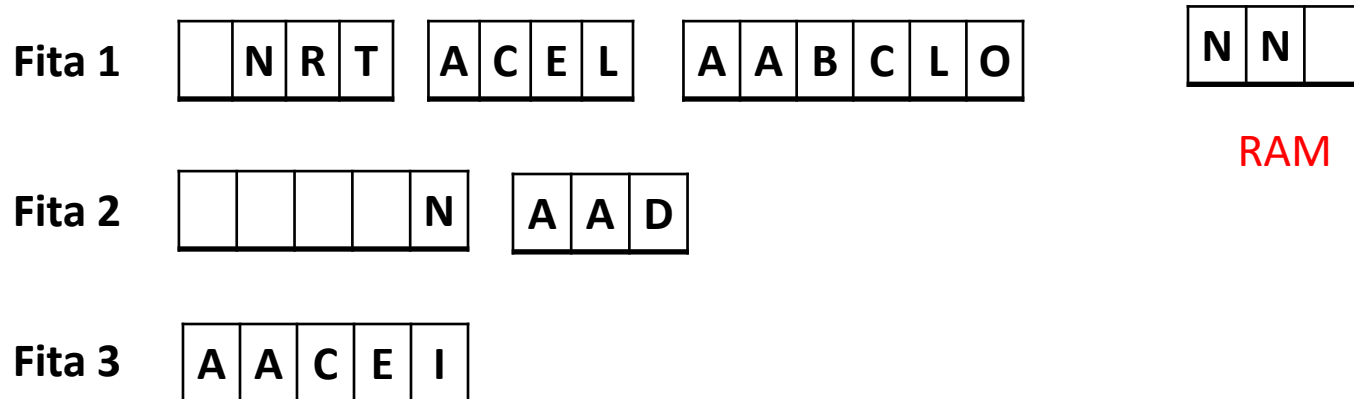
Intercalação das fitas 1 e 2 para a fita 3:



# Exemplo intercalação polifásica

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
I	N	T	E	R	C	A	L	A	C	A	O	B	A	L	A	N	C	E	A	D	A

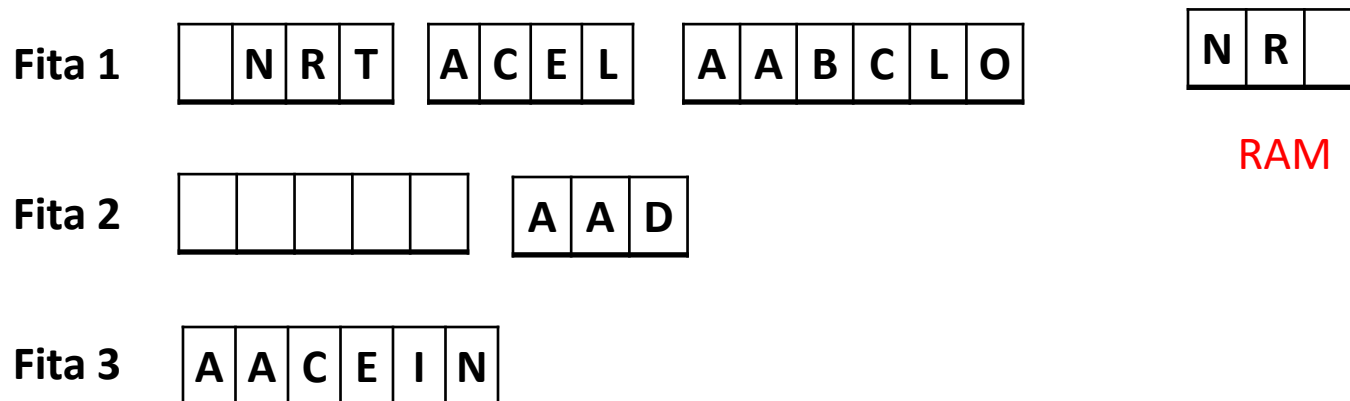
Intercalação das fitas 1 e 2 para a fita 3:



# Exemplo intercalação polifásica

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
I	N	T	E	R	C	A	L	A	C	A	O	B	A	L	A	N	C	E	A	D	A

Intercalação das fitas 1 e 2 para a fita 3:

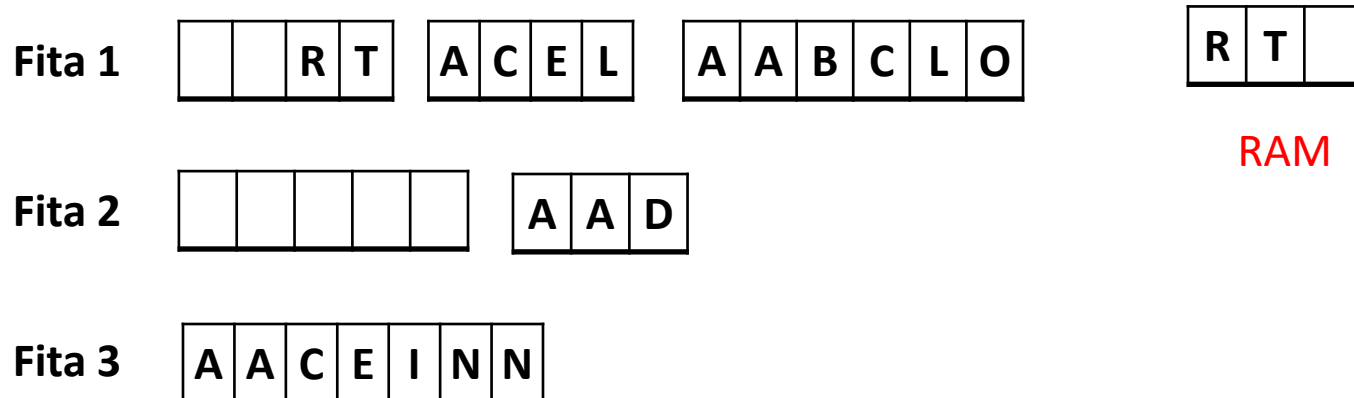




# Exemplo intercalação polifásica

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
I	N	T	E	R	C	A	L	A	C	A	O	B	A	L	A	N	C	E	A	D	A

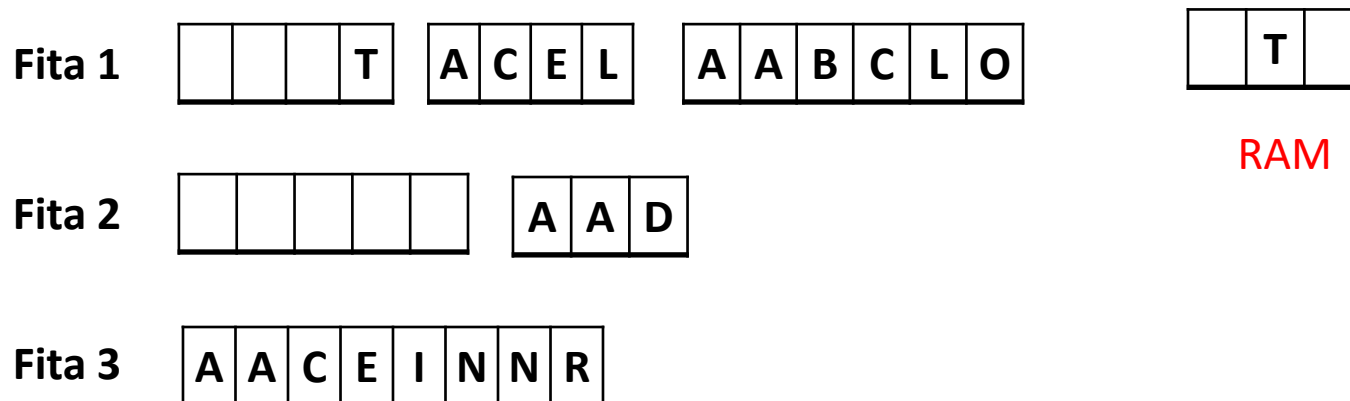
Intercalação das fitas 1 e 2 para a fita 3:



# Exemplo intercalação polifásica

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
I	N	T	E	R	C	A	L	A	C	A	O	B	A	L	A	N	C	E	A	D	A

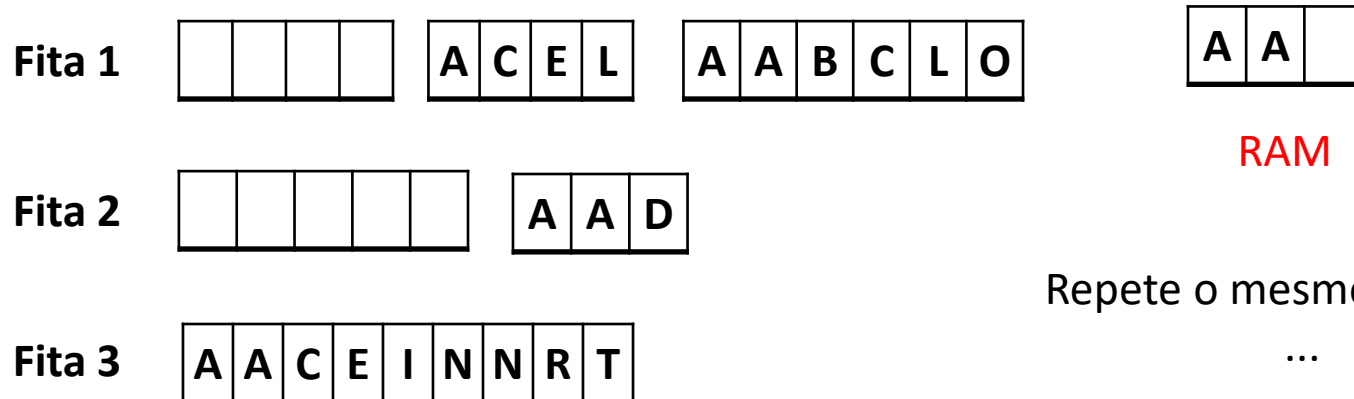
Intercalação das fitas 1 e 2 para a fita 3:



# Exemplo intercalação polifásica

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
I	N	T	E	R	C	A	L	A	C	A	O	B	A	L	A	N	C	E	A	D	A

Intercalação das fitas 1 e 2 para a fita 3:



# Exemplo intercalação polifásica

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
I	N	T	E	R	C	A	L	A	C	A	O	B	A	L	A	N	C	E	A	D	A

Intercalação das fitas 1 e 2 para a fita 3:

Fita 1    

A	A	B	C	L	O
---	---	---	---	---	---

Esvaziou uma fita!

Fita 2

Fita 3    

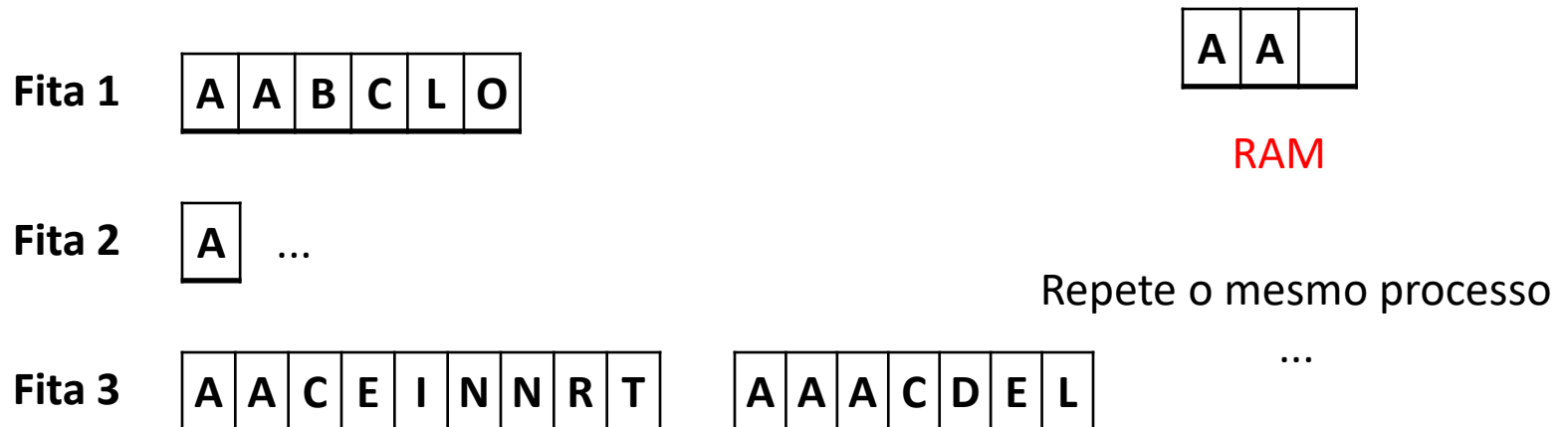
A	A	C	E	I	N	N	R	T
---	---	---	---	---	---	---	---	---

A	A	A	C	D	E	L
---	---	---	---	---	---	---

# Exemplo intercalação polifásica

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
I	N	T	E	R	C	A	L	A	C	A	O	B	A	L	A	N	C	E	A	D	A

Intercalação das fitas 1 e 3 para a fita 2:



# Exemplo intercalação polifásica

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
I	N	T	E	R	C	A	L	A	C	A	O	B	A	L	A	N	C	E	A	D	A

Intercalação das fitas 1 e 3 para a fita 2:

**Fita 1**

**Fita 2**

A	A	A	A	B	C	C	E	I	L	N	N	O	R	T
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

**Fita 3**

A	A	A	C	D	E	L
---	---	---	---	---	---	---

Esvaziou uma fita!

# Exemplo intercalação polifásica

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
I	N	T	E	R	C	A	L	A	C	A	O	B	A	L	A	N	C	E	A	D	A

Intercalação das fitas 2 e 3 para a fita 1:

Fita 1   

A
---

 ...   

A	A	
---	---	--

RAM

Fita 2   

A	A	A	A	B	C	C	E	I	L	N	N	O	R	T
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Fita 3   

A	A	A	C	D	E	L
---	---	---	---	---	---	---

Repete o mesmo processo

...

# Exemplo intercalação polifásica

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
I	N	T	E	R	C	A	L	A	C	A	O	B	A	L	A	N	C	E	A	D	A

Intercalação das fitas 1 e 3 para a fita 1:

<b>Fita 1</b>	A	A	A	A	A	A	A	B	C	C	C	D	E	E	I	L	L	N	N	O	R	T
---------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

**Fita 2**

**Fita 3**



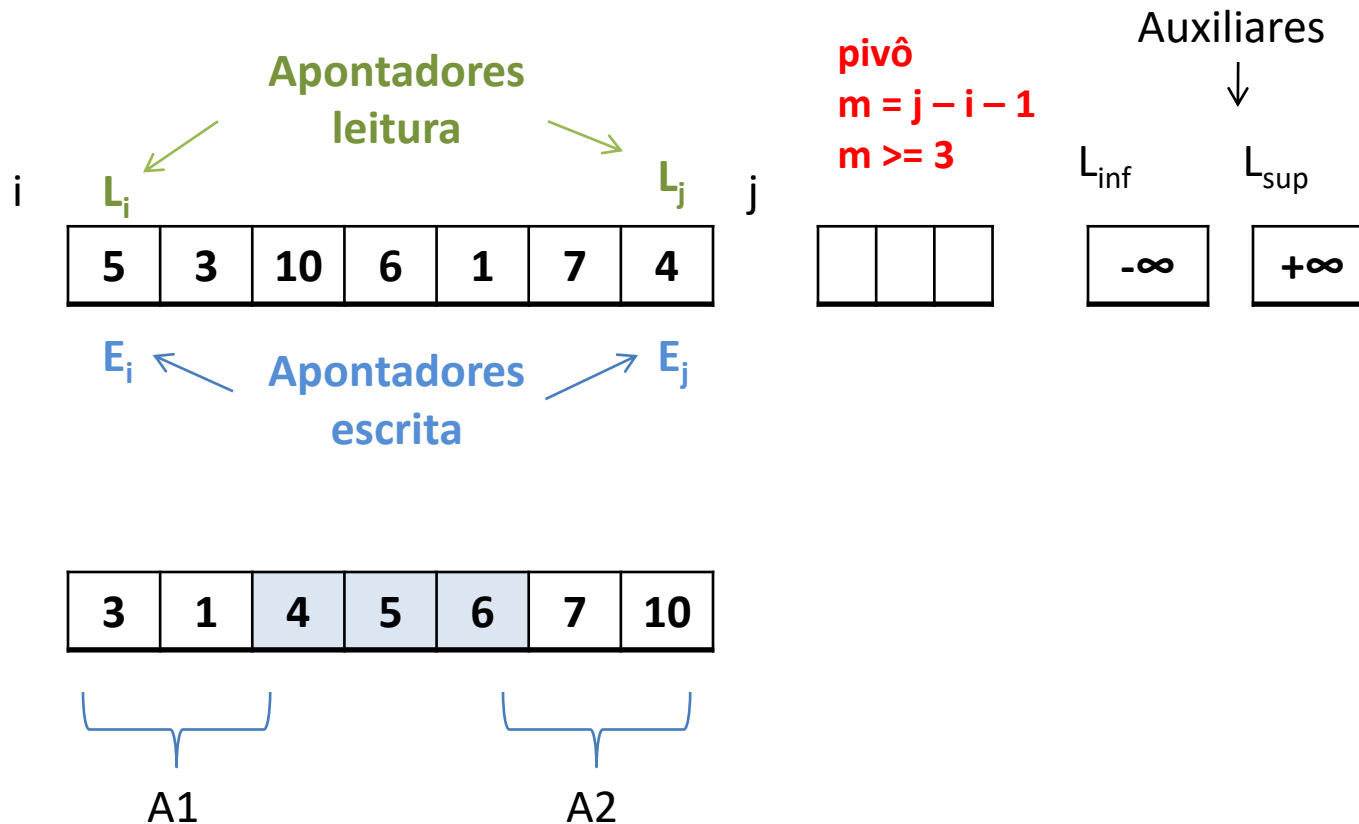
# Considerações

- A intercalação é realizada em muitas fases. As fases não envolvem todos os blocos.
- Nenhuma cópia direta entre fitas é realizada.
- A análise da intercalação polifásica é complicada.
- O que se sabe é que ela é ligeiramente melhor do que a intercalação balanceada para valores pequenos de  $f < 8$ .

# Algoritmos de ordenação em memória externa

- **Ordenação Externa:**
  - Intercalação Balanceada de Vários Caminhos
  - Intercalação Polifásica
  - Quicksort Externo

# Exemplo quicksort externo



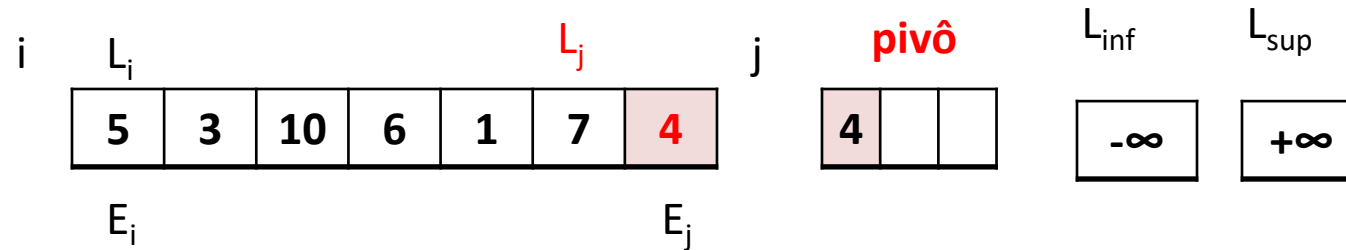
# Algoritmo

- Os primeiros  $m - 1$  registros são lidos, alternativamente, dos extremos de  $A$  e armazenados na memória interna.
- Ao ler o  $m$ -ésimo registro:
  - $m$  é comparado com  $L_{\text{sup}}$ , se for maior,  $j$  recebe  $E_j$  e o registro é escrito em  $A_2$
  - senão,  $m$  é comparado com  $L_{\text{inf}}$  e, se for menor,  $i$  recebe  $E_i$  e o registro é escrito em  $A_1$
  - **caso contrário,  $L_{\text{inf}} < m < L_{\text{sup}}$ , o registro é inserido na área de pivô.**

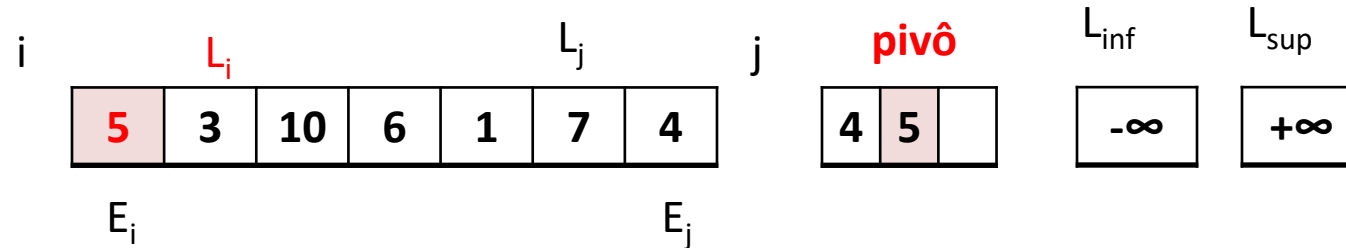
Obs: a ordem alternada de leitura é interrompida se  $L_i = E_i$  ou  $L_j = E_j$

# Exemplo quicksort externo

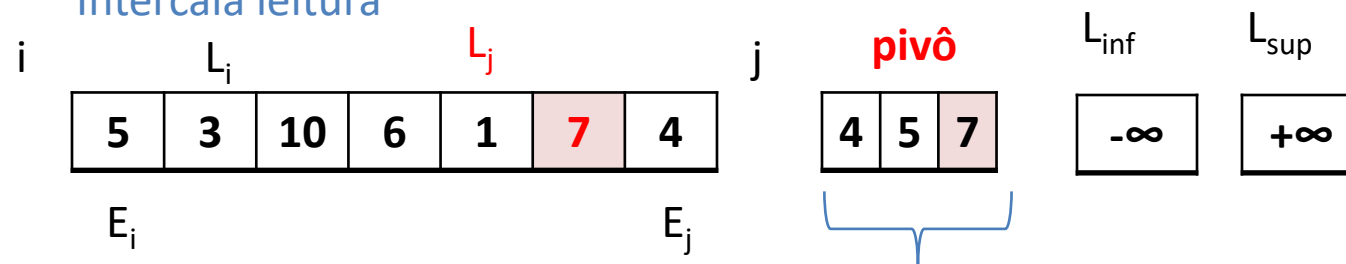
Inicia leitura



Intercala leitura



Intercala leitura

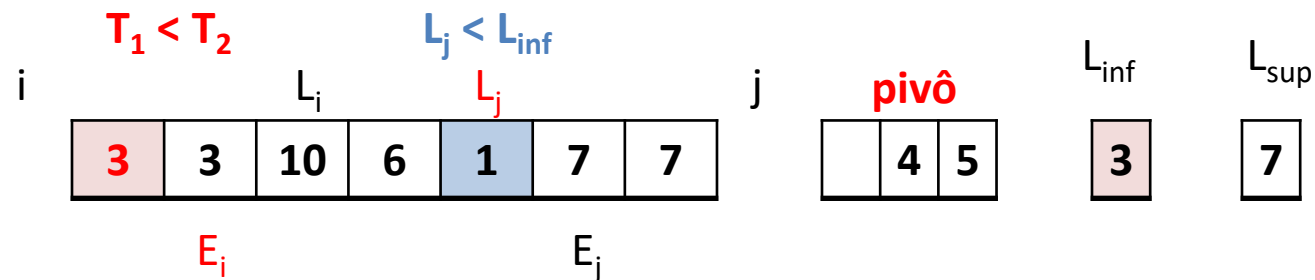
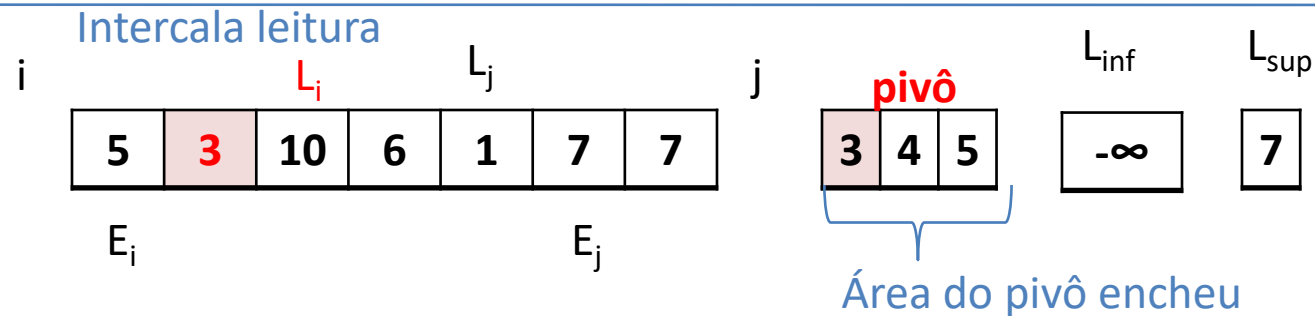
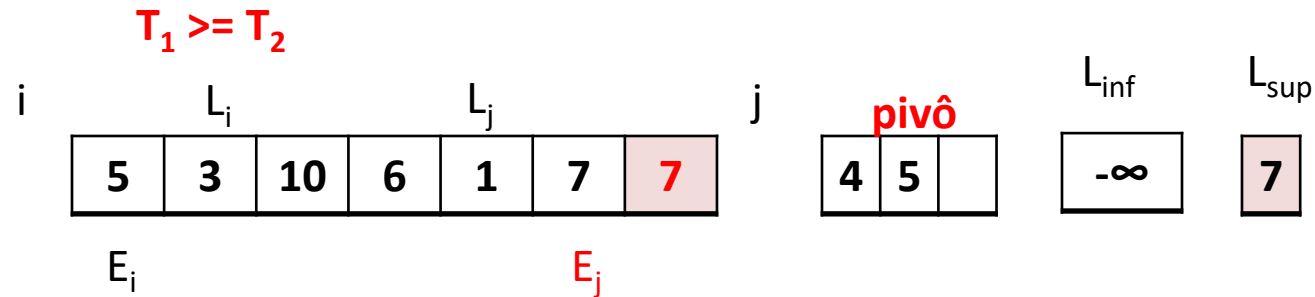


Área do pivô encheu

# Algoritmo

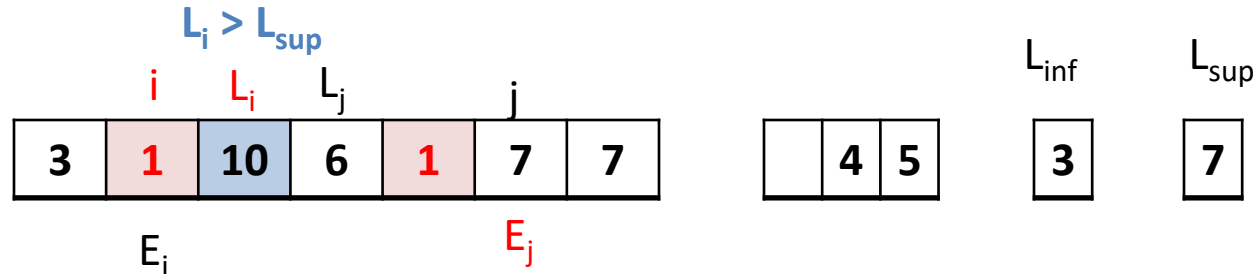
- Quando a área de pivô enche, remove-se um registro da mesma, considerando os tamanhos de  $A_1$  e  $A_2$ .
  - Sendo Esq e Dir a primeira e a última posição de  $A$ , os tamanhos de  $A_1$  e  $A_2$  são  $T_1 = E_i - \text{Esq}$  e  $T_2 = \text{Dir} - E_j$ .
- Se  $T_1 < T_2$  o registro de menor chave é removido da memória sendo escrito em  $E_i$  ( $A_1$ ) e  $L_{\text{inf}}$  é atualizado com tal chave.
- Se  $T_1 \geq T_2$  o registro de maior chave é removido da memória sendo escrito em  $E_j$  ( $A_2$ ), e  $L_{\text{sup}}$  é atualizado com tal chave.

# Exemplo quicksort externo

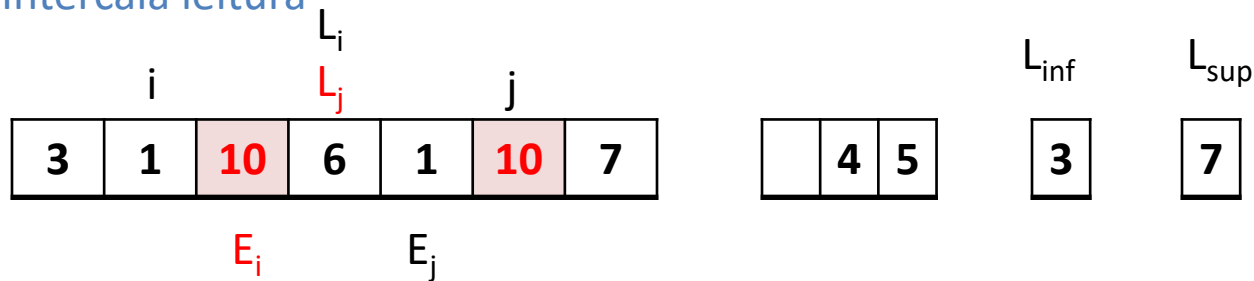


# Exemplo quicksort externo

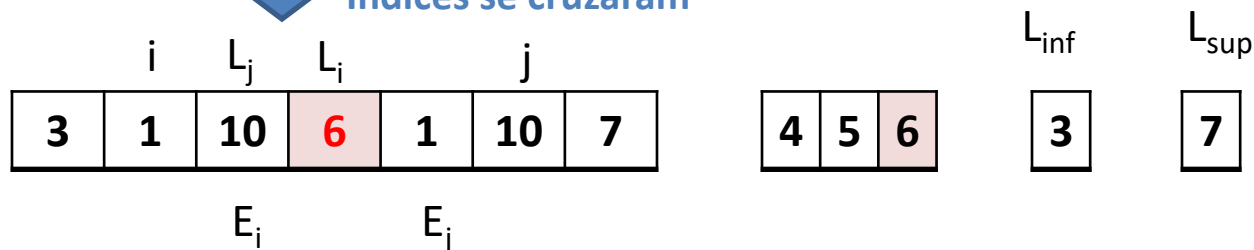
Intercala leitura



Intercala leitura



Índices se cruzaram

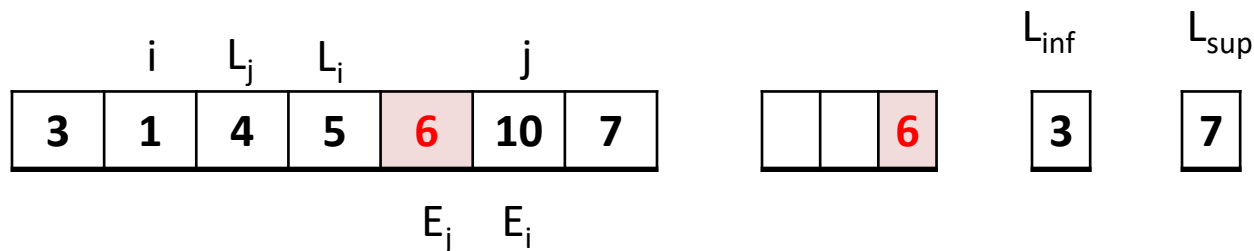
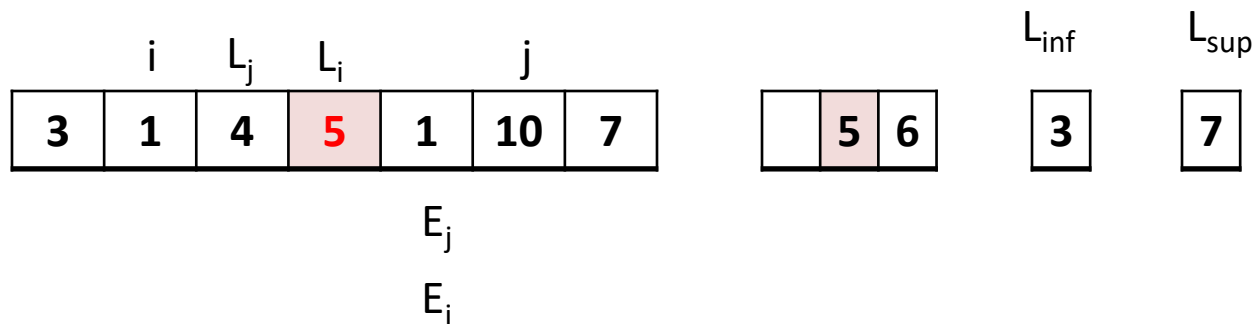
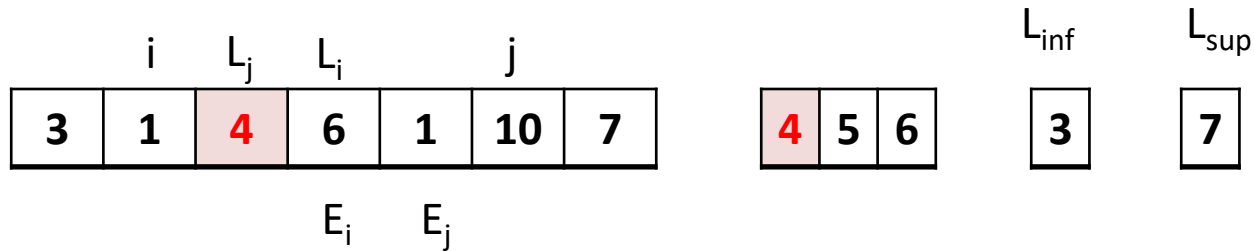




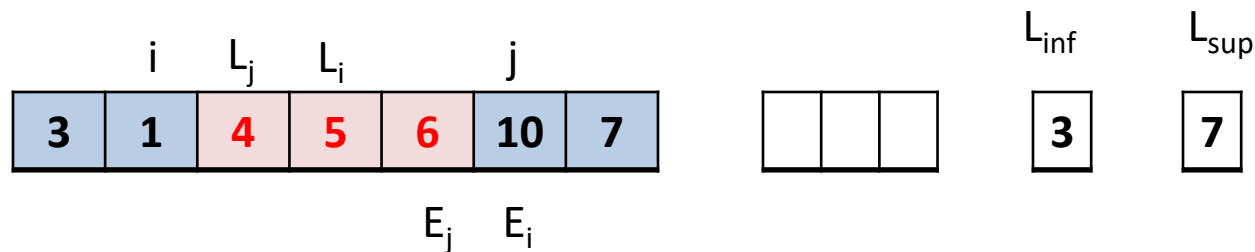
# Algoritmo

- O processo de partição continua até que  $L_i$  e  $L_j$  se cruzem ( $L_i < L_j$ )
- Os registros armazenados na área de pivô devem ser copiados já ordenados para  $A$ . O menor deles deve ser removido e escrito na área apontada por  $E_i$

# Exemplo quicksort externo



# Exemplo quicksort externo



Para ordenar o arquivo  $A = \{R_1, \dots, R_n\}$ , o algoritmo particiona  $A$  da seguinte forma:

$\{R_1, \dots, R_i\} < R_{i+1} < R_{i+2} < \dots < R_{j-2} < R_{j-1} < \{R_j, \dots, R_n\}$

Depois chama recursivo o algoritmo em cada subarquivo  $A_1 = \{R_1, \dots, R_j\}$  e  $A_2 = \{R_j, \dots, R_n\}$

Os registros ordenados  $\{R_{i+1}, \dots, R_{j-1}\}$  correspondem ao pivô do algoritmo

Os subarquivos  $A_1$  menores que  $R_{i+1}$  e  $A_2$  contêm os registros maiores que  $R_{j-1}$

# Análise quicksort externo

- Seja  $n$  o número de registros a serem ordenados e  $b$  o tamanho do bloco de leitura,  $m$  área do pivô.
- Melhor caso:  $n/b$  operações
- Pior caso:  $n^2/m$  quando as partições geradas possuem tamanhos inadequados (maior tamanho e vazio)
- Caso médio:  $(n/b) \log (n/m)$

# Exercícios

1. Fazer um resumo dos métodos de ordenação lineares e dos métodos de ordenação externos. Incluir o método seleção por substituição.
2. Ordene o seguinte vetor por intercalação balanceada de vários caminhos:  
[15 2 5 1 11 8 3 13 12 6 7 10 11 9 1 4]
3. Ordene o seguinte vetor por quicksort externo:  
[15 2 5 1 11 8 3]

Todas as pessoas, todas as coisas e todas as situações possuem um lado positivo e negativo em igual proporção. Somos programados para olhar, pensar e falar sobre o lado negativo das pessoas, coisas e situações. Você só precisa fazer o contrário, o esforço é exatamente o mesmo.

Leandro Ávila

