

Métodos de Ordenação Quadráticos

Prof. Lilian Berton São José dos Campos, 2018

Introdução: ordenação

 Ordenar: processo de rearranjar um conjunto de objetos em uma ordem ascendente ou descendente.



- A ordenação **visa facilitar a recuperação** posterior de itens do conjunto ordenado.
- Um método de ordenação **é estável** se <u>a ordem relativa dos itens</u> <u>com chaves iguais não se altera durante a ordenação</u>.
- Ordenação interna: Arquivo a ser ordenado cabe todo na memória principal, qualquer registro pode ser imediatamente acessado.
- **Ordenação externa**: Arquivo não cabe todo na memória principal, sendo necessário acessos a memória secundária.

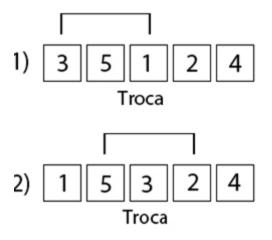
Sobre estabilidade

- Um método de ordenação é estável se a ordem relativa dos itens com chaves iguais não se altera durante a ordenação.
- Alguns dos métodos de ordenação mais eficientes não são estáveis.

2	7	2	9	5	3	2	1	8	10
1	7	2	9	5	3	2	2	8	10

Introdução: ordenação

- Sendo n o número de registros no arquivo, as medidas de complexidade relevantes são:
 - Número de comparações C(n) entre chaves.
 - Número de movimentações M(n) de itens do arquivo.



Focaremos a complexidade no número de comparações!

Algoritmos de ordenação em memória interna

Quadráticos O(n²):

- Ordenação por Seleção (Selection Sort)
- Ordenação por Inserção (Inserction Sort)
- Ordenação por Bolha (BubbleSort)

O(n log n):

- Quicksort
- Heapsort
- Shellsort

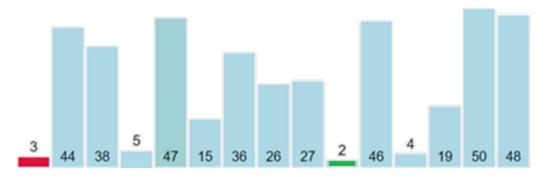
Lineares O(n):

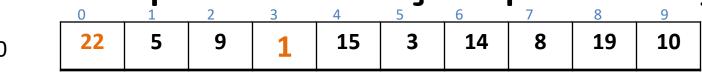
- Ordenação por contagem
- Radix sort
- Bucket sort

Ordenação por seleção

Algoritmo:

- Selecione o menor item do vetor.
- Troque-o com o item da primeira posição do vetor.
- Repita essas duas operações com os n 1 itens restantes, depois com os n – 2 itens, até que reste apenas um elemento.





0	22	5	9	1	15	3	14	8	19	10
1	1	5	9	22	15	3	14	8	19	10

i		•						_		,
0	22	5	9	1	15	3	14	8	19	10
1	1	5	9	22	15	3	14	8	19	10
T				!	!	!	!	!	!	
2	1	3	9	22	15	5	14	8	19	10

i		•								
0	22	5	9	1	15	3	14	8	19	10
1	1	5	9	22	15	3	14	8	19	10
2	1	3	9	22	15	5	14	8	19	10
3	1	3	5	22	15	9	14	8	19	10

i		•					'			
0	22	5	9	1	15	3	14	8	19	10
1	1	5	9	22	15	3	14	8	19	10
2	1	3	9	22	15	5	14	8	19	10
3	1	3	5	22	15	9	14	8	19	10
	1	3	5	8	15	9	14	22	19	10
4	_				13	9		~~	13	10

i										
0	22	5	9	1	15	3	14	8	19	10
1	1	5	9	22	15	3	14	8	19	10
2	1	3	9	22	15	5	14	8	19	10
		_	-	22	45		1.4	0	10	10
3	1	3	5	22	15	9	14	8	19	10
4	1	3	5	8	15	9	14	22	19	10
5	1	3	5	8	9	15	14	22	19	10
					!		!			

i										
0	22	5	9	1	15	3	14	8	19	10
1	1	5	9	22	15	3	14	8	19	10
2	1	3	9	22	15	5	14	8	19	10
3	1	3	5	22	15	9	14	8	19	10
4	1	3	5	8	15	9	14	22	19	10
5	1	3	5	8	9	15	14	22	19	10
)				<u> </u>	<u> </u>				 	
6	1	3	5	8	9	10	14	22	19	15

i		•								•
0	22	5	9	1	15	3	14	8	19	10
1	1	5	9	22	15	3	14	8	19	10
2	1	3	9	22	15	5	14	8	19	10
3	1	3	5	22	15	9	14	8	19	10
4	1	3	5	8	15	9	14	22	19	10
5	1	3	5	8	9	15	14	22	19	10
6	1	3	5	8	9	10	14	22	19	15
7	1	3	5	8	9	10	14	22	19	15
		l	ļ.		l	<u> </u>				\rightarrow

	•								
22	5	9	1	15	3	14	8	19	10
1	5	9	22	15	3	14	8	19	10
1	3	9	22	15	5	14	8	19	10
1	3	5	22	15	9	14	8	19	10
1	3	5	8	15	9	14	22	19	10
1	3	5	8	9	15	14	22	19	10
1	3	5	8	9	10	14	22	19	15
1	3	5	8	9	10	14	22	19	15
1	3	5	8	9	10	14	15	19	22

	•								
22	5	9	1	15	3	14	8	19	10
1	5	9	22	15	3	14	8	19	10
1	3	9	22	15	5	14	8	19	10
1	3	5	22	15	9	14	8	19	10
1	3	5	8	15	9	14	22	19	10
1	3	5	8	9	15	14	22	19	10
1	3	5	8	9	10	14	22	19	15
1	3	5	8	9	10	14	22	19	15
1	3	5	8	9	10	14	15	19	22
1	3	5	8	9	10	14	15	19	22
	1 1 1 1 1 1 1 1	22 5 1 5 1 3 1 3 1 3 1 3 1 3 1 3	22 5 9 1 5 9 1 3 9 1 3 5 1 3 5 1 3 5 1 3 5 1 3 5 1 3 5	22 5 9 1 1 5 9 22 1 3 9 22 1 3 5 8 1 3 5 8 1 3 5 8 1 3 5 8 1 3 5 8 1 3 5 8	22 5 9 1 15 1 5 9 22 15 1 3 9 22 15 1 3 5 22 15 1 3 5 8 15 1 3 5 8 9 1 3 5 8 9 1 3 5 8 9 1 3 5 8 9	22 5 9 1 15 3 1 5 9 22 15 3 1 3 9 22 15 5 1 3 5 22 15 9 1 3 5 8 15 9 1 3 5 8 9 10 1 3 5 8 9 10 1 3 5 8 9 10	22 5 9 1 15 3 14 1 5 9 22 15 3 14 1 3 9 22 15 5 14 1 3 5 22 15 9 14 1 3 5 8 15 9 14 1 3 5 8 9 15 14 1 3 5 8 9 10 14 1 3 5 8 9 10 14 1 3 5 8 9 10 14	22 5 9 1 15 3 14 8 1 5 9 22 15 3 14 8 1 3 9 22 15 5 14 8 1 3 5 22 15 9 14 8 1 3 5 8 15 9 14 22 1 3 5 8 9 15 14 22 1 3 5 8 9 10 14 22 1 3 5 8 9 10 14 22 1 3 5 8 9 10 14 15	22 5 9 1 15 3 14 8 19 1 5 9 22 15 3 14 8 19 1 3 9 22 15 5 14 8 19 1 3 5 22 15 9 14 8 19 1 3 5 8 15 9 14 22 19 1 3 5 8 9 15 14 22 19 1 3 5 8 9 10 14 22 19 1 3 5 8 9 10 14 22 19 1 3 5 8 9 10 14 15 19

Algoritmo Seleção

```
procedure Selecao (var A: Vetor; var n: Indice);
   var i, j, Min: Indice;
       x : Item;
   begin
   for i := 1 to n - 1 do
     begin
     Min := i;
     for j := i + 1 to n do
if A[j].Chave < A[Min].Chave
then Min := j;</pre>
   x := A[Min]; A[Min] := A[i]; A[i] := x;
     end;
   end;
```

Análise

1. Qual o número de comparações entre chaves e movimentações no algoritmo de **ordenação por seleção?**

$$C(n) = \sum_{i=2}^{n} (i-1) = \frac{1}{2} (n-1) n = \frac{1}{2} (n^2 - n) = O(n^2)$$

$$M(n) = 3(n-1)$$

O algoritmo de ordenação por seleção é estável?
 O algoritmo de ordenação por seleção não é estável.

```
Selecao (n, A)
Para i de 1 até (n - 1)
repita
  min ← i;
Para j de (i + 1) até n
repita
        Se A[j] < A[min]
        Entao min ← j;
fim-para;
aux ← A[min];
A[min] ← A[i];
A[i] ← aux;
fim-para.</pre>
```

- 3. Quais as vantagens e desvantagens da ordenação por seleção?
- **Vantagens:** Custo linar no tamanho da entrada para o número de movimentos de registros. É o algoritmo a ser utilizado para arquivos com registros muito grandes.
- **Desvantagens:** O fato de o arquivo já estar ordenado não ajuda em nada, pois o custo continua quadrático.

Algoritmos de ordenação em memória interna

Quadráticos O(n²):

- Ordenação por Seleção (Selection Sort)
- Ordenação por Inserção (Inserction Sort)
- Ordenação por bolha (BubbleSort)

O(n log n):

- Quicksort
- Heapsort
- Shellsort

Lineares O(n):

- Ordenação por contagem
- Radix sort
- Bucket sort

Ordenação por inserção

Algoritmo:

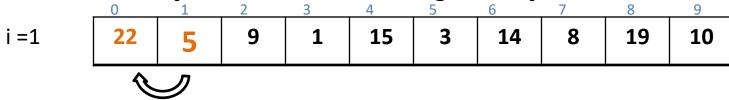
- em cada passo a partir de i=2 faça:
- Selecione o i-ésimo item da sequência.
- Coloque-o no lugar apropriado na sequência destino de acordo com o critério de ordenação.

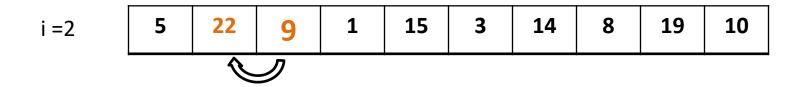
$$\mathsf{A} < 2 < 3 < \dots < 10 < \mathsf{J} < \mathsf{Q} < \mathsf{K}$$

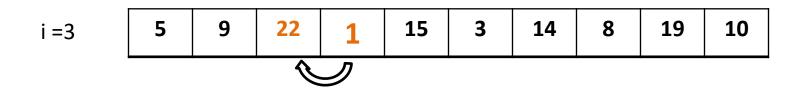
$$\mathsf{e}$$

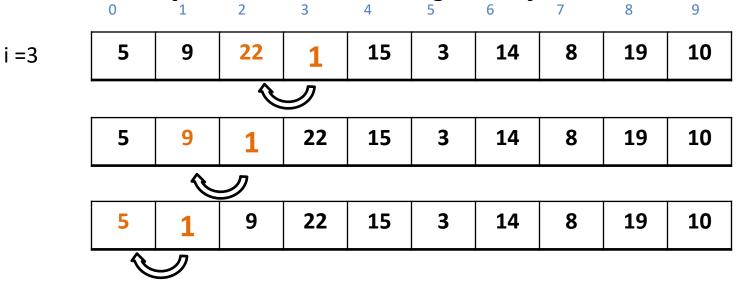
$$\mathsf{\bullet} < \diamondsuit < \heartsuit < \mathsf{\bullet}.$$

Obs: quando jogamos baralhos e organizamos as cartas

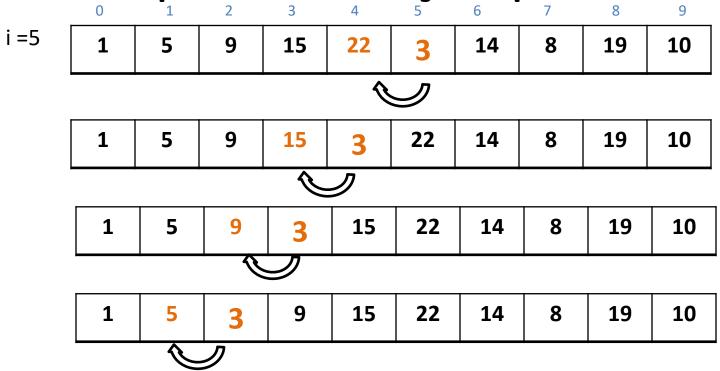


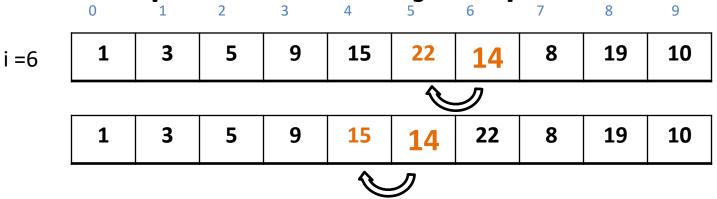


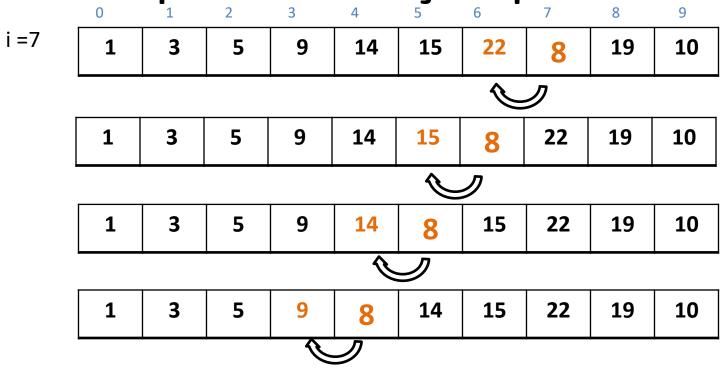




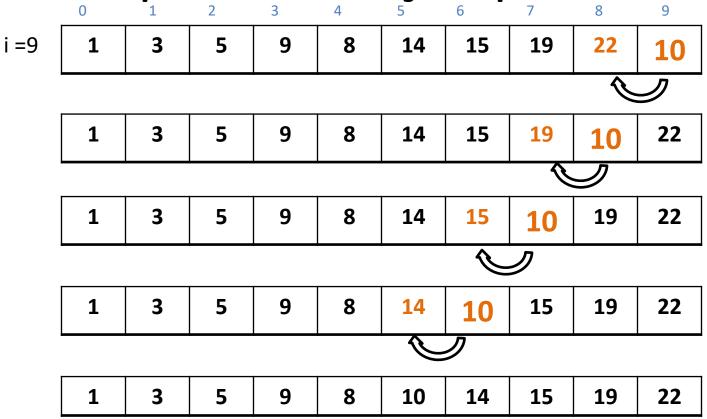








i =8	1	3	5	9	8	14	15	22	19	10
								0	<u></u>	



Algoritmo inserção

```
procedure Insercao (var A: Vetor; var n: Indice);
                       var i, j: Indice;
                           x : Item;
                       begin
                       for i := 2 to n do
                         begin
                         x := A[i];
                         j := i - 1;
                         A[0] := x; { sentinela }
                         while x.Chave < A[j].Chave do
O(n)
                         A[j + 1] := A[j];
j := j - 1;
                           end;
                         A[j + 1] := x;
                         end;
      Total = O(n^2)
                       end;
```

Análise

1. Qual o número de comparações entre chaves e movimentações no algoritmo de ordenação por inserção?

```
melhor caso : C(n) = (1 + 1 + \cdots + 1) = n - 1 = O(n)
pior caso : C(n) = (2 + 3 + \cdots + n) = n^2/2 + n/2 - 1 = O(n^2)
caso médio : C(n) = 1/2(3 + 4 + \cdots + n + 1) = n^2/4 + 3n/4 - 1 = O(n^2)
```

Número de movimentos:

```
Melhor caso: M(n) = (3 + 3 + \cdots + 3) = 3(n - 1)
pior caso : M(n) = (4 + 5 + \cdots + n + 2) = n^2/2 + 5n/2 - 3
caso médio : M(n) = 1/2(5 + 6 + \cdots + n + 3) = n^2/4 + 11n/4 - 3
```

2. O algoritmo de ordenação por inserção é estável? O algoritmo de ordenação por inserção **é estável**.

3. Quais as vantagens e desvantagens da ordenação por inserção?

Vantagens: É um bom método quando se deseja adicionar uns poucos itens a um arquivo ordenado, pois o custo é linear.

Desvantagens: quadrático

Algoritmos de ordenação em memória interna

Quadráticos O(n²):

- Ordenação por Seleção (Selection Sort)
- Ordenação por Inserção (Inserction Sort)
- Ordenação por Bolha (BubbleSort)

O(n log n):

- Quicksort
- Heapsort
- Shellsort

Lineares O(n):

- Ordenação por contagem
- Radix sort
- Bucket sort

Ordenação por bolha

Algoritmo:

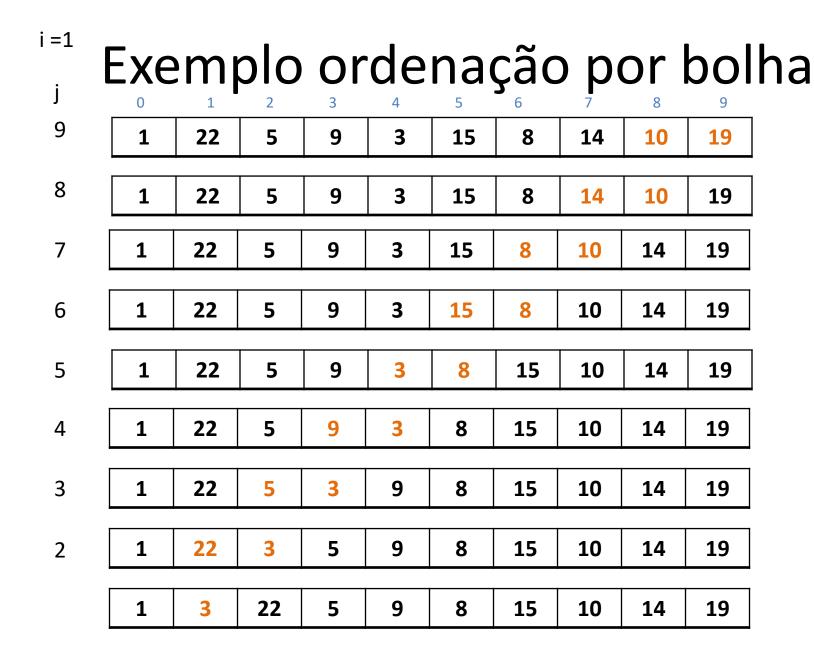
 Funciona permutando repetidamente elementos adjacentes que estão fora de ordem.

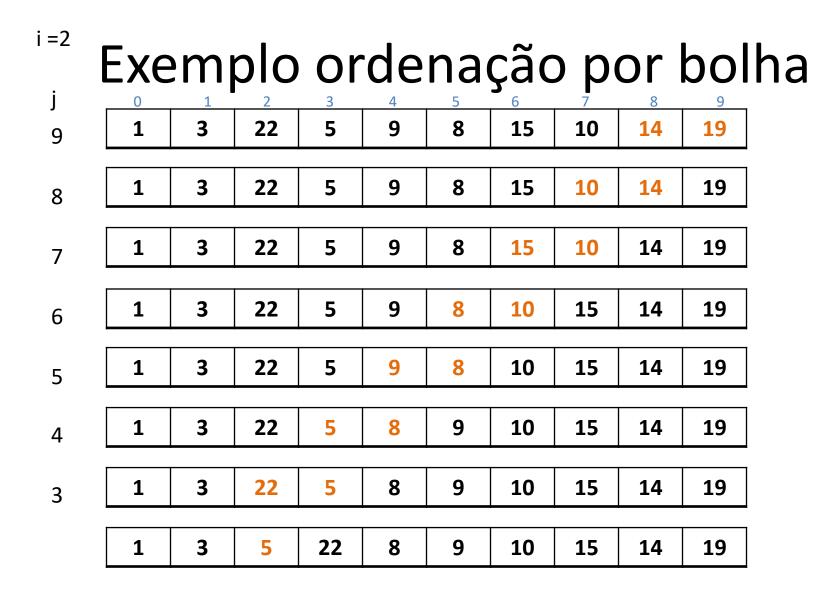
```
O(n)

\begin{array}{c}
\text{BUBBLESORT}(A) \\
1 \text{ for } i \leftarrow 1 \text{ to } comprimento[A] \\
2 \text{ do for } j \leftarrow comprimento[A] \text{ downto } i + 1 \\
3 \text{ do if } A[j] < A[j-1] \\
4 \text{ then } trocar A[j] \leftrightarrow A[j-1]
\end{array}

\text{Total} = O(n^2)
```





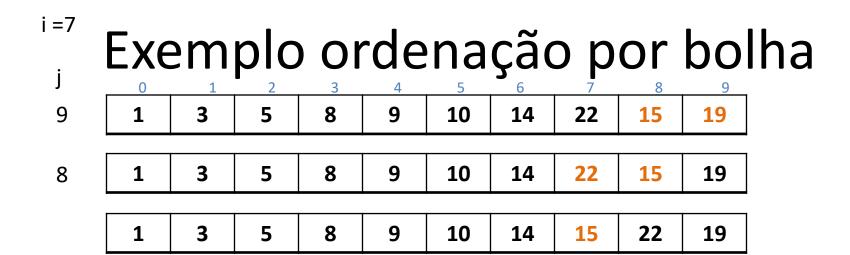


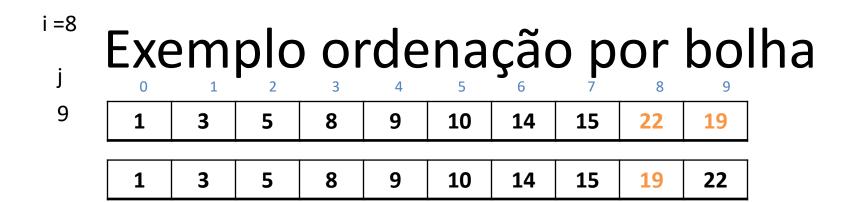












Análise

1. Qual o número de comparações entre chaves e movimentações no algoritmo de ordenação por bolha?

```
pior caso : C(n) = O(n^2)
caso médio : C(n) = O(n^2)
```

Número de movimentos é similar ao de comparações.

melhor caso : C(n) = O(n)

```
BUBBLESORT(A)
1 for i \leftarrow 1 to comprimento [A]
      do for j \leftarrow comprimento[A] downto i + 1
              do if A[j] < A[j-1]
                     then trocar A[j] \leftrightarrow A[j-1]
```

2. O algoritmo de ordenação por inserção é estável? O algoritmo de ordenação por inserção é estável.

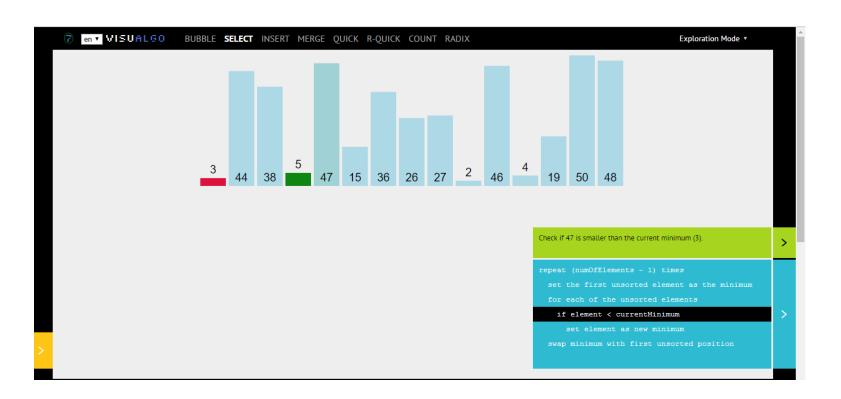
3. Quais as vantagens e desvantagens da ordenação por inserção?

Vantagens: É um bom método quando se deseja adicionar uns poucos itens a um arquivo ordenado, pois o custo é linear.

Desvantagens: quadrático

Prática

 Ver funcionamento do algoritmo select, insert e bubble no site: https://visualgo.net/sorting



Quem come do fruto do conhecimento, é sempre expulso de algum paraíso.

Melanie Klein

