

## MÓDULO 3

EJERCICIOS ALGORITMOS  
DE MATEMÁTICA

## 2) Problema A

Examples	
Input	Output
	<p>2 → Al final quedan {1, 2}</p> <p>5</p>

$$S_2 - S_1 = 25 - 10 = 15 \quad \checkmark$$

$$S_2 - S_0 = 25 - 5 = 20 \quad \checkmark$$

$$S_1 - S_0 = 10 - 5 = 5 \quad \times$$

5

{ 3 7 9 15 19 }

$$19 - 15 = 4 \quad \checkmark \quad 15 - 9 = 6 \quad \checkmark \quad 9 - 7 = 2 \quad \checkmark \quad 7 - 3 = 4 \quad \times$$

$$19 - 9 = 10 \quad \checkmark \quad 15 - 7 = 8 \quad \checkmark \quad 9 - 3 = 6 \quad \times$$

$$19 - 7 = 12 \quad \checkmark \quad 15 - 3 = 12 \quad \times$$

$$19 - 3 = 16$$

{ 2 3 4 6 7 8 9 10 12 15 19 }

$$19 - 12 = 7 \quad \times \text{ Ya estaba}$$

$$19 - 10 = 9 \quad \times \text{ Ya estaba}$$

$$19 - 9 = 10 \quad \checkmark$$

$$19 - 8 = 11 \quad \checkmark$$

$$19 - 7 = 12 \quad \times \text{ Ya estaba}$$

$$19 - 6 = 13 \quad \checkmark$$

$$19 - 4 = 15 \quad \checkmark$$

$$19 - 3 = 16 \quad \checkmark$$

Notemos que usar fuerza bruta no funciona  
pues hay que generar varias iteraciones  
de S.

## Problemas para S con 2 elementos

$$\text{MCD}(3,6)=3$$

$$a) S = \{3, 6\}$$

↓

$$6-3=3 \times$$

$$\text{MCD}(2,5)=1$$

$$b) S = \{2, 5\}$$

↓

$$5-2=3$$

$$S = \{2, 3, 5\}$$

$$S = \{1, 2, 3, 5\}$$

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

↳ Todos los

$$1 = 3-2 = 5-2-2 = 5-2(2)$$

múlt del  
MCD

$$\text{MCD}(2,8)=2$$

$$S = \{2, 8\}$$

$$8-2=6$$

$$S = \{2, 6, 8\}$$

$$8-6=2 \times$$

$$6-2=4$$

$$S = \{2, 4, 6, 8\}$$

↓

$$S = \{2, 4, 6, 8\}$$

↳ Todos los múlt  
del MCD(2,8)

## Def | Máximo Común Divisor

Se dice que un número  $d$  es el MCD de  $a$  y  $b$  si  $d|a$  y  $d|b$  y para todo otro divisor común  $e$   $e|d$

$$Ej) \quad a = 12 \quad b = 8$$

$$D = \{1, 2, 4\} \text{ son los comunes}$$

$$D_a = D_{12} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

$$d = 4$$

$$D_b = D_8 = \{1, 2, 4, 8\}$$

$$\text{MCD}(a, b) = \text{MCD}(12, 8) = 4$$

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$$2^2 \cdot 3$$

$$2^3$$

↘ 4

## Algoritmo de Euclides

MCD(68, 36)

$$68 = 1 \cdot 36 + 32 = 1 \cdot 9 \cdot 4 + 8 \cdot 4 = 17 \cdot 4 \rightarrow 68 \text{ es múlt de } 4$$

$$36 = 1 \cdot 32 + 4 = 1 \cdot 8 \cdot 4 + 4 = 9 \cdot 4 \rightarrow 36 \text{ es múlt de } 4$$

$$32 = 8 \cdot 4$$

$$68 = 1 \cdot 36 + 32 \rightarrow 32 = 68 - 36$$

$$36 = 1 \cdot 32 + 4 \rightarrow 4 = 36 - 32 = 36 - (68 - 36)$$

$$32 = 8 \cdot 4 \quad \quad \quad = 36 - 68 + 36 = 2(36) - 68$$

$$\text{MCD}(a,b) = \frac{d}{4} = \frac{x}{2} \frac{a}{(36)} + \frac{y}{(-1)} \frac{b}{68}$$

$$\text{MCD}(a,b) = x \cdot a + y \cdot b \quad \text{combinación lineal}$$

```
1  #include <iostream>
2
3  using namespace std;
4
5  int mcd(int a, int b){
6      if(b==0) return a;
7      return mcd(b, a%b);
8  }
9
10 int main(){
11     int a,b;
12     cin>>a>>b;
13     cout<<mcd(a,b)<<endl;
14     return 0;
15 }
```