ENERO 26

BINARY SEARCH

1) CLÁSICA

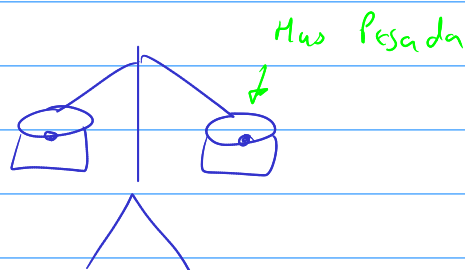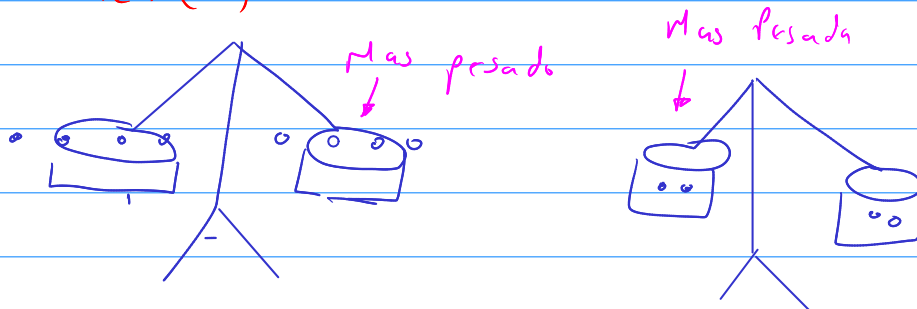$$[1 \quad 12 \quad {}^{18\ 21}\overset{23}{\bigcirc} \quad 25 \quad 50 \quad 100]$$

¿ Es tu número ...? $\longrightarrow$ SI

$\longrightarrow$ NO, mi número es $<$

$\longrightarrow$ NO, mi número es $>$

2) CLÁSICA (2)

Mas pesado   Mas Pesada

Mas Pesada

3 pesadas

$\begin{cases} a = b \\ a < b \\ a > b \end{cases}$

¿Cómo hacerlo en 2 pesadas? $\longrightarrow$ TERNARY SEARCH

¿Cuántas pesadas se necesitan para encontrar la perla mas pesada de N perlas?
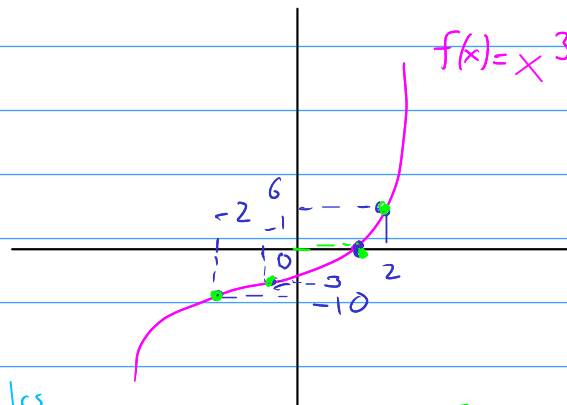
La forma más rápida es TERNARY SEARCH

$$\lceil \log_3 N \rceil$$

$N = 8 \qquad \log_3 8 = 1,89 \approx 2$
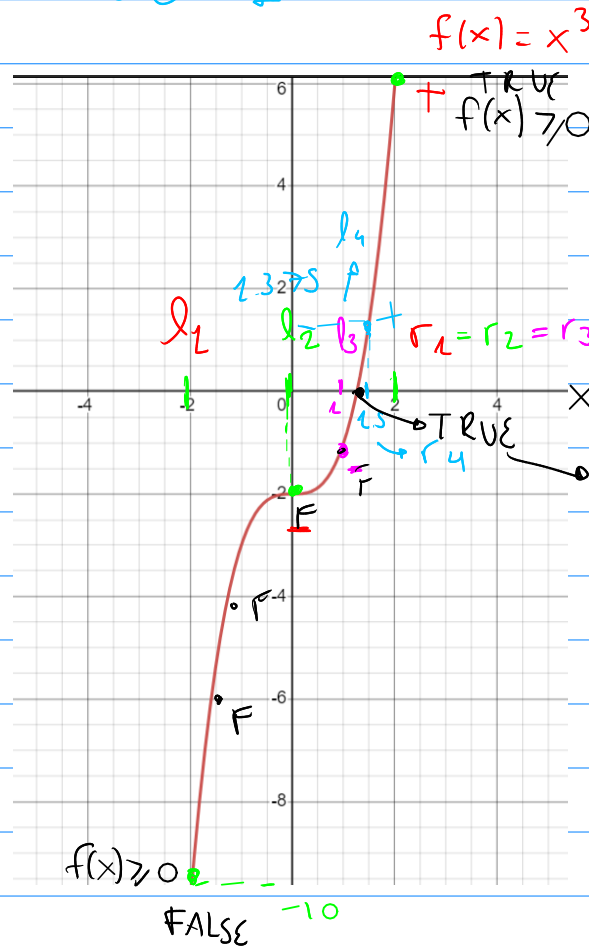
MÉTODO DE BISECCIÓN

$$f(x) = x^3 - 2 = 0$$

$$x^3 = 2$$

$$x = \sqrt[3]{2}$$

$- - - - - \bigcirc + + + +$

7 decimales

$$eps = 0.00000001$$

$$f(x) = x^3 - 2$$

TRUE
$f(x) > 0$

l_4

1.3275

l_1 l_2 l_3 $r_1 = r_2 = r_3$

r

TRUE

r_4

F

r

F

$f(x) > 0$
FALSE

$while(r - l > eps)$

Este problema es
equivalente a encontrar
el primer x que
hace $f(x) >= 0$

Binary Searching on Monotonic Functions

Let's say we have a boolean function $f(x)$. Usually, in such problems, we want to find the maximum or minimum value of x such that $f(x)$ is true. Similarly to how binary search on an array only works on a sorted array, binary search on the answer only works if the answer function is **monotonic**, meaning that it is always non-decreasing or always non-increasing.
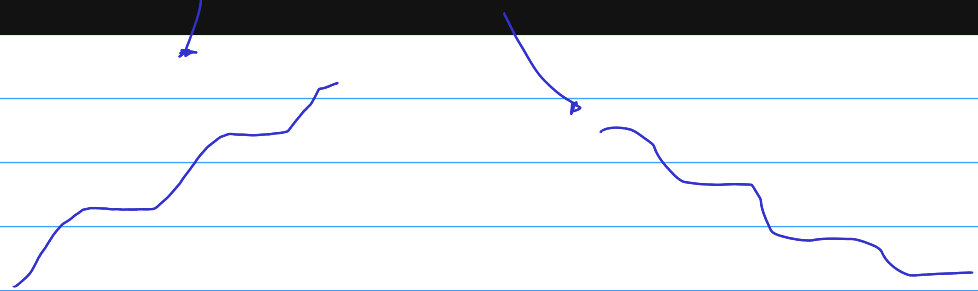
T T T T T F F F F   (MAX)

F F F F F T T T   (MIN)

Ejemplo

C. Maximum Median

You are given an array a of n integers, where n is odd. You can make the following operation with it:

- Choose one of the elements of the array (for example a_i) and increase it by 1 (that is, replace it with $a_i + 1$).

You want to make the median of the array the largest possible using at most k operations.

The median of the odd-sized array is the middle element after the array is sorted in non-decreasing order. For example, the median of the array $[1, 5, 2, 3, 5]$ is 3.

Input

The first line contains two integers n and k ($1 \leq n \leq 2 \cdot 10^5$, n is odd, $1 \leq k \leq 10^9$) — the number of elements in the array and the largest number of operations you can make.

The second line contains n integers $a_1, a_2, \ldots, a_n$ ($1 \leq a_i \leq 10^9$).

Output

Print a single integer — the maximum possible median after the operations.

Examples

input
```
3 2
1 3 5
```

output
```
5
```

$$[1, 3, 5] \qquad k=2$$

$$\underset{+1+1}{[1, \boxed{5}, 5]}$$
↑

input
```
5 5
1 2 1 1 1
```

output
```
3
```

↓

$$[1, 1, 1, 1, 2] \qquad k=5$$

$$[1, 1, \overset{+2}{\boxed{3}}, \overset{+2}{3}, \overset{+1}{3}] \qquad \text{Mediana 3} \quad (\text{ÓPTIMA})$$

$$[1, 1, \overset{+1}{2}, \overset{+2}{3}, \overset{+2}{4}] \qquad \text{Mediana 2} \quad (\text{NO ÓPTIMA})$$

```
input                                          Copy
7 7
4 1 2 4 3 4 4
output                                         Copy
5
```

$$[1, 2, 3, 4, 4, 4, 4] \qquad k = 7$$

$$+1 \quad +1 \quad +1 \quad +1$$

$$[1, 2, 3, 5, 5, 5, 5]$$

¿Dónde esta el Binary Search?

Mediana

$$[1, 2, 3, 4, 4, 4, 4]$$

Que pasaria si hacemos una BS en la respuesta

① ¿Es factible usar BS?

1) Queremos maximizar la mediana entonces la forma

$$T \; T \; T \; T \; F \; F \; F \; F$$

Complejidad $O(N)$ → factible ← Restricción

(T) Propiedad 1   Si existe una respuesta factible para x entonces "para todo" y < x la respuesta tambien es factible
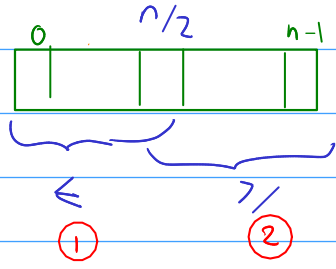
Aplicandolo al problema seria ...

Si puedo obtener usando k o menos operaciones una mediana x tambien puedo obtener una mediana y si y < x.

(F) Propiedad 2 : Si no existe una respuesta factible para x entonces para todo y > x tampoco existe una respuesta factible

Aplicandolo al problema seria

Si no puedo obtener usando k o menos operaciones una mediana x, entonces no podremos sacar una mediana y tal que y > x.

② ¿Como verifico la factibilidad?

```
      0      n/2      n-1
  ┌───┬───┬───┬───┬───┐
  │   │   │   │   │   │
  └───┴───┴───┴───┴───┘
```

$$[1, 2, 2, 2, 3, 4, 4]$$

① ←   ② 7/

②

$k = 7$

$$[1, 2\ 2, 2, 3, 4, 4]$$

lo   hi

2     $10 = 2+7+1$

(T)   (F)

PROCESO

lo   hi
$\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ $+4\ +3\ +2\ +2\ > k$
✓   ↑   ✗ $[1, 2\ 2, 2, 3, 4, 4]$
         med
          ✗

lo   hi
$\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ $+2\ +1\ \ \ \ \leq k$
✓   ↑   ↑ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ $[1, 2\ 2, 2, 3, 4, 4]$
    med
      ✓

       lo   hi
$\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ $+3\ +2\ +1\ +1\ \leq k$
✓ ✓ ↑ ↑ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ $[1, 2, 2, 2, 3, 4, 4]$
     ↑ med
      ✓

          lo hi
$\{2, 3, 4, \boxed{5, 6,} 7, 8, 9, 10\}$
✓ ✓ ↑ ↑ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗
     ✓