

Detecção de anomalias em despesas dos deputados estaduais de São Paulo por meio de K-Means

Rodolfo Orlando Viana^{1*}; Ana Julia Righetto²

¹ Avenida Maria Fernandes Cavallari, 3099 – Jardim Cavallari; 17526-341 – Marília, São Paulo, Brasil

² Alvaz. Head in R&D and Customer Experience. Avenida Ayrton Senna da Silva, 600 – Sala 602 – Gleba Fazenda Palhano; 86050-460 – Londrina, Paraná, Brasil

*autor correspondente: eu@rodolfoviana.com.br

Deteção de anomalias em despesas dos deputados estaduais de São Paulo por meio de K-Means

Resumo

O presente trabalho investigou anomalias em gastos de fundos públicos recebidos pelos deputados da Assembleia Legislativa do Estado de São Paulo [Alesp] por meio da "verba de gabinete". Com as alocações de 2022 superando os anos anteriores e alegações de malversação de recurso público feitas por órgãos de controle, torna-se imperativo examinar esses gastos rigorosa. Aprendizado de máquina não supervisionado, especificamente a clusterização K-Means com método de inicialização K-Means++, foi o instrumento utilizado para distinguir anomalias nas despesas. Embora não rotule conclusivamente as transações como fraudulentas, a metodologia oferece um arcabouço para auxiliar na identificação de possíveis inconsistências financeiras, auxiliando órgãos de supervisão em suas análises.

Palavras-chave: Alesp; clusterização; K-Means++; método da silhueta; índice de Davies-Bouldin

Anomaly detection in expenses of state deputies of São Paulo using K-Means

Abstract

This study explored anomalies in public fund expenditures received by deputies from the Legislative Assembly of the State of São Paulo [Alesp] through the "office allowance". With the budget for 2022 surpassing previous years and allegations of misuse of public funds made by oversight bodies, it becomes imperative to examine these expenses rigorously. Unsupervised machine learning, specifically K-Means clustering with the K-Means++ initialization method, was the tool used to distinguish anomalies in expenses. While it does not conclusively label transactions as fraudulent, the methodology provides a framework to assist in identifying possible financial inconsistencies, aiding supervisory bodies in their analyses.

Keywords: Alesp; clustering; K-Means++; Silhouette method; Davies-Bouldin index

Introdução

Cada um dos 94 parlamentares da Assembleia Legislativa do Estado de São Paulo [Alesp] tem direito aos Auxílio-Encargos Gerais de Gabinete de Deputado e Auxílio-Hospedagem, referenciados conjuntamente como "verba de gabinete". Tal direito foi conferido pela resolução 783, artigo 11, de 1 jul. 1997 (Assembleia Legislativa do Estado de São Paulo, 1997a). Trata-se de um valor mensal devido pelo Estado aos deputados a fim de que eles possam ser ressarcidos de gastos com o funcionamento e manutenção dos gabinetes, com hospedagem e demais despesas inerentes ao pleno exercício das atividades parlamentares.

Tais gastos previstos na legislação são agregados em 11 categorias, dentre as quais materiais e serviços gráficos, consultoria, combustíveis, locação de automóveis, hospedagem e alimentação. Em 2022, considerando o limite máximo da verba de gabinete em 1.250 unidades fiscais do Estado de São Paulo [Ufesp] (Assembleia Legislativa do Estado de São Paulo, 1997b) e o valor da Ufesp em R\$ 31,97 (Secretaria da Fazenda e Planejamento do

Governo do Estado de São Paulo, 2023), o limite mensal da verba de gabinete que poderia ser ressarcido por deputado no ano passado foi de R\$ 39.962,50.

Naquele ano, o valor total empenhado para custeio da verba de gabinete perfaz R\$ 26.652.243,51 (Secretaria da Fazenda e Planejamento do Governo do Estado de São Paulo, 2023a). O montante foi 24,43% maior que a soma em 2021, de R\$ 21.419.316,88 (Secretaria da Fazenda e Planejamento do Governo do Estado de São Paulo, 2023b), e menor do que o valor anotado na rubrica para 2023, de R\$ 28.607.099,96 (Secretaria da Fazenda e Planejamento do Governo do Estado de São Paulo, 2023c). Caso este montante se cumpra neste ano, será a primeira vez que o valor ultrapassa R\$ 28,5 milhões desde 2018.

Tais somas de recursos públicos passam pelo escrutínio de órgãos de controle, como o Tribunal de Contas do Estado e o Ministério Público de São Paulo, que não raro abrem procedimentos para averiguar a lisura do trâmite de ressarcimento aos parlamentares. Um exemplo é o processo investigatório 29.0001.0246360.2021-54 (Ministério Público de São Paulo, 2022), instaurado em 5 maio 2022, que discorre sobre possível malversação no uso da verba de gabinete por parte do deputado estadual Murilo Felix, que a teria empregado para pagar pela locação de imóveis pertencentes a aliados políticos e nunca utilizados.

Com este contexto, o presente trabalho busca ser um instrumento para avaliação de despesas e detecção de anomalias por meio de aprendizado de máquina não supervisionado. O objetivo desta peça não é afirmar peremptoriamente se determinado gasto é fraudulento ou não; seu escopo é servir de ferramenta para uma observação inicial dos valores por meio de clusterização.

Material e Métodos

A primeira etapa consistiu na captura dos dados a partir do Portal de Dados Abertos da Alesp, onde estão disponíveis arquivos no formato xml que datam desde 2002 e contêm elementos que indicam o período de referência (“Ano”, “Mês”), além de informações tanto do parlamentar (“Matrícula”, “Deputado”) quanto da despesa (“Fornecedor”, “CNPJ”, “Tipo”, “Valor”). Para este trabalho, foram utilizados apenas “CNPJ” e “Valor”, a fim de desconsiderar eventuais vieses ideológicos. Dado o contexto temporal dos gastos, “Ano” e “Mês” foram usados tão somente para realizar a correção inflacionária dos valores até 31 dez. 2022 seguindo o índice de preço ao consumidor amplo [IPCA] (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, 2023). Com isso, descartou-se a temporalidade das despesas.

Foram inseridas neste estudo apenas as despesas relacionadas a alimentação e hospedagem compreendidas entre os anos de 2018 e 2022. Descartaram-se, ainda,

fornecedores com menos de 20 despesas no quinquênio, haja vista a necessidade de se ter número significativo para a realização de clusterização.

Para a detecção de anomalias, construiu-se um algoritmo de clusterização por K-Means. Nesta técnica, a organização dos conjuntos é feita com a determinação aleatória de um centroide, um ponto que observa a distância euclidiana dos demais dados em relação a ele (MacQueen, 1967a). Dado um conjunto de observações $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, o algoritmo de K-Means reparte as n observações em $k(\leq n)$ conjuntos $S = \{S_1, S_2, \dots, S_k\}$ a fim de minimizar a soma dos quadrados dentro do cluster. Seu objetivo é encontrar

$$\sum_{i=1}^k \sum_{x \in S_i} \|x - \mu_i\|^2 \quad (1)$$

onde, μ_i : média dos pontos em S_i (MacQueen, 1967b).

A quantidade de agrupamentos a serem utilizados pelo algoritmo deve ser conhecida a priori. O método do cotovelo — Elbow method —, apresentado por Joshi e Nalwade (2012), é uma forma de obter esse número com base na iteração entre possíveis centros de clusters e a soma dos quadrados das distâncias entre eles e os pontos de dados.

O método opera sob a lógica de que, ao aumentar o número de agrupamentos, ocorrerá a diminuição da soma dos quadrados intracluster, haja vista a maior proximidade dos pontos em relação aos centroides de seus respectivos agrupamentos. Em determinado momento, o valor de tal diminuição se tornará marginal — traduzido de maneira visual em gráfico, uma linha teria inicialmente quedas acentuadas para, em seguida, se estabilizar na posição horizontal, formando um "cotovelo". O ponto em que essa estabilização se torna perceptível representa uma estimativa do número ideal de clusters.

A determinação do número de clusters, porém, não garante que o algoritmo encontre os melhores pontos para servirem de centroides. A alta sensibilidade da técnica de agrupamento pode levar a uma solução de mínimo local em vez de uma global, gerando partições que não sejam ideais, segundo Morissette e Chartier (2013). Para sobrepor tal limitação, este trabalho se utilizou do método de inicialização K-Means++, em que o centroide passa por iterações, e sua seleção decorre da probabilidade de determinado ponto ser o melhor centroide com base na distância em relação aos outros pontos de dados (Arthur e Vassilvitskii, 2007).

Com os centroides inicializados, cada ponto é atribuído ao centroide mais próximo. Tais pontos de dados próximos ao centroide formam clusters ou agrupamentos. Considerando o ponto x e um conjunto de centroides C , o rótulo do cluster l ao qual x pertence é computado por

$$l(x) = \arg \min_{c \in C} \|x - c\| \quad (2)$$

Em seguida, cada centroide é recalculado tomando a média da distância de todos os pontos a eles atribuídos,

$$c_i = \frac{1}{|S_i|} \sum_{x \in S_i} x \quad (3)$$

onde, S_i : conjunto de todos os pontos de dados atribuídos ao centroide i .

A cada iteração de atualização de centroides é computada a inércia. Para conjunto univariado, a operação segue

$$\sum_{i=1}^n \|x_i - c_{l(x_i)}\|^2 \quad (4)$$

onde, $c_{l(x_i)}$: centroide do cluster para o qual o ponto x_i foi atribuído.

O algoritmo desenvolvido também adotou critérios de convergência avançados ao comparar o movimento dos centroides entre iterações. Sendo C_t o conjunto de centroides na iteração t , o algoritmo converge se

$$\max_{c \in C_t} \|c - c_{t-1}\| < \text{tol} \quad (5)$$

onde, tol : tolerância especificada; $\|c - c_{t-1}\|$: distância euclidiana.

A validação dos resultados obtidos a partir da implementação dessas técnicas foi realizada com duas medidas. O primeiro é o método da silhueta — Silhouette method —, seguindo o trabalho de Rousseeuw (1987). Esta técnica observa a similaridade de um ponto com seu cluster em comparação com outros clusters a partir de

$$s_i = \frac{b_i - a_i}{\max(a_i, b_i)} \quad (6)$$

onde, a_i : a distância média de i para todos os outros pontos intra-agrupamento; b_i : a menor distância média de i para todos os pontos em agrupamentos diferentes.

O método da silhueta retorna resultados no intervalo de -1 a 1. Se o valor for próximo de -1, significa que o ponto está agrupado de maneira errada; próximo de 0, o ponto está entre dois clusters, de forma que o agrupamento pode ser aprimorado; próximo de 1, o ponto está bem agrupado.

Enquanto o método da silhueta faz comparação entre um ponto único e os agrupamentos, o índice de Davies-Bouldin (1979), segunda medida usada na validação dos

resultados, observa a coesão do cluster, dada a lógica de que um agrupamento adequado é denso em si, ao passo que distante dos demais agrupamentos. Melhor o agrupamento quanto mais o índice se aproxima de 0, resultado obtido por

$$\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \max_{i \neq j} \left(\frac{S_i + S_j}{M_{ij}} \right) \quad (7)$$

sendo, k: número de clusters; i, j: clusters diferentes; S_i , S_j : dispersão interna dos clusters i e j, respectivamente; M_{ij} : a distância entre clusters i e j.

Resultados e Discussão

Realizou-se uma análise exploratória para compreender os dados e sua dispersão. No quinquênio observado, foram 4.453 registros de despesas em 86 números únicos de CNPJ, totalizando R\$ 1.784.601,08 após ajuste inflacionário. Cada despesa apresentou valor médio de R\$ 400,46, porém com desvio-padrão elevado e coeficiente de variação de 241,41%, indicando significativa dispersão dos dados em relação à média.

Notou-se ainda que a média é superior ao terceiro quartil. Isso denota inclinação de dados para valores mais baixos. O conjunto apresenta, assim, cauda à direita mais longa do que à esquerda, e a assimetria de 5,21 corrobora essa observação, enquanto a curtose de 32,67 demonstra picos acentuados em comparação à distribuição normal (Tabela 1).

Tabela 1. Estatísticas dos dados analisados

Medida	Valor
Contagem	4.453
Média (R\$)	400,763773
Desvio-padrão (R\$)	967,469752
Mínimo (R\$)	6,49
1º Quartil (R\$)	55,75
2º Quartil (R\$)	123,14
3º Quartil (R\$)	276,18
Máximo (R\$)	10.250,41
Coeficiente de variação (%)	241,40648...
Assimetria	5,21061...
Curtose	32,66851...

Fonte: Resultados originais da pesquisa

As despesas foram agrupadas por empresa, a fim de manter o comportamento dos gastos dentro da variabilidade de valores para cada CNPJ. O algoritmo de K-Means desenvolvido processou as informações para cada estabelecimento seguindo os parâmetros descritos na Tabela 2.

Tabela 2. Parâmetros do algoritmo de K-Means

Parâmetro	Valor
Número mínimo de clusters	2
Número de clusters utilizados	2 a 10, selecionado pelo método do cotovelo
Máximo de iterações	100
Tolerância para convergência	0,0001
Percentil para detecção de anomalia	95%

Fonte: Resultados originais da pesquisa

Como resultado foram obtidas 262 anomalias que somaram R\$ 197.697,24 — 11,08% do valor total de despesas. Por anomalias entendem-se padrões em dados que não se ajustam à noção bem definida de comportamento normal (Chandola, Banerjee e Kumar, 2009) — no contexto deste trabalho, anomalias são valores de despesas que não se enquadram nos agrupamentos criados pelo algoritmo. Tal definição é importante aqui porque o intuito do trabalho é fornecer uma ferramenta para auxiliar na detecção de possíveis fraudes no uso de verbas públicas. Uma amostra aleatória de 12 empresas contendo pouco mais de 10% das anomalias (Figura 2) ilustra a lógica de que nem toda anomalia deve ser observada como indício de fraude.

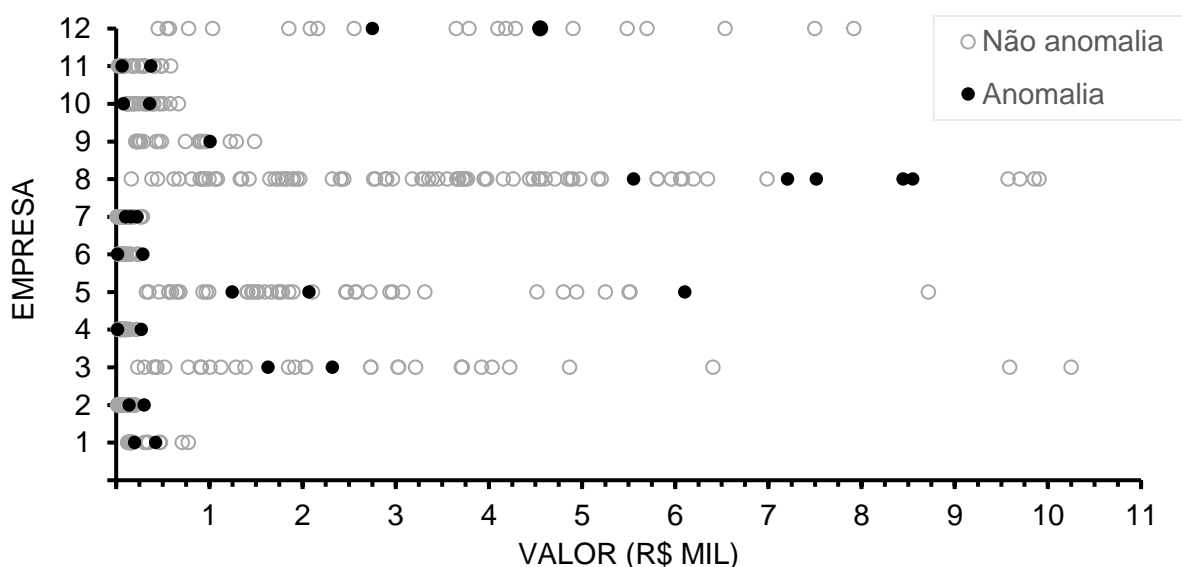


Figura 2. Anomalias e não anomalias detectadas pelo algoritmo para 12 CNPJs aleatórios

Fonte: Resultados originais da pesquisa

Nota: *empresas identificadas por números de 1 a 12 para legibilidade do gráfico; **valores corrigidos pelo IPCA

Há anomalias que não podem ser tomadas como possíveis fraudes, pois se encontram no meio de todas as despesas de determinada empresa, não sendo os maiores valores no conjunto de despesas. São, portanto, falsos positivos. Na ilustração, as empresas 3 e 12, cujas despesas são de montantes elevados, têm anomalias diluídas no conjunto de outras despesas, não podendo, assim, ser consideradas potenciais indícios de fraude; já as

anomalias das empresas 2, 4 e 6, com despesas de valores menores, merecem ser mais bem escrutinadas por órgãos de controle.

Dado o papel dos clusters neste algoritmo e a implementação de K-Means++, há grande variabilidade no número de clusters. Na amostra de 12 empresas há aquela com dois agrupamentos (empresa 2) até empresas com 8 agrupamentos (empresas 3, 9, 10 e 11), o que explica por que pode haver anomalias diluídas no meio de despesas menores e maiores (Figura 3). Já no conjunto de 86 empresas, os clusters podem chegar a dez, limite máximo imposto pelo algoritmo.

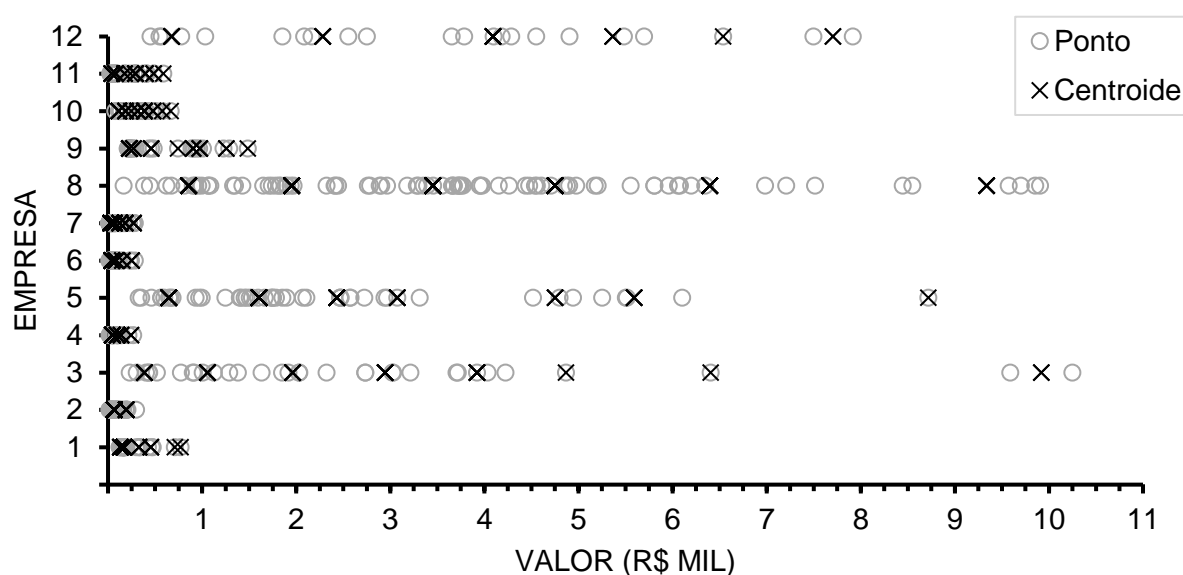


Figura 3. Pontos de dados e centroides escolhidos pelo algoritmo para 12 CNPJs

Fonte: Resultados originais da pesquisa

Nota: *empresas identificadas por números de 1 a 12 para legibilidade do gráfico; **valores corrigidos pelo IPCA

A quantidade de clusters de cada CNPJ foi validada por meio dos dois instrumentos supracitados: o método da silhueta e o índice de Davies-Bouldin. Um resultado adequado para o primeiro deles estaria entre 0,5 e 1 de uma escala de -1 a 1; o segundo, de 0 a 0,5 na escala de 0 a 1.

Do conjunto de 86 empresas, todas apresentam resultados ideais para o método da silhueta (valores entre 0,577 e 0,918); 79 apresentaram resultados ideais para o índice de Davies-Bouldin (valores entre 0,166 e 0,489), enquanto sete apresentaram resultados abaixo do ideal (valores entre 0,508 e 0,573).

Com a clusterização das despesas, a detecção de anomalias segundo o algoritmo e a validação dos métodos aplicados, foi realizada uma análise final para considerar anomalias passíveis de inquirição dos órgãos de controle aquelas cujos valores são maiores que o maior valor de não anomalia do último cluster. Com isso, descartaram-se anomalias posicionadas

entre clusters, e o resultado obtido foi de 46 anomalias em 32 empresas (Tabela 3), com valor total de R\$ 44.348,88.

Tabela 3. Resultados

(continua)

CNPJ	Valor original (R\$)	Valor corrigido (R\$)	Quantidade de clusters para o CNPJ	Resultado do método da silhueta	Resultado do índice de Davies-Bouldin
02.012.862/0001-60	9.525,39	9.584,44	6	0,5996	0,4816
03.071.465/0001-21	1.340,00	1.658,78	3	0,6767	0,4664
03.300.974/0049-23	229,12	298,95	2	0,6579	0,4856
08.402.977/0001-47	266,51	269,26	4	0,7556	0,3117
09.060.964/0106-77	360,91	448,74	6	0,6681	0,5129
09.060.964/0106-77	314,57	389,17	6	0,6681	0,5129
09.399.877/0001-71	1.398,26	1.788,63	4	0,6203	0,5162
09.438.123/0001-83	445,86	570,85	3	0,6277	0,5329
09.456.178/0001-16	229,75	285,66	4	0,6632	0,3914
09.456.550/0001-94	379,80	487,44	3	0,6776	0,4350
09.456.550/0001-94	354,59	453,99	3	0,6776	0,4350
09.456.704/0001-48	432,16	438,34	4	0,6629	0,4534
09.456.704/0001-48	326,36	405,21	4	0,6629	0,4534
09.456.714/0001-83	458,39	567,66	4	0,6824	0,4745
09.536.662/0001-55	403,31	407,22	3	0,7288	0,3667
11.384.785/0001-60	678,58	840,34	3	0,6506	0,4524
13.232.868/0001-69	1.360,75	1.683,45	3	0,6969	0,4445
13.232.868/0001-69	1.209,82	1.498,23	3	0,6969	0,4445
42.591.651/0612-82	110,60	134,45	6	0,6872	0,3487
42.591.651/0612-82	118,80	119,93	6	0,6872	0,3487
43.386.903/0001-65	1.361,20	1.361,20	2	0,9177	0,2157
43.386.903/0001-65	1.030,60	1.036,99	2	0,9177	0,2157
43.386.903/0001-65	249,27	308,69	2	0,9177	0,2157
44.993.632/0001-79	2.004,54	2.621,23	6	0,6270	0,4621
44.993.632/0001-79	1.700,39	2.218,63	6	0,6270	0,4621
44.993.632/0001-79	1.441,83	1.887,10	6	0,6270	0,4621
45.007.937/0001-27	1.189,20	1.556,45	5	0,7601	0,3129
47.079.637/0001-89	1.800,00	1.805,09	2	0,7795	0,4130
49.967.557/0001-95	1.395,16	1.777,74	4	0,7310	0,3074
50.244.235/0001-05	93,50	108,86	3	0,7979	0,2713
51.483.956/0001-22	140,59	184,01	3	0,6680	0,4331
54.867.247/0001-39	361,15	447,56	4	0,6375	0,4426
54.867.247/0001-39	336,96	359,06	4	0,6375	0,4426
54.867.247/0001-39	174,04	216,09	4	0,6375	0,4426
54.951.561/0001-03	236,00	239,37	8	0,6219	0,4354
56.007.859/0001-87	453,85	593,48	3	0,8057	0,3859
58.699.232/0001-60	168,16	218,54	5	0,6550	0,4581
61.084.018/0001-03	1.073,17	1.372,78	4	0,6369	0,4892
61.359.691/0001-09	180,10	181,82	5	0,5769	0,5270

Tabela 3. Resultados

(conclusão)

CNPJ	Valor original (R\$)	Valor corrigido (R\$)	Quantidade de clusters para o CNPJ	Resultado do método da silhueta	Resultado do índice de Davies-Bouldin
61.563.557/0001-25	238,45	242,33	4	0,7763	0,3427
61.980.272/0012-42	172,88	219,43	3	0,7751	0,4507
65.684.037/0003-93	636,78	790,71	5	0,6320	0,4574
65.684.037/0003-93	513,97	647,51	5	0,6320	0,4574
65.684.037/0003-93	422,30	525,07	5	0,6320	0,4574
65.684.037/0003-93	399,87	495,19	5	0,6320	0,4574
66.728.858/0001-85	482,40	603,21	7	0,6492	0,4156

Fonte: Resultados originais da pesquisa

Nota: *valores corrigidos pelo IPCA

Considerações Finais

A “verba de gabinete”, como são conhecidos Auxílio-Encargos Gerais de Gabinete de Deputado e Auxílio-Hospedagem, é um direito conferido por lei aos deputados estaduais de São Paulo para que possam ser ressarcidos por despesas relacionadas ao exercício das atividades parlamentares. Em 2022, o valor total empenhado na rubrica foi superior a R\$ 26,6 milhões; em 2023, pode superar R\$ 28,5 milhões.

Tendo sua origem nos cofres públicos, cabe aos órgãos de controle estaduais observarem seu uso para coibir eventual malversação de recursos públicos. A par de seu papel, o Ministério Público do Estado tem procedimentos investigatórios em curso, que apuram possíveis irregularidades cometidas por parlamentares.

Técnicas de aprendizado de máquina, tal qual o algoritmo de clusterização K-Means, podem ser de grande auxílio nessa tarefa. Por meio dele, é possível detectar anomalias em gastos dos deputados e, a partir da classificação, empenhar recursos para apurar se tais anomalias são fraudes ou não. Este trabalho buscou construir um algoritmo de K-Means com métodos robustos para essa tarefa. Poder-se-ia utilizar uma ferramenta consolidada no mercado para este fim, o que decerto seria menos exaustivo; por outro lado, deixar-se-ia esvaír a oportunidade de aprender cada parte do processo de clusterização e detecção de anomalias, conhecer seus meandros.

O algoritmo construído foi capaz de trazer resultados: 46 despesas efetuadas em 32 empresas foram apontadas como anomalias. Mais que isso, os resultados obtidos pelo algoritmo autoral, posto à luz de métodos consagrados de validação, se mostraram sólidos.

Agradecimento

Agradeço a Pedro Orlando, meu afilhado de seis anos que, com seus convites para assistir a vídeos do Luccas Neto ou fazer um piquenique na sala de casa, conseguiu me distrair deste trabalho ao tempo que recarregou minhas energias para nele prosseguir.

Referências

- Arthur, D.; Vassilvitskii, S. 2007. K-Means++: The advantages of careful seeding. *Proceedings of Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms*: 1027-1035.
- Assembleia Legislativa do Estado de São Paulo. 1997. Resolução n. 783, de 1º de julho de 1997. Altera a Resolução nº 776, de 14/10/1996, que implantou a nova estrutura administrativa, cria o Núcleo de Qualidade e institui a verba de gabinete. Disponível em: <https://www.al.sp.gov.br/repositorio/legislacao/resolucao.alesp/1997/original-resolucao.alesp-783-01.07.1997.html>. Acesso em: 19 março 2023.
- Chandola, V; Banerjee, A.; Kumar, V. 2009. Anomaly detection: a survey. *Association for Computing Machinery Computing Surveys* 41: 1-58.
- Davies, D.L.; Bouldin, D.W. 1979. A cluster separation measure. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 2: 224–227.
- Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. 2023. Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo. Disponível em: <https://www.ibge.gov.br/estatisticas/economicas/precos-e-custos/9256-indice-nacional-de-precos-ao-consumidor-amplo.html>. Acesso em: 21 de setembro de 2023.
- Joshi, K.D.; Nalwade, P.S. 2012. Modified K-Means for better initial cluster centres. *International Journal of Computer Science and Mobile Computing* 7: 219-223.
- MacQueen, J. 1967. Some methods for classification and analysis of multivariate observations. In: *5th Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, 1967, Los Angeles, LA, Estados Unidos, Anais... p. 281-297.
- Ministério Público de São Paulo. 2022. Sistema Eletrônico de Informações. Disponível em: <https://www.mpsp.mp.br/sei-sistema-eletronico-de-informacoes> Acesso em: 26 março 2023.
- Morissette, L.; Chartier, S. 2013. The K-Means clustering technique: General considerations and implementation in Mathematica. *Tutorials in Quantitative Methods for Psychology* 9: 15-24.
- Rousseeuw, P.J. 1987. Silhouettes: A graphical aid to the interpretation and validation of cluster analysis. *Journal of Computational and Applied Mathematics* 20: 53-65.
- Secretaria da Fazenda e Planejamento do Governo do Estado de São Paulo. 2023. Execução orçamentária e financeira. Disponível em: <https://www.fazenda.sp.gov.br/sigeolei131/paginas/flexconsdespesa.aspx>. Acesso em: 19 março 2023.
- Secretaria da Fazenda e Planejamento do Governo do Estado de São Paulo. 2023. Índices. Disponível em: <https://portal.fazenda.sp.gov.br/Paginas/Indices.aspx>. Acesso em: 26 março 2023.

Apêndice

1. Código-fonte do algoritmo comentado

```
from typing import Tuple
import numpy as np

class KMeans:
    """
    k-means com critérios de convergência aprimorados.

    Atributos:
        k (int): Número de clusters.
        max_iters (int): Número máximo de iterações para o k-means.
        tol (float): Tolerância de convergência baseada no movimento do
            centroide.
        n_init (int): Número de vezes que o algoritmo será executado com
            diferentes seeds de centroides.
        threshold (int): Percentil para detecção de anomalias.
        centroids (np.ndarray): Centroides para os clusters.
    """

    def __init__(
        self,
        k: int = 2,
        max_iters: int = 100,
        tol: float = 1e-4,
        n_init: int = 30,
        threshold: int = 95,
        centroids: np.ndarray = None,
    ):
        """
        Inicialização com parâmetros especificados.
        """
        self.k = k
        self.max_iters = max_iters
        self.tol = tol
        self.n_init = n_init
        self.threshold = threshold
        self.centroids = centroids

    @staticmethod
    def _kpp_init(data: np.ndarray, k: int) -> np.ndarray:
        """
        Inicializa os centroides usando o método k-means++.

        Argumentos:
            data (np.ndarray): Dados de entrada.
            k (int): Número de centroides desejados.

        Retorna:
            centroids (np.ndarray): Centroides inicializados.
        """
        # seleciona ponto aleatório como centroide
        centroids = [data[np.random.choice(len(data))]]
```

```
# itera sobre centroides restantes
for _ in range(1, k):
    # calcula o quadrado da distância entre cada ponto e o
    # centróide mais próximo
    squared_dist = np.array(
        [np.min([np.linalg.norm(c - x) ** 2 for c in centroids]) for x in
data])
    # calcula a probabilidade de selecionar cada ponto de dado
    # como novo centróide
    probs = squared_dist / squared_dist.sum()
    # escolhe o ponto com maior probabilidade como novo
    # centróide
    centroid = data[np.argmax(probs)]
    # adiciona novo centróide à lista de centroides
    centroids.append(centroid)
return np.array(centroids)

def get_optimal_k(self, data: np.ndarray, k_max: int = 10) -> int:
    """
    Aplica método Elbow para obter o número de clusters ideal.

    Argumentos:
        data (np.ndarray): Dados usados no algoritmo K-Means.
        k_max (int): Número máximo de clusters. Valor-padrão: 10.

    Retorna:
        optimal_k (int): Número de clusters ideal.
    """
    # lista para armazenar inércia de cada k
    sum_sq = []
    # itera sobre intervalo de 1 a 10
    for k in range(1, k_max + 1):
        # ajusta o número de clusters para a iteração atual
        self.k = k
        # ajusta os dados ao algoritmo
        self.fit(data)
        # calcula a inércia
        inertia = np.sum(
            [
                np.linalg.norm(data[i] - self.centroids[self.labels[i]]) ** 2
                for i in range(len(data))
            ]
        )
        # adiciona a inércia à lista
        sum_sq.append(inertia)
    # calcula a diferença dos valores de inércia para encontrar o
    # cotovelo
    diffs = np.diff(sum_sq, 2)
    # escolhe k ideal a partir da menor diferença
    optimal_k = np.argmin(diffs) + 1
    return optimal_k

def _single_run(self, data: np.ndarray) -> Tuple[np.ndarray, np.ndarray,
float]:
    """
    Realiza execução única do algoritmo k-means.
```

```
Argumentos:
    data (np.ndarray): Dados de entrada.

Retorna:
    centroids (np.ndarray): Melhores centroides após a execução
    do k-means.
    labels (np.ndarray): Atribuições de cluster para cada ponto
    de dado.
    inertia (float): Distância total dos pontos de dados a
    partir de seus centroides atribuídos.
"""
# inicializa centroides
centroids = self._kpp_init(data, self.k)

# itera sobre max_iters:
for _ in range(self.max_iters):
    # calcula a distância entre cada ponto e cada centroide
    dist = np.linalg.norm(data[:, np.newaxis] - centroids, axis=2)
    # atribui cada ponto ao centroide mais próximo
    labels = np.argmin(dist, axis=1)
    # calcula os novos centroides com base na atribuição recente
    new_centroids = np.array(
        [data[labels == i].mean(axis=0) for i in range(self.k)]
    )
    # observa se a mudança no centroide está abaixo da
    # tolerância
    if np.all(np.abs(new_centroids - centroids) < self.tol):
        # interrompe a iteração
        break
    # sobrescreve lista de centroides
    centroids = new_centroids
# calcula a inércia
inertia = np.sum(
    [
        np.linalg.norm(data[i] - centroids[labels[i]]) ** 2
        for i in range(len(data))
    ]
)
return centroids, labels, inertia

def fit(self, data: np.ndarray) -> None:
    """
    Ajusta o algoritmo k-means aos dados.

    Argumento:
        data (np.ndarray): Dados de entrada.
    """
    # atribui valor infinito à inércia mínima
    min_inertia = float("inf")
    # atribui None aos melhores centroides
    best_centroids = None
    # atribui None às melhores labels
    best_labels = None

    # itera sobre quantidade de execuções de K-Means
    for _ in range(self.n_init):
        # obtém valores de centroides, labels, inércia
        centroids, labels, inertia = self._single_run(data)
        # observa se a execução atual tem menor inércia
```

```
        if inertia < min_inertia:
            # atualiza inércia mínima
            min_inertia = inertia
            # atualiza melhores centroides
            best_centroids = centroids
            # atualiza melhores labels
            best_labels = labels

    # ajusta os valores de centroides para os melhores valores
    # encontrados
    self.centroids = best_centroids
    # ajusta os valores de labels para os melhores valores
    # encontrados
    self.labels = best_labels

def detect(self, data: np.ndarray) -> np.ndarray:
    """
    Detecta anomalias nos dados com base na distância ao centroide
    mais próximo.

    Argumentos:
        data (np.ndarray): Dados de entrada.

    Retorna:
        anomalies (np.ndarray): Anomalias detectadas.
    """
    # calcula a distância entre cada ponto e o centroide mais
    # próximo
    dist = np.min(
        np.linalg.norm(data[:, np.newaxis] - self.centroids, axis=2), axis=1
    )
    # ajusta o limite com base no percentil inserido
    threshold = np.percentile(dist, self.threshold)
    # considera anomalias os pontos cujas distâncias são maiores que
    # o limite
    anomalies = data[dist > threshold]
    return anomalies

def get_labels(self, data: np.ndarray) -> np.ndarray:
    """
    Atribui cada ponto de dado ao centroide mais próximo para
    determinar seu cluster.

    Argumento:
        data (np.ndarray): Conjunto de dados.

    Retorna:
        labels (np.ndarray): Array de labels de cluster
        correspondentes a cada ponto de dado.
    """
    # calcula a distância de cada ponto a cada centroide
    dist = np.linalg.norm(data[:, np.newaxis] - self.centroids, axis=2)
    # atribui cada ponto ao centroide mais próximo
    labels = np.argmin(dist, axis=1)
    return labels

class Score:
    """
```

Cálculo de scoring para algoritmo de clusterização.
"""

@staticmethod

def silhouette(data: np.ndarray, labels: np.ndarray) -> float:

"""

Calcula o score do método da silhueta.

Argumentos:

data (np.ndarray): Dados de entrada.

labels (np.ndarray): Atribuições de cluster para cada ponto
de dado.

Retorna:

float: valor do método da silhueta.

"""

obtém labels únicas

unique_labels = np.unique(labels)

lista para armazenar valores do método da silhueta

silhouette_vals = []

itera sobre pontos de dados

for index, label in enumerate(labels):

obtém pontos que estão no mesmo cluster

same_cluster = data[labels == label]

calcula a distância média a outros pontos no mesmo cluster

a = np.mean(np.linalg.norm(same_cluster - data[index], axis=1))

extrai pontos de outros clusters

other_clusters = []

data[labels == other_label]

for other_label in unique_labels

if other_label != label

]

calcula a distância média para pontos em outros clusters

b_vals = []

np.mean(np.linalg.norm(cluster - data[index], axis=1))

for cluster in other_clusters

]

obtém os menores valores

b = min(b_vals)

calcula o valor da silhueta

silhouette_vals.append((b - a) / max(a, b))

retorna a silhueta média para todos os pontos

return np.mean(silhouette_vals)

@staticmethod

def daviesbouldin(data: np.ndarray, labels: np.ndarray) -> float:

"""

Calcula o índice de Davies-Bouldin.

Argumentos:

data (np.ndarray): Dados de entrada.

labels (np.ndarray): Atribuições de cluster para cada ponto
de dado.

Retorna:

float: valor de Davies-Bouldin calculado.

"""

obtém labels únicas

unique_labels = np.unique(labels)


```
# calcula o centroide para cada cluster
centroids = np.array(
    [data[labels == label].mean(axis=0) for label in unique_labels]
)
# calcula a distância média dentro de cada cluster
avg_dist_within_cluster = np.array(
    [
        np.mean(
            np.linalg.norm(data[labels == label] - centroids[label],
axis=1)
        )
        for label in unique_labels
    ]
)
# calcula a distância entre centroides
centroid_dist = np.linalg.norm(centroids[:, np.newaxis] - centroids,
axis=2)
# ajusta valores diagonais para infinito
np.fill_diagonal(centroid_dist, float("inf"))
# calcula a razão entre a soma das distâncias médias e a
# distância entre centroides
cluster_ratios = (
    avg_dist_within_cluster[:, np.newaxis] + avg_dist_within_cluster
) / centroid_dist
# obtém a maior razão para cada cluster
max_cluster_ratios = np.max(cluster_ratios, axis=1)
# retorna a média das maiores razões
return np.mean(max_cluster_ratios)
```

2. Código de execução comentado

```
import os
import asyncio
import glob
from typing import List, Dict, Union
from itertools import groupby
import xml.etree.ElementTree as ET
import aiohttp
from aiolimiter import AsyncLimiter
import pandas as pd
import numpy as np
import sys

sys.path.insert(0, "..")
from src.kmeans import KMeans, Score

async def download_xml(year: int, semaphore: asyncio.Semaphore) -> None:
    """
    Realiza download assíncrono de xml para um único ano.

    Argumentos:
        year (int): Ano do arquivo xml.
        semaphore (asyncio.Semaphore): Controlador de acesso concorrente.
    """
    limiter = AsyncLimiter(1, 0.125)
    USER_AGENT = ""
```

```
headers = {"User-Agent": USER_AGENT}
DATA_DIR = os.path.join(os.getcwd(), "../data")
if not os.path.exists(DATA_DIR):
    os.mkdir(DATA_DIR)
url =
f"https://www.al.sp.gov.br/repositorioDados/deputados/despesas_gabinetes_{str(year)}
.xml"
    async with aiohttp.ClientSession(headers=headers) as session:
        await semaphore.acquire()
        async with limiter:
            async with session.get(url) as resp:
                content = await resp.read()
                semaphore.release()
                file = f"despesas_gabinetes_{str(year)}.xml"
                with open(os.path.join(DATA_DIR, file), "wb") as f:
                    f.write(content)

async def fetch_expenses(year_start: int, year_end: int) -> None:
    """
    Realiza download assíncrono de xml para um período.

    Argumentos:
        year_start (int): Início do período.
        year_end (int): Fim do período.
    """
    tasks = set()
    semaphore = asyncio.Semaphore(value=10)
    for i in range(int(year_start), int(year_end) + 1):
        task = asyncio.create_task(download_xml(i, semaphore))
        tasks.add(task)
    await asyncio.wait(tasks, return_when=asyncio.ALL_COMPLETED)

def parse_data(list_files: List[str]) -> List[Dict[str, Union[str, None]]]:
    """
    Interpreta dados dos arquivos xml e extrai informações relevantes.

    Argumentos:
        list_files (list): Lista dos caminhos para os arquivos xml.

    Retorna:
        data (list): Lista de dicionários de despesas.
    """
    data = list()
    for file in list_files:
        tree = ET.parse(file)
        xroot = tree.getroot()
        for child in xroot.iter("despesa"):
            cols = [elem.tag for elem in child]
            values = [elem.text for elem in child]
            data.append(dict(zip(cols, values)))
    return data

# executa `fetch_expenses` no período de 2013 a 2022
asyncio.run(fetch_expenses(2013, 2022))
# observa se há o diretório `data`
if os.path.exists(os.path.join(os.getcwd(), "../data")):
```

```
# acessa diretório
os.chdir("../data")
# lista arquivos xml
files = glob.glob("*.xml")
# interpreta os arquivos
load = parse_data(files)
# armazena os dados na variável `despesas`
despesas = pd.DataFrame.from_dict(load)
# leitura dos data de IPCA
ipca = pd.read_csv("../data/ipca.csv")
# conversão da variável Data para datetime
ipca["Data"] = pd.to_datetime(ipca["Data"])
# parseamento da data
despesas["Data"] = pd.to_datetime(
    despesas["Ano"].astype(str) + (despesas["Mes"].astype(str)).str.zfill(2) + "01"
)
# filtro da categoria de despesa
despesas = despesas[
    despesas["Tipo"] == "I - HOSPEDAGEM, ALIMENTAÇÃO E DESPESAS DE LOCOMOÇÃO"
]
# manutenção das colunas estritamente necessárias
despesas = despesas[["Data", "CNPJ", "Valor"]]
# filtro a partir de 2018
despesas = despesas[despesas["Data"].dt.year > 2017]
# junção das duas bases
data = pd.merge(left=despesas, right=ipca, on="Data", how="inner")
# ajuste para o valor de dezembro de 2022
data["Valor_ref"] = ipca[ipca["Data"] == "2022-12-01"]["Valor"].values[0]
# cálculo da deflação
data["Valor_corrigido"] = round(
    (data["Valor_ref"].astype(float) / data["Valor_y"].astype(float))
    * data["Valor_x"].astype(float),
    2,
)
# remoção de variáveis desnecessárias
data = data[["CNPJ", "Valor_corrigido"]]
# remoção de linhas com CNPJ nulos
data = data[data["CNPJ"].notnull()]
# filtro para CNPJs com apenas >= 20 entradas
data = data.groupby("CNPJ").filter(lambda x: len(x) >= 20)
# criação de listas para comportar os valores do método de silhueta e
# índice de Davies-Bouldin
sils, dbs = list(), list()
# inicialização do algoritmo de K-Means
kmeans = KMeans()
# organização dos dados
selecao_dados = sorted(zip(data["CNPJ"], data["Valor_corrigido"]), key=lambda x:
x[0])
# lista vazia para resultados finais
resultados_lista = []
# iteração por CNPJ e coleção de despesas
for cnpj, grupo in groupby(selecao_dados, key=lambda x: x[0]):
    # lista vazia de centroides
    centroids_list = []
    # conversão para array
    values = np.array([item[1] for item in grupo])
    # obtenção do k ideal
    kmeans.k = kmeans.get_optimal_k(values.reshape(-1, 1))
    # ajuste de dados ao algoritmo
```

```
kmeans.fit(values.reshape(-1, 1))
# detecção de anomalias
anomalies_kmeans = kmeans.detect(values.reshape(-1, 1))
# cálculo do método de silhueta
silhouette_score = Score.silhouette(
    values.reshape(-1, 1), kmeans.get_labels(values.reshape(-1, 1))
)
# cálculo do índice de Davies-Bouldin
db_score = Score.daviesbouldin(
    values.reshape(-1, 1), kmeans.get_labels(values.reshape(-1, 1))
)
# obtenção de labels
labels = kmeans.get_labels(values.reshape(-1, 1))
# iteração sobre labels e valores
for value, label in zip(values, labels):
    # adição de label no dicionário
    centroids_list.append({"centroid": kmeans.centroids[label][0]})
# contador zerado
centroid_idx = 0
# iteração sobre despesas
for value in values:
    # atribuição de 1 para anomalia, 0 para não anomalia
    is_anomaly = 1 if value in anomalies_kmeans else 0
    # adição de dicionário na lista final
    resultados_lista.append(
        {
            "CNPJ": cnpj,
            "Valor": value,
            "Anomalia": is_anomaly,
            "Centroide": centroids_list[centroid_idx]["centroid"],
            "Clusters": kmeans.k,
            "Silhueta": silhouette_score,
            "Davies_Bouldin": db_score,
        }
    )
    # incremento do contador
    centroid_idx += 1
# conversão dos resultados em dataframe
resultados = pd.DataFrame(resultados_lista)
# salvamento como csv
resultados.to_csv("../prd/resultado.csv", index=False, encoding="utf-8")
```