



UNIVERSIDAD DE SONORA

DIVISIÓN DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

FÍSICA COMPUTACIONAL I

Mapeo logístico y caos

Moreno Chávez Jesús Rodolfo
Profesor: Carlos Lizárraga Celaya

15 de Mayo del 2017

Resumen

En el presente texto se muestran gráficas del artículo de Goeff Boeing: Teoría del caos y mapeo logístico. Las gráficas son realizadas con el objetivo de familiarizarse más con los sistemas caóticos y trabajar con el paquete dynamical de Python.

Mapecto logístico

Los sistemas caóticos son un simple sub-tipo de sistemas dinámicos no lineales. Pueden contener muy pocas partes que interactúan y éstos pueden seguir reglas muy simples, pero todos estos sistemas tienen una dependencia muy sensible a sus condiciones iniciales.

La función logística utiliza una ecuación diferencial que trata el tiempo como continuo. El mapa logístico en su lugar utiliza una ecuación de diferencia no lineal para observar intervalos de tiempo discretos

$$x_{t+1} = rx_t(1 - x_t)$$

Esta ecuación define las reglas o dinámicas de nuestro sistema: x representa la población en cualquier momento t , r representa la tasa de crecimiento

En otras palabras, el nivel de población en cualquier momento dado es una función del parámetro de tasa de crecimiento y el nivel de población del paso de tiempo anterior.

A continuación se presentarán gráficas referentes a este modelo.

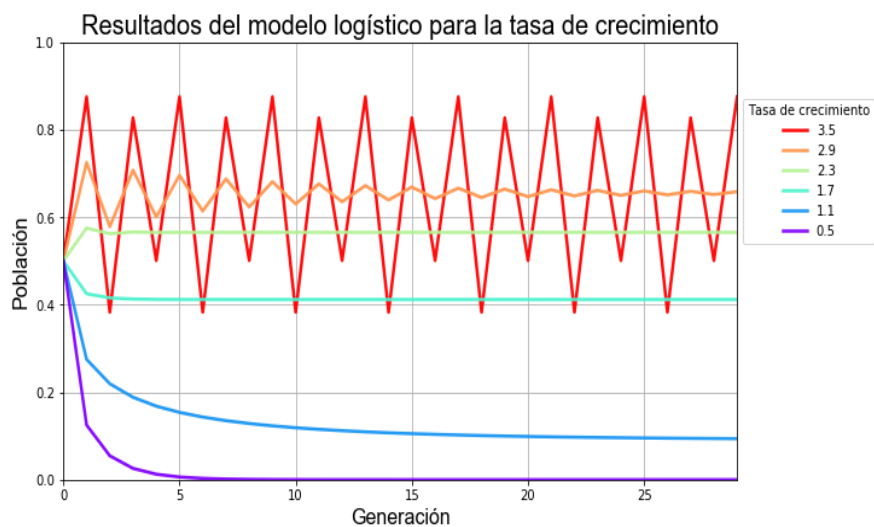
Gráficas de mapeo logístico

Se generó un conjunto de datos de un modelo logístico de 20 generaciones para 7 tasas de crecimiento entre 0.5 y 3.5 en intervalos de 0.5.

Out [39] :

	0.5	1.1	1.7	2.3	2.9	3.5
0	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500
1	0.125	0.275	0.425	0.575	0.725	0.875
2	0.055	0.219	0.415	0.562	0.578	0.383
3	0.026	0.188	0.413	0.566	0.707	0.827
4	0.013	0.168	0.412	0.565	0.600	0.501
5	0.006	0.154	0.412	0.565	0.696	0.875
6	0.003	0.143	0.412	0.565	0.614	0.383
7	0.002	0.135	0.412	0.565	0.687	0.827
8	0.001	0.128	0.412	0.565	0.623	0.501
9	0.000	0.123	0.412	0.565	0.681	0.875

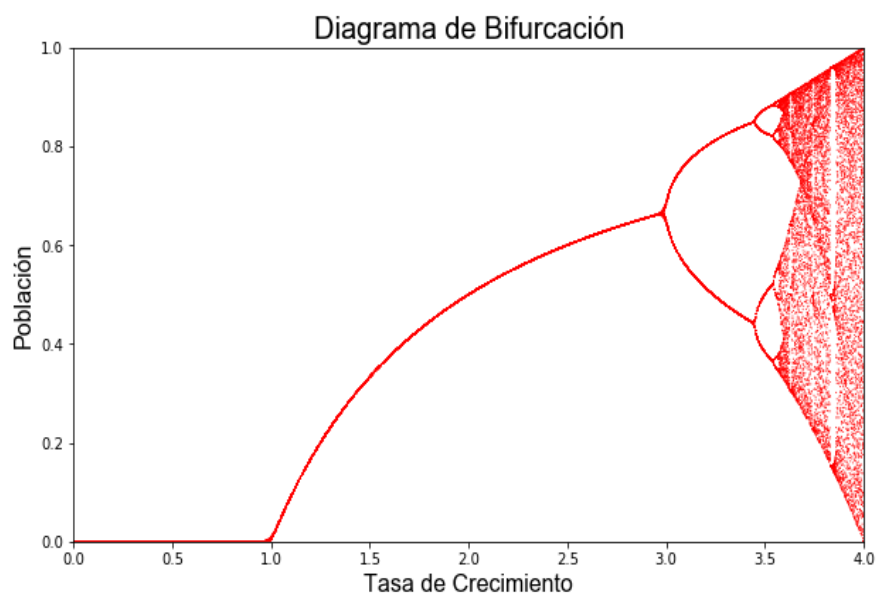
De el conjunto de datos analizamos la tabla mediante la siguiente gráfica:



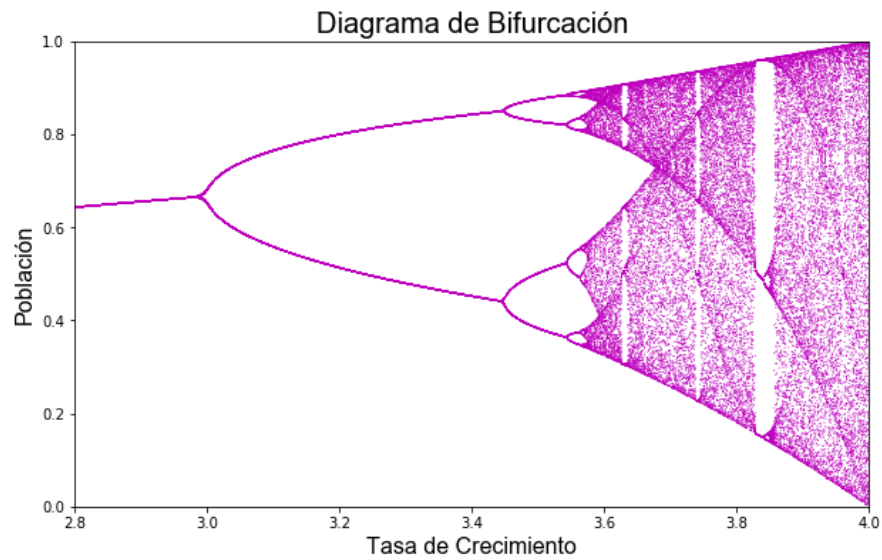
De la gráfica es posible apreciar cómo cambia la población para distintas tasas de crecimiento.

Para las tasas de crecimiento de 0.5 a 2.3 se mantienen estables, la tasa de 3.0 aparentemente converge a un valor estable, mientras que la tasa de 3.5 tiene un comportamiento inestable.

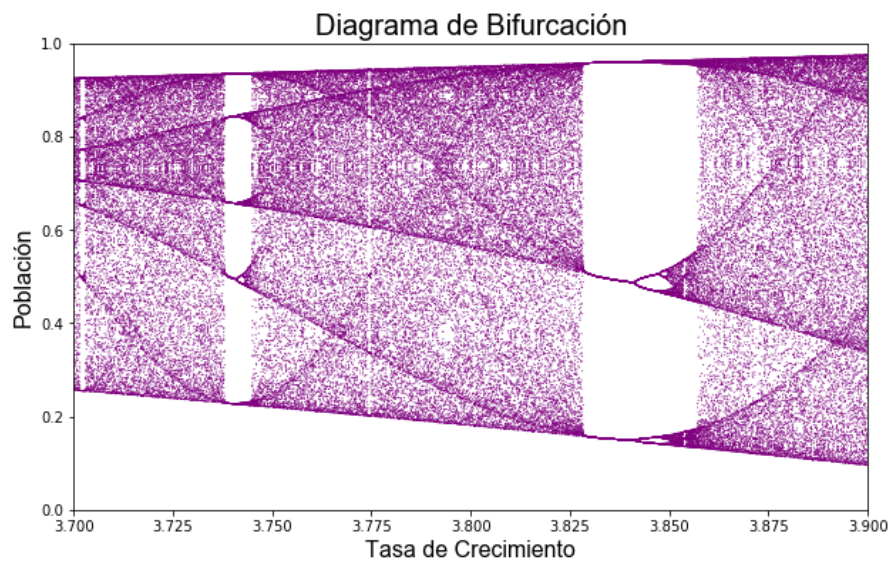
Ahora el modelo logístico estará compuesto por 200 generaciones por medio de 1000 tasas de crecimiento de entre 0.0 a 4.0. Al tratarse de 1000 tasas de crecimiento, un numero de tasas mucho mayor que el anterior, recurriremos a usar un diagrama de bifurcación. El diagrama de bifurcación nos dará información de sobre los límites de operación estable del comportamiento de la población.



Podemos apreciar que para las tasas de crecimiento menores que 1.0 el sistema se va a cero. Para las tasas de crecimientos de 1.0 a 3.0 el sistema está en un nivel de población estable. Sin embargo para alguna tasa de crecimiento mayor que 3.0 el nivel de la población deja de ser estable. Haremos una ampliación para poder apreciar mejor el comportamiento

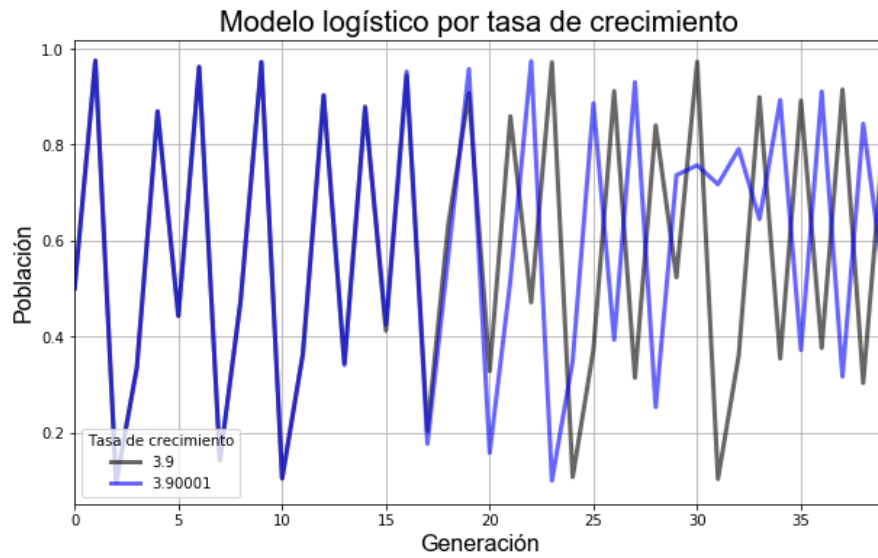


Para estas tasas de crecimiento podemos apreciar que el nivel de población toma más de un valor, tomando valores diferentes para cada tasa.

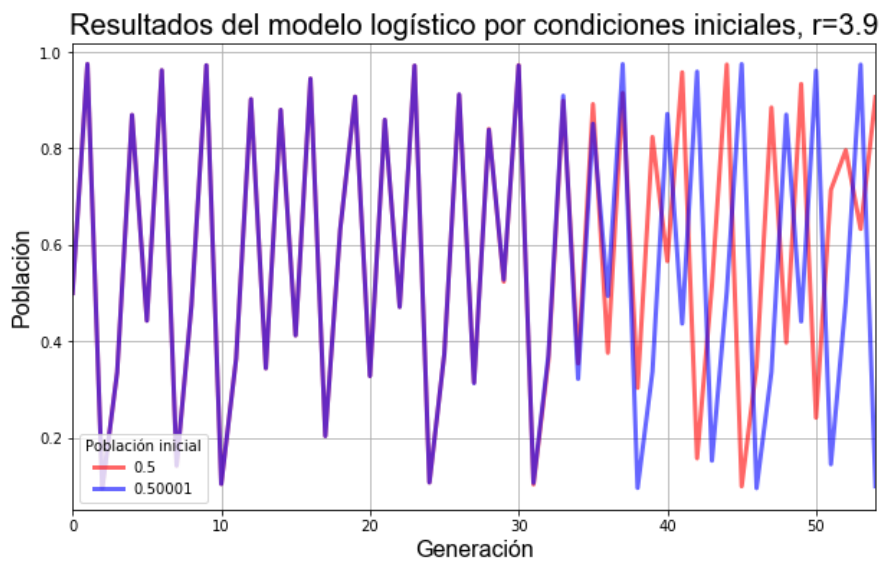


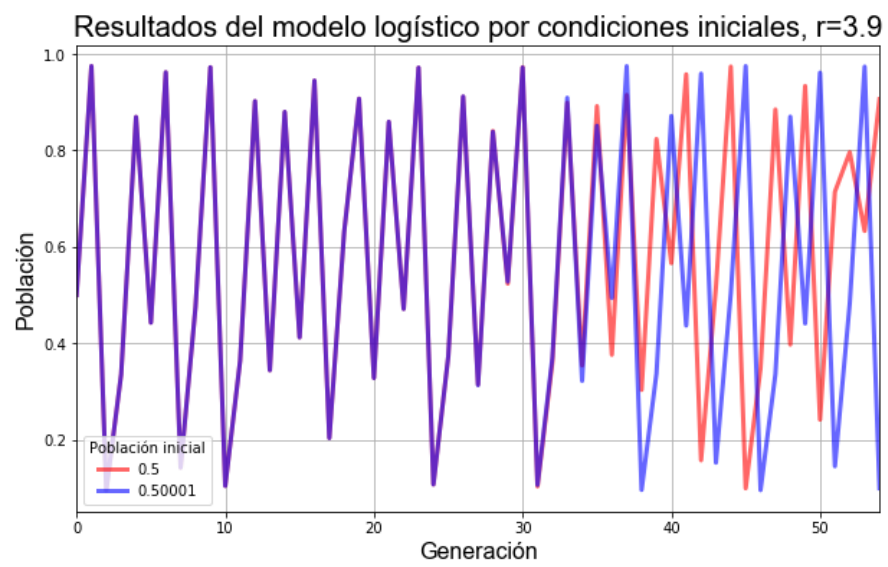
El nivel de la población nunca se asienta en un punto fijo, teniendo un comportamiento caótico

Ahora se analiza el comportamiento de la población en función de la generación con el modelo logístico para tasas de crecimiento de 3.9 y 3.90001, donde se aprecia lo sensible que es la variación del parámetro. Por pequeño que sea se tiene comportamientos distintos



El modelo logístico es sensible a las condiciones iniciales, ya que para valores cercanos en las condiciones iniciales es posible obtener resultados caóticos. Esto se puede apreciar en las siguientes gráficas





Bibliografia

- [1] GEOFF BOEING ,<https://github.com/gboeing/pynamical/blob/master/examples/pynamical-demo-logistic-model.ipynb>
- [2] GEOFF BOEING *Chaos Theory and the Logistic Map*
,<http://geoffboeing.com/2015/03/chaos-theory-logistic-map/>