FILTRO DE KALMAN. ESTIMACIÓN DE LA TRAYECTORIA DE UN VEHÍCULO

1. Introducción

Se desea estimar la trayectoria de un vehículo, es decir la posición, velocidad y aceleración del mismo. Se cuenta con los datos reales de un vehículo, en los archivos .dat. Estos son los datos contra los cuales se comparará la estimación que obtengan al aplicar el FK. Lo primero que hay que hacer es generar las mediciones que serían la entrada al filtro de Kalman, estas mediciones se deberán generar de la siguiente manera:

Desde el ítem 1 al 3 se supone que se mide en forma periódica (1seg) los siguientes datos.

(1) Se mide la posición afectada por ruido blanco (gaussiano) de 10m de desvío estándar. Es decir que se le debe agregar ruido blanco con una distribución gaussiana con media cero y desvío 10.
(2) Se mide la posición afectada por ruido blanco (uniforme) de 10m de desvío estándar. Similar al ítem anterior. La idea es comparar con el ítem anterior. Analizar si hubo algún cambio.
(3) Se mide la posición y la velocidad afectadas por ruido blanco (gaussiano) de 10m y 0.2m/s de desvíos respectivamente. Analizar si ejora la estimación.

NOTA: Hay que tener en cuenta que al inicializar el Kalman en general no se conoce exactamente cuál es la posición, velocidad y aceleración del vehículo sino que tienen una aproximación de estas con cierto error. Se tomará como condiciones iniciales:

$$\hat{x}_{0/0} = [10.7533,\ 36.6777,\ -45.1769,\ 1.1009,\ -17.0,\ 35.7418,\ -5.7247,\ 3.4268,\ 5.2774]^T \in \mathbb{R}^9$$

$$P_{0/0} = diag(100,\ 100,\ 100,\ 1,\ 1,\ 1,\ 0.01,\ 0.01,\ 0.01) \in \mathbb{R}^{9\times 9}$$

Considere $Q = 0.3\, I_{9\times 9}$ y obtenga R según los datos de mediciones que corresponda.

2. Sobre el modelo de estado del sistema

Para generar el modelo de estado del sistema hay que tener en cuenta lo siguiente:

$$f(t) = f(t_0) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{f^{(k)}(t_0)}{k!}(t-t_0)^k \qquad h = t_{k+1} - t_k$$

$$p(t_{k+1}) = p(t_k) + \dot{p}(t_k)(t_{k+1} - t_k) + \frac{\ddot{p}(t_k)}{2}(t_{k+1} - t_k)^2 + \mathcal{O}(3) =$$

$$= p(t_k) + v(t_k)h + a(t_k)\frac{h^2}{2} + \mathcal{O}(3)$$

$$v(t_{k+1}) = \dot{p}(t_{k+1}) = \dot{p}(t_k) + \ddot{p}(t_k)(t_{k+1} - t_k) + \mathcal{O}(2) =$$

$$= v(t_k) + a(t_k)h + \mathcal{O}(2)$$

$$a(t_{k+1}) = \dot{v}(t_{k+1}) = \dot{v}(t_k) + \mathcal{O}(1) = a(t_k) + \mathcal{O}(1)$$

$$x = [\begin{array}{ccc} p & v & a \end{array}]^T$$

$$\xi_p = \mathcal{O}(3) \quad \xi_v = \mathcal{O}(2) \quad \xi_a = \mathcal{O}(1)$$

$$x_{k+1} = \begin{pmatrix} p_{k+1} \\ v_{k+1} \\ a_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I & h & \frac{h^2}{2} \\ 0 & I & h \\ 0 & 0 & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_k \\ v_k \\ a_k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \xi_p \\ \xi_v \\ \xi_a \end{pmatrix}$$

$$y_k = \begin{pmatrix} I & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_k \\ v_k \\ a_k \end{pmatrix} + \eta$$

Es decir que los ruidos de proceso están modelando los términos de mayor orden de la aproximación utilizada y perturbaciones que pueda haber en la aceleración.