

Guía 03 - Ejercicios Evaluados

Alumno: Rodrigo Pereira Yañez

Rut: 16.610.470-k

28/06/2024

Primera pregunta.

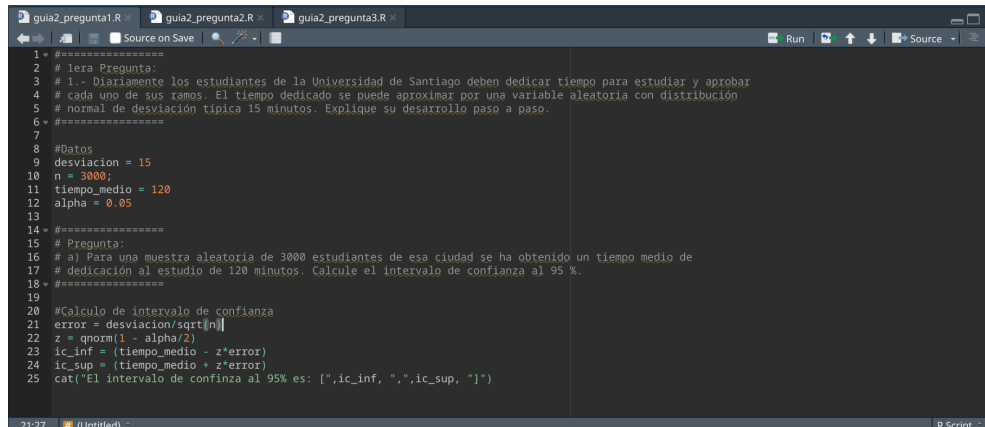
- 1) Diariamente, los estudiantes de la Universidad de Santiago deben dedicar tiempo para estudiar y aprobar cada uno de sus ramos. El tiempo dedicado se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica 15 minutos. Explique su desarrollo paso a paso.

Pregunta a) Para una muestra aleatoria de 3000 estudiantes de esa ciudad se ha obtenido un tiempo medio de dedicación al estudio de 120 minutos. Calcule el intervalo de confianza al 95 %.

Respuesta: El intervalo de confianza al 95% es de [119.4632; 120.5368]

Explicación Para calcular el intervalo de confianza al 95%, se utiliza la fórmula correspondiente. En el caso de la aplicación en R, se resolvió de manera secuencial para obtener todos los valores necesarios. Primero, se calcula el error muestral; luego, se determina el valor Z. A continuación, se multiplica Z por el error muestral, y este producto se suma o resta al valor medio para obtener el límite inferior y superior del intervalo de confianza, respectivamente.

Código R:



```
1 # =====
2 # 1era Pregunta:
3 # 1.- Diariamente los estudiantes de la Universidad de Santiago deben dedicar tiempo para estudiar y aprobar
4 # cada uno de sus ramos. El tiempo dedicado se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución
5 # normal de desviación típica 15 minutos. Explique su desarrollo paso a paso.
6 # =====
7
8 #Datos
9 desviacion = 15
10 n = 3000;
11 tiempo_medio = 120
12 alpha = 0.05
13
14 # =====
15 # Pregunta:
16 # a) Para una muestra aleatoria de 3000 estudiantes de esa ciudad se ha obtenido un tiempo medio de
17 # dedicación al estudio de 120 minutos. Calcule el intervalo de confianza al 95 %.
18 # =====
19
20 #Cálculo de intervalo de confianza
21 error = desviacion/sqrt(n)
22 z = qnorm(1 - alpha/2)
23 ic_inf = (tiempo_medio - z*error)
24 ic_sup = (tiempo_medio + z*error)
25 cat("El intervalo de confianza al 95% es: [",ic_inf, ", ",ic_sup, "]\n")
```



Consola R:

```
Console Terminal Background Jobs
R 4.3.3 - ~/
> #####
> # 1era Pregunta:
> # 1.- Diariamente los estudiantes de la Universidad de Santiago deben dedicar tiempo para estudiar y aprobar
> # cada uno de sus ramos. El tiempo dedicado se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución
> # normal de desviación típica 15 minutos. Explique su desarrollo paso a paso.
> #####
>
> #Datos
> desviacion = 15
> n = 3000;
> tiempo_medio = 120
> alpha = 0.05
>
> #####
> # Pregunta:
> # a) Para una muestra aleatoria de 3000 estudiantes de esa ciudad se ha obtenido un tiempo medio de
> # dedicación al estudio de 120 minutos. Calcule el intervalo de confianza al 95 %.
> #####
>
> #Calculo de intervalo de confianza
> error = desviacion/sqrt(n)
> z = qnorm(1 - alpha/2)
> ic_inf = (tiempo_medio - z*error)
> ic_sup = (tiempo_medio + z*error)
> cat("El intervalo de confanza al 95% es: [",ic_inf, ", ",ic_sup, "]\n")
El intervalo de confanza al 95% es: [ 119.4632 , 120.5368 ]
>
```

Segunda pregunta.

- 2) Supongamos que un científico afirma que la temperatura media de cierta región es al menos 25 grados Celsius en verano. Se toma una muestra de 36 días de verano y se encuentra que la temperatura media muestral es de 24 grados Celsius, con una desviación estándar muestral de 2 grados Celsius. Además, se conoce que la desviación estándar poblacional es de 3 grados Celsius. Con un nivel de significancia de 0.05, ¿podemos rechazar la afirmación del científico?

Pregunta a) Para responder a la pregunta evalúe con el test t. Argumente

Respuesta: Basado en la afirmación del científico, la prueba de hipótesis es de una cola, ya que se indica que la temperatura media es al menos 25 grados Celsius, por lo tanto, es una hipótesis nula, indica que la temperatura media $\geq 25^{\circ}\text{C}$.

El valor del test t es de -2,427, el p-value: 0,01026. Como el p-value es menor a 0,05 (5%). Por lo tanto, la hipótesis nula se rechaza y se acepta la hipótesis alternativa: temperatura media $\leq 25^{\circ}\text{C}$.

Código R:

```
1 # =====
2 # 2.- Supongamos que un científico afirma que la temperatura media de cierta región es al menos 25 grados
3 # Celsius en verano. Se toma una muestra de 36 días de verano y se encuentra que la temperatura media
4 # muestral es de 24 grados Celsius, con una desviación estándar muestral de 2 grados Celsius. Además, se
5 # conoce que la desviación estándar poblacional es de 3 grados Celsius. Con un nivel de significancia de 0.05,
6 # ¿podemos rechazar la afirmación del científico?
7 # =====
8
9 #Datos
10 temperatura_media = 25
11 temperatura_media_muestra = 24
12 n = 36
13 desviacion_estandar_muestra = 2
14 desviacion_estandar_poblacional = 3
15 nivel_significancia = 0.05
16
17 # =====
18 # Pregunta:
19 # a) Para responder a la pregunta evalúe con el test t. Argumente
20 # =====
21
22 muestra_t = rnorm(n, mean=temperatura_media_muestra, desviacion_estandar_muestra)
23 t = t.test(muestra_t, mu=temperatura_media, conf.level=0.95, alternative="less")
24 print(t)
25
```

Consola R:

```
Console Terminal Background Jobs
R 4.3.3 ~ /

> # =====
> # 2.- Supongamos que un científico afirma que la temperatura media de cierta región es al menos 25 grados
> # Celsius en verano. Se toma una muestra de 36 días de verano y se encuentra que la temperatura media
> # muestral es de 24 grados Celsius, con una desviación estándar muestral de 2 grados Celsius. Además, se
> # conoce que la desviación estándar poblacional es de 3 grados Celsius. Con un nivel de significancia de 0.05,
> # ¿podemos rechazar la afirmación del científico?
> # =====
>
> #Datos
> temperatura_media = 25
> temperatura_media_muestra = 24
> n = 36
> desviacion_estandar_muestra = 2
> desviacion_estandar_poblacional = 3
> nivel_significancia = 0.05
>
> # =====
> # Pregunta:
> # a) Para responder a la pregunta evalúe con el test t. Argumente
> # =====
>
> muestra_t = rnorm(n, mean=temperatura_media_muestra, desviacion_estandar_muestra)
> t = t.test(muestra_t, mu=temperatura_media, conf.level=0.95, alternative="less")
> print(t)

One Sample t-test

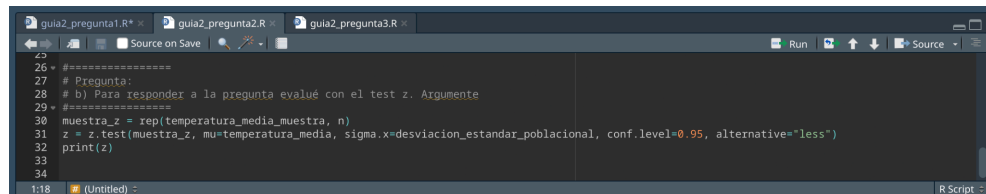
data: muestra_t
t = -2.427, df = 35, p-value = 0.01026
alternative hypothesis: true mean is less than 25
95 percent confidence interval:
 -Inf 24.74115
sample estimates:
mean of x
24.14809
```

Pregunta b) Para responder a la pregunta evalúe con el test z. Argumente

Respuesta: Al igual que la pregunta anterior, basado en la afirmación del científico, la prueba de hipótesis es de una cola, ya que se indica que la temperatura media es al menos 25 grados Celsius, por lo tanto, es una hipótesis nula, indica que la temperatura media $\geq 25^{\circ}\text{C}$.

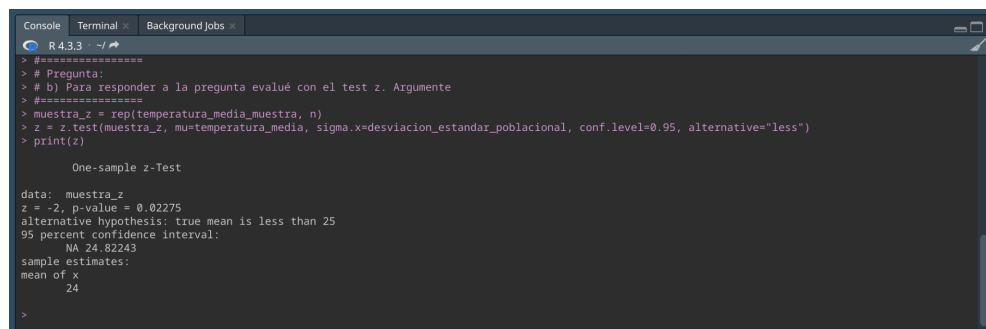
El valor del test z es de -2, el p-value: 0,02275. Como el p-value es menor a 0,05 (5%). Por lo tanto, la hipótesis nula se rechaza y se acepta la hipótesis alternativa: temperatura media $\leq 25^{\circ}\text{C}$.

Código R:



```
26 # =====
27 # Pregunta:
28 # b) Para responder a la pregunta evalúe con el test z. Argumente
29 # =====
30 muestra_z = rep(temperatura_media_muestra, n)
31 z = z.test(muestra_z, mu=temperatura_media, sigma.x=desviacion_estandar_poblacional, conf.level=0.95, alternative="less")
32 print(z)
33
34
```

Consola R:



```
R 4.3.3
> # =====
> # Pregunta:
> # b) Para responder a la pregunta evalúe con el test z. Argumente
> # =====
> muestra_z = rep(temperatura_media_muestra, n)
> z = z.test(muestra_z, mu=temperatura_media, sigma.x=desviacion_estandar_poblacional, conf.level=0.95, alternative="less")
> print(z)

One-sample z-Test

data: muestra_z
z = -2, p-value = 0.02275
alternative hypothesis: true mean is less than 25
95 percent confidence interval:
 NA 24.82243
sample estimates:
mean of x
 24
>
```

Pregunta c) ¿Se rechaza o se afirma la información del científico? ¿Por qué? Explique

Respuesta: Respecto a la hipótesis nula, en ambos test (z y t) se obtienen p-values que son menores al 0.05 (5%) por lo que la información dada por el Científico se rechaza (temperatura media $\geq 25^{\circ}\text{C}$) y se acepta la hipótesis alternativa (temperatura media $\leq 25^{\circ}\text{C}$).

Además, calculando el z_{α} con una significancia de 0.05, se obtiene un $z_{\alpha} = -1,644854$ y si se compara con los valores de $z = -2$, y $t = -2,427$, quedan fuera del intervalo de confianza, por lo que se refuerza el rechazo de la hipótesis nula.

Tercera pregunta.

- 3) Toda la sección de Análisis estadístico en vespertino, incluyendo a la profesora (10 personas), se encuentra haciendo fila en un banco para retirar dinero, a ellos se unieron otras 20 autoridades de la Universidad de Santiago. El tiempo de espera en la fila sigue una distribución normal con una media $\mu = 15$ minutos y una desviación estándar de $\sigma = 5$ minutos.

Pregunta a) Calcular la probabilidad de que la media de tiempo de espera de la muestra sea menor a 14 minutos.

Respuesta: La probabilidad de que la media de tiempo de espera de la muestra sea menor a 16 minutos con 30 clientes es de 0.1366608 (13,66%)

Código R:

```

1 # =====
2 # 3.- Toda la sección de Análisis estadístico en vespertino, incluyendo a la profesora (10 personas), se encuentra
3 # haciendo fila en un banco para retirar dinero, a ellos se unieron otras 20 autoridades de la Universidad de
4 # Santiago. El tiempo de espera en la fila sigue una distribución normal con una media  $\mu = 15$  minutos y una
5 # desviación estándar de  $\sigma = 5$  minutos.
6 # =====
7
8 #Datos
9 media = 15
10 desviacion_estandar = 5
11
12
13 # =====
14 # Pregunta:
15 # a) Calcular la probabilidad de que la media de tiempo de espera de la muestra sea menor a 14 minutos.
16 # =====
17 total_personas_a = 30
18 media_tiempo_a = 14
19 z_a = (media_tiempo_a - media)/(desviacion_estandar/sqrt(total_personas_a))
20 probabilidad_a = pnorm(z_a)
21 cat("La probabilidad de que la media de tiempo de espera de la muestra sea menor a 16 minutos con 30 clientes es de:", probabilidad_a)
22
23

```

Consola R:

```

R 4.3.3 ~ /~
> # =====
> # 3.- Toda la sección de Análisis estadístico en vespertino, incluyendo a la profesora (10 personas), se encuentra
> # haciendo fila en un banco para retirar dinero, a ellos se unieron otras 20 autoridades de la Universidad de
> # Santiago. El tiempo de espera en la fila sigue una distribución normal con una media  $\mu = 15$  minutos y una
> # desviación estándar de  $\sigma = 5$  minutos.
> # =====
>
> #Datos
> media = 15
> desviacion_estandar = 5
>
> # =====
> # Pregunta:
> # a) Calcular la probabilidad de que la media de tiempo de espera de la muestra sea menor a 14 minutos.
> # =====
> total_personas_a = 30
> media_tiempo_a = 14
> z_a = (media_tiempo_a - media)/(desviacion_estandar/sqrt(total_personas_a))
> probabilidad_a = pnorm(z_a)
> cat("La probabilidad de que la media de tiempo de espera de la muestra sea menor a 16 minutos con 30 clientes es de:", probabilidad_a)
La probabilidad de que la media de tiempo de espera de la muestra sea menor a 16 minutos con 30 clientes es de: 0.1366608
>

```

Pregunta b) Calcular la probabilidad de que la media de tiempo de espera de la muestra sea menor a 14 minutos si el tamaño de la muestra es de 10 clientes. ¿Qué se observa?

Respuesta: La probabilidad de que la media de tiempo de espera de la muestra sea menor a 14 minutos con 10 clientes es de 0.2635446 (26,35%). En este caso se observa que es más probable que el tiempo de espera sea menor a 14 minutos con 10 clientes, comparado con el caso anterior.

Código R:

```
22
23
24 # =====
25 # Pregunta:
26 # b) Calcular la probabilidad de que la media de tiempo de espera de la muestra sea menor a 14 minutos
27 # si el tamaño de la muestra es de 10 clientes. ¿Qué se observa?
28 # =====
29 total_personas_b = 10
30 media_tiempo_b = 14
31 z_b = (media_tiempo_b - media)/(desviacion_estandar/sqrt(total_personas_b))
32 probabilidad_b = pnorm(z_b)
33 cat("La probabilidad de que la media de tiempo de espera de la muestra sea menor a 14 minutos con 10 clientes es de:", probabilidad_b)
34
```

Consola R:

```
Console Terminal Background Jobs
R 4.3.3 ~
> # =====
> # Pregunta:
> # b) Calcular la probabilidad de que la media de tiempo de espera de la muestra sea menor a 14 minutos
> # si el tamaño de la muestra es de 10 clientes. ¿Qué se observa?
> # =====
> total_personas_b = 10
> media_tiempo_b = 14
> z_b = (media_tiempo_b - media)/(desviacion_estandar/sqrt(total_personas_b))
> probabilidad_b = pnorm(z_b)
> cat("La probabilidad de que la media de tiempo de espera de la muestra sea menor a 14 minutos con 10 clientes es de:", probabilidad_b)
La probabilidad de que la media de tiempo de espera de la muestra sea menor a 14 minutos con 10 clientes es de: 0.2635446
>
```

Pregunta c) Calcular la probabilidad de que la media de tiempo de espera de la muestra sea mayor a 16 minutos.

Respuesta: La probabilidad de que la media de tiempo de espera de la muestra sea mayor a 16 minutos con 30 clientes es de 0.1366608 (13,66%)

Código R:

```
36 # =====
37 # Pregunta:
38 # c) Calcular la probabilidad de que la media de tiempo de espera de la muestra sea mayor a 16 minutos.
39 # =====
40 total_personas_c = 30
41 media_tiempo_c = 16
42 z_c = (media_tiempo_c - media)/(desviacion_estandar/sqrt(total_personas_c))
43 probabilidad_c = 1 - pnorm(z_c)
44 cat("La probabilidad de que la media de tiempo de espera de la muestra sea mayor a 16 minutos con 30 clientes es de:", probabilidad_c)
45
46
```

Consola R:

```
Console Terminal Background Jobs
R 4.3.3 ~
> # =====
> # Pregunta:
> # c) Calcular la probabilidad de que la media de tiempo de espera de la muestra sea mayor a 16 minutos.
> # =====
> total_personas_c = 30
> media_tiempo_c = 16
> z_c = (media_tiempo_c - media)/(desviacion_estandar/sqrt(total_personas_c))
> probabilidad_c = 1 - pnorm(z_c)
> cat("La probabilidad de que la media de tiempo de espera de la muestra sea mayor a 16 minutos con 30 clientes es de:", probabilidad_c)
La probabilidad de que la media de tiempo de espera de la muestra sea mayor a 16 minutos con 30 clientes es de: 0.1366608
>
```