Testes de Raiz Unitária

Bibliografia Básica:

- Enders, W. *Applied Econometric Time Series*. Cap. 4.
- Bueno, R. L. S. *Econometria de Séries Temporais*. Cap. 4.
- Box, G.E., Jenkins, G. M., Reinsel, G.C. & Ljung, G. M.(2016). *Time series analysis: forecasting and control*. Cap. 4.
- Morettin, P. A. *Análise de Séries Temporais.* Cap. 5.

Testes de Raiz Unitária

Testes que abordaremos:

1. Testes Dickey Fuller
2. Teste Dickey Fuller Aumentado – ADF
3. Teste de Phillips Perron
4. Teste de KPSS
5. Teste de Dickey e Pantula
6. Raízes Unitárias Sazonais
7. Teste com Quebra Estrutural - Quebra conhecida
8. Teste com Quebra Estrutural Desconhecida

Teste de Raiz Unitária

Apesar da maior parte das séries em economia serem integradas de ordem um, existem aquelas que são integradas de ordem dois.

Variável integrada de ordem um implica em trabalhar com a variável original (ou em nível) diferenciada, ou seja, trabalhar com as variações dessa variável (taxas de crescimento).

Aplicação de uma segunda diferença um implica trabalhar com a aceleração da taxa de crescimento da respectiva variável original.

Aplicações de diferenças superiores a dois não são capazes de fornecer explicações com algum amparo econômico a esses procedimentos, apesar do procedimento matemático ser correto.

Teste de Raiz Unitária

Determinadas séries, em particular, relacionadas a preços nominais numa conjuntura com processo inflacionário, podem conter duas ou até mais raízes unitárias.

É incorreto aplicar os testes DF ou ADF à primeira diferença para testar a presença de uma segunda raiz unitária, ou à segunda diferença para testar a presença de uma terceira raiz unitária e assim por diante.

Para testar mais de uma raiz unitária usar o **Teste de Dickey e Pantula para múltiplas RU**

Teste de Dickey e Pantula (1987)

Objetivo: Verificar se a ordem de integração das séries é maior que 1.

Teste de Dickey e Pantula

Supondo o teste com no máximo 2 RU e sem termos determinísticos.

Passo 1: $\Delta^2 Y_t = \beta_1 \Delta Y_{t-1} + \beta_2 Y_{t-1} + \epsilon_t$

$$
\begin{array}{llcl}
H_0: & \beta_1 = \beta_2 = 0 & \Rightarrow & Y_t \text{ é } I(2) \\
H_1: & \beta_1 < 0 \text{ e } \beta_2 = 0 & \Rightarrow & Y_t \text{ é } I(1)
\end{array}
$$

$\beta_2 = 0$ é verificado nas hipóteses nula e alternativa tem-se:

$$
\begin{array}{llcl}
H_0: & \beta_1 = 0 & \Rightarrow & Y_t \text{ é } I(2) \\
H_1: & \beta_1 < 0 & \Rightarrow & Y_t \text{ é } I(1)
\end{array}
$$

Caso a H_0 é rejeitada, o próximo passo é:

Passo 2: $\Delta^2 Y_t = \beta_1 \Delta Y_{t-1} + \beta_2 Y_{t-1} + \epsilon_t$

$$
\begin{array}{llcl}
H_0: & \beta_1 < 0 \text{ e } \beta_2 = 0 & \Rightarrow & Y_t \text{ é } I(1) \\
H_1: & \beta_1 < 0 \text{ e } \beta_2 < 0 & \Rightarrow & Y_t \text{ é } I(0)
\end{array}
$$

Teste de Dickey e Pantula

1. Os valores críticos utilizados são os mesmos tabulados por DICKEY e FULLER (1979 E 1981);

2. Também se pode introduzir elementos determinísticos como intercepto e tendência linear nas estimações. Portanto, ao realizar o teste Dickey-Pantula para uma auto-regressão sem intercepto e tendência, deve-se utilizar a estatística τ, para o modelo contendo somente intercepto utiliza-se a estatística τ_μ e, finalmente, para o modelo contendo intercepto e tendência a estatística adequada é a τ_τ.

Teste de Dickey e Pantula

3. FAVA (2000) enfatiza que DICKEY e PANTULA (1987) observam que “a constante deve estar sempre presente no último passo do procedimento, sob o argumento de que séries econômicas, em sua maioria, ou são não estacionárias ou têm média diferente de zero”.

4. De acordo com MARGARIDO e MEDEIROS (2006), na literatura referente ao teste de raiz unitária do tipo Dickey-Pantula a maioria dos trabalhos e livros consultados utilizam somente o teste relativamente à estatística τ_μ ou τ.

Exemplo

Verificar a existência de RU para:

1. Taxa de Câmbio médio R$/US$ (Fonte: IPEADATA), aplicando o teste de Dickey e Pantula.

Sazonalidade

Muitas séries temporais que contêm um componente periódico sazonal que se repete a cada s observações. Por exemplo, para dados mensais de séries econômicas e $s = 12$ é comum que y_t dependa de y_{t-12} além de $y_{t-1}, y_{t-2}, \ldots$.

Se o valor de y_t depende de y_{t-12}, então tomar somente a primeira diferença não sazonal $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$ não induz à estacionariedade. Pode ser necessário tomar a primeira diferença sazonal:

$$\Delta_{12} y_t = y_t - y_{t-12}$$

Sazonalidade

Usualmente, denota-se uma diferença sazonal por Δ_s em que s é o instante do tempo sazonal. Assim, Δ_s^D é a D-ésima diferença sazonal. Logo, a diferença consecutiva e sazonal é denotada por $\Delta^d \Delta_s^D$.

Em princípio, as séries sazonalmente ajustadas (ou dessazonalizadas) deveriam remover a componente sazonal. Entretanto, um padrão de sazonalidade pode permanecer mesmo em séries sazonalmente ajustadas.

Raízes unitárias sazonais

Supondo dados trimestrais e uma represetanção determinística para a sazonalidade, estima-se a seguinte equação:

$$\Delta y_t = \alpha_0 + \alpha_1 D_{1t} + \alpha_2 D_{2t} + \alpha_3 D_{3t} + \gamma y_{t-1} + \sum_{i=2}^{p} \beta_i \Delta y_{t-i+1} + \epsilon_t$$

em que D_{st} são variáveis binárias (dummies) sazonais. A hipótese nula (H_0) é que $\gamma = 0$ pode ser testada usando a estatística de Dickey-Fuller τ_μ.

Raízes unitárias sazonais

DICKEY, HASZA e FULLER (1984)[1] desenvolveram teste para detectar a presença de raiz unitária sazonal, o qual baseia-se no teste ADF.

Nesse caso, a ordem da diferença, é denominada de diferença sazonal e depende de sua regularidade:

1. Para séries mensais com sazonalidade anual, a diferença é de ordem 1 (d =12);

2. Para séries mensais com padrão semestral, a diferença é de ordem 2 (d = 6);

3. Para séries mensais com padrão trimestral, a diferença é de ordem 4 (d =4).

---

[1] DICKEY, David A.; HASZA, D.P.; FULLER, W.A. Testing for unit roots in seasonal time series. Journal of the American Statistical Association, v.79, p.355-67, 1984.

Raízes unitárias sazonais

Supondo dados trimestrais, o teste Dickey-Hasza-Fuller (DHF) tem como base a seguinte auto-regressão:

$$y_t = \sum_{s=1}^{4} \mu_s D_{st} + \beta t + \rho_4 y_{t-4} + \epsilon_t$$

em que D_{st} são variáveis binárias (dummies) sazonais, t é a tendência deterministica. A hipótese nula (H_0) é que $\rho_4 = 1$.

Outra forma de representar a equação é da forma:

$$\Delta^4 y_t = \gamma y_{t-4} + \beta t + \sum_{s=1}^{4} \mu_s D_{st} + \sum_{i=1}^{p} \lambda_i \Delta^4 y_{t-i} + \epsilon_t$$

em que $\Delta^4 y_t = y_t - y_{t-4}$ é a diferença sazonal.

A hipótese nula de uma raiz unitária ($H_0 : \gamma = 0$) pode ser testada usando as estatísticas de Dickey-Fuller $\tau, \tau_\mu, \tau_\tau$.

Raízes unitárias sazonais - Teste de HEGY

Teste proposto por Hylleberg, Engle, Granger and Yoo (HEGY) em 1990 [2]. Suponha dados trimestrais $\{y_t\}$ gerados por:

$$A(L)y_t = \epsilon_t$$

em que $A(L)$ é um polinômio de quarta ordem, tal que:

$$(1-\phi_1 L)(1+\phi_2 L)(1-i\phi_3 L)(1+i\phi_4 L)y_t = \epsilon_t$$

Se houver raiz unitária sazonal então $\phi_1 = \phi_2 = \phi_3 = \phi_4 = 1$, resultando em $(1-L^4)$. Porém há outras possibilidades:

1. Se $\phi_1 = 1$, y_t é um passeio aleatório;
2. Se $\phi_2 = 1$ a sequência se repete a cada seis meses, o que indicada uma raiz unitária semianual;
3. Se $\phi_3 = 1$ ou $\phi_4 = 1$: há uma raiz unitária de ciclo anual.

[2] Hylleberg, S., R. Engle, C. Granger, and B. Yoo. "Seasonal Integration and Cointegration". Journal of Econometrics, 44, 215–238, 1990.

Raízes unitárias sazonais - Teste de HEGY

Com base da expansão do polinômio, têm-se as séries auxiliares:

$$y1_{t-1} = y_{t-1} + y_{t-2} + y_{t-3} + y_{t-4}$$

$$y2_{t-1} = y_{t-1} - y_{t-2} + y_{t-3} - y_{t-4}$$

$$y3_{t-1} = y_{t-1} - y_{t-4}$$

tal que $y3_{t-2} = y_{t-2} - y_{t-4}$

Raízes unitárias sazonais - Teste de HEGY

Estima-se a regressão de Dickey-Fuller:

$$(1 - L^4)y_t = \gamma_1 y1_{t-1} - \gamma_2 y2_{t-1} + \gamma_5 y3_{t-1} - \gamma_6 y3_{t-2} + \epsilon_t$$

em que pode ser incluído os termos aumentados e os termos determinísticos, além de variáveis dummies sazonais.

A não rejeição de $\gamma_1 = 0$ pelo teste τ, existe raiz unitária não sazonal.

Se $\gamma_2 = 0$ não é rejeitada, existe uma raiz unitária semestral.

Se o teste conjunto F leva a não rejeitar a hipótese $\gamma_5 = \gamma_6 = 0$, há sazonalidade anual.

As hipóteses anteriores não são conjuntamente excludentes, o que significa que a série pode ter raízes unitárias semestral e anual simultaneamente, por exemplo.

Exemplos

Aplique o teste de HEGY e DHF na série do PIB Agropecuária do Brasil;