

## Testes de Raiz Unitária - Quebra Estrutural

### Bibliografia Básica:

- Enders, W. *Applied Econometric Time Series*. Cap. 4.
- Bueno, R. L. S. *Econometria de Séries Temporais*. Cap. 4.
- Box, G.E., Jenkins, G. M., Reinsel, G.C. & Ljung, G. M.(2016). *Time series analysis: forecasting and control*. Cap. 4.
- Morettin, P. A. *Análise de Séries Temporais*. Cap. 5.

# Quebra Estrutural

Análise e estudo de quebra estrutural estão associados com econometria de séries de tempo, sendo que por quebra estrutural entende-se que há uma ou mais mudanças no nível da série e/ou inclinação.

Mudanças nos parâmetros podem surgir em uma data precisa ou de uma evolução gradual ao longo de um período.

Estudos empíricos de séries de tempo são baseados na premissa de que a série temporal é estacionária, ou seja, seus parâmetros, como a média e variância, são estáveis no período analisado.

Abordagens para tratar a questão:

- 1) Testes que procuram identificar a existência de quebra estrutural;
- 2) Testes que buscam estimar a data da quebra;
- 3) Testes que examinam a relação entre raiz unitária e quebra estrutural

# Identificar a existência de quebra estrutural

Primeiros esforços: proposto por Chow (1960)<sup>1</sup>

## Teste de Chow:

Compara o modelo restrito (regressão até a data onde poderia existir uma quebra) contra o modelo irrestrito (toda informação), sendo a hipótese nula a ausência de quebra

Estatística do teste:

$$F = \frac{\hat{u}^T \hat{u} - \hat{u}_R^T \hat{u}_R}{\hat{u}_R^T \hat{u}_R / (n - 2k)}$$

sendo  $\hat{u}$  os resíduos do modelo irrestrito e  $\hat{u}_R$  os resíduos do modelo restrito.

Questão: Necessidade de se conhecer o momento da quebra.

---

<sup>1</sup>Chow, G. C. (1960), Tests of equality between sets of coefficients in two linear regressions, *Econometrica* 28(3), pp. 591-605.

# Identificar a existência de quebra estrutural

Questão: Necessidade de se conhecer o momento da quebra.

Zeileis et al (2002)<sup>2</sup>: implementou uma forma para realizar o teste para vários períodos a partir de uma janela de observações.

---

<sup>2</sup>Zeileis A., Leisch F., Hornik K., Kleiber C. (2002), strucchange: An R Package for Testing for Structural Change in Linear Regression Models, Journal of Statistical Software, 7(2), 1-38. doi:10.18637/jss.v007.i02.

# Identificar a existência de quebra estrutural

## Testes CUSUM e MOSUM:

utilizam a soma acumulada e móvel, respectivamente, dos resíduos recursivos da estimação, e suas variações OLS-CUSUM e OLS-MOSUM, que usam os resíduos de MQO, estão entre os mais populares testes de flutuações

Cálculo da estatística:

$$efp(s) = \frac{1}{\hat{\sigma}\sqrt{n}} \sum_{t=1}^{ns} \hat{\epsilon}_t$$

Perron (2005)<sup>3</sup> chama a atenção para o fato de que os testes baseados na estatística podem sofrer de baixo poder quando a hipótese alternativa possui mais quebras do que o explícito no teste.

---

<sup>3</sup>Perron, P. (2005), Dealing with structural breaks, in Mimeo forthcoming in the Palgrave Handbook of Econometrics, Volume 1: Econometric Theory

# Testes que buscam estimar a data da quebra

Teste de Bai & Perron (1998)<sup>4</sup>:

método para múltiplas quebras.

O método opera de forma sequencial:

1. Amostra é dividida em subamostras nos candidatos a quebra;
2. Os parâmetros são estimados por MQO, com o cálculo e armazenamento da soma dos quadrados dos resíduos (SQR);
3. Em seguida, o teste busca as datas das quebras que minimizam o SQR total, de toda a amostra
4. Número de quebras é escolhido segundo critérios de informação

Os testes sequenciais continuam até que a hipótese nula de ausência de quebra não seja rejeitada para cada subamostra

---

<sup>4</sup>Bai, J. & Perron, P. (1998), Estimating and testing linear models with multiple structural changes, *Econometrica* 66(1), 47-78.

# Quebras Estruturais

Perron (2005) pondera que o procedimento precisa ser realizado com cuidado, dado que são comuns os casos em que o procedimento é encerrado com subestimação do número de quebras.

# Exemplo

A partir dos dados da Taxa de Câmbio R\$/US\$ do arquivo dados Cambio.xlsx, verifique se há quebras estruturais.



# Teste de raiz unitária e quebra estrutural

- Na presença de quebra estrutural, os testes são viesados na direção da não rejeição da hipótese de raiz unitária.
- Perron (1989): teste de raiz unitária com quebra estrutural, em que se assume uma única e conhecida quebra estrutural usando-se toda a amostra disponível.
- Considerando um passeio aleatório com *drift*, há três tipos de quebras estruturais possíveis:
  1. uma mudança de nível da série;
  2. uma mudança de inclinação;
  3. ambas as mudanças.

# Quebra estrutural – Mudança de nível transitória

- Há uma quebra estrutural em  $T_b < T$ . Logo, há mudança de nível em  $T_b + 1$ :

$$H_0^A : y_t = \mu + \rho y_{t-1} + d_1 DP_t + \epsilon_t$$

$$DP_t = \begin{cases} 1, & \text{se } t = T_b + 1 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

em que  $DP_t$ : *dummy* de nível transitória (ou pulso).

Alternativa: o processo tendência estacionária tem mudança permanente de nível:

$$H_1^A : y_t = \mu + \delta t + d_2 DL_t + \epsilon_t$$

$$DL_t = \begin{cases} 1, & \text{se } t > T_b \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

em que  $DL_t$ : *dummy* de nível, cuja mudança é permanente.

# Quebra estrutural – Mudança Permanente de nível

- No caso em que há mudança permanente de nível no modelo com raiz unitária, a hipótese nula torna-se:

$$H_0^B : y_t = \mu + \rho y_{t-1} + d_2 DL_t + \epsilon_t$$

O modelo alternativo equivalente a esse caso é uma mudança permanente da inclinação, isto é:

$$H_1^B : y_t = \mu + \delta t + d_3 DS_t + \epsilon_t$$

$$DS_t = \begin{cases} t - T_b, & \text{se } t > T_b \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

em que  $DS_t$  é uma tendência determinística, efetiva a partir de  $T_b + 1$ , quando o choque já ocorreu.

# Quebra Estrutural – Mudança Permanente e Transitória de Nível

- No caso mais geral, há mudança transitória e permanente de nível:

$$H_0^C : y_t = \mu + \rho y_{t-1} + d_1 DP_t + d_2 DL_t + \epsilon_t$$

A hipótese alternativa é uma composição dos dois efeitos em um modelo determinístico com quebra estrutural:

$$H_1^C : y_t = \mu + \delta t + d_2 DL_t + d_3 DS_t + \epsilon_t$$

# Teste com Quebra Estrutural

1. Obtenha os resíduos,  $\hat{\epsilon}_t^h$ ,  $h = A, B, C$  estimando a hipótese alternativa:

$$\hat{\epsilon}_t^A = y_t - (\hat{\mu} + \hat{\delta}t + \hat{d}_2 DL_t); \text{ ou}$$

$$\hat{\epsilon}_t^B = y_t - (\hat{\mu} + \hat{\delta}t + \hat{d}_3 DS_t); \text{ ou}$$

$$\hat{\epsilon}_t^C = y_t - (\hat{\mu} + \hat{\delta}t + \hat{d}_2 DL_t + \hat{d}_3 DS_t).$$

- Estime a regressão:

$$\Delta \hat{\epsilon}_t^h = \alpha \hat{\epsilon}_{t-1}^h + \sum_{i=1}^p \beta_i \Delta \hat{\epsilon}_{t-1}^h + u_t$$

Sob a hipótese nula, os resíduos serão  $I(1)$ . Logo, espera-se que  $\alpha = 0$ . A distribuição de  $\alpha$  depende da proporção de observações havidas antes do choque,  $\lambda = \frac{T_p}{T}$ .

3. Compare o valor de  $\tau^h$  com aqueles gerados por Perron. Se  $\tau^h > v.c.$ , rejeita-se  $H_0$  de 1 raiz unitária.

- Perron, P. (1989). *The great crash, the oil price shock and the unit root hypothesis*. *Econometrica*, vol 57, pp. 1361–1401.
- Perron, P. (2005). *Dealing with Structural Breaks*. *Palgrave Handbook of Econometrics*, vol 1.
- Fava, V; Cati, R. C. (1995). *Mudanças no comportamento do PIB brasileiro: uma abordagem econométrica*. *Pesquisa e Planejamento Econômico*, vol 25, no. 2.

# Quebra Estrutural Desconhecida

- Após o artigo de Perron, P. (1989), surgiram alguns trabalhos propondo a endogeneidade da quebra estrutural:
  1. Zivot, E., Andrews, D. W. K. (1992). *Futher evidence on the great crash, the oil price shock and the unit root hypothesis*. Journal of Business and Economic Statistics, vol 10, pp. 251–270.
  2. Lee, J. and Strazicich, M. C. (2003). *Minimum Lagrange Multiplier Unit Root Test with Two Structural Breaks*. The reviews of Economics and Statistics, vol 85, no. 4, pp. 1082–1089.
  3. Ferreira, Al. L.; Silva, R. (2009). *Real Interest Rate Parity Decomposition*. Estudos Econômicos, vol 39, pp. 489–512.

# Quebra Estrutural Desconhecida

Zivot e Andrews (1992) argumentaram que a modelagem de Perron (1989) conduz a resultados em direção da rejeição da hipótese nula, pois a hipótese alternativa deveria tratar a quebra estrutural como desconhecida.

Propõem um modelo em que o ponto de quebra é escolhido de forma que a quebra estrutural obtenha o maior peso possível para se aceitar o modelo estacionário.

Hipótese nula é  $H_0 : y_t = \mu + y_{t-1} + \epsilon_t$ , sem qualquer quebra, contra as mesmas alternativas de Perron (1989), porém sem a variável *dummy* correspondente a  $DP_t$ .

O valor de  $\lambda$  é escolhido de forma a minimizar a estatística “t-Student”.



# Teste com Quebra Desconhecida no R

## 1. Pacote `urca`

### ■ Função `ur.za()`

```
ur.za(y, model = c("intercept", "trend", "both"),  
lag)
```

Verificar a existência de RU aplicando o teste de Raiz Unitária com Quebra Estrutural proposto por Zivot e Andrew para a série Câmbio.