



Universidade Federal do ABC

**BACHARELADO EM ENGENHARIA AEROESPACIAL**

**LABORATÓRIO DE GUIAGEM NAVEGAÇÃO E CONTROLE**

**RODRIGO VIDAL CABRAL**

**RA: 11059314**

**POUSO LUNAR**

**SÃO BERNARDO DO CAMPO**

**2018**

## 1. Introdução

Em missões espaciais, o pouso na superfície de um corpo celeste exige um grau de complexidade grande, já que, após todas etapas preliminares da missão espacial, como lançamento, manobras orbitais, dentre outras, é necessário a garantia de um pouso seguro para evitar o fracasso de toda missão. Com isso é necessário o estudo apurado das estratégias de pouso, como por exemplo, na Lua, que será o objeto de estudo deste trabalho. Sendo assim, para obter um pouso suave é desejável que ao tocar o solo a velocidade final do V/E seja nula, tanto em y, para evitar um choque com a superfície, quanto em x, para evitar capotamento. Sendo assim, o sucesso da missão depende dos estudos de dinâmica, controle e propulsão que definirão as estratégias adequadas. Logo, neste trabalho serão estudadas diferentes estratégias de aterrissagem para otimizar o pouso de um V/E na superfície da Lua.

## 2. Fundamentação teórica

Para modelamento do pouso lunar, pode-se utilizar as equações da cinemática relacionadas ao MUV (Movimento Retilíneo Uniformemente Variado), descrevendo o movimento do veículo espacial, onde:

$$\begin{cases} y = y_0 + \dot{y}_0 t + \frac{1}{2} \ddot{y} t^2 \\ \dot{y}^2 = \dot{y}_0^2 + 2\ddot{y}(y - y_0) \\ \dot{y} = \dot{y}_0 + \ddot{y} t \end{cases} \quad (1)$$

$$\sum \vec{F} = m_{VE} \cdot \vec{a} \quad (2)$$

Na eq. (2), foi complementado o modelamento, a partir da segunda lei de Newton, que irá contribuir para análise do trabalho realizado pelas forças externas ao corpo.

Considerando um propulsor de ângulo variável discreto, sem intermediários entre cada um deles, tem-se o seguinte diagrama de corpo livre das forças atuantes:

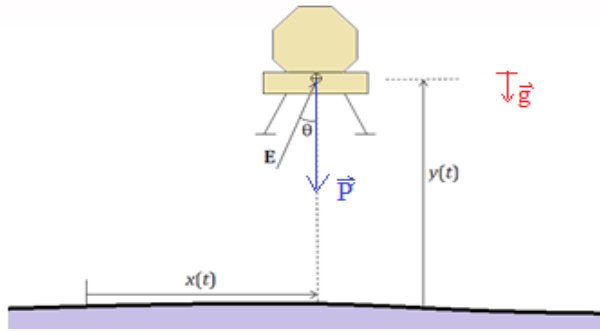


Figura 1- representação do VE [1].

As condições finais para o pouso suave são:  $y = 0$ ;  $\dot{y} = 0$ ;  $x \neq 0$ ;  $\dot{x} = 0$ . Assim, no instante em que o V/E toca o solo, suas velocidades devem ser nulas.

Com grande influência no fenômeno estudado, cria-se um vetor empuxo que está relacionado com as componentes em x e y, ocasionado pelo propulsor. Conforme segue:

$$\vec{E} = \begin{Bmatrix} E_x \\ E_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} E \sin\theta \\ E \cos\theta \end{Bmatrix} \quad (3)$$

Desconsidera-se a distância entre o centro de gravidade do veículo e do solo, devido a distância ser relativamente pequena, então, com essas hipóteses é possível ter uma aproximação dentro da margem de pouso suave do veículo.

### 3. Estudo numérico

De acordo com os dados fornecidos pela atividade [1], onde:  $[x \ y \ V_x \ V_y] = [0 \ 18 \ 0 \ -7]$  (posição em metros e velocidade em metros por segundo), tem-se o pouso de um veículo espacial a partir de uma altura específica com três ângulos possíveis de aplicação do propulsor conforme empuxo. No entanto, adota-se algumas simplificações para a resolução do problema, são elas: (1) Forças atuam no centro de massa do V/E; (3) O pouso deve ser suave; (4) Apenas os ângulos especificados serão utilizados, com mudanças discretas; (5) Uma vez acionado ou desligado, o jato de gás não poderá ser religado; (6) A superfície da Lua no local do pouso é plana; (7) A gravidade da Lua tem magnitude constante; (8) Fluxo de massa do propulsor constante (9) Massa do V/E é constante, mesmo com o fluxo do propulsor; (10) A intensidade do empuxo aplicado é constante; (11) referencial cartesiano.

O V/E estará sujeito a uma aceleração vertical para baixo denotada por  $g_{Lua}$  e também ao empuxo do propulsor, que representa uma força resultante em y para cima, então a força resultante aplicada no corpo será: aplicando a segunda lei de Newton na eq. (4) e isolando a aceleração, tem-se:

$$\vec{F} = \begin{Bmatrix} E_x \\ E_y - P \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} E \sin\theta \\ E \cos\theta - m_{VE} \cdot g_{Lua} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{E}{m_{VE}} \sin\theta \\ \ddot{y} = \frac{E}{m_{VE}} \cos\theta - g_{Lua} \end{cases} \quad (5)$$

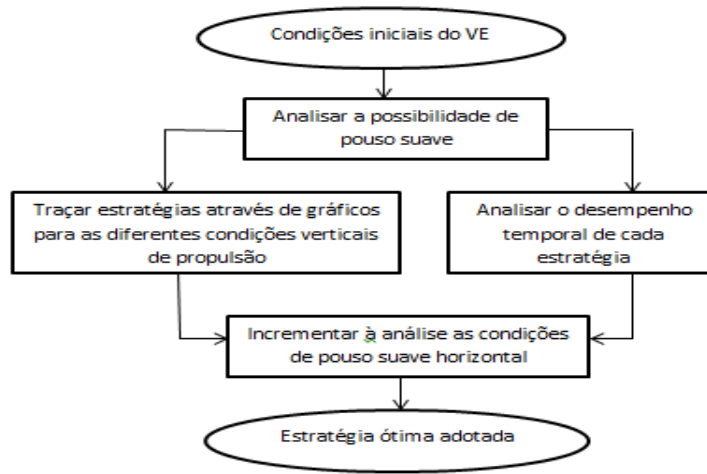


Figura 2 – Fluxograma do processo da atividade.

### 3.1. Pouso Lunar considerando apenas movimento vertical

Neste momento, pode-se desconsiderar as condições em x e utilizar a eq. (1) (Torricelli) para variação de posição e velocidade apenas em y. Substituindo na eq. (5), tem-se:

$$\dot{y}^2 = \dot{y}_0^2 + 2 \left( \frac{E}{m_{VE}} \cos\theta - g_{Lua} \right) \Delta y \rightarrow \Delta y = \frac{\dot{y}^2 - \dot{y}_0^2}{2 \left( \frac{E}{m_{VE}} \cos\theta - g_{Lua} \right)} \quad (6)$$

Com a eq. (6) é possível *plotar* as curvas de pouso suave para os diferentes ângulos de empuxo, podendo assim observar as regiões onde o pouso suave é realizado, para isso, é imposta a condição final de  $\dot{y} = 0$ . O gráfico escolhido para análise da melhor estratégia relaciona velocidade em y (eixo das abscissas) por posição em y (eixo das ordenadas). No entanto, para uma análise consistente, é necessário *plotar* também o ponto inicial do V/E e as curvas dos diferentes empuxos sem a condição de pouso suave. Para analisar o desempenho de cada

estratégia, considerando que o empuxo é constante, pode-se comparar os tempos de descida totais de cada estratégia, já que o tempo está diretamente relacionado ao consumo do propelente. Com isso, a partir da eq. (1), tem –se:

$$t = \frac{y - y_0}{\dot{y}}$$

### **3.2. Pouso Lunar considerando movimentos horizontal e vertical**

Para adicionar o movimento horizontal ao problema, deve-se trabalhar a variação da posição e velocidade do V/E ao longo do tempo. Para isso, aplica-se a partir da eq. (5) da aceleração, o integrador Range-Kutta ODE 45 do *software* MatLab®, que será a ferramenta numérica utilizada para realização deste trabalho. Vale lembrar que são utilizadas variáveis de estado para calcular cada termo desejado, já que o integrador realiza apenas integração de primeira ordem. Para cada estratégia haverá dois integradores, variando ângulos de propulsão, condições iniciais de posição e velocidade em ambas componentes e tempo. Vale ressaltar que as condições finais da primeira parte de cada estratégia servirá de condições iniciais da segunda parte da mesma.

## **4. Resultados e discussão**

Para uma melhor análise do fenômeno estudado, os resultados foram divididos em pouso suave somente vertical e vertical/horizontal, onde para o segundo, foi levada em consideração toda a análise do primeiro. Deve ser selecionada a estratégia ótima, ou seja, aquela na qual utiliza a menor quantidade de propelente e trocas de direções de empuxo.

### **4.1. Somente movimento vertical**

Através da análise gráfica, nota-se que apenas três estratégias são possíveis para as condições finais impostas, pois as demais representam algum tipo de interferência para o pouso suave, seja colisão, ou velocidade zero antes de chegar ao solo. Conforme gráfico:

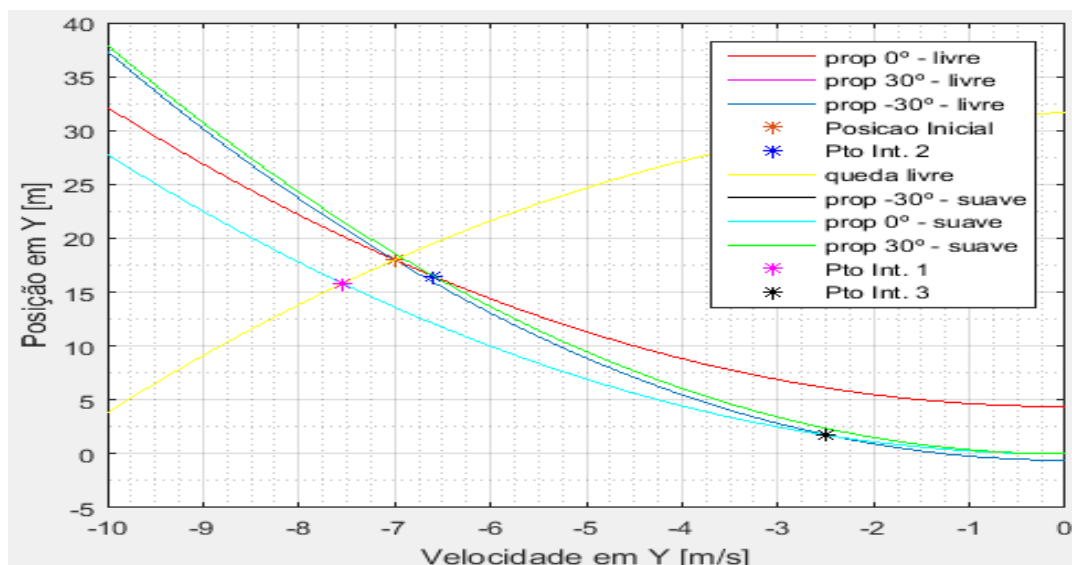


Figura 3: Representação das estratégias em pouso vertical.

Vale observar que as curvas para empuxo com inclinação de trinta graus e menos trinta graus geram o mesmo resultado efetivo, logo as curvas ficam sobrepostas.

A primeira estratégia será classificada pela trajetória iniciada em queda livre, passando para a curva de zero graus pouso suave, após um determinado tempo, representado pela intersecção um. A segunda estratégia inicia-se com o propulsor ligado em zero graus livre, e passa para o propulsor de trinta graus pouso suave a partir do ponto de intersecção dois. E por último, a terceira estratégia inicia-se com o propulsor ligado em trinta graus livre, passando para o propulsor em zero graus pouso suave, a partir do ponto de intersecção três. Dentro das três possibilidades, a melhor estratégia será escolhida a partir do melhor custo benefício, ou seja, aquele na qual apresenta o menor consumo de propelente. Em decorrência disso, levando em consideração que o fluxo de empuxo e consumo de propelente é constante, foi criada uma tabela com o tempo de propulsão de cada estratégia, conforme segue:

|                     | Queda livre | Prop. 0° | Prop. 30° | Total Prop. |
|---------------------|-------------|----------|-----------|-------------|
| <b>Estratégia 1</b> | 0.302       | 4.19     | -         | 4.19        |
| <b>Estratégia 2</b> | -           | 0.2395   | 4.9855    | 5.225       |
| <b>Estratégia 3</b> | -           | 1.342    | 3.475     | 4.817       |

Tabela 1: Tempo em segundos de cada estratégia

Por essa análise, conclui-se que a melhor estratégia adotando apenas pouso suave vertical é a estratégia um, pois representa o menor consumo de propelente.

## 4.2. Movimento vertical e horizontal

Agora, considerando as estratégias do item anterior, e descartando a primeira por questões óbvias, será analisada qual das duas restantes é ótima para o problema proposto.

Entre a estratégia dois e três, a terceira sobressai em relação a anterior, pois há um menor tempo de propulsão, ocasionando um melhor custo benefício. Para isso, foi *plotado* um gráfico considerando as variações em x, já sabendo da variação em y. Notou-se, que em decorrência da contribuição da componente do empuxo em x para o propulsor ligado em trinta graus, a velocidade horizontal divergia da origem desejada (nula). Para eliminar esse efeito, foi imposta uma mudança a mais no ângulo do propulsor, ou seja, ao invés de permanecer todo tempo (t) da primeira parte da estratégia com o propulsor em trinta graus, foi estabelecida uma mudança para o propulsor de menos trinta graus, exatamente na metade do tempo de duração total. Assim, a estratégia ótima resultou na seguinte configuração: inicia-se com o propulsor em trinta graus positivos, muda-se para menos trinta graus após  $t/2$  e por último finaliza-se com o propulsor em zero graus, com duração de tempo igual a análise inicial. Abaixo, tem-se a variação da posição e velocidade horizontal e vertical para o pouso suave. Vale ressaltar que foi utilizado pelo integrador um erro relativo igual a  $1 \cdot 10^{-8}$ , para uma melhor convergência do valor real.

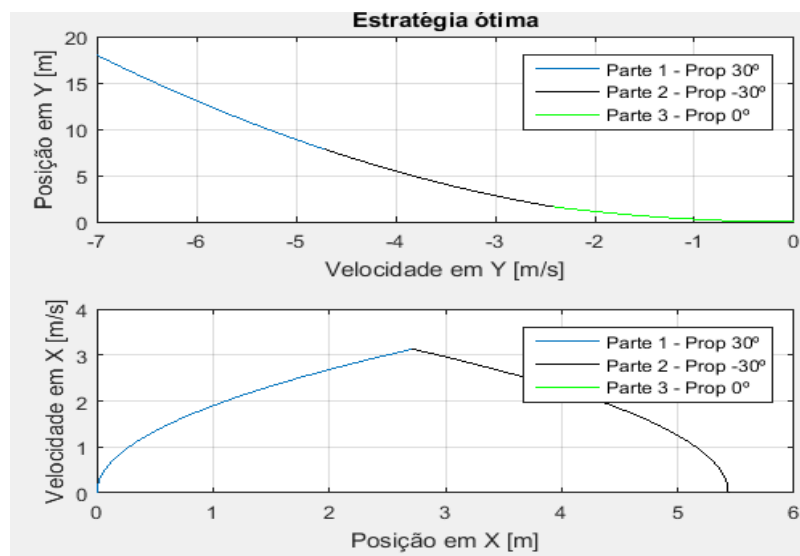


Figura 4: Representação gráfica – pouso suave vertical e horizontal

## 5. Conclusão

Foram traçadas diferentes estratégias de pouso suave de um veículo espacial na superfície da lua, ou seja, velocidades finais nulas. Para isso, foram modeladas a partir das equações de movimento retilíneo uniformemente variado e segunda lei de Newton. Para chegar na estratégia ótima, foi analisado o menor consumo de propelente, primeiramente adotando apenas variação de posição e velocidade vertical, e depois acrescentando variação horizontal. Uma das simplificações, dentre várias, foi considerar o fluxo constante na saída da tubeira, com isso o menor tempo de propulsão está diretamente relacionado com o menor consumo, e consequentemente melhor estratégia.

O pouso de um veículo espacial mostrou-se um problema crucial para sucesso de uma missão, sua complexidade justifica o alto investimento e estudo por parte da mecânica de voo. Embora adotadas várias simplificações para modelamento do fenômeno, com o intuito de tornar-se didático, vale ressaltar que na prática várias dessas simplificações devem ser minuciosamente trabalhadas pela engenharia para evitar uma catástrofe indesejada.

## 6. Referências

- [1] CELESTINO, C. C. Notas de Aulas da disciplina **ESTS006-17 – Laboratório de Guiagem Navegação e Controle (pdf)**. UFABC, 2018.
- [2] CURTIS, H. **Orbital Mechanics for Engineering Students**. Elsevier Aerospace Engineering Series, Elsevier, 2004.