## EN 2224 - Métodos Computacionais para Análise Estrutural - Laboratório -

Prof. Reyolando Brasil reyolando.brasil@ufabc.edu.br

Prof. Wesley Góis wesley.gois@ufabc.edu.br

## EXPERIÊNCIA 04 - Método das diferenças finitas.

- 1. Objetivos
  - Utilização do Método das diferenças finitas em 2D.
- 2. Lista de programas implementados em Matlab.
  - Arquivo "torce\_dif\_fin\_MCAE.m".
  - Arquivo "placa dif fin\_MCAE".

## PARTE 1

Considere a seção quadrada, de lados 4 cm, de um eixo sob torção simples, mostrado na Fig. 1. As tensões de cisalhamento podem ser derivadas de uma função de Prandtl, tal que

$$\tau_{xz} = \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \qquad \quad \tau_{yz} = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}$$

que satisfaça à equação diferencial

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = -2G\alpha$$

e  $\varphi = 0$  no contorno da seção.

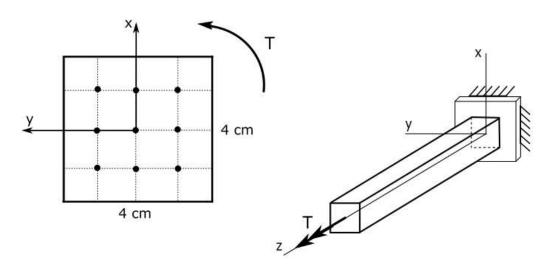


Figura 1: Torção em barra de seção quadrada de um eixo.

Experiência 4

O programa "torce\_dif\_fin\_MCAE.m" calcula aproximações de diferenças finitas para essa função nos pontos internos da seção determinados por uma malha regular, para  $G\alpha = 1$ . Na versão dada, o domínio foi discretizado em uma malha de 1 cm x 1 cm, que divide os lados em 4, resultando 9 pontos internos. Modifique o programa para malhas com 2 divisões, 8 divisões e 16 divisões e

- 1. Verifique para que valor converge a função no nó central da seção (eixo).
- 2. Verifique para que valor converge a tensão de cisalhamento no ponto da periferia da seção mais próximo do eixo, a máxima tensão.
- 3. Verifique para que valor converge o torque resultante das tensões de cisalhamento na seção, dado pelo dobro da integral de área da função de Prandtl no domínio da seção na forma:  $M_t = 2 \int \int \varphi dx dy$ .

## PARTE 2

Considerar uma placa de planta retangular de lados 3m x 2m, engastada nos lados de comprimento 2m (paralelos a y) e simplesmente apoiada nos lados de comprimento 3m (paralelos a x). O deslocamento vertical w dos pontos no interior do domínio é regido pela equação de Sophie-Germain/Lagrange

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{q}{D}, \text{ onde } q \text{ \'e a carga vertical por unidade de \'area, e } D = \frac{Et^3}{12(1-v^2)}$$

.

O programa "placa\_dif\_fin\_MCAE.m" calcula aproximações de diferenças finitas para essa função nos pontos internos da seção determinados por uma malha com o mesmo número de divisões em cada sentido . Na versão dada, o domínio foi discretizado com 4 divisões em cada sentido. Modifique o programa para malhas com 2 divisões, 8 divisões e 16 divisões e

- 1. Verifique para que valor converge a função w no nó central da placa.
- 2. Verifique para que valores convergem os momentos fletores em *x* e em *y* no ponto central da placa, sabendo que:

$$M_{x} = -D \left( \frac{\partial^{2} w}{\partial x^{2}} + v \frac{\partial^{2} w}{\partial y^{2}} \right)$$

$$\boldsymbol{M}_{y} = -D\left(\frac{\partial^{2} w}{\partial y^{2}} + v \frac{\partial^{2} w}{\partial x^{2}}\right)$$

Dados:  $E = 200 \text{ KN/m}^2$ ; v = 0.3;  $q = 2 \text{ KN/m}^2$ ; t = 0.02 m.

Experiência 4