Processos Estocásticos e Aplicações - BCC - 2º semestre de 2012

4^a Atividade EaD

Esta atividade corresponde a 4h/a, deverá ser entregue no dia da segunda avaliação individual e fará parte de 60% da nota final. Poderá ser feita em grupos de até 3 pessoas.

Questão 1: Para quais valores de $x, y \in z$ as matrizes

$$\left[\begin{array}{ccc} 0,5 & 0,1 & x \\ y & 0,2 & 0,4 \\ 0,3 & z & 0,1 \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{ccc} 0, 5 & 0, 1 & x \\ y & 0, 2 & 0, 4 \\ 0, 3 & z & 0, 1 \end{array}\right]$$

são matrizes estocásticas?

Questão 2: Os resultados de uma pesquisa revelam que 80% das filhas de mulheres trabalhadoras trabalham, enquanto só 30% das filhas de mulheres que não trabalham, o fazem. Esta situação pode ser modelada por uma cadeia de Markov $X = \{X_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ onde X_n representa o estatus laboral de uma mulher na geração n, isto é, o espaço de estados é $E = \{T, NT\}$ (T=mulher que trabalha, NT=mulher que não trabalha).

- a) Escreva a matriz de transição para este modelo.
- b) Desenhe um gráfico que represente esta cadeia.
- c) Se numa época determinada a proporção de mulheres trabalhadoras é de 30%, qual será a proporção das netas destas mulheres que trabalham?
- d) Calcule a probabilidade de que uma mulher e sua avó trabalhem.

Questão 3: Uma seguradora de carros classifica os seus clientes em três classes: não desejáveis, satisfatórios e preferenciais. A classificação de um cliente pode mudar de um ano para o outro. Não é possível passar de preferencial a não desejável nem viceversa. 40% dos segurados não desejáveis viram satisfatórios,

30% dos satisfatórios vira preferencial enquanto 10% deles viram não desejáveis e 20% dos preferenciais viram satisfatórios. Podemos representar esta situação usando uma cadeia de Markov $X=\{X_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ onde X_n representa a classificação de um cliente no ano. Temos portanto,

 $E = \{naodesejavel, satisfatorio, preferencial\}$

- a) Escreva a matriz de transição para este modelo.
- b) Desenhe um gráfico que represente esta cadeia.
- c) Calcule a probabilidade de um cliente preferencial continuar a sê-lo no próximo ano e virar satisfatório no ano seguinte.
- d) Calcule a probabilidade de um cliente não desejável virar satisfatório depois de dois anos.