

Processos Estocásticos e Aplicações - BCC - 2º semestre de 2012

6ª Atividade EaD

Esta atividade corresponde a 6h/a, deverá ser entregue no dia da segunda avaliação individual e fará parte de 60% da nota final. Poderá ser feita em grupos de até 3 pessoas. As contas podem ser feitas com o auxílio de um programa de computador.

Questão 1: Uma cadeia de Markov X_0, X_1, X_2, \dots , tem uma matriz de probabilidade de transição:

$$P = \begin{bmatrix} 0,3 & 0,2 & 0,5 \\ 0,5 & 0,1 & 0,4 \\ 0,5 & 0,2 & 0,3 \end{bmatrix}$$

e probabilidades iniciais $P(X_0 = 0) = 0,5$, $P(X_0 = 1) = 0,3$ e $P(X_0 = 2) = 0,2$. Determine:

- a) $P(X_2 = 0)$
- b) $P(X_3 = 0)$
- c) $P(X_0 = 0, X_1 = 0, X_2 = 0)$
- d) $P(X_0 = 0, X_3 = 2, X_6 = 3)$

Questão 2: Considere a cadeia de Markov cuja matriz de probabilidades de transição é:

$$P = \begin{bmatrix} 0,4 & 0,3 & 0,2 & 0,1 \\ 0,1 & 0,4 & 0,3 & 0,2 \\ 0,3 & 0,2 & 0,1 & 0,4 \\ 0,2 & 0,1 & 0,4 & 0,3 \end{bmatrix}$$

Suponha que a distribuição inicial é $P(X_0 = i) = \frac{1}{4}$, onde $i = 0, 1, 2$ ou 3

- a) $P(X_2 = 0)$
- b) $P(X_4 = 3)$

c) $P(X_0 = 0, X_1 = 1, X_2 = 2, X_3 = 3)$

Questão 3: A seguinte matriz é uma matriz de probabilidade de transição de uma única etapa de uma cadeia de Markov que descreve um sistema para clima. O estado 0 representa um dia ensolarado, o estado 1 um dia nublado, e o estado 2 um dia chuvoso.

$$P = \begin{bmatrix} 0,7 & 0,2 & 0,1 \\ 0,3 & 0,5 & 0,2 \\ 0,2 & 0,6 & 0,2 \end{bmatrix}$$

- a) Qual é a probabilidade de um dia ensolarado ser seguido por dois dias nublados?
- b) Dado que hoje está chuvoso, qual é a probabilidade de se ter um dia ensolarado depois de amanhã?
- c) Qual é a probabilidade de que daqui a 7 dias esteja ensolarado?

Questão 4: Certa máquina produtora de peças tem a característica de poder estar ajustada ou desajustada. Em determinado dia, se a máquina estiver ajustada, existe a probabilidade de 0,8 de que também esteja ajustada no dia seguinte e a probabilidade de 0,2 de que estará desajustada. Por outro lado, se em um dia a máquina estiver desajustada, há a probabilidade de 0,4 de que também o esteja no dia seguinte e de 0,6 de que esteja ajustada. Se no primeiro dia a máquina está ajustada, verificar a probabilidade de que também o esteja no quarto dia de operação.