Proyecto 2021

Estadísticas Ciencias de la Computación

Orientaciones metodológicas:

Fase I

Estudiantes David Guaty, Rodrigo Pino y Adrian Portales

Ejercicios

Ejercicio 1 *Genere una Población normal de tamaño 500, seleccione 8 muestras de tamaños varios(Muy mayor que 30, mayor que 30, 30, 20), 4 muestras con remplazo y 4 sin remplazo.*

a. *Calcule para cada una de las muestras los Estadísticos Descriptivos, de la Conferencia 1.*

b. *Calcúlelos en la población inicial. Analice las diferencias.*

c. *Grafique los resultados.*

d. *Para cada muestra calcule los intervalos de confianza para la media y la varianza.*

e. *Analice las diferencias en los resultados de las muestras de tamaños similares.*

Propuesta de distintos ejercicios de la clase, para desarrollar las habilidades a crear durante la clase.

Ejercicio 2 *De acuerdo a su set de datos(Equipo 10):*

a. *Utilice los Estadísticos Descriptivos estudiados en la Conferencia 1. Para describir el comportamiento de tres de sus variables. Seleccione las que sean más importantes y explique porque seleccionó estas.*

b. *Grafique los resultados.*

c. *Interprete los resultados en términos del problema.*

Ejercicio 3 *Analizando los datos del archivo "adult.data.csv"(Equipo 10), ¿Hay diferencias significativas entre el promedio de años dedicados a la educación y la cantidad de ingreso de los censados?*

Objetivos

- Aprender sobre el trabajo con los estadísticos descriptivos, estimación y prueba de hipótesis.
- Ganar experiencia en el trabajo con el lenguaje R.

Introducción

En este proyecto se ponen en práctica el uso y comparación con estadísticos descriptivos en poblaciones y muestras generadas con el lenguaje de programación R. También se trabaja con un conjunto de datos reales. En este caso, se trata de analizar el ingreso anual de un conjunto de individuos y caracterizar las variables que se consideran más importantes para el problema. Para ello se hacen pruebas de hipótesis y se usan gráficos de cajas e histogramas para mostrar los resultados, auxiliandose del lenguaje R.

Ejercicio 1

(código referente al ejercicio en exercise_1.R)

Diferencias entre las muestras y la población

Se genera una población inicial con 500 elementos y una distribución normal con media 0 y varianza 1. Luego se extraen 4 muestras sin remplazo, cada una de tamaño 200, 60, 30 y 20 respectivamente. Luego se extraen otras 4 de igual tamaño a las anteriores y con remplazo. Para cada muestra se calculan media, mediana,

varaiación y desviación estándar. Los datos son continuos y la probabilidad de que 2 datos sean iguales es teoricamente 0, por ende asumimos que la moda nunca existe.

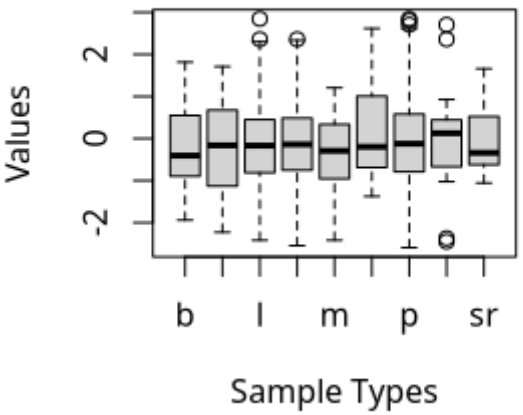
La exactitud de los estimadores puntuales fluctua en cada prueba realizada, la fluctuación es mayor o menor dependiendo del tamaño de las muestras.
Las muestras de mayor tamaño presentan estimadores más exactos, en cambio, las de menor tamaño suelen estar más alejadas del valor real. Esto se debe a que en las muestras más grandes cuando tienen un caso extremo no representativo de la población su impacto queda disminuido por el resto de los datos no extremos, mientras que en las muestras pequeñas la existencia de uno de estos altera considerablemente la información extraída.

Queda reflejada entonces una dependencia directa que existe entre los resultados de una muestra y la calidad de sus datos. Podemos deducir entonces la importancia de que las muestras esten compuestas por datos fiables, incluso más cuando la muestra es pequeña.

Para visualizar los resultados utilizamos un gráfico de cajas y bisagras y gráficos de barras. El primero por su propiedad para dar en una sola imagen percentiles, mediana, mínimo y máximo, además si las partes de las cajas se encunetran simetricas y centrada en los datos indica que estos siguen una dsitribución normal. El gráfico de barras lo utilizamos para visualizar las diferencias de la media, la varianza y los cuartiles en las distintas muestras y población.

Como ejemplo, en la figura[1] se puede apreciar un gráfico de cajas y bigotes distribuidos consecutivamente, donde cada gráfico corresponde a una muestra distinta. La caja de las muestras de tamaño 200 se encuentran generalmente alineadas y bien formadas, indicador de que sus datos mantienen la distribución normal de la población de la cual fueron extraídos. La representación de las otras muestras puede estar bien formadas o no. En este ejemplo es posible ver que las muestras pequeñas la caja esta deformada por lo que sus datos no son representativos de la población, al igual que la muestra de tamaño 60 sin remplazo, mientras que la muestra de tamaño 60 con remplazo sus datos están relativamente alineados con los de la población.

[1]Posible visualizar en mayor detalle cuando se ejecute el código.



p: población, l: muestra de tamaño 200, b: tamaño 60, m: tamaño 30 y s: tamaño 20. Si tiene r al final es muestra con remplazo

Intervalos de Confianza y diferencias entre las muestras de igual tamaño

Se estiman los intervalos de confianza para la media y la varianza con un nivel de signifación del 5 por ciento. Luego se comparan los resultados entre las muestras de mismo tamaño.

Durante todas las pruebas realizadas todos los intervalos de confianza fueron correctos, es decir, la media y la varianza de la población siempre estuvieron dentro de los intervalos calculados. La diferencia más notable que ocurrió de manera consistente en todas las pruebas realizadas fue la diferencia de tamaño en los intervalos entre las muestras con mayor cantidad de datos y menor cantidad respectivamente. Una muestra con menor cantidad de datos resulta en un intervalo de confianza más amplio. Esto se debe a que sus estimadores puntuales tiene una mayor probabilidad de ser inexactos y se compensa aumentando el rango del intervalo para garantizar la fiabilidad necesaria.

Durante nuestras pruebas no hubo una diferencia notable en los intervalos de confianza entre las muestras extraidas con remplazo y sin remplazo.

Ejercicio 2

El código referente a este ejercicio esta en el archivo exercise_2.R

El dataset contaba con valores faltantes. Para lidiar con este problema se realizó un preprocesamiento de los datos. Se tenían dos opciones: descartar dichos valores faltantes o sustituirlos por la media de los conocidos. Se optó por la última opción. De esta forma se obtuvo un conjunto de datos más limpio y completo que facilitó el trabajo en el posterior anális.

Como parte del análisis se tomaron tres variables que se consideraron las más importantes. Primeramente tomamos 'education', pues consideramos que el nivel de educación influye en gran medida en el salario de una persona. No suelen ganar lo mismo una persona con nivel universitario que una que solamente tiene un nivel medio-superior. La otra variable escogida para analizar fue 'occupation'. El salario de una persona está determinado principalmente por su profesión o el tipo de trabajo que realiza. Como tercera y última variable a analizar se tomó 'sex'. Se decidió tomar esta variable porque se sabe que en la actualidad todavía existen diferencias en cuanto al salario de dos personas que realizan el mismo trabajo en dependencia del sexo, por lo que resulto de interés trabajar con esta variable.

Para garantizar la veracidad de los planteamientos anteriores se hicieron pruebas de hipótesis para cada uno de estos atributos. El resultado coincidió. Tanto la educación como la ocupación y el sexo influyen significativamente en los ingresos anuales de una persona. Sin embargo, se decidió analizar el resto de variables y se pudo observar un hecho interesante: la gran mayoría de los atributos del dataset influyen significativamente en los ingresos anuales de una persona. Por lo que podemos decir que se hizo una muy buena selección de variables a la hora de recopilar información referente al problema.

Con respecto a los resultados obtenidos a través del análisis descriptivo de las tres variables escogidas, la tabla 4 los muestra .En las figuras de la 1 a la 6 se muestran algunos resultados gráficamente. En este caso, todas las variables escogidas eran categóricas por lo que se codificaron en valores enteros. En las tablas 1,2 y 3 se puede apreciar que valor representa cada número.

Interpretación de los resultados

En el caso de la ocupación la mediana fue 6(Exec-managerial) , lo que implica que la mayor parte de individuos (50%) que forman parte de la muestra se dedican a esta ocupación. La moda fue también 6, lo cual significa que es la ocupación a que más se repite entre los individuos de la muestra. El valor del coeficiente de variación es de 48% aproximadamente, por tanto los datos son muy heterogéneos.

En el caso de la educación la mediana fue 4 (HS-grad), lo cual indica que alrededor del 50% de los individuos tienen al menos nivel medio superior. La moda también fue 4, lo cual implica que la mayor parte de las personas tenían nivel medio superior en cuanto a educación. Por último, el valor del coeficiente de variación es de 86% aproximadamente por lo que los datos son muy heterogéneos.

Finalmente, para el sexo, se obtuvo que la mediana y el la moda tomaron el mismo valor: 2. Eso implica que los valores intermedios de los datos son de sexo masculino , y que estos individuos son los que tienen mayor presencia en el dataset.

Table 1: Valores numérico de las categorías de educación

Categoría	**Valor**
Bachelors	1
Some-college	2
11th	3
HS-grad	4
Prof-school	5
Assoc-acdm	6
Assoc-voc	7
9th	8
7th-8th	9
12th	10
Masters	11
1st-4th	12
10th	13
Doctorate	14
5th-6th	15
Preschool	16

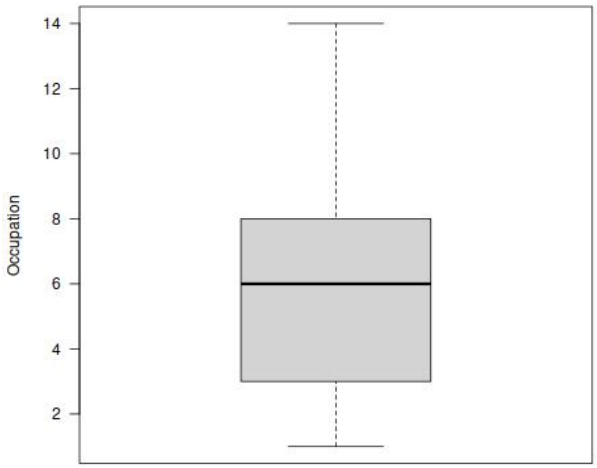


Figure 1: Boxplot para ocupación

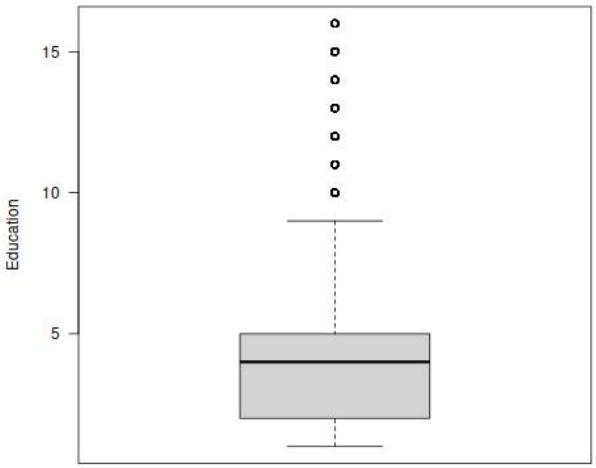


Figure 3: Boxplot para educación

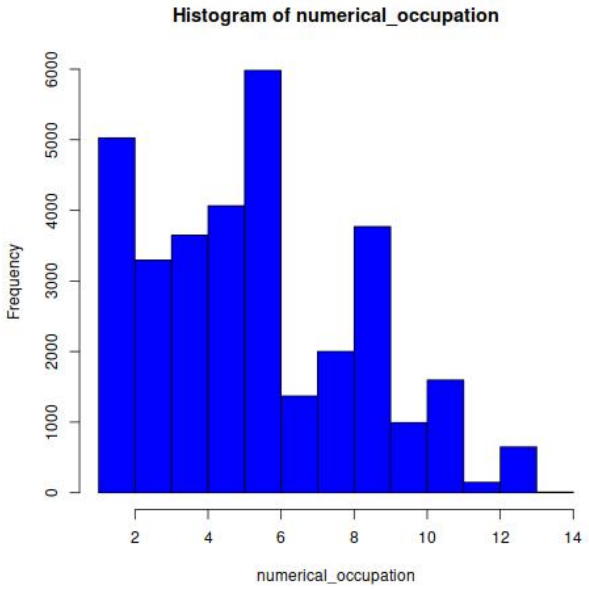


Figure 2: Histograma de ocupación

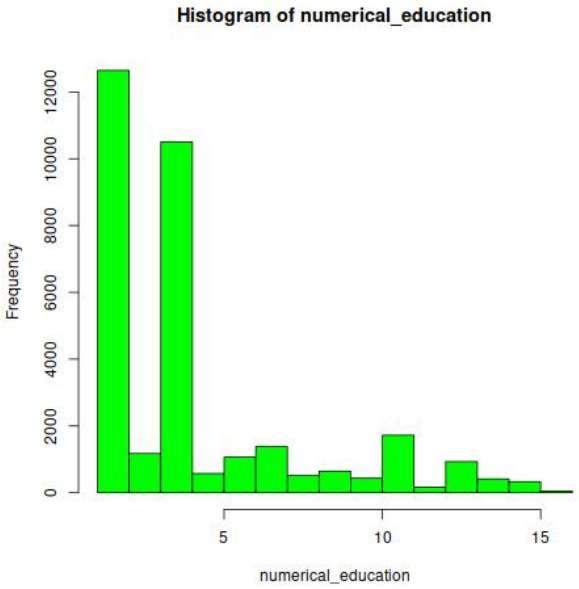


Figure 4: Histograma de educación

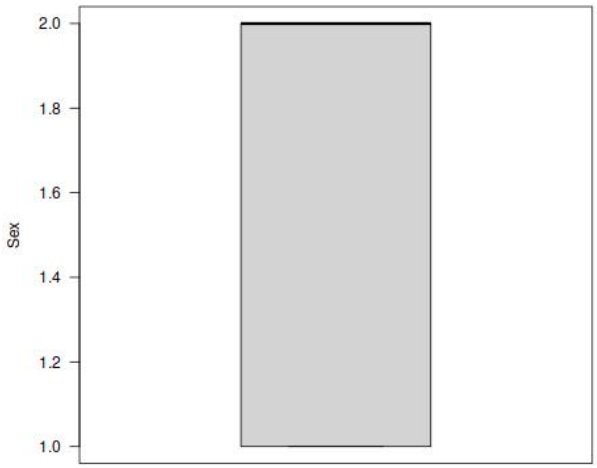


Figure 5: Boxplot para sexo

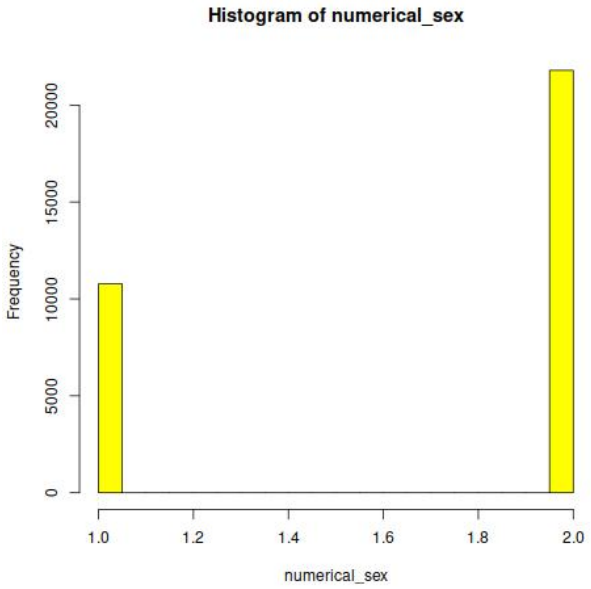


Figure 6: Histograma de sexo

Table 2: Valores numéricos de las categorías de ocupación

Categoría	**Valor**
Tech-support	1
Craft-repair	2
Other-service	3
Sales	4
Exec-managerial	5
Prof-specialty	6
Handlers-cleaners	7
Machine-op-inspct	8
Adm-clerical	9
Farming-fishing	10
Transport-moving	11
Priv-house-serv	12
Protective-serv	13
Armed-Forces	14

Table 3: Valores numéricos de las categorías de sexo

Categoría	**Valor**
Femenino	1
Masculino	2

Table 4:

Estadígrafo	**Ocupación**	**Educación**	**Sexo**
Media	6	4	2
Mediana	6	4	2
Varianza	8.35	11.98	0.22
DS	2.89	3.46	0.47
CV	0.48	0.86	0.23
Moda	6	4	2
Min	1	1	1
Lower-Hinge	3	2	1
Median	6	4	2
Upper-Hinge	8	5	2
Max	14	16	2

Ejercicio 3

El problema trata sobre comparar la medias de años de educacion de los grupos de ingresos $\leq 50K$ y $> 50K$, y ver si hay alguna diferencia significativa entre esas medias.

El código referente a este ejercicio esta en el archivo

exercise_3.R
Para lograr lo anterior se dividió todos los datos del archivo csv en dos grupos: un grupo tiene ingresos $\leq 50K$ y otro grupo tiene ingresos de $> 50K$.
Luego de realizar la división se escogieron dos muestras sin reemplazo de tamaño $N = 60$ cada una.
Por lo que el problema se reduce a una prueba de hipótesis para la comparación de las medias de dos poblaciones Normales.
Las hipótesis para la prueba que se escogieron fueron:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$$

Donde μ_1 es la media de años de educación de la población de personas que poseen ingresos por debajo de los $50K$(inclusivo) y μ_2 es la media de años de educación de la población de personas que poseen ingresos por encima de los $50K$.
Se asumió que no se conocían las varianzas de dichos grupos(o que era muy costoso calcularlas). Por lo que para hacer la prueba de hipótesis de la media se hace primero una prueba de hipótesis para la igualdad de las varianzas.

Parte del codigo para la hipotesis de varianza

```
result <- var.test(sample1,
sample2, alternative = "two.sided")
```

Luego de establecer la igualdad o desigualdad de varianza se procede a realizar la prueba de la media:

Parte del codigo para la hipotesis de la media

```
result <-t.test(sample1,sample2,
alternative = alt, var.equal = varequal)
```

Finalmente se compara el resultado del *p-value* de *result* con un valor α preestablecido y si es menor se rechaza la hipótesis nula.

Analíticamente

Se hace primero la prueba de varianza.
Los datos se tomaron del script referente al ejercicio.
$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$
$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{6.37}{5.13} = 1,24$$

$$F_{1-\alpha/2}(n_1 - 1, n_2 - 1) = F_{0.975}(59, 59) = 1.67$$

$$F_{\alpha/2}(n_1 - 1, n_2 - 1) = F_{0.025}(59, 59) = 0.597$$

Como $F > F_{\alpha/2}(n_1 - 1, n_2 - 1)$ y $F < F_{1-\alpha/2}(n_1 - 1, n_2 - 1)$ no se puede descartar H_0 por lo que se asume que $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$$T_{\bar{X}-\bar{Y}} = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}} \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 2)}{n_1 + n_2}} = 3.7$$

$$t_{1-\alpha/2}(n_1 + n_2 - 2) = t_{0.975}(116) = 1.98$$

Como $|T_{\bar{X}-\bar{Y}}| > t_{1-\alpha/2}(n_1+n_2-2)$ se cumple la región crítica y se descarta H_0 pudiendo afirmarse que se aprecian diferencias significativas.

Conclusiones

Mediante los métodos abordados en el proyecto se pueden describir características de las poblaciones para lograr un mejor entendimiento de lo que se tiene en una determinada situación. Además, podemos estimar parámetros de la población que no conocemos para lograr predecir comportamientos o eventos. También podemos comparar dos tipos de poblaciones por sus paramétros y llegar a conclusiones sobre que variables afectan más un determinado resultado que estamos estudiando.

Contribuciones de cada integrante

Para la realizacion del proyecto se siguió la siguiente estrategia:

- Un integrante escoge uno de los tres ejercicios y lo soluciona.
- Luego de solucionarlo, el integrante le explica el ejercicio a los otros dos integrantes y éstos a su vez actúan como adversarios y tratan de encontrarle algún fallo en el código o alguna explicación del informe que no esté muy clara.

Siguiendo esa estrategia los ejercicio se dividieron de la siguiente manera:

- Rodrigo Pino el ejercicio 1.
- Adrian Portales el ejercicio 2.
- David Guaty el ejercicio 3.