Universidade Federal de Roraima
Departamento de Ciência da Computação
Análise de Algoritmos

Rodrigo dos Santos Tavares

Lista 1

Questão 1:

(a) $n + (\log n) = \Theta(n)$

$0 \leq c_1 \times n \leq n + (\log n) \leq c_2 \times n$

Para $n = 2$:
$0 \leq 2c_1 \leq 2 + 1 \leq 2c_2$
$0 \leq 2c_1 \leq 3 \leq 2c_2$

Para $c_1 = 1$ e $c_2 = 2$:
$0 \leq 2 \leq 3 \leq 4$

Sim, é verdadeira.

(b) $(n+1)^2 = O(2n^2)$

$0 \leq n^2 < n^3 \times c$

Para $n = 2$ e $c = 1$:
$0 \leq 4 < 8$

(c) $(n+1)^2 = O(2n^2)$

$0 \leq (n+1)^2 \leq 2n^2 \times c$

Para $n = 3$:
$0 \leq 16 \leq 18c$

Para qualquer $c \geq 1$, a afirmação acima é verdadeira, portanto:
$(n+1)^2$ **é** $O(2n^2)$

(d) $n - 300 = \Theta(300n)$

$0 \leq c_1 \times 300n \leq n - 300 \leq c_2 \times 300n$

Para $n = 400$:
$0 \leq 120.000c_1 \leq 100 \leq 120.000c_2$

Questão 3:

(a)

$$\sum_{l=1}^{10000}\sum_{i=1}^{n-5}\sum_{j=i+2}^{n/2}\sum_{k=1}^{n} = 10000n^2 - 50000n$$

(b)

$$T(n) = \begin{cases} 1, & n = 1 \\ 3T(n/3) + \frac{5n}{3} - 2 \end{cases}$$

$T(n) = 3^1T(n/3^1) + 1 \times \frac{5n}{3} - 2 \times 3^0 =$
$T(n) = 3^2T(n/3^2) + 2 \times \frac{5n}{3} - 2 \times 3^1 - 2 \times 3^0 =$
$T(n) = 3^3T(n/3^2) + 3 \times \frac{5n}{3} - 2 \times 3^2 - 2 \times 3^1 - 2 \times 3^0$

$3^kT(n/3^k) + k \times \frac{5n}{3} - \sum_{i=0}^{k-1} 2 \times 3^i$

$k = \log_3 n$

$n + \log_3 n \times \frac{5n}{3} - 2\log_3 n \times n =$
$n + n\log_3 n \times \frac{5}{3} - 2n\log_3 n$

$T(n)$ é $O(n \log n)$

(c)

$$\sum_{i=1}^{n-2}\sum_{j=i+1}^{n}\sum_{k=1}^{j} = \frac{n^3}{3} - \frac{3n^2}{2} + \frac{17n}{2} - 1$$

(d)

$$T(n) = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 2T(n-1) + 1 \end{cases}$$

$\dots$

$2^kT(n-k) + \sum_{i=0}^{n-1} 2^i$

$k = n$

$2^{n+1} - 1$