

Universidade Federal de Roraima
Departamento de Ciência da Computação
Análise de Algoritmos

Rodrigo dos Santos Tavares

Lista 1

Questão 1:

(a) $n + (\log n) = \Theta(n)$

$$0 \leq c_1 \times n \leq n + (\log n) \leq c_2 \times n$$

Para $n = 2$:

$$0 \leq 2c_1 \leq 2 + 1 \leq 2c_2$$

$$0 \leq 2c_1 \leq 3 \leq 2c_2$$

Para $c_1 = 1$ e $c_2 = 2$:

$$0 \leq 2 \leq 3 \leq 4$$

Sim, é verdadeira.

Questão 3:

(a)

$$\sum_{l=1}^{10000} \sum_{i=1}^{n-5} \sum_{j=i+2}^{n/2} \sum_{k=1}^n = 10000n^2 - 50000n$$

(b)

$$T(n) = \begin{cases} 1, & n = 1 \\ 3T(n/3) + \frac{5n}{3} - 2 \end{cases}$$

$$T(n) = 3^1 T(n/3^1) + 1 \times \frac{5n}{3} - 2 \times 3^0 =$$

$$T(n) = 3^2 T(n/3^2) + 2 \times \frac{5n}{3} - 2 \times 3^1 - 2 \times 3^0 =$$

$$T(n) = 3^3 T(n/3^3) + 3 \times \frac{5n}{3} - 2 \times 3^2 - 2 \times 3^1 - 2 \times 3^0$$

$$3^k T(n/3^k) + k \times \frac{5n}{3} - \sum_{i=0}^{k-1} 2 \times 3^i$$

$$k = \log_3 n$$

$$n + \log_3 n \times \frac{5n}{3} - 2 \log_3 n \times n =$$

$$n + n \log_3 n \times \frac{5}{3} - 2n \log_3 n$$

$$T(n) \text{ é } O(n \log n)$$

(c)

$$\sum_{i=1}^{n-2} \sum_{j=i+1}^n \sum_{k=1}^j = \frac{n^3}{3} - \frac{3n^2}{2} + \frac{17n}{2} - 1$$

(d)

$$\begin{aligned} T(n) &= \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 2T(n-1) + 1 \end{cases} \\ &\dots \\ &2^k T(n-k) + \sum_{i=0}^{n-1} 2^i \\ &k = n \\ &2^{n+1} - 1 \end{aligned}$$