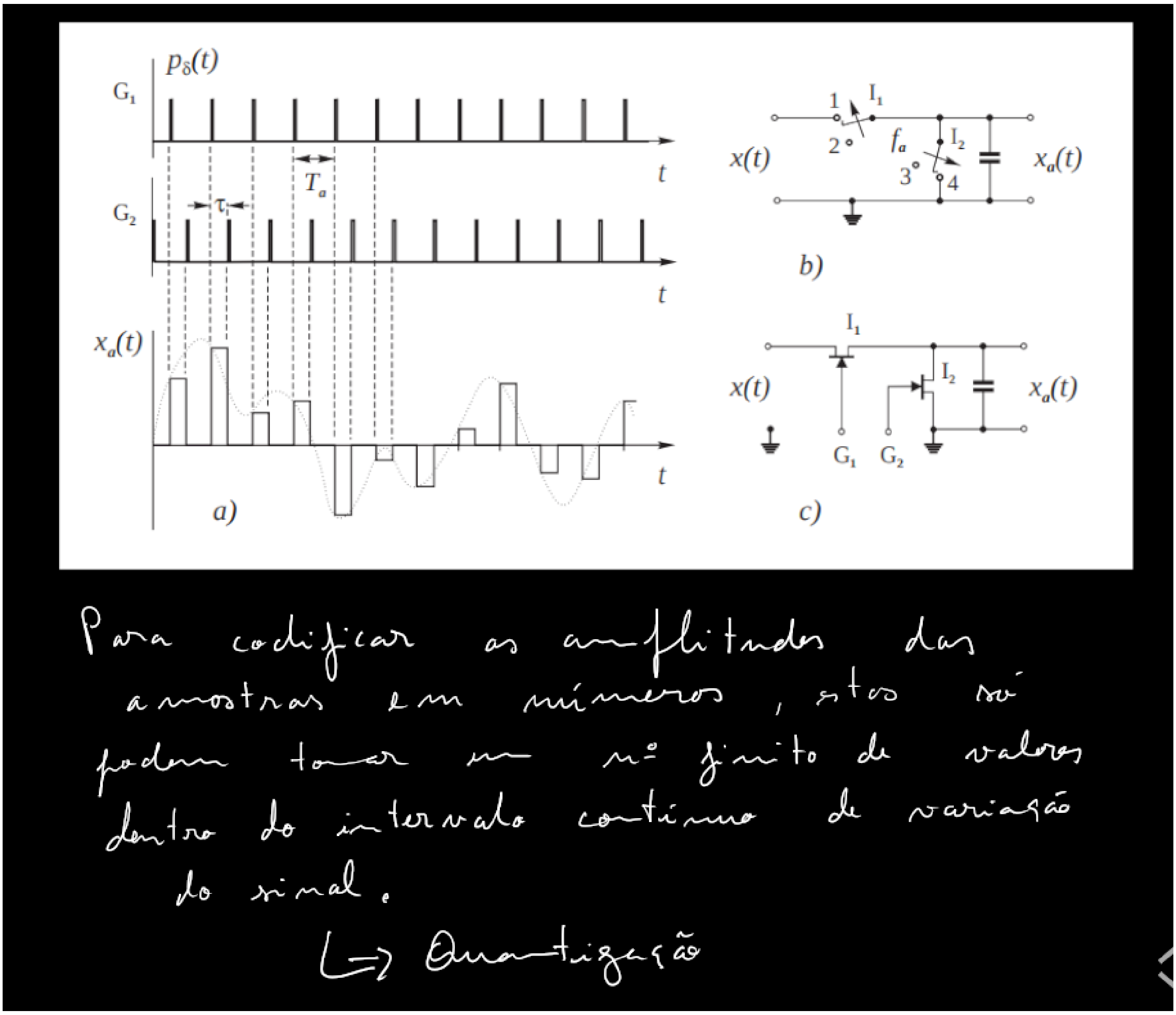
Quantização

Data: 14-10-2022 (uniforme) e 21-10-2022 (não-uniforme)
Tags: #FCD #SoftwareEngineering #uni

Acerca de amostragem: Teorema da Amostragem



Quantização uniforme

Um *quantizador* divide o intervalo de variação das amplitudes das amostras, $x_a(t)$, em q intervalos, ou níveis quânticos, e aproxima-as ao nível mais próximo $x_q(t)$.
Se os níveis quânticos estão **igualmente espaçados entre si**, a quantização diz-se **uniforme**.

Uma amostra quantizada de amplitude $x_q(t_1) = 5/q$ resulta de qualquer amostra cuja amplitude esteja situada no intervalo $4/q < x_a(t_1) < 6/q$. O número de níveis quânticos q a utilizar em cada situação depende da

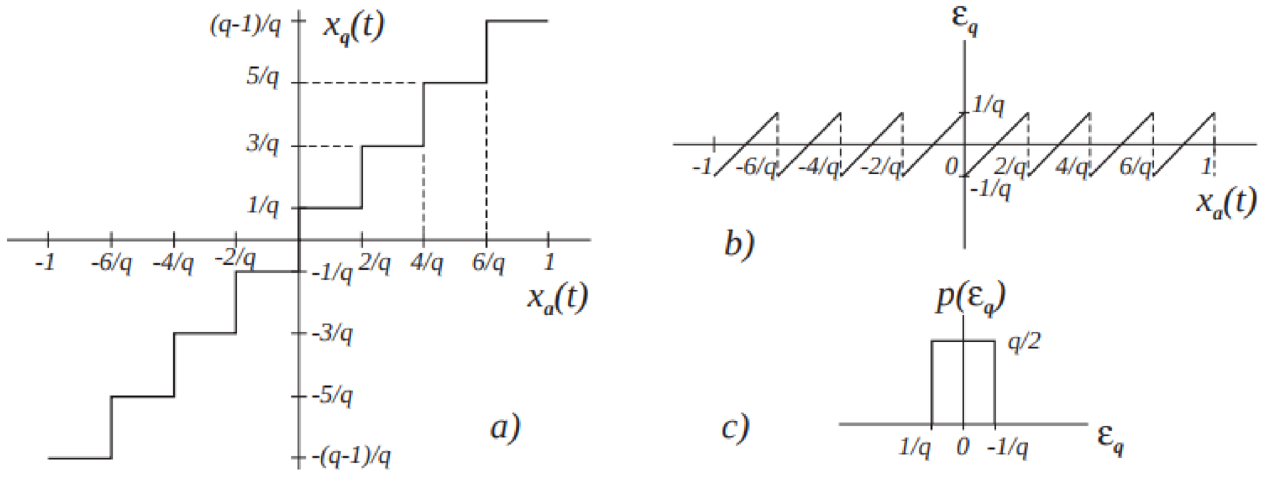


Figura 5.9: Funções característica e de erro da quantização uniforme

precisão com que se deseja representar digitalmente o sinal, ou seja, do número de dígitos, k, a utilizar. Regra geral a codificação é binária pelo que o valor de q mais aproriado será o de uma potência inteira de 2.

$$q = 2^k \qquad k = \log_2 q \tag{5.8}$$

Ruído de quantização

O erro de quantização de uma amostra, e_q, será a diferença

$$e_q = x_a(t) - x_q(t)$$

Portanto, o erro varia no intervalo $\frac{-1}{q} < e_q < +\frac{1}{q}$ e dado tratar-se de um intervalo normalmente muito pequeno, no qual se pode considerar que as amostras do sinal $x_a(t)$ se distribuem uniformemente, pode supor-se também que possui média nula e se distribui uniformemente nesse intervalo.

Supondo que os valores do erro e_q são independentes entre si, o seu valor quadrático médio (Variância) representa a podência do *ruído de quantização*, N_q. Assim, a potência do ruído de quantização é

$$N_q = \frac{q}{2}\int_{-1/q}^{1/q} e_q^2 p(e_q)\ de_q = (\ldots) = \frac{1}{3q^2}$$

que mostra que o ruído de quantização **decresce** quando o número de níveis de quantização aumenta. A razão entre a potência do sinal e a potência do ruído de quantização é

$$\frac{S}{N_q} = 3q^2 S$$

$$\frac{S}{N_q} \leq 3q^2$$

pois como estamos a considerar $|x(t)| \leq 1$ também a sua potência média será $S \leq 1$. O resultado é usualmente expresso em decibéis e em função do número de dígitos binários utilizados nos números que representam as amplitudes das amostras quantizadas, ou seja,

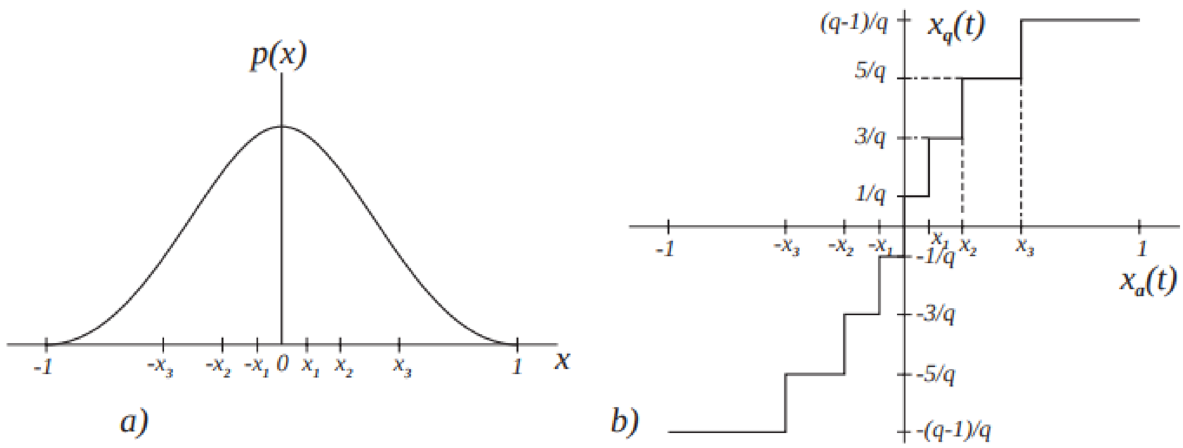
$$(\frac{S}{N_q})_{dB} \leq 10log_{10}(3 * 2^{2k})\ \ dB$$

$$(\frac{S}{N_q})_{dB} \leq 4.8 + 6.0k \ \ dB$$

No telefone digital utilizam-se oito dígitos para codificar cada amostra do sinal de voz, pelo que $k = 8$ e portanto $(S/N_q) \leq 52.8$ dB o que significa que a potência do ruído devido à quantização é cerca de 200 mil vezes inferior à do sinal, o que representa uma fidelidade muito boa quando o objetivo é manter a inteligibilidade e a identificação do interlocutor.

Quantização não-uniforme

Verifica-se que os sinais analógicos de informação possuem elevados valores de crista, isto é, ao longo do tempo a sua amplitude situa-se mais frequentemente na zona das amplitudes baixas do que na zona das amplitudes altas, facto que pode ser descrito pela relação $x_{max} >> x_{ef} = \sqrt{x^2}$.
Isto significa que a densidade das amplitudes perto do valor médio do sinal (normalmente o zero) decrescendo até aos valores de pico.



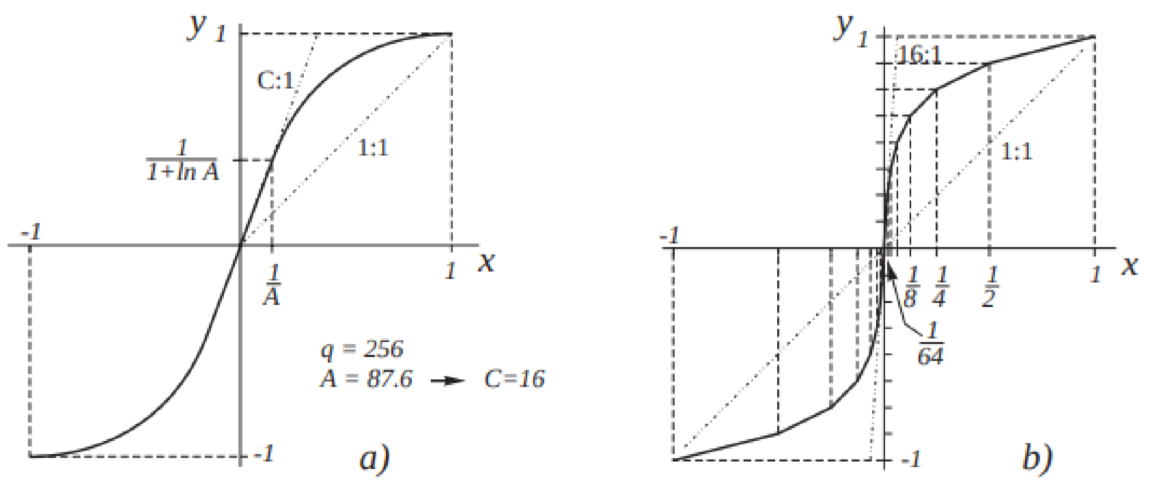
O valor médio de erro de quantização e portanto também a potência do ruído de quantização é mínima se os limiares de transição $\pm x_1, \pm x_2, ..., \pm x_{q/2-1}$ dos níveis quanticos estiverem menos espaçados para as amplitudes mais baixas e mais espaçados nas amplitudes mais altas o que significa uma quantização não-uniforme ou não-linear tal como se exemplifica na figura acima.

Porém, a realização de um quantizador não-uniforme é mais complexa e dispendiosa do que a de um quantizador uniforme.
O que se faz então na prática é utilizar um quantizador uniforme após uma *compressão* não-linear do sinal, em que as características do compressor são determinadas a partir de estudos experimentais com sinais representativos.

A partir de considerandos teórico-práticos chegou-se à conclusão que a característica do *compressor* que melhor *uniformiza* a densidade de probabilidade das amplitudes dos sinais que aparecem na prática (em especial os sinais de audio) é linear a partir da amplitude zero e até um certo valor ($1/A$) das amplitudes e depois logaritmica até ao seu valor máximo de acordo com a lei designada por *lei-A*:

$$y = \begin{cases} \dfrac{Ax}{1 + \ln A} & \text{para} \quad |x| \leq \dfrac{1}{A} \\ \dfrac{1 + \ln Ax}{1 + \ln A} & \text{para} \quad \dfrac{1}{A} < |x| \leq 1 \end{cases}$$

Nos casos práticos a lei-A de *companding* é aproximada por segmentos lineares. O declive de cada segmento representa a razão de compressão no correspondente intervalo de variação do sinal. Para a quantização a $q = 256$ níveis (8 bits) foi adoptada como norma uma aproximação poligonal de 13 segmentos em que o segmento central possui uma razão de compressão de 16:1 e as dos restantes estão em progressão geométrica de razão 1/2 como mostra a figura 5.11 *b*). O sinal comprimido é depois



Next: Conversão analógico a digital