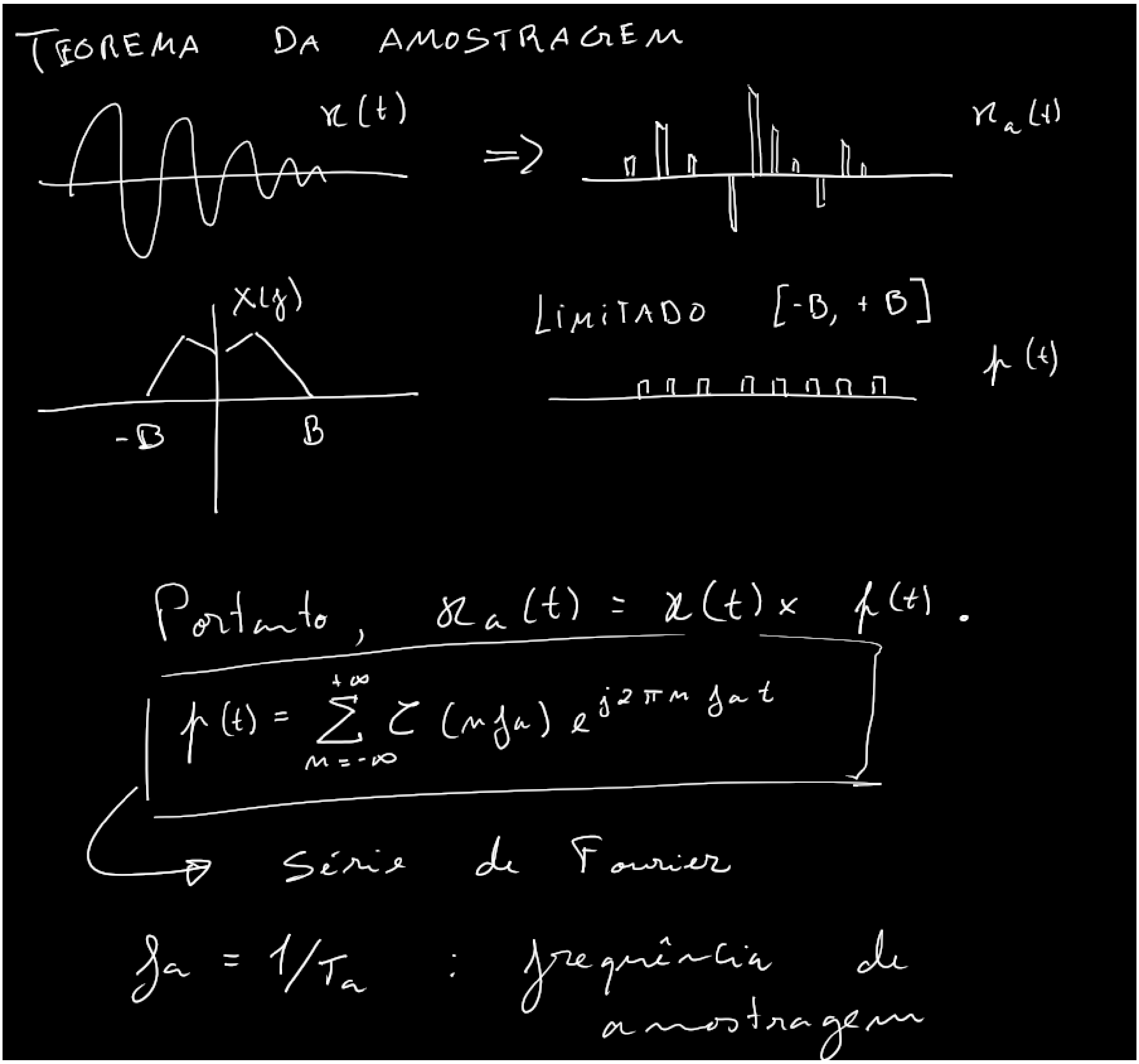
Teorema da Amostragem

Data: 14-10-2022
Tags: #FCD #SoftwareEngineering #uni

Ver: Espectro de um sinal



COEFICIENTES DA SÉRIE :

$$C(mf_a) = 1/T_a \int_{-T_a/2}^{+T_a/2} p(t)\, e^{-j2\pi m f_a t}\, dt$$

$$= f_a T \operatorname{sinc}(m f_a T)$$

ESPECTRO DO SINAL AMOSTRADO :

$$X_a(f) = \mathcal{F}[x(t) \times p(t)]$$

$$(\circ\circ\circ)$$

(1) $$X_a(f) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} C(mf_a) \cdot X(f - mf_a)$$

(1)

A última destas relações (5.4) diz que o espectro do sinal amostrado, $X_a(f)$ é a soma de infinitas réplicas do espectro $X(f)$ do sinal original cada uma delas deslocada na frequência de um múltiplo inteiro $n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ da frequência de amostragem, incluindo $n = 0$, ou seja, o espectro do sinal original. Cada réplica vem multiplicada por um factor de escala em amplitude de valor igual a $C(nf_a)$ mas como se está a supôr que τ é muito pequeno, a equação 5.3 dá $C(nf_a)$ praticamente constante.

Se a frequência de amostragem f_a fôr igual ou superior ao dobro da largura de banda B do sinal analógico $x(t)$ então as referidas réplicas do espectro de $x(t)$ encontram-se separadas umas das outras e o espectro de amplitude do sinal amostrado definido pela equação 5.4 tem a representação gráfica que se mostra na figura 5.3 Nestas condições, o sinal original pode efecti-

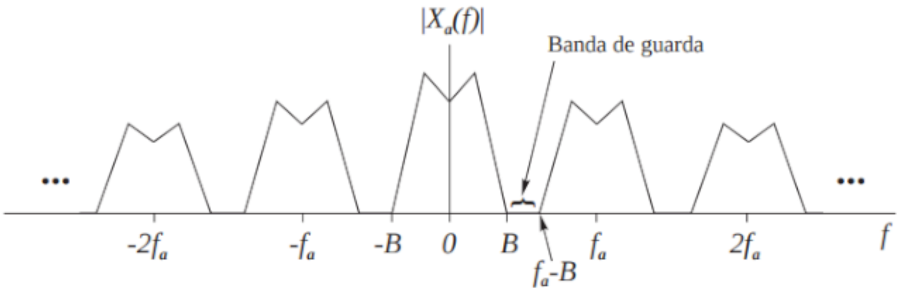
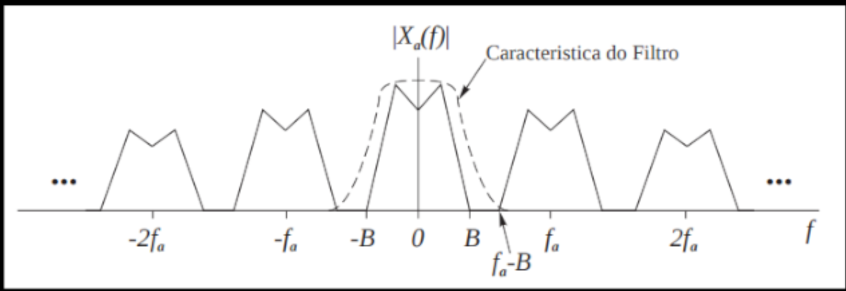


Figura 5.3: Espectro de amplitude do sinal amostrado $x_a(t)$, com $f_a > B$

vamente ser recuperado do sinal amostrado $x_a(t)$ bastando para isso que este seja filtrado por um filtro passa-baixo de largura de banda $B_T = B$. Deste modo, todas as réplicas serão eliminadas excepto a réplica central a que corresponde $n = 0$ que é exactamente o espectro do sinal analógico original $x(t)$. A figura 5.4 ilustra a operação de filtragem passa-baixo

OPERAÇÃO DE FILTRAGEM



$$X(f) = X_a(f) \cdot \Pi\left(\frac{f}{2B}\right)$$

$$\Longrightarrow f_a \geq 2B$$

Podendo, assim, o sinal ser recuperado através de filtragem.

Caso contrário, as réplicas do sinal original ficarão sobrepostas não sendo possível recuperá-lo

No entanto, na prática não se consegue um espetro limitado a uma banda de largura B Hz por duas razões:

(i) Não se conseguem realizar filtros ideais e

(ii) Os sinais na prática não possuem espectros de banda limitada. Por serem limitados no tempo, são ilimitados na frequência.

pelo que a frequência de amostragem utilizada é normalmente

$$f_a > 2B$$

Acerca de quantização: [Quantização]