



Cálculo para Engenharia

folha 1

2023'24

Algumas Revisões.

1. Resolva a equação $x^2 - 5x + 3 = 0$, completando os quadrados.
2. Determine m de tal forma que o trinómio $t(x) = (m - 2)x^2 - 2mx + 3m$ seja um quadrado perfeito.

3. Fatorize

- (a) o polinómio $p(x) = 2x^2 - 4x - 6$. (b) a expressão $x - 2\sqrt{x} - 8$.

4. Expanda $(a + b)^3$, com a e b números reais quaisquer.

5. Resolva a inequação $a + (b - c) > b - 2a$, em ordem a a .

6. Sejam x e y dois números reais tais que $x < y$.

De entre as seguintes afirmações, identifique, justificando, as que são verdadeiras e as que são falsas.

- (a) $|x| < |y|$ (c) $x^3 < y^3$
(b) $\sqrt{x} < \sqrt{y}$ ($x, y \geq 0$) (d) $\frac{1}{x} < \frac{1}{y}$ ($x, y \neq 0$)

7. Simplifique as expressões, definidas em subconjuntos de números reais, onde fazem sentido:

- (a) $\frac{(4 \cdot 3)^{10} + 4^9}{8^4}$ (d) $\frac{4x^2 - 3y + 6x - y^2}{4x^2 - y^2 - 6y - 9}$
(b) $\frac{3 - \frac{8}{11}}{9} - \frac{4}{11}$ (e) $\frac{4a^2 + 4a + 1 - m^2 - 2mk - k^2}{8a^2m + 4am - 4am^2 - 4amk}$
(c) $x^{\frac{5}{2}}(x^{-\frac{3}{2}} + 2x^{\frac{1}{2}} + 3x^{\frac{7}{2}})$ (f) $\frac{1+5a}{6a^2-6} + \frac{1}{3a+3} - \frac{1}{2a-2}$

8. Determine o quociente inteiro e o resto da divisão do polinómio $x^3 - 11x^2 + 37x - 30$ por $x^2 - 5x + 6$.

9. Represente em extensão os seguintes conjuntos:

- (a) $\{x \in \mathbb{R} : |x + 4| = 3\}$ (d) $\{x \in \mathbb{R} : (x^2 - 7)^2 = 0\}$
(b) $\{x \in \mathbb{R} : \sqrt{(x + 1)^2} = 3\}$ (e) $\{x \in \mathbb{R} : \sqrt{3x + 1} = 2x\}$
(c) $\{x \in \mathbb{R} : |x| = |x + 2|\}$ (f) $\{x \in \mathbb{R} : |x||x + 3| = 4\}$

10. Em cada uma das alíneas seguintes encontre números reais a e ε de modo a que a solução da inequação $|x - a| < \varepsilon$ seja o intervalo dado.

(a) $] - 2, 2[$

(c) $]0, 4[$

(b) $] - 4, 0[$

(d) $] - 3, 7[$

11. Exprima cada um dos conjuntos seguintes na forma de um intervalo ou de uma reunião de intervalos de números reais.

(a) $\{x \in \mathbb{R} : 1 - x \leq 2\}$

(l) $\{x \in \mathbb{R} : |x - 1| < |x - 2|\}$

(b) $\{x \in \mathbb{R} : 0 \leq 1 - 2x \leq 1\}$

(m) $\left\{x \in \mathbb{R} : \frac{1 - x}{2x + 3} > 0\right\}$

(c) $\{x \in \mathbb{R} : x^2 > 5\}$

(n) $\{x \in \mathbb{R} : |x + 2| + |x - 2| < 10\}$

(d) $\{x \in \mathbb{R} : x^2(x^2 - 1) \geq 0\}$

(o) $\{x \in \mathbb{R} : |x^2 - 1| \leq 1\}$

(e) $\{x \in \mathbb{R} : |5 - \frac{1}{x}| < 1\}$

(p) $\{x \in \mathbb{R} : 2x^2 \leq 4\}$

(f) $\{x \in \mathbb{R} : |3 - x| \geq 2\}$

(q) $\{x \in \mathbb{R} : 4 < x^2 < 9\}$

(g) $\{x \in \mathbb{R} : |5x + 2| \leq 1\}$

(h) $\{x \in \mathbb{R} : x^3 \geq 4x\}$

(r) $\left\{x \in \mathbb{R} : \frac{x}{x - 2} \leq 0\right\}$

(i) $\{x \in \mathbb{R} : 6x^2 - 5x \leq -1\}$

(s) $\{x \in \mathbb{R} : |x - 3| < 2|x|\}$

(j) $\{x \in \mathbb{R} : |3x - 2| \leq 1\}$

(t) $\{x \in \mathbb{R} : |x + 1| > |x - 3|\}$

(k) $\{x \in \mathbb{R} : 2 < |x| < 3\}$

12. Assinale o que está errado na seguinte demonstração.

Sejam a e b números reais tais que $a = b$. Então

$$\begin{aligned} a^2 = ab &\implies a^2 - b^2 = ab - b^2 \\ &\implies (a - b)(a + b) = b(a - b) \\ &\implies a + b = b \\ &\implies 2b = b \\ &\implies 2 = 1. \end{aligned}$$

13. Sejam x e y dois números reais tais que as expressões fazem sentido; seja $n \in \mathbb{N}$.

Indique, justificando, o valor lógico de cada uma das seguintes equações:

(a) $\sqrt{x + y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$

(d) $(xy)^n = x^n y^n$

(b) $\sqrt{xy} = \sqrt{x}\sqrt{y}$

(e) $\frac{1}{x + y} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

(c) $(x + y)^n = x^n + y^n$

(f) $|x + y| = |x| + |y|$