

Considerando un conjunto  $y_1, y_2, \dots, y_n$  de variables aleatorias independientes relacionadas con otras variables  $x_i$  que se asume conocida sin error.

Cada  $y_i$  tiene un valor medio  $\lambda_i$  desconocido y una varianza  $\sigma_i^2$  conocida. Las  $N$  medidas de  $y_i$  pueden considerarse como las medidas de un vector aleatorio  $N$ -dimensional con función de distribución de probabilidad

$$g(y_1, \dots, y_n; \lambda_1, \dots, \lambda_n, \sigma_1, \dots, \sigma_n) = \prod_{i=1}^N \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^2}} \exp \left[ -\frac{(y_i - \lambda_i)^2}{2\sigma_i^2} \right].$$

Se debe suponer además que el valor verdadero de las  $y_i$  es una función de la variable  $x$  que depende de un vector de parámetros desconocidos en principio.

$$\lambda = \lambda(x_i; \theta) \quad \theta = (\theta_1, \dots, \theta_m).$$

El objetivo de mínimos cuadrados es estimar el vector de parámetros  $\theta$ . Para establecer el método tomamos logaritmos en la función de distribución de probabilidad que describe los datos.

$$Ln(g) = A + Ln(\theta) \quad \text{donde}$$

$$A = \sum_{i=1}^N Ln \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^2}} \right]$$

$$Ln[L(\theta)] = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \frac{(y_i - \lambda_i)^2}{2\sigma_i^2}$$

Para obtener el mejor ajuste se debe minimizar la cantidad  $\chi^2$  definida por:

$$\chi^2(\theta) = \sum_{i=1}^N \frac{(y_i - \lambda_i)^2}{2\sigma_i^2}$$

Para minimizarla se debe cumplir que  $\frac{d\chi^2}{d\theta} = 0$ , entonces

$$\frac{d\chi^2}{d\theta} = \left[ \frac{d\lambda}{d\theta} \right]^2 - 2y_i \frac{d\lambda}{d\theta} = 0,$$

resolviendo la ecuación cuadrática se tiene que:

$$\frac{d\lambda}{d\theta} = y_i \pm y_i,$$

el mínimo se obtiene para  $2y_i$ , por lo que

$$\lambda(x_i, \theta) = ax_i + b.$$

Donde se  $a, b$  son constantes. Se ha tomado el hecho de que las  $y_i$  están relacionadas con las  $x_i$ . Así se ha mostrado que el método de mínimos cuadrados para una recta se obtiene de la minimización de la  $\chi^2$ .