

# Relatório 3º Projeto ASA 2023/2024

Grupo: AL116

Aluno(s): Rodrigo Freire (106485)

---

## Descrição do Problema e da Solução

Uma fábrica produz  $n$  tipos de brinquedos  $t_i, i \in \{1 \dots n\}$  com capacidade máxima  $c_i$  e lucro  $l_{t_i}$ . Além de haver uma capacidade máxima por brinquedo existe um limite máximo  $M$  de produção total de brinquedos. Adicionalmente, existe a opção de vender pacotes que contêm três brinquedos distintos. Cada pacote tem lucro  $l_{p_j}$  que é superior ao lucro somado dos três brinquedos vendidos em separado.

O objetivo, é maximizar o lucro total de forma a respeitar as restrições. Podemos formular este problema num de programação linear formulado da seguinte forma:

Variáveis:

- Seja  $T = \{t_i \mid 1 \leq i \leq n\}$ ,  $n \geq 1$  o conjunto de brinquedos. E seja  $l_{t_i}, c_{t_i}$  o lucro e capacidade máxima, respetivamente, de cada brinquedo  $t_i$
- Seja  $P = \begin{cases} \emptyset & \text{if } p = 0 \\ \{p_j \mid 1 \leq j \leq p\} & \text{if } p \geq 1 \end{cases}$  o conjunto de pacotes. E seja  $l_{p_j}$  o lucro de cada pacote  $p_j \supseteq \{t_{i_1}, t_{i_2}, t_{i_3}\}$ ,  $t_{i_1}, t_{i_2}, t_{i_3} \in T$

Função Objetivo:

$$\max \left( \sum_{t_i \in T} l_{t_i} \cdot t_i + \sum_{p_j \in P} l_{p_j} \cdot p_j \right)$$

Restrições:

- Limite total de brinquedos:  $(\sum_{t_i \in T} t_i + 3 \sum_{p_j \in P} p_j) \leq M$ ,  $t_i \geq 0$ ,  $p_j \geq 0$
- Capacidade máxima por brinquedo:  $(t_i + \sum_{r \in R_i} r) \leq c_{t_i}$ . Seja  $R_i$  o conjunto de todos os pacotes  $p$  que contêm o brinquedo  $t_i$ , designados por  $r_i$ .

## Análise Teórica

Complexidades em função do número de brinquedos ( $n$ ) e o número de pacotes ( $p$ ) :

- Como já definido,  $T, P$  representam os conjuntos das variáveis dos brinquedos e pacotes  $t_i, p_j$ . Existem  $n$  brinquedos e  $p$  pacotes. Logo:  $O(n + p)$
- Foi definida uma restrição global que representa o número máximo de brinquedos produzidos e  $n$  restrições para cada  $t_i$  que representam a capacidade máxima de cada brinquedo. Logo:  $O(1 + n) = O(n)$

## Avaliação Experimental dos Resultados

Foram geradas 50 instâncias com tamanho inicial  $N = 200$ ;  $P = 100$  ( $N + P = 300$ ) com um incremento de  $N += 200$ ;  $P += 100$  ( $(N + P) += 300$ ). De seguida, foram gerados 2 gráficos:

- Gráfico 1: Tempo de execução em função do tamanho do programa linear codificado (número de variáveis ( $N + P$ ) + número de restrições ( $N + 1$ ))
- Gráfico 2: Tempo de execução em função dos parâmetros do problema (número de brinquedos ( $N$ ) + número de pacotes ( $P$ ))

