

*Álgebra y Geometría*  
*Guía N° 1 Ejercicios Resueltos*  
*Primer Semestre 2017*  
*Instituto de Ciencias Básicas*

**Ejercicio:** Demuestre la siguiente ley de absorción:  $p \vee (p \wedge q) \equiv p$

**Solución:** Se realiza una tabla de verdad.

$p$	$q$	$p \wedge q$	$p \vee (p \wedge q)$
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	F
F	F	F	F

Observe que la columna asociada a  $p \vee (p \wedge q)$  coincide con la columna asociada a  $p$ . Así, la proposición  $p \vee (p \wedge q)$  es equivalente a la proposición  $p$ .

**Ejercicio:** Demuestre la siguiente proposición compuesta:

$$[\sim p \Rightarrow \sim (p \Rightarrow q)] \vee [(p \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow p]$$

es una tautología

- a) mediante álgebra de proposiciones.
- b) mediante una tabla de verdad.

**Solución:**

- a) Simplificando:

$$\begin{aligned}
 & [\sim p \Rightarrow \sim (p \Rightarrow q)] \vee [(p \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow p] \\
 \equiv & [p \vee \sim (p \Rightarrow q)] \vee [(p \wedge (\sim p \vee q)) \Rightarrow p] \\
 \equiv & [p \vee \sim (\sim p \vee q)] \vee [(p \wedge \sim p) \vee (p \wedge q) \Rightarrow p] \\
 \equiv & \underbrace{[p \vee (p \wedge \sim q)]}_{p \text{ (ley absorción)}} \vee [(F \vee (p \wedge q)) \Rightarrow p] \\
 \equiv & p \vee [(p \wedge q) \Rightarrow p] \\
 \equiv & p \vee [\sim (p \wedge q) \vee p] \\
 \equiv & p \vee [\sim p \vee \sim q \vee p] \\
 \equiv & p \vee [(\sim p \vee p) \vee \sim q] \\
 \equiv & p \vee [V \vee \sim q] \\
 \equiv & p \vee V \\
 \equiv & V
 \end{aligned}$$

b) Tabla de verdad:

$p$	$q$	$\sim p$	$p \Rightarrow q$	$\sim (p \Rightarrow q)$	$\sim p \Rightarrow \sim (p \Rightarrow q) (*)$	$p \wedge (p \Rightarrow q)$	$(p \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow p (**)$	$(*) \vee (**)$
V	V	F	V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V	F	V	V
F	V	V	V	F	F	F	V	V
F	F	V	V	F	F	F	V	V

**Ejercicio:** Simplifique las expresiones:

a)  $\sim [(p \Rightarrow q) \wedge (\sim p \Rightarrow q)]$

b)  $[(p \Leftrightarrow \sim q) \wedge (q \wedge \sim p)]$

**Solución:**

a)

$$\begin{aligned}
 & \sim [(p \Rightarrow q) \wedge (\sim p \Rightarrow q)] \\
 \equiv & \sim [(\sim p \vee q) \wedge (p \vee q)] \\
 \equiv & \sim [(\sim p \wedge p) \vee q] \\
 \equiv & \sim [F \vee q] \\
 \equiv & \sim q
 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}
 & [(p \Leftrightarrow \sim q) \wedge (q \wedge \sim p)] \\
 \equiv & \left[ \left( (p \Rightarrow \sim q) \wedge (\sim q \Rightarrow p) \right) \wedge q \wedge \sim p \right] \\
 \equiv & (p \Rightarrow \sim q) \wedge (\sim q \Rightarrow p) \wedge q \wedge \sim p \\
 \equiv & (\sim p \vee \sim q) \wedge \underbrace{(q \vee p)}_q \wedge q \wedge \sim p \\
 \equiv & (\sim p \vee \sim q) \wedge q \wedge \sim p \\
 \equiv & \underbrace{(\sim p \vee \sim q)}_{\sim p} \wedge \sim p \wedge q \\
 \equiv & \sim p \wedge q
 \end{aligned}$$

**Ejercicio:** Se sabe que la proposición  $[(q \Leftrightarrow p) \wedge \sim q] \Rightarrow (p \wedge \sim q)$  es falsa. Determine los valores de verdad de  $p$  y  $q$ .

**Solución:**

Observe que la proposición consiste en una implicancia cuyo antecedente es  $(q \Leftrightarrow p) \wedge \sim q$  y cuyo consecuente es  $p \wedge \sim q$ .

El único caso en que la implicancia entrega un resultado falso es que el antecedente sea verdadero y el consecuente sea falso. Entonces,

$$\begin{aligned} & [(q \Leftrightarrow p) \wedge \sim q] \Rightarrow (p \wedge \sim q) \equiv F \\ \Leftrightarrow & [(q \Leftrightarrow p) \wedge \sim q] \equiv V \quad \wedge \quad (p \wedge \sim q) \equiv F \\ \Leftrightarrow & [q \Leftrightarrow p \equiv V \wedge \sim q \equiv V] \quad \wedge \quad (p \wedge \sim q) \equiv F \\ \Leftrightarrow & [q \Leftrightarrow p \equiv V \wedge q \equiv F] \quad \wedge \quad (p \wedge \sim q) \equiv F \\ \Leftrightarrow & (q \equiv F) \wedge (q \Leftrightarrow p \equiv V) \wedge (p \wedge \sim q \equiv F) \\ \Leftrightarrow & (q \equiv F) \wedge (F \Leftrightarrow p \equiv V) \wedge (p \wedge \sim F \equiv F) \\ \Leftrightarrow & (q \equiv F) \wedge (p \equiv F) \wedge (p \wedge V \equiv F) \\ \Leftrightarrow & (q \equiv F) \wedge (p \equiv F) \end{aligned}$$

Luego, tanto  $p$  como  $q$  son falsas.

**Ejercicio:** Se sabe que  $[(p \wedge \sim q) \Rightarrow r] \Rightarrow (\sim p \vee \sim s)$  es falsa, y que  $(\sim s \vee \sim r)$  es verdadera. Encuentre los valores de verdad de  $p, q, r$  y  $s$ .

**Solución:**

De la primera proposición, se deduce que  $(p \wedge \sim q) \Rightarrow r \equiv V$  y que  $(\sim p \vee \sim s) \equiv F$ .

Si  $(\sim p \vee \sim s) \equiv F$  entonces  $p \wedge s \equiv V$ , por lo que  $p \equiv V$  y  $s \equiv V$ .

Por otro lado, considerando que  $s \equiv V$ , la segunda proposición entrega como información que  $(\sim V \vee \sim r) \equiv V$ , es decir  $\sim r \equiv V$ , por lo que  $r \equiv F$ .

Finalmente, considerando estos valores de verdad, en conjunto con la primera proposición, se tiene que  $(V \wedge \sim q) \Rightarrow F \equiv V$ , es decir  $\sim q \Rightarrow F \equiv V$ . En otras palabras,  $\sim q \equiv F$ , y así  $q \equiv V$ .

En conclusión:  $p, q, s$  son verdaderas, y  $r$  es falsa.