udp Instituto de Ciencias Básicas
FACULTAD DE INGENIERÍA

Cálculo II

Ayudantía N°1 - Ejercicio N°3

Primer Semestre 2017

3. Use integración por partes para demostrar la fórmula de reducción

$$\int (\ln x)^n dx = x\big(\ln x\big)^n - n\int \big(\ln x\big)^{n-1} dx$$

y úsela para calcular $\int (\ln x)^7 dx$

Solución:
$\int (\ln x)^n dx = x\big(\ln x\big)^n - n\int \big(\ln x\big)^{n-1} dx$

Usando integración por partes:

$$u = (\ln(x))^n \qquad v = x$$
$$du = n\frac{(\ln(x))^{(n-1)}}{x}\, dx \qquad dv = dx$$

Obtenemos lo siguiente:

$$\begin{aligned}\int (\ln x)^n dx &= x(\ln(x))^n - \int xn\frac{(\ln(x))^{(n-1)}}{x}\, dx \\ &= x(\ln(x))^n - n\int (\ln(x))^{(n-1)}\, dx\end{aligned}$$

De esta forma queda demostrado que:

$$\int (\ln x)^n dx = x\big(\ln x\big)^n - n\int \big(\ln x\big)^{n-1} dx$$

Calculando $\int (\ln x)^7 dx$

$$\begin{aligned}\int (\ln x)^7 dx &= x(\ln x)^7 - 7(x(\ln x)^6 - 6(x(\ln x)^5 - 5(x(\ln x)^4 - 4(x(\ln x)^3 - 3(x(\ln x)^2 - 2(x\ln x - x(\ln x)^0)))))) \\ &= x(\ln x)^7 - 7x(\ln x)^6 + 42x(\ln x)^5 - 210x(\ln x)^4 + 840x(\ln x)^3 - 2520x(\ln x)^2 + 5040x\ln x - 5040x + C\end{aligned}$$