

Cálculo II  
Ayudantía N°1 - Ejercicio N°3  
Primer Semestre 2017

3. Use integración por partes para demostrar la fórmula de reducción

$$\int (\ln x)^n dx = x(\ln x)^n - n \int (\ln x)^{n-1} dx$$

y úsela para calcular  $\int (\ln x)^7 dx$

Solución:

$$\int (\ln x)^n dx = x(\ln x)^n - n \int (\ln x)^{n-1} dx$$

Usando integración por partes:

$$\begin{aligned} u &= (\ln(x))^n & v &= x \\ du &= n \frac{(\ln(x))^{(n-1)}}{x} dx & dv &= dx \end{aligned}$$

Obtenemos lo siguiente: (1 punto por plantear la integración por partes)

$$\begin{aligned} \int (\ln x)^n dx &= x(\ln(x))^n - \int x n \frac{(\ln(x))^{(n-1)}}{x} dx \\ &= x(\ln(x))^n - n \int (\ln(x))^{(n-1)} dx \end{aligned}$$

De esta forma queda demostrado que:

$$\int (\ln x)^n dx = x(\ln x)^n - n \int (\ln x)^{n-1} dx$$

1 punto por demostrar la expresión pedida

Calculando  $\int (\ln x)^7 dx$

$$\begin{aligned} \int (\ln x)^7 dx &= x(\ln x)^7 - 7(x(\ln x)^6 - 6(x(\ln x)^5 - 5(x(\ln x)^4 - 4(x(\ln x)^3 - 3(x(\ln x)^2 - 2(x \ln x - x(\ln x)^0)))))) \\ &= x(\ln x)^7 - 7x(\ln x)^6 + 42x(\ln x)^5 - 210x(\ln x)^4 + 840x(\ln x)^3 - 2520x(\ln x)^2 + 5040x \ln x - 5040x + C \end{aligned}$$

1 punto por calcular la integral