Visão e Processamento de Imagens - Avaliação única - Parte II

Preste atenção para as regras da prova

1- O fonte latex (.tex) da prova será disponibilizado para facilitar que você não tenha que copiar o enunciado das questões. Todas as questões devem ser respondidas no mesmo arquivo.
2- A prova é **individual**. É permitido a consulta a livros, apontamentos ou Internet, desde que devidamente referenciada. Não é permitida a consulta a colegas, amigos, família, cachorro, papagaio e etc.
3- A prova deve ser entregue diretamente no Paca, assim como todos os códigos e imagens devem ser entregues no mesmo arquivo comprimido. **Duração da prova: 14 dias**.
4- Cada questão vale 20 pontos (pois são apenas 3 questões) para a graduação e 15 pontos para a pós-graduação (pois são 4 questões).

Q1. Para fazer esta questão, leia primeiro o artigo abaixo:

- `http://www.eecs.berkeley.edu/Pubs/TechRpts/2015/EECS-2015-85.pdf`
- Faça um resumo do artigo de acordo com as indicações que deixei no paca (artigos sobre como fazer um resumo).

  TODO
- Implemente o método ELA (Error Level Analysis) em Python (apresente o **algoritmo** na prova e anexe o código em Python no arquivo zip).

  Abaixo o trecho onde o algoritmo efetivamente foi implementado. O código completo está em **source/ela.py**.

```python
import os
from PIL import Image, ImageChops, ImageEnhance
from time import gmtime, strftime

# you can change the image directory here
HOAX_IMAGES = './HoaxImages/'

def check_image(img_path, scale=20.0, show=False):
    """ Compute the Error Level Analysis for the given
      image

    Save a copy of the given image changing its quality
        level,
    in our case 95%, and compute the difference between
        this
    image over the original. In addition, a scale is
      also
    applied to the final result for better viewing.

    References:
```

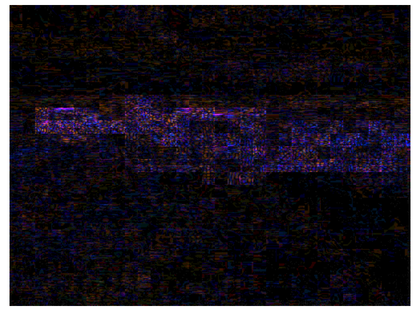
```
http://blackhat.com/presentations/bh-dc-08/Krawetz/
    Whitepaper/bh-dc-08-krawetz-WP.pdf
http://www.eecs.berkeley.edu/Pubs/TechRpts/2015/
    EECS-2015-85.pdf
"""
try:
    img = Image.open(img_path)
except FileNotFoundError:
    print ("File '"+ img_path +"' not found.")
    return

# check the image format for JPEG only
if img.format is not 'JPEG':
    log(img_path + ' is not a JPEG file')
    return

log("Image size "+ str(img.size[0]) + "x" + str(img
    .size[1]))
short_file_name = os.path.splitext(img_path)[0]

# save a copy of the image with a different
    inferior quality level
resaved_path = short_file_name + '_resaved'
img.save(resaved_path, 'JPEG', quality=95)
resaved_img = Image.open(resaved_path)

# compute the difference between the given image
    and the image
# generated applying a scale to increase the
    brightness
ela_img = ImageChops.difference(img, resaved_img)
ela_img = ImageEnhance.Brightness(ela_img).enhance(
    scale)
ela_img.save(short_file_name + '_ela.png')
if (show):
    ela_img.show()

os.remove(resaved_path)
```

– Teste seu algoritmo com as imagens que deixei no paca para este exercício. Quantas imagens seriam consideradas modificadas por esse método? Comente o resultado, comparando com a sua intuição.

  Uma vez submetida a imagem ao *Error Level Analysis*, pode-se perceber pelo resultado que a região manipulada terá um nível de erro diferente das regiões não manipuladas. Logo, o nível de erro irá expor a região manipulada rotulando as regiões com maior alteração após a imagem ser salva com um nível de qualidade inferior [1].

Na Figura 1b, podemos ver o resultado do ELA na imagem dada. As regiões com maior chance de ter alterações são as que apresentam os pixels com maior brilho, uma vez que a alteração da imagem causa instabilidade nestas áreas.

(1a) Imagem original



(1b) Imagem com o resultado do ELA

Os resultados foram avaliados de acordo com o brilho das bordas que devem ser semelhantes no resultado da aplicação do ELA na imagem. Além disso, regiões de cores e texturas semelhantes na imagem original, independentemente da cor, também devem ter cores aproximadamente similares no ELA [2].

Isto posto, um total de 23 imagens foram consideradas alteradas de acordo com o método e avaliação a posteriori.

Q2. Esta questão refere-se à transformada de Fourier.

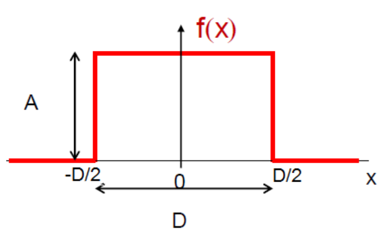
- Encontre a transformada de Fourier da função:

$$f(x) = \begin{cases} 7 & \text{if } -5 < x < 5 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Por definição, temos que a transformada de Fourier de um pulso retangular de largura D e altura A tem a forma dada por:

$$F(\omega) = ADsinc\left(\frac{\omega D}{2}\right) = AD\frac{sin(\frac{\omega D}{2})}{\frac{\omega D}{2}}$$

A função $f(x)$ pode ser representada graficamente como:



Onde:

$$f(x) = \begin{cases} A, & x \in [\frac{-D}{2}, \frac{D}{2}] \\ 0, & x \notin [\frac{-D}{2}, \frac{D}{2}] \end{cases}$$

Logo, temos que A = 7 e D = 10 e, portanto, a transformada de Fourier da função $f(x)$ é:

$$\begin{aligned} F(\omega) &= AD\frac{sin(\frac{\omega D}{2})}{\frac{\omega D}{2}} \\ &= 7 * 10\frac{sin(\frac{\omega 10}{2})}{\frac{\omega 10}{2}} \\ &= 70\frac{sin(\frac{\omega 10}{2})}{\frac{\omega 10}{2}} \\ &= 70\frac{sin(5\omega)}{5\omega} \end{aligned}$$

- Encontre a transformada de Fourier da função $g(x) = f(x)\cos\omega_0 x$, sabendo que a transformada de Fourier de $f(x)$ é dada por $F(\omega)$

  Tomando a propriedade da modulação:

$$\mathcal{F}[x(t)cos(\omega_0 t)] = \frac{1}{2}[F(\omega + \omega_0) + F(\omega - \omega_0)]$$

  Temos que a transformada de Fourier da função $g(x)$ é:

$$G(\omega) = \frac{1}{2}F(\omega + \omega_0) + \frac{1}{2}F(\omega - \omega_0)$$

- Ache a inversa da transformada de Fourier de $G(\omega) = 20\frac{\sin 5\omega}{5\omega}e^{-3\omega i}$

  Por ora, ignorando a exponencial complexa de $G(\omega)$, podemos obter os valores de A e D:

$$20\frac{sin(5\omega)}{5\omega} = AD\frac{sin(\frac{\omega D}{2})}{\frac{\omega D}{2}}$$

$$\begin{aligned} 5\omega &= \frac{\omega D}{2} \\ 10\omega &= \omega D \\ D = \frac{10\omega}{\omega} &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AD &= 20 \\ A10 &= 20 \\ A &= 2 \end{aligned}$$

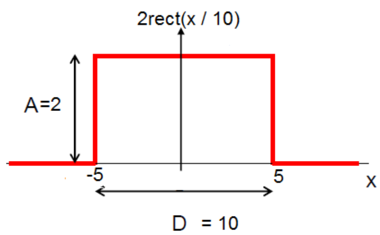
Como vimos no primeiro item do exercício 2, sabemos que:

$$f(x) = A.rect(x) = \begin{cases} A, & x \in [\frac{-D}{2}, \frac{D}{2}] \\ 0, & x \notin [\frac{-D}{2}, \frac{D}{2}] \end{cases}$$

$$A.rect\left(\frac{x}{D}\right) \xrightarrow{\mathscr{F}} ADsinc\left(\frac{\omega D}{2}\right)$$

O que nos dá a forma do pulso retangular:

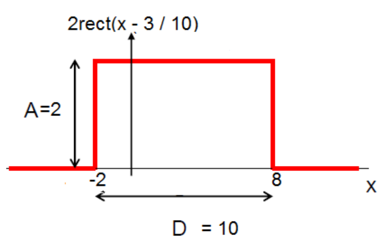
$$f(x) = 2.rect\left(\frac{x}{10}\right) = \begin{cases} 2, & x \in [-5, 5] \\ 0, & x \notin [-5, 5] \end{cases}$$



Considerando agora a exponencial complexa, sabemos que ela representa um deslocamento no tempo, que é 3 neste caso e, portanto:

$$2.rect\left(\frac{x-3}{10}\right) \xrightarrow{\mathscr{F}} 20\frac{\sin 5\omega}{5\omega}e^{-3\omega i}$$

$$g(x) = 2.rect\left(\frac{x-3}{10}\right) = \begin{cases} 2, & -2 < x < 8 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$



– Calcule a DFT do sinal $f = \{1, 3, 5, 3, 1\}$

A DFT é dada por:

$$F(k) = \sum_{n=0}^{N-1} f(n)e^{-jk\frac{2\pi}{N}n}$$

Para realizar os cálculos devemos utilizar a identidade de Euler:

$$e^{-j\pi} = \cos\pi - j\sin\pi$$

Devemos utilizar a seguinte equação para calcular a DFT do sinal dado por $f(x)$:

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-jk\frac{2\pi}{N}n}, \qquad para \quad k = 0, 1, 2, ..., N-1$$

Temos que N=5, logo:

$$\begin{aligned}
X[0] &= (1e^0 + 3e^0 + 5e^0 + 3e^0 + 1e^0) \\
X[1] &= (1e^0 + 3e^{-j1\frac{2\pi}{5}1} + 5e^{-j1\frac{2\pi}{5}2} + 3e^{-j1\frac{2\pi}{5}3} + 1e^{-j1\frac{2\pi}{5}4)} \\
X[2] &= (1e^0 + 3e^{-j2\frac{2\pi}{5}1} + 5e^{-j2\frac{2\pi}{5}2} + 3e^{-j2\frac{2\pi}{5}3} + 1e^{-j2\frac{2\pi}{5}4)} \\
X[3] &= (1e^0 + 3e^{-j3\frac{2\pi}{5}1} + 5e^{-j3\frac{2\pi}{5}2} + 3e^{-j3\frac{2\pi}{5}3} + 1e^{-j3\frac{2\pi}{5}4)} \\
X[4] &= (1e^0 + 3e^{-j4\frac{2\pi}{5}1} + 5e^{-j4\frac{2\pi}{5}2} + 3e^{-j4\frac{2\pi}{5}3} + 1e^{-j4\frac{2\pi}{5}4)} \\
X[0] &= (1 + 3 + 5 + 3 + 1) \\
X[1] &= (1 + 3e^{-j\frac{2\pi}{5}} + 5e^{-j\frac{4\pi}{5}} + 3e^{-j\frac{6\pi}{5}} + 1e^{-j\frac{8\pi}{5})} \\
X[2] &= (1 + 3e^{-j\frac{4\pi}{5}} + 5e^{-j\frac{6\pi}{5}} + 3e^{-j\frac{12\pi}{5}} + 1e^{-j\frac{16\pi}{5})} \\
X[3] &= (1 + 3e^{-j\frac{6\pi}{5}} + 5e^{-j\frac{12\pi}{5}} + 3e^{-j\frac{18\pi}{5}} + 1e^{-j\frac{24\pi}{5})} \\
X[4] &= (1 + 3e^{-j\frac{8\pi}{5}} + 5e^{-j\frac{16\pi}{5}} + 3e^{-j\frac{24\pi}{5}} + 1e^{-j\frac{32\pi}{5})}
\end{aligned}$$

Calculando cada componente com a relação de Euler e substituindo os resultados na equação acima:

$$\begin{aligned}
e^{-j\frac{2\pi}{5}} &= cos(\frac{2\pi}{5}) - jsen(\frac{2\pi}{5}) = 0,30902 - 0,95106j \\
e^{-j\frac{4\pi}{5}} &= cos(\frac{4\pi}{5}) - jsen(\frac{4\pi}{5}) = -0,80902 - 0,58779j \\
e^{-j\frac{6\pi}{5}} &= cos(\frac{6\pi}{5}) - jsen(\frac{6\pi}{5}) = -0,80902 + 0,58779j \\
e^{-j\frac{8\pi}{5}} &= cos(\frac{8\pi}{5}) - jsen(\frac{8\pi}{5}) = 0,30902 - 0,95106j \\
e^{-j\frac{12\pi}{5}} &= cos(\frac{12\pi}{5}) - jsen(\frac{12\pi}{5}) = 0,30902 - 0,95106j \\
e^{-j\frac{16\pi}{5}} &= cos(\frac{16\pi}{5}) - jsen(\frac{16\pi}{5}) = -0,80902 + 0,58779j \\
e^{-j\frac{18\pi}{5}} &= cos(\frac{18\pi}{5}) - jsen(\frac{18\pi}{5}) = 0,30902 + 0,95106j \\
e^{-j\frac{24\pi}{5}} &= cos(\frac{24\pi}{5}) - jsen(\frac{24\pi}{5}) = -0,80902 - 0,58779j \\
e^{-j\frac{32\pi}{5}} &= cos(\frac{32\pi}{5}) - jsen(\frac{32\pi}{5}) = 0,30902 - 0,95106j
\end{aligned}$$

Temos então que o resultado da DFT é:

$$X[f] = 13, -4.236067 - 3.077683j, 0.236067 + 0.726542j, \\ 0.236067 - 0.726542j, -4.236067 + 3.077683j$$

Q3. – Calcule (apresente os cálculos) dos descritores de Fourier das figuras 3a e 3b. Lembre-se que os pontos da borda do quadrado serão representados por pontos no plano de Argand-Gauss. Isto é, cada ponto no plano passa a ser um número complexo e a borda passa a ser um vetor de pontos complexos, como num sinal, mas com valores complexos.

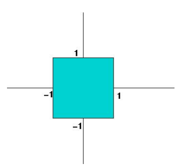
TODO

– Para confirmar que seus cálculos estão corretos, implemente um programa em Python que receba como entrada um vetor de números complexos (que são as coordenadas das bordas) e retorne os descritores de Fourier do vetor de entrada. Você pode usar as funções fornecidas pela biblioteca NUMPY para facilitar a programação.

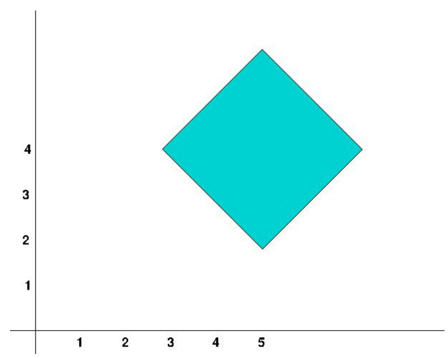
TODO

– Para reconstruir a curva, faça uma função que receba um vetor com os descritores de Fourier, um número N de descritores a serem usados e grafique os pontos num plano cartesiano (para fazer a mesma figura que fizemos nos slides das aulas 15 e 16.

TODO



(3a) Quadrado de lado 1



(3b) Quadrado de lado 3

Q4. Apenas para os alunos de pós-graduação

– Leia o artigo do Torre e do Poggio `ftp://publications.ai.mit.edu/ai-publications/pdf/AIM-768.pdf` e faça um resumo de acordo com as indicações que deixei no paca (artigos sobre como fazer um resumo).

– O que é um problema mal-posto?

– O que é regularização?

– Qual a importância do teorema apresentado no artigo?

– O que são filtros de banda limitada? Qual a sua importância no artigo?

– Quais são os métodos de encontrar borda apresentados no artigo?

Referências

[1] Neal Krawetz. "A Picture's Worth...." Em: *Black Hat Briefings DC* 2 (2008), pp. 16–20.

[2] Yan Zhao, Anthony Sutardja e Omar Ramadan. *Digital Image Manipulation Forensic*. 2015. URL: `http://www.eecs.berkeley.edu/Pubs/TechRpts/2015/EECS-2015-85.html`.