Amplificador Logarítmico

Author Rodrigo

Introducción

Los amplificadores logarítmicos y antilogarítmicos se utilizan en aplicaciones que requieren la compresión de datos de entrada analógicos, la linealización de transductores cuyas salidas son exponenciales y la multiplicación y división analógicas. A menudo se utilizan en sistemas de comunicación de alta frecuencia, incluida la fibra óptica, para peocesar señales de amplio rango dinámico.

El logaritmo de un número

El logaritmo con base b de un número N, es el exponente a al cual se eleva la base b para obtener el resultado o argumento N

$$\log_b N = a \Leftrightarrow N = b^a \text{con} N > 0 \tag{1}$$

Logaritmos comunes o de Briggs

Son logaritmos cuya base es 10, el logaritmo de cualquier número está formado por una parte que corresponde a un número entero llamado *característica* y otro decimal que recibe el nombre de *mantisa*. Estos logaritmos se representan de la siguiente manera:

$$\log_{10} N = \log N \tag{2}$$

Propiedades de los logaritmos

Para cualquier $M, N, b > 0$ y $b \neq 0$, se cumple que

1. $\log_b 1 = 0$
2. $\log_b b = 1$
3. $\log_b M^n = n \log_b M$
4. $\log_b \sqrt[n]{M} = \frac{1}{n} \log_b M$
5. $\log_b MN = \log_b M + \log_b N$
6. $\log_b \frac{M}{N} = \log_b M - \log_b N$
7. $\log_e M = \ln(M)$, $\ln =$ logaritmo natural, $e = 2.718\ldots$

Nota: $log_b(M+N) \neq log_b M + \log_b N$ $\log_b \left(\frac{M}{N}\right) \neq \frac{log_b M}{log_b N}$

Como se mencionó anteriormente, el **logaritmico** de un número es la potencia a la cual se debe elevar la base para obtener dicho número. Un amplificador logarítmico produce una salida que es proporcional al logaritmo de la entrada y un amplificador antilogarítmico toma el antilogaritmo o el logaritmo inverso de la entrada.

El amplificador logarítmico básico

El elemento clave en un amplificador logarítmico es un dispositivo que exhibe una característica logarítmica que, cuando se coloca en el lazo de realimentación del amplificador operacional, produce una respuesta logarítmica.

Esto quiere decir que el voltaje de salida es una función del logaritmo del voltaje de entrada, como lo expresa la siguiente ecuación general:

$$V_{out} = -K \ln(V_{in}) \tag{3}$$

Donde K es una constante y ln es el logaritmo natural en base e. Un **logaritmo natural** es el exponente al cual se debe elevar la base e para que sea igual a una cantidad dada. Aunque se utilizarán logaritmos naturales en las fórmulas en esta sección, cada expresión puede convertirse en un logaritmo de base 10 ($\log_{10}$).
La unión pn de un semiconductor en la forma de diodo de unión base-emisor de un BJT proporciona una característica logarítmica. Posiblemente recuerde que un diodo tiene una característica no lineal hasta un voltaje en directa de aproximadamente 0.7 V. La figura 1 muestra la curva característica, donde V_D es el voltaje del diodo e I_D es la corriente en el diodo en directa.

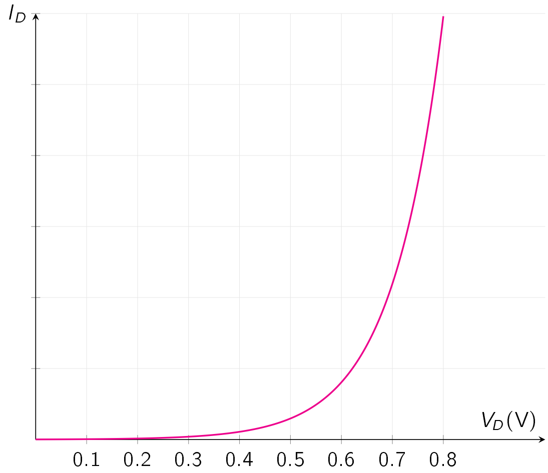

Figura 1: Una parte de una curva característica de un diodo

Como se puede ver en la gráfica, la cuerva del diodo no es lineal. No sólo no es lineal la curva característica, sino que es logarítmica y está especificamente definida por la siguiente fórmula:

$$I_D = I_S e^{\frac{V_D}{V_T}} \tag{4}$$

Donde I_S es la corriente de fuga en inversa y V_T es una contante llamada **voltaje térmico** y está dado por

- k = contante de Boltzman $= 8.62 \times 10^{-5} \frac{eV}{K} = 1.38 \times 10^{-23} \frac{\text{joules}}{\text{kelvin}}$
- T = temperatura absoluta en Kelvins ($K = 273.15 + \text{Temperatura en}\,^\circ\text{C}$)
- q = magnitud de la carga electrónica $= 1.60 \times 10^{-19}$coulomb

A una temperatura ambiente de 25 °C tenemos que el voltaje térmico es de

$$V_T = \frac{kT}{q} = \frac{(8.62 \times 10^{-5}\text{eV/K})(273.15 + 25)\text{K}}{1.602 \times 10^{-19}\text{C}} = 160.6283 \times 10^{15}\text{eV/C}$$

Recordemos que $1C = 6.24 \times 10^{18} e$, así

$$V_T = \left(160.6283 \times 10^{15} \frac{\text{eV}}{\text{C}}\right)\left(\frac{1\,\text{C}}{6.24 \times 10^{18} e}\right) \approx 25.8\,\text{mV} \tag{5}$$

Reescribiremos la ecuación del diodo como

$$I_D = I_S e^{\frac{qV_D}{kT}} \tag{6}$$

Podemos determinar el voltaje en el diodo de la siguiente manera. Tomamos el logaritmo natural en ambos miembros de la ecuación (6)

$$\ln I_D = \ln I_S e^{\frac{qV_D}{kT}} \tag{7}$$

hacemos uso de las propiedades de los logaritmos para obtener

$$\begin{aligned}
\ln I_D &= \ln I_S + \ln e^{\frac{qV_D}{kT}} \\
\ln I_D - \ln I_S &= \frac{qV_D}{kT} \\
\ln \frac{I_D}{IS} &= \frac{qV_D}{kT}
\end{aligned}$$

Despejando V_D

$$V_D = \left(\frac{kT}{q}\right) \ln \left(\frac{I_D}{I_S}\right) \tag{8}$$

Amplificador logarítmico con un diodo

Cuando se coloca un diodo en el lazo de realimentación de un circuito con amplificador operacional como se muetsra en la figura 2, se obtiene un amplificador logarítmico básico. Como la entrada inversora estpa a tierra virtual (0 V), la salida está a $-V_D$ cuando la entrada es positiva. Como V_D es logarítmico, también lo es V_{out}. La salida está limitada a un valor máximo de aproximadamente -0.7 V porque la característica logarítmica del diodo está restringida a voltajes por debajo de 0.7 V. Además, la entrada debe ser positiva cuando el diodo se conecta en la dirección mostrada en la figura. Para manejar entradas negativas, se debe invertir la posición del diodo.

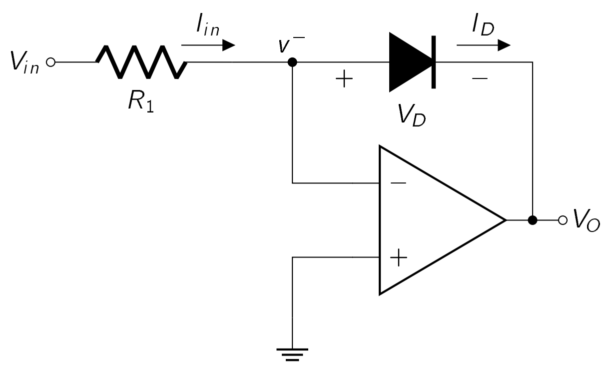

Figura 2: Un amplificador logarítmico básico que utiliza un diodo como elemento de realimentación.

Un análisis del circuito de la figura 2 comienza por porsiderar emplear la LCK sobre el nodo denominado v^-, es decir:

$$\begin{aligned}
I_{in} &= I_D \\
\frac{V_{in} - v^-}{R_1} &= I_S e^{\frac{qV_D}{kT}} = I_S e^{\frac{q(V^- - V_O)}{kT}} \\
\frac{V_{in}}{R_1} &= I_S e^{-\frac{qV_O}{kT}} \\
\ln \frac{V_{in}}{R_1 I_S} &= -\frac{qV_O}{kT}
\end{aligned}$$

Al despejar para V_O obtenemos

$$V_O = -\left(\frac{kT}{q}\right) \ln \left(\frac{V_{in}}{R_1 I_S}\right) \tag{9}$$

De acuerdo con la ecuación (9), el voltaje de salida es el negativo de una función logarítmica del voltaje de entrada. El valor del voltaje de eentrada y el valor del resistor R_1 controlan el valor de la salida. El otro factor, I_S es una constante para un diodo dado.

Cambios de base

Es posible hacer un cambio de base en la ecuación (9) para expresarla como un logaritmo común o de Briggs o de base 10, en lugar de un logaritmo natural, para realizar el cambio de base, utilizamos la siguiente ecuación

$$\log_b N = \frac{\log_a N}{\log_a b} \tag{10}$$

Donde

$$\begin{aligned} b &= e \\ N &= \frac{V_{in}}{R_1 I_S} \\ a &= 10 \end{aligned}$$

Así

$$\log_e \left(\frac{V_{in}}{R_1 I_S} \right) = \frac{\log_{10} \left(\frac{V_{in}}{R_1 I_S} \right)}{\log_{10} e} = \frac{\log_{10} \left(\frac{V_{in}}{R_1 I_S} \right)}{0.4343} \approx 2.30 \log_{10} \left(\frac{V_{in}}{R_1 I_S} \right) \tag{11}$$

Por lo tanto, el voltaje de salida para el amplificador logarítmico con diodo de la figura 2 puede escribirse como

$$V_O = -2.30 \left(\frac{kT}{q} \right) \log_{10} \left(\frac{V_{in}}{R_1 I_S} \right) \tag{12}$$

Si asumimos una temperatura ambiente de 25 °C como lo hicimos en (5), el voltaje de salida puede escribirse una vez más como

$$V_O = -0.05934 \log_{10} \left(\frac{V_{in}}{R_1 I_S} \right) \tag{13}$$

Es importante notar que muchos de los conceptos familiares de los circuitos lineales son irrelevantes en los amplificadores logaritmicos. Por ejemplo, la ganancia incremental de un amplificador logarítmico tiende a infinito conforme la entrada tienda a cero, y un cambio en el offset en la salida del amplificador logarítmico es equivalente a un cambio de amplitud en su entrada

Amplificador logarítmico con un BJT

La unión base emisor de un tarnsistor de unión bipolar presenta el mismo tipo de característica logarítmica que un diodo porque también está formado por una unión *pn*, La figura 3 muestra un amplificador logarítmico con un BJT conectado en base común con el lazo de realimentación. Observe que V_o con respecto a tierra es igual a $-V_{BE}$.

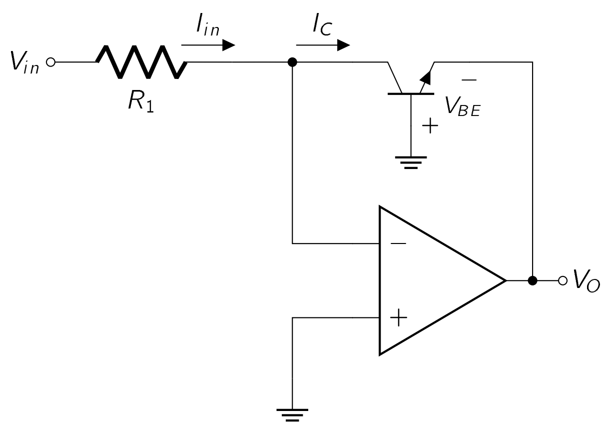

Figura 3: Un amplificador logarítmico básico que utiliza un diodo como elemento de realimentación.

La corriente de colector es transportada por los electrones que alcanzan la región de colector. Su dirección será opuesta a la del flujo de electrones, entrando por lo tanto a la terminal del colector. Su magnitud será porporcional a e^{v_{BE}/V_T}, así

$$I_C = I_S e^{\frac{v_{BE}}{V_T}} \tag{14}$$

Donde la constante de proporcionalidad I_S, como en el caso del diodo, es llamado **corriente de saturación** y es un parámetro del transistor.
Conociendo la ecuación para la corriente del colector, procedemos a atilizar la LCK sobre el nodo de la entrada inversara, con lo cual obtenemos:

$$\begin{aligned}
I_{in} &= I_C \\
\frac{V_{in}}{R_1} &= I_S e^{\frac{v_{BE}}{V_T}} \\
\frac{V_{in}}{R_1 I_S} &= e^{\frac{v_{BE}}{V_T}} \\
\ln\left(\frac{V_{in}}{R_1 I_S}\right) &= \ln e^{\frac{v_{BE}}{V_T}} \\
\ln\left(\frac{V_{in}}{R_1 I_S}\right) &= \frac{v_{BE}}{V_T} = -\frac{V_O}{V_T}
\end{aligned}$$

La expresión para el voltaje de salida es:

$$V_O = -V_T \ln\left(\frac{V_{in}}{R_1 I_S}\right) = -\left(\frac{kT}{q}\right) \ln\left(\frac{V_{in}}{R_1 I_S}\right) \tag{15}$$

Notamos que la ecuación expresada en (15) en básicamente la misma que en (9), por lo que es posible expresarla en términos de logaritmo en base 10 dando como resultado el mismo que en la ecuación (13).
Estos tipos de amplificadores logarítmicos tienen tres principales desventajas: (1) tanto la pendiente como la intercepción son altamente dependientes de la temperatura; (2) sólo manejan señales unipolares; y (3) el ancho de banda en ambos circuitos es limitado y dependiente de la señal de amplitud de entrada.

A continuación, se presentarán un par de amplificadores logarítmicos más sofisticados mediante la interconexión de dos o más OpAmps que permiten una salida logarítmica en base 10 con una constante proprocional unitaria

Amplificador logarítmico 1

En el circuito de la siguiente figura, asuma que Q_1 y Q_2 son idénticos, encuentre el valor de R_3 y R_4 de tal manera que el voltaje de salida esté dado por

$$1.0 \log_{10}\left(\frac{V_2 R_1}{V_1 R_2}\right) \tag{16}$$

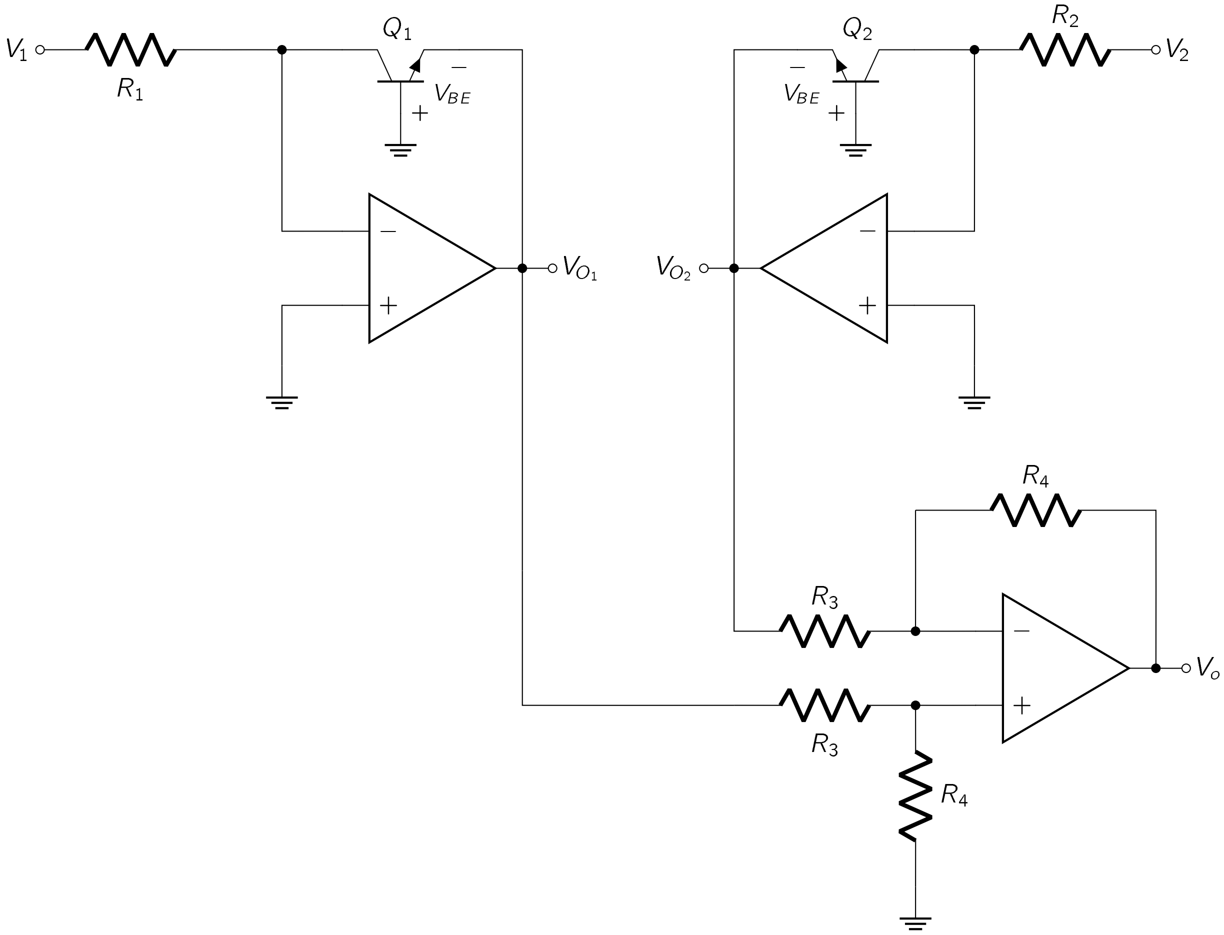

Figura 4: Un amplificador logarítmico

El circuito de la figura 4 está compuesto por dos amplificadores logarítmicos y un amplificador diferencial. Ya hemos encontrado el voltaje de salida para el amplificador logarítmico el cual se expuso en la ecuación (15), es decir

$$V_{o_1} = -V_T \ln\left(\frac{V_1}{R_1 I_S}\right) \tag{17}$$

$$V_{o_2} = -V_T \ln\left(\frac{V_2}{R_2 I_S}\right) \tag{18}$$

En cuanto al amplificador diferencial tenemos que:

$$V_o = \frac{R_4}{R_3}\left(V_{O_2} - V_{O_1}\right) \tag{19}$$

Al sustituir las ecuaciones (17) y (18) en (19) obtenemos

$$\begin{aligned}
V_o &= \frac{R_4}{R_3}\left[-V_T \ln\left(\frac{V_1}{R_1 I_S}\right) + V_T \ln\left(\frac{V_2}{R_2 I_S}\right)\right] \\
&= \frac{R_4}{R_3}\left[-V_T(\ln V_1 - \ln R_1 I_S) + V_T(\ln V_2 - \ln R_2 I_S)\right] \\
&= \frac{R_4}{R_3}\left[-V_T \ln V_1 + V_T \ln R_1 I_S) + V_T \ln V_2 - V_T \ln R_2 I_S\right] \\
&= V_T \frac{R_4}{R_3}\left[\ln V_2 - \ln V_1 + \ln R_1 I S_- \ln R_2 I_S\right] \\
&= V_T \frac{R_4}{R_3} \ln\left(\frac{V_2 I_S R_1}{V_1 I_S R_2}\right)
\end{aligned} \tag{20}$$

Por lo tanto, el voltaje de salida está dado por:

$$V_T = V_T \frac{R_4}{R_3} \ln \left(\frac{V_2 R_1}{V_1 R_2} \right) \tag{21}$$

Donde $V_T \approx 25.8\,\mathrm{mV}$ a $T = 300\,\mathrm{K}$, así

$$V_o = 0.0258 \frac{R_4}{R_3} \ln \left(\frac{V_2 R_1}{V_1 R_2} \right) \tag{22}$$

Utilizamos la ecuación (10) para cambiar la base a logaritmo base 10, donde:

$$\begin{aligned} b &= e \\ N &= \frac{V_2 R_1}{V_1 R_2} \\ a &= 10 \end{aligned} \tag{23}$$

Así

$$\log_e \left(\frac{V_2 R_1}{V_1 R_2} \right) = \frac{\log_{10} \left(\frac{V_2 R_1}{V_1 R_2} \right)}{\log_{10} e} = \frac{\log_{10} \left(\frac{V_2 R_1}{V_1 R_2} \right)}{0.4343} \approx 2.30 \log_{10} \left(\frac{V_2 R_1}{V_1 R_2} \right) \tag{24}$$

Al multiplicar (24) por el voltaje término tenemos que

$$V_o = 0.0594 \frac{R_4}{R_3} \log_{10} \left(\frac{V_2 R_1}{V_1 R_2} \right) \tag{25}$$

Para que la ganancia dada en (25) sea iguala 1, debemos igualar las constantes multiplicativas a 1, es decir:

$$0.0594 \frac{R_4}{R_3} = 1$$

El despeje de R_4 da como resultado

$$\begin{aligned} \frac{R_4}{R_3} &= \frac{1}{0.0594} = 16.8350 \\ R_4 &= 16.8350 R_3 \end{aligned}$$

Si