Multiplicador de capacitancia

Author Rodrigo

Introducción

El circuito con amplificador operacional de la siguiente figura se conoce como *multiplicador de capacitancia*. Tal circuito se usa en tecnología de circuitos integrados para producir un múltiplo de una reducida capacitancia física C cuando se necesita una gran capacitancia. El circuito de la figura 1 puede servir para multiplicar valores de capacitancia por un factor de hasta 1000. Por ejemplo, un capacitor de 10 pF puede comportarse como uno de 100 nF.

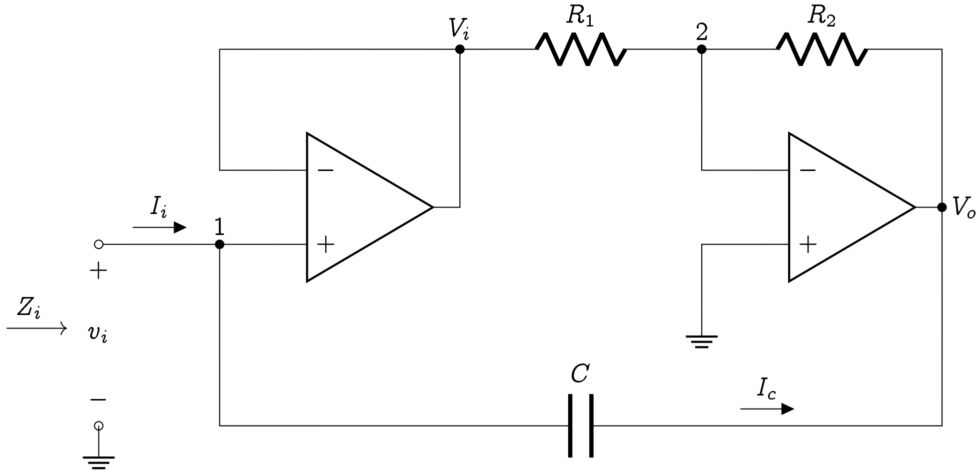

Figure 1: Circuito básico de un multiplicador de capacitancia.

El rpimer amplificador operacional funciona como un seguidor de tensión, en tanto que el segundo es un amplificador inversor. El seguidor de tensión aísla la capacitancia formada por el circuito a partir de la carga impuesta por el amplificador inversor. Puesto que no entra corriente a las terminales de entrada del amplificador operacional, la corriente de entrada I_i fluye a través del capacitor de retroalimentación.

Análisis

Al aplicar la LCK en el nodo 1 obtenemos

$$I_i(s) = I_c(s) \tag{1}$$

O bien

$$I_i(s) = sC\left[V_i(s) - V_o(s)\right] \tag{2}$$

La aplicación de la LCK en el nodo 2 da como resultado

$$I_{R_1}(s) = I_{R_2}(s) \tag{3}$$

O bien

$$\frac{V_i(s) - 0}{R_1} = \frac{0 - V_o(s)}{R_2} \tag{4}$$

Por lo tanto

$$V_o(s) = -\frac{R_2}{R_1} V_1(s) \tag{5}$$

La sustitución de la ecuación (5) en la ecuación (2) produce

$$\begin{aligned} I_i(s) &= sC\left[V_i(s) + \frac{R_2}{R_1} V_1(s)\right] \\ I_i(s) &= sCV_i(s)\left[1 + \frac{R_2}{R_1}\right] \end{aligned} \tag{6}$$

La impedancia de entrada es

$$Z_i(s) = \frac{V_i(s)}{I_i(s)} = \frac{1}{sC_{eq}} \tag{7}$$

Donde

$$C_{eq} = C\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \tag{8}$$

Si despejamos R_2 de la ecuación (8) obtenemos

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{C_{eq}}{C} - 1 \tag{9}$$

$$R_2 = \left(\frac{C_{eq}}{C} - 1\right) R_1 \tag{10}$$

Así, mediante una adecuada selección de valores de R_1 y R_2, se puede lograr que el circuito con amplificador operacional de la figura 1 produzca una capacitancia efectiva entre la terminal de entrada y tierra, la cual es un múltiplo de la capacitancia física C. El tamaño de la capacitancia efectiva está limitado prácticamente por la limitación de la tensión de salida invertida. De este modo, a mayor multiplicación de la capacitancia menor tensión de entrada permisible, para evitar que los amplificadores operacionales lleguen a la saturación.

Ejemplo 1

Sea el cicuito de la figura 2, donde $R_1 = 1\,\mathrm{k\Omega}$ y $C_1 = 1\,\mathrm{nF}$. Y sea además una señal cuadrada con una amplitud de $1\,\mathrm{V}$ a una frecuencia de $100\,\mathrm{Hz}$

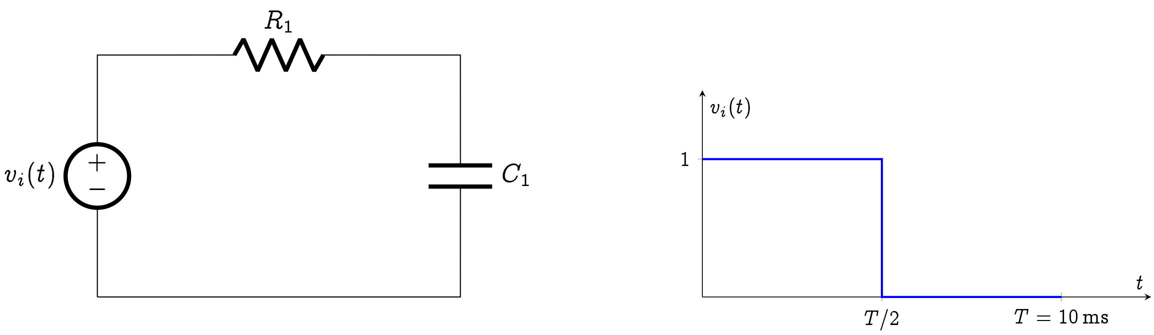

Figure 2: Circuito básico de un multiplicador de capacitancia.

El voltaje en el capacitor está dado por

$$v_c(t) = v(\infty) + [v(0) - v(\infty)]\, e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{11}$$

Donde

$$v(0) = 0 \tag{12a}$$
$$v(\infty) = 1 \tag{12b}$$

Sustituyendo los valores de la ecuación (12) en (11) obtenemos

$$v_c(t) = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{13}$$

Donde

$$\tau = R_1 C_1 = (1 \times 10^6)(1 \times 10^{-9}) = 1\,\mathrm{ms} \tag{14}$$

De esta manera, el voltaje en el capacitor es

$$v_c(t) = 1 - e^{-1000t} \tag{15}$$

El capacitor se carga al 99% de su valor en aproximadamente 6 constantes de tiempo (6τ), a continuación, se muestra la gráfica de carga del capacitor.

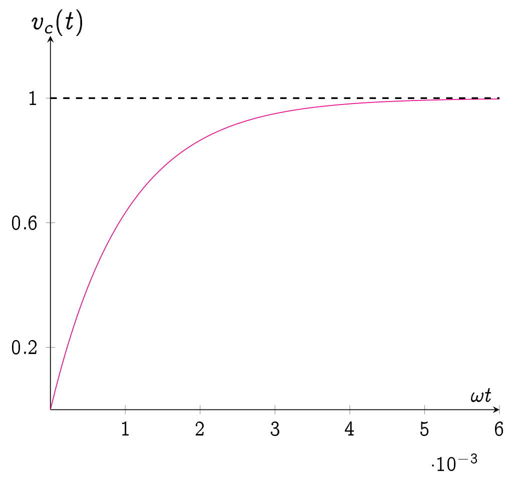

Figure 3: Voltaje del capacitor para el circuito de la figura 2.

Suponga que se desea diseñar un circuito multiplicador de ganancia por 10. Es decir, si tenemos un capacitor $C = 1\,\mathrm{nF}$, se deberán escoger los valores de R_1 y R_2 de manera que $C_{eq} = 10\,\mathrm{nF}$.
Utilizamos la ecuación (9) para obtener la razón o cociente entre las resistencias

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{C_{eq}}{C} - 1$$
$$\frac{R_2}{R_1} = 9$$

Si seleccionamos $R_1 = 10\,\mathrm{k\Omega}$, entonces $R_2 = 90\,\mathrm{k\Omega}$. El circuito se muestra en la figura 4.

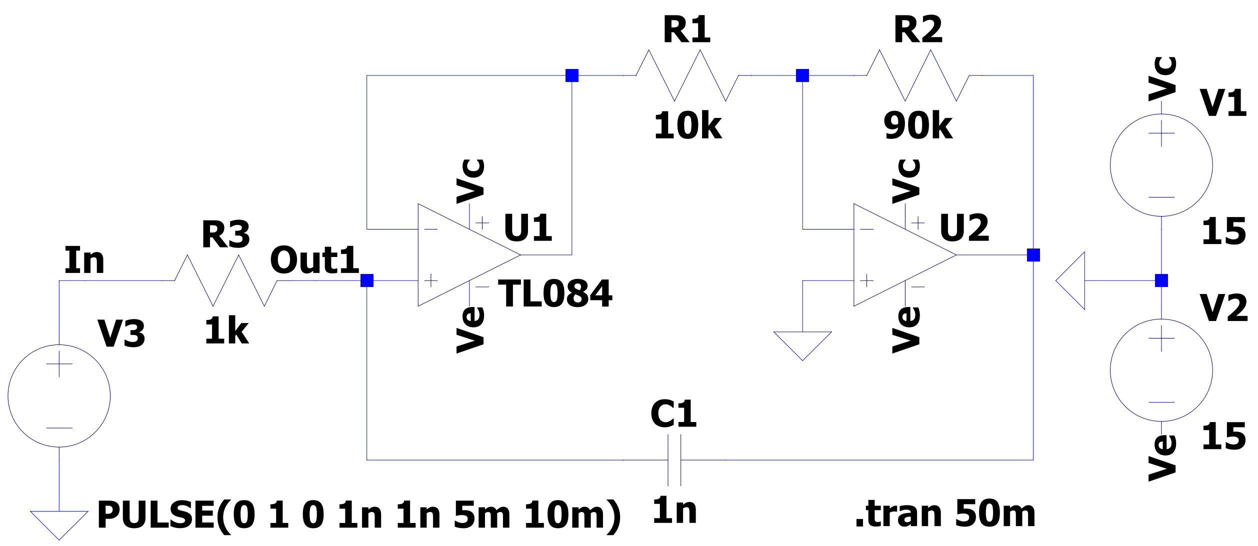

Figure 4: Circuito esquemático de un multiplicador de capacitancia

De la ecuación (5) tenemos que el voltaje de salida es

$$V_o(s) = -\frac{R_2}{R_1}V_i(s) = -\frac{90\,\mathrm{k\Omega}}{10\,\mathrm{k\Omega}}(1\,\mathrm{V}) = -9\,\mathrm{V} \tag{16}$$

Con esto nos aseguramos que el amplificador operacional no alcanza a saturarse. La constante de tiempo será ahora de

$$\tau = RC_{eq} = (1 \times 10^3)(10 \times 10^{-9}) = 10\,\mathrm{ms} \tag{17}$$

Así, la nueva ecuación para el voltaje en el capacitor es:

$$v_c(t) = 1 - e^{-100t} \tag{18}$$

Por lo que ahora al capacitor le tomará cargarge aproximadamente $6\tau = 60\,\mathrm{ms}$, como se muestra en la figura 5.

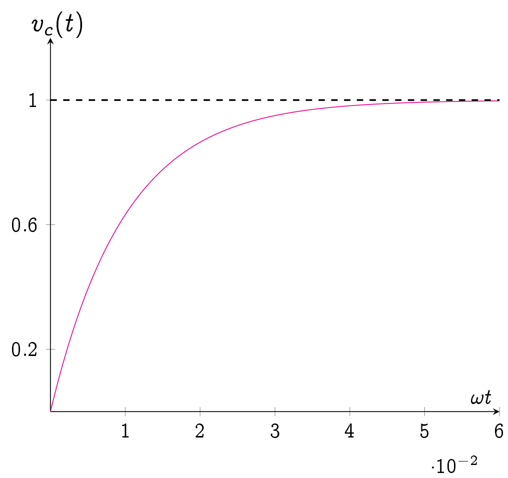

Figure 5: Voltaje del capacitor para $v_c(t) = 1 - e^{-100t}$

En la siguiente figura se muestra una comparación de los dos tiempos de carga para el capacitor

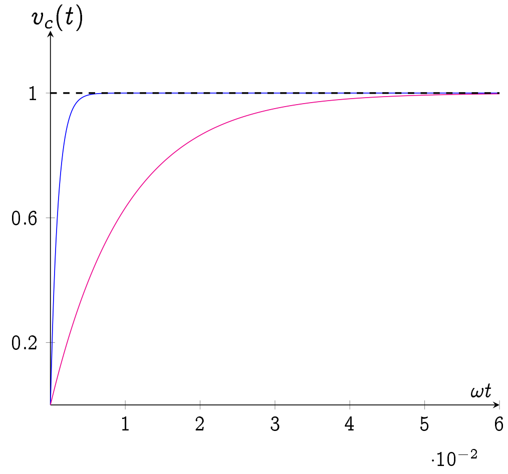

Figure 6: Comparación entre los diferentes tiempos de carga del capacitor

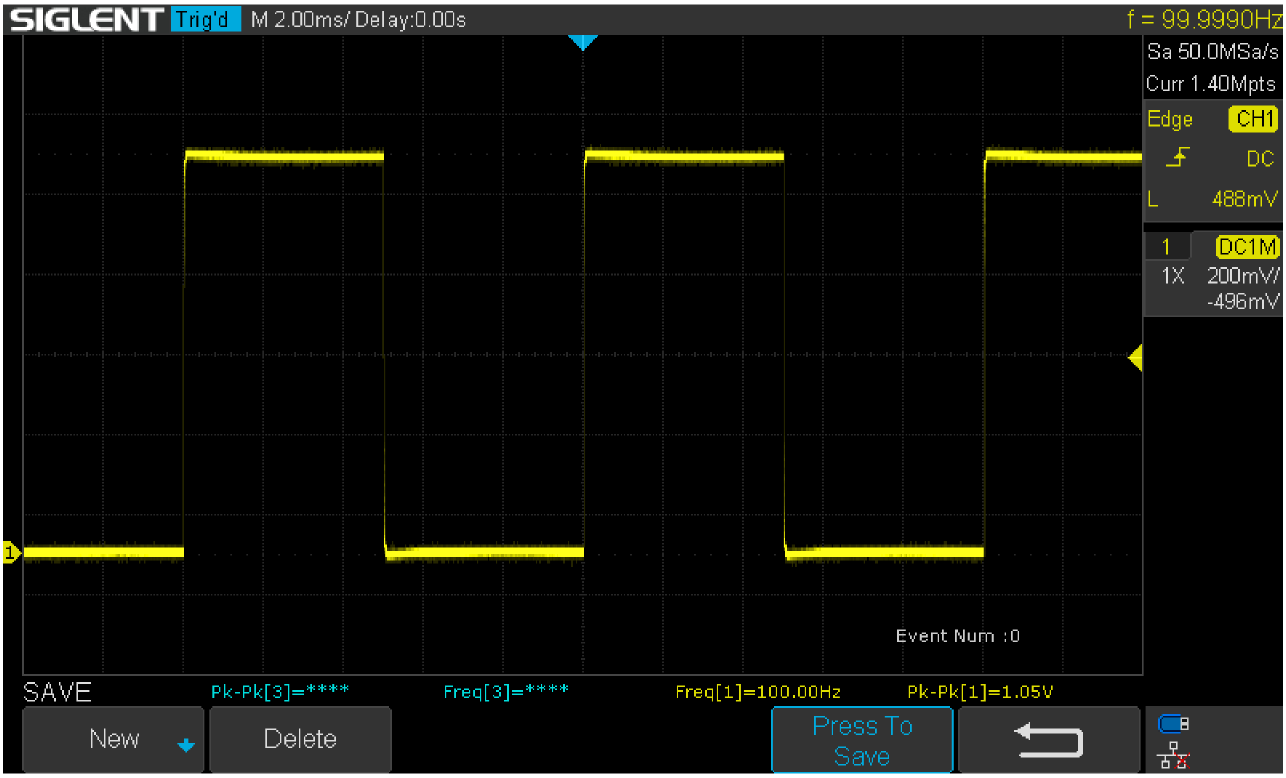

Figure 7: Señal de entrada del circuito

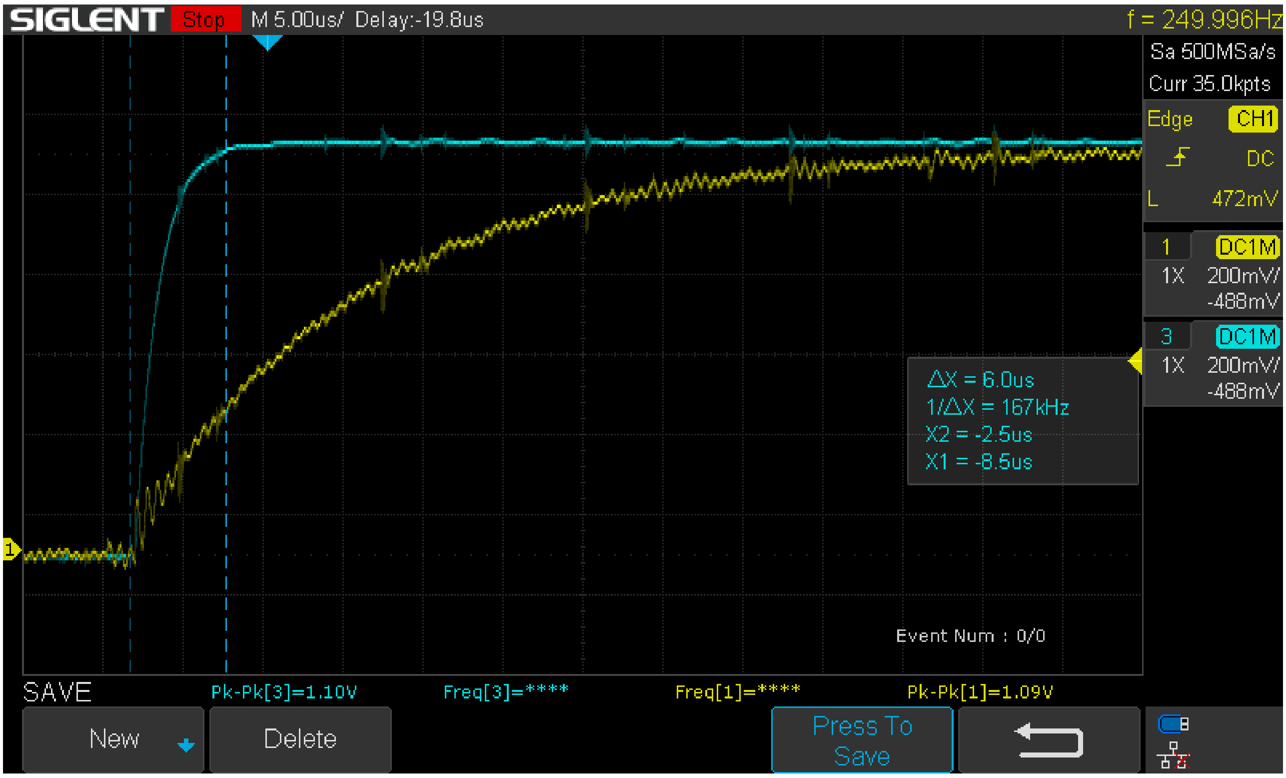

Figure 8: Comparación de las señales de salida. Azul circuito simple, Amarillo circuito multiplicador de capacitancia.

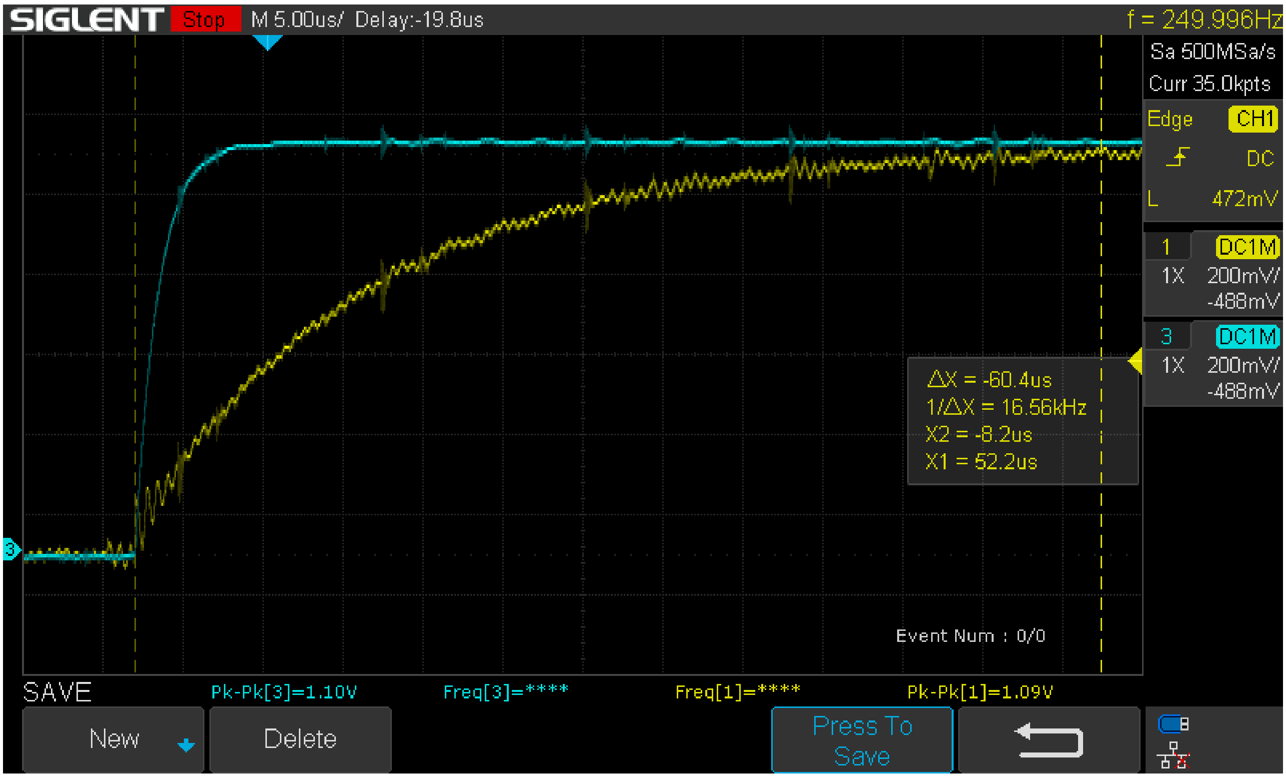

Figure 9: Comparación de las señales de salida. Azul circuito simple, Amarillo circuito multiplicador de capacitancia.