Análisis de circuito con OpAmp

Author Rodrigo

Análisis

Se el circuito con amplificador operacional de la figura 1. Determine cada una de las siguientes condiciones:

- Exprese V_1 en términos de V_{I_1} y V_{I_2}. Considere que el potenciómetro $R7$ está fijado de tal manera que hay $10\,\mathrm{k}\Omega$ en la parte superior y $15\,\mathrm{k}\Omega$ en la parte inferior.
- Si $V_{I_1} = 2\,\mathrm{V}$, $V_{I_2} = 1\,\mathrm{V}$, el potenciómetro R_7 está en la posición central y el potenciómetro R_{10} está en posición central, grafique el voltaje de V_o vs t.
- Si $V_{I_1} = 2\,\mathrm{V}$, $V_{I_2} = 1\,\mathrm{V}$, el potenciómetro R_7 está en la posición central y el potenciómetro R_{10} está totalmente en la parte superior , grafique el voltaje V_o vs t.

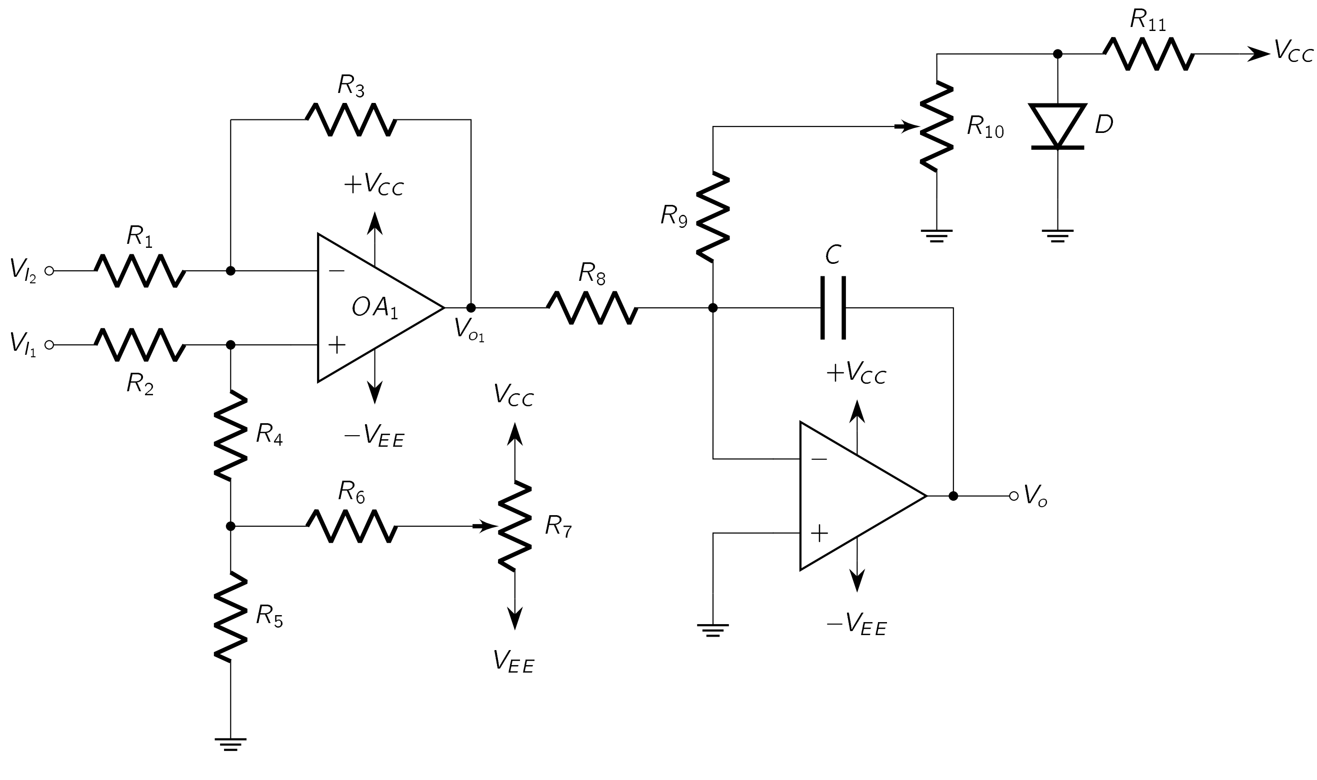

Figura 1: Circuito com amplificador operacional

Analizaremos el circuito por partes, nos enfocamos en la primera etapa que comprende al amplificador OA_1, notamos que en esencia se trata de un amplificador diferencial, utilizaremos el principio de superposición para encontrar el voltaje V_{o_1}.
Antes de proceder con el análisis modelaremos el potenciómetro con su circuito equivalente. Para modelar un potenciómetro, son necesarios dos parámetros: R y α. El parámetro R especifica la resistencia total del potenciómetro ($R > 0$). El parámetro α representa la posición del contacto deslizante (la perilla del potenciómetro) y toma valores en el rango de $0 \leq \alpha \leq 1$. Los valores $\alpha = 0$ y $\alpha = 1$ corresponden a las posiciones extremas del contacto deslizante.

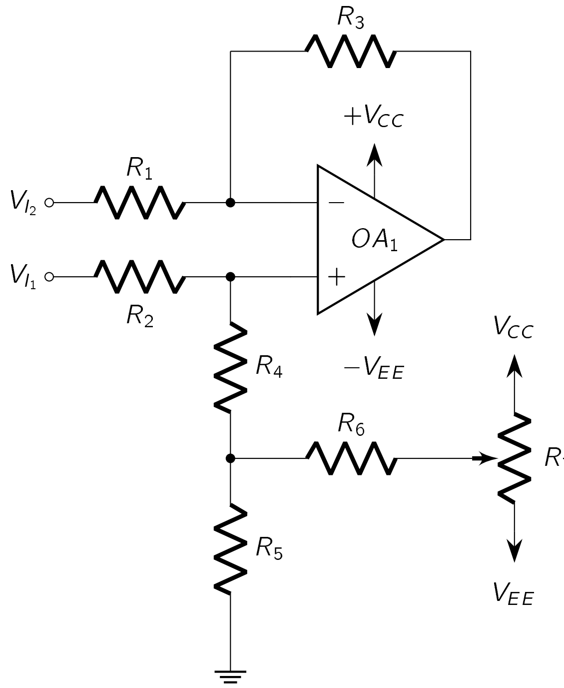

Figura 2:

La figura 3 muestra el modelo para el potenciómetro que consiste de dos resistores.

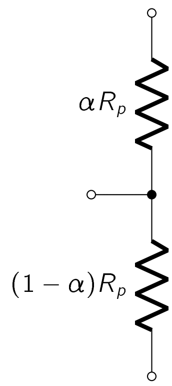

Figura 3: Circuito equivalente de un potenciómetro

Reemplazamos este modelo equivalente del potenciómetro en el circuito de la figura 2. El nuevo circuito se muestra en al figura 4. Ahora podemos proceder a aplicar el equivalente de Thévenin un par de veces para poder simplificar el circuito aún más.
Primero, encontramos el circuito equivalente de Thévenin sobre el nodo denomiando V_{th_1} (el circuito se muestra en la figura 5). Para encontrar R_{th_1} cortocircuitamos las fuentes de tensión para obtener:

$$R_{th_1} = \alpha R_7 \parallel (1-\alpha)R_7 \tag{1}$$

Al resolver obtenemos

$$\begin{aligned} R_{th_1} &= \frac{\alpha R_7(1-\alpha)R_7}{\alpha R_7 + (1-\alpha)R_7} \\ &= \frac{\alpha R_7(R_7 - \alpha R_7)}{\alpha R_7 + R_7 - \alpha R_7} \end{aligned}$$

$$R_{th_1} = \alpha R_7(1-\alpha) \tag{2}$$

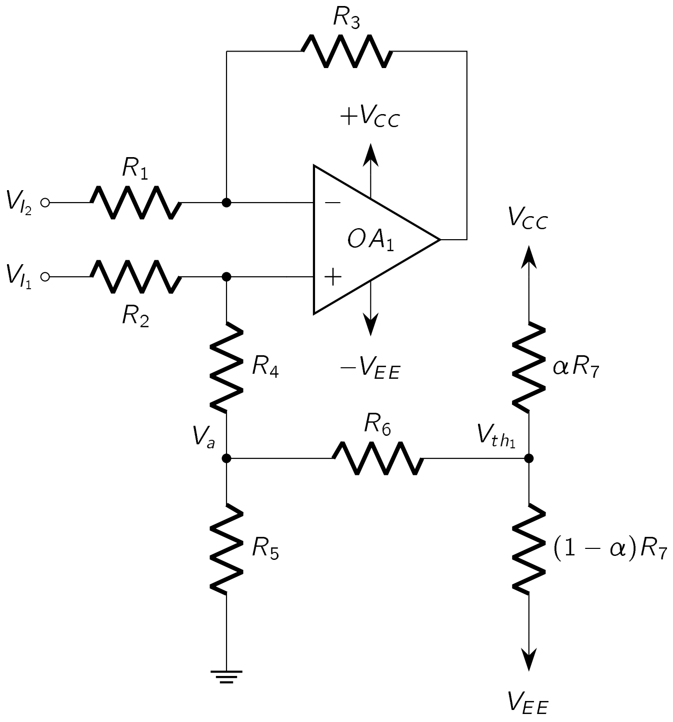

Figura 4:

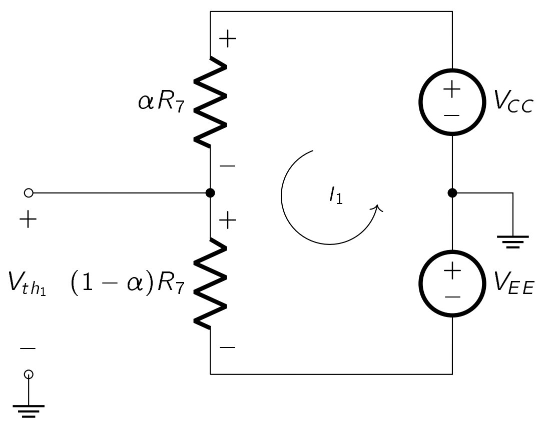

Figura 5:

Empleamos la LTK sobre la malla del circuito de la figura 5:

$$
\begin{aligned}
V_{EE} + V_{CC} - \alpha R_7 I - (1-\alpha) R_7 I &= 0 \\
V_{EE} + V_{CC} &= [\alpha R_7 + (1-\alpha) R_7] I \\
V_{EE} + V_{CC} &= [\alpha R_7 + R_7 - \alpha R_7] I
\end{aligned}
$$

$$
I = \frac{V_{EE} + V_{CC}}{R_7} \tag{3}
$$

Ahora encontramos el voltaje V_{th_1} con respecto a tierra como se muestra a continuación

$$
V_{th_1} - (1-\alpha) R_7 I + V_{EE} = 0 \tag{4}
$$

Reemplazamos (3) en (4) para obtener

$$\begin{aligned} V_{th_1} &= (1-\alpha)\frac{R_7(V_{EE}+V_{CC})}{R7} - V_{EE} \\ &= (1-\alpha)(V_{EE}+V_{CC}) - V_{EE} \\ &= V_{CC} + V_{EE} - \alpha V_{EE} - \alpha V_{CC} - V_{EE} \end{aligned}$$

$$V_{th_1} = V_{CC} - \alpha(V_{CC}+V_{EE}) \tag{5}$$

Redibujamos el circuito una vez obtenido el primer equivalente de Thévenin

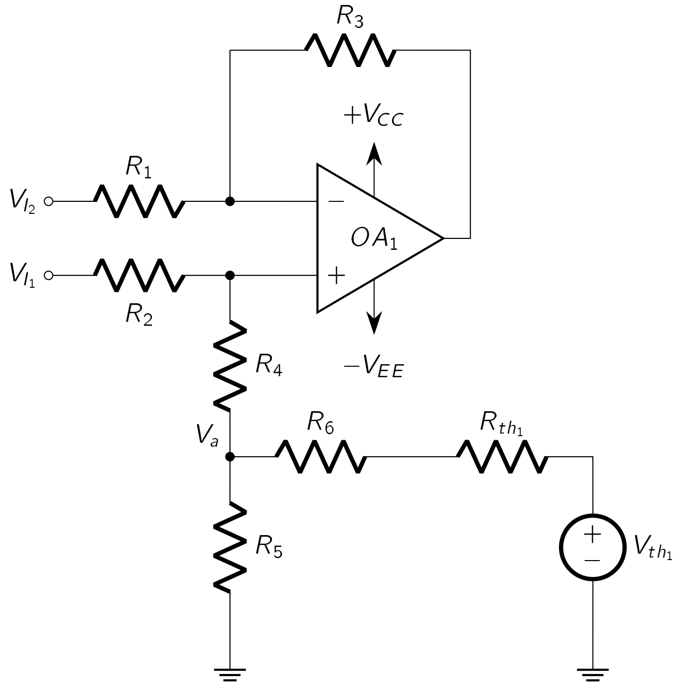

Figura 6:

Ahora encontramos el equivalente de Thévenin sobre el nodo V_a como se muestra en la figura 7.

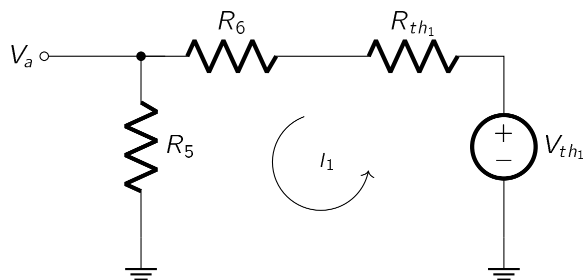

Figura 7:

De la figura 7 es fácil observar que la resistencia equivalente de Thévenin está dada por

$$R_{th_2} = R_5 \parallel (R_6 + R_{th_1}) = \frac{R5(R6 + R_{th_1})}{R_5 + R_6 + R_{th_1}} \tag{6}$$

Mediante división de voltaje, obtenemos el voltaje V_a como se muestra a continuación

$$V_a = \frac{R_5}{R_5 + R_6 + R_{th_1}} V_{th_1} = V_{th_2} \tag{7}$$

Esto nos posibilita redibujar el circuito de la figura 6 como se muestra a continuación:

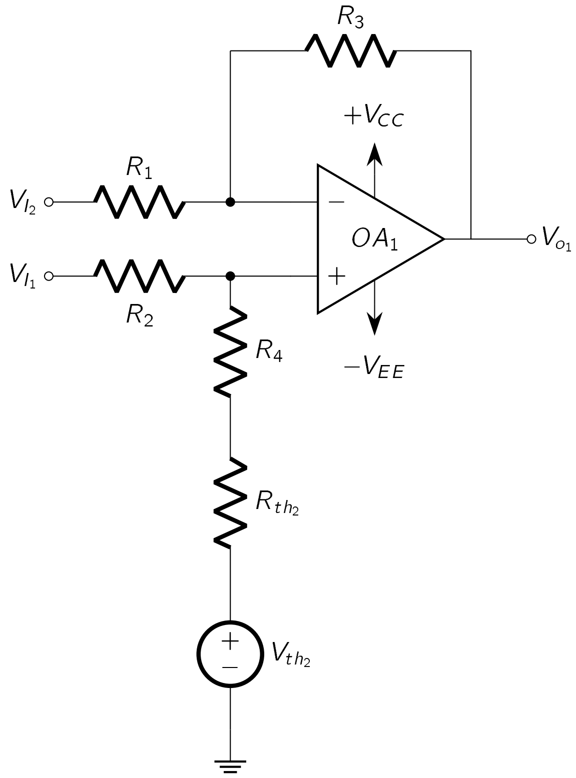

Figura 8:

Ya tenemos simplificada lo más posible la primera sección del circuito, con esto en mente procedemos a obtener el voltaje de salida mediante superposición.
Primero encontremos el voltaje de salida con respecto a V_{I_2}, esto se logra estableciendoa cero la fuente de tensión V_{I_1} y V_{th_2}

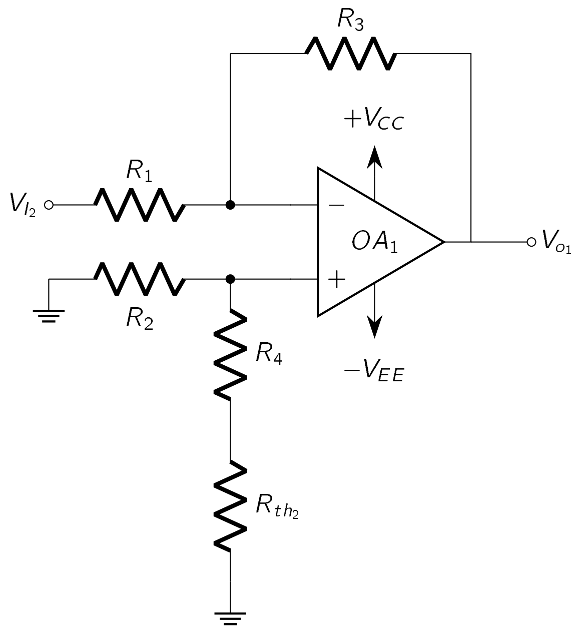

Figura 9:

Del circuito de la figura 9, las resistencias R_2, R_4 y R_{th_2} no tienen influencia sobre el voltaje de salida, por lo que fácilmente observamos que se trata de un amplificador inversor, así, el voltaje de salida está dado por

$$V_{o_1a}\Big|_{V_{I_1},V_{th_2}=0} = -\frac{R_3}{R_1}V_{I_2} \tag{8}$$

Ahora obtenemos el voltaje de salida con respecto a V_{I_1}, para esto desconectamos las fuentes V_{I_2} y V_{th_2} como se muestra en la figura 10.

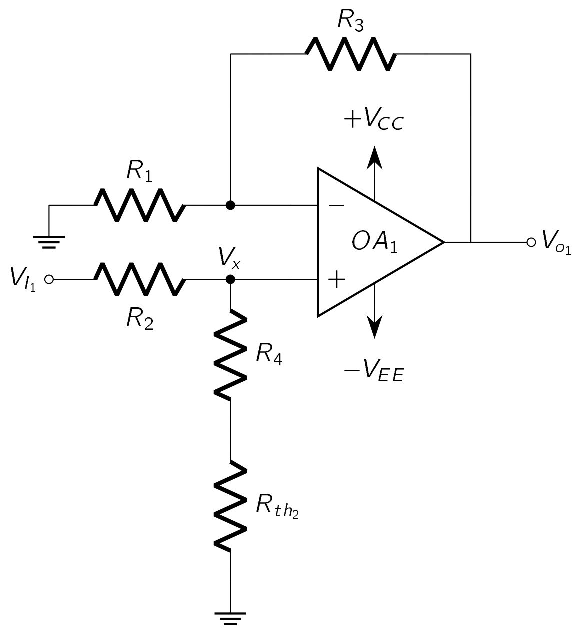

Figura 10:

Podemos notar que el circuito de la figura 10 se trata de un amplificador no inversor, antes de obtener el voltaje de salida, debemos encontrar el voltaje en el nodo V_x el cual está dado por

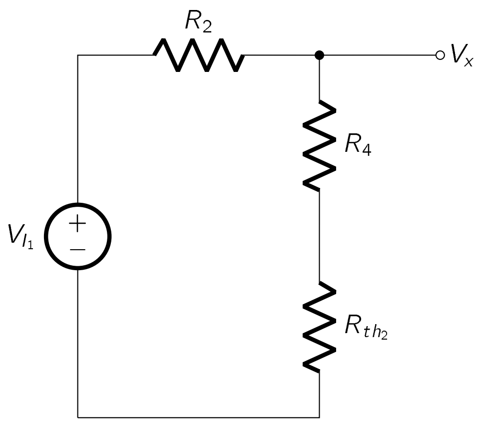

Figura 11:

$$V_x = \frac{R_4 + R_{th_2}}{R_2 + R_4 + R_{th_2}}V_{I_1} \tag{9}$$

Podemos identificar fácilmente que el voltaje de salida está dada por

$$V_{o_1b}\Big|_{V_{I_2},V_{th_2}=0} = \left(1 + \frac{R_3}{R_1}\right)V_x = \left(1 + \frac{R_3}{R_1}\right)\left(\frac{R_4 + R_{th_2}}{R_2 + R_4 + R_{th_2}}\right)V_{I_1} \tag{10}$$

Por último, calculamos el voltaje de salida con respecto a V_{th_2}, nuevamente, buscamos el voltaje V_x para poder onbtener el voltaje de salida, sea el circuito de la figura 12, mediante división de tensión el voltaje V_x es

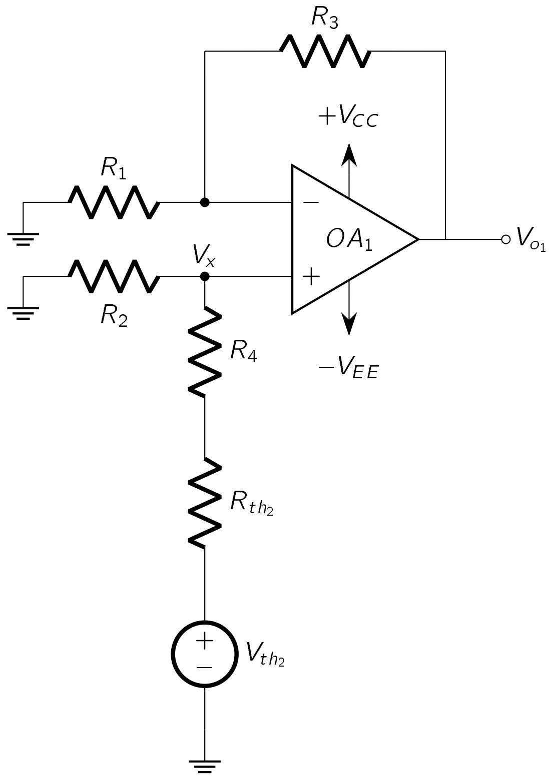

Figura 12:

$$V_x = \frac{R_2}{R_2 + R_4 + R_{th_2}} V_{th_2} \tag{11}$$

Así

$$V_{o_1 c}\Big|_{V_{I_1}, V_{I_2}=0} = \left(1 + \frac{R_3}{R_1}\right) V_x = \left(1 + \frac{R_3}{R_1}\right) \left(\frac{R_2}{R_2 + R_4 + R_{th_2}}\right) V_{th_2} \tag{12}$$

Al combinar las ecuaciones (8), (10) y (12) encontramos el voltaje de salida completo, es decir

$$V_{o_1} = \left(1 + \frac{R_3}{R_1}\right) \left(\frac{R_4 + R_{th_2}}{R_2 + R_4 + R_{th_2}}\right) V_{I_1} - \frac{R_3}{R_1} V_{I_2} + \left(1 + \frac{R_3}{R_1}\right) \left(\frac{R_2}{R_2 + R_4 + R_{th_2}}\right) V_{th_2} \tag{13}$$

O bien

$$V_{o_1} = \left(1 + \frac{R_3}{R_1}\right) \left(\frac{1}{R_2 + R_4 + R_{th_2}}\right) [(R4 + R_{th_2}) V_{I_1} + R_2 V_{th_2}] - \frac{R_3}{R_1} V_{I_2} \tag{14}$$

Continuamos ahora con la segunda etapa del circuito, antes de proceder con el análisis, reemplazamos el potenciómetro R_{10} por su modelo equivalente. También debemos notar la presencia del diodo D_1, éste establecerá un voltaje de V_D volts sobre la terminal superior del potenciómetro. Por lo tanto, podemos redibujar el circuito de la figura 13 como se muestra en la figura 14.

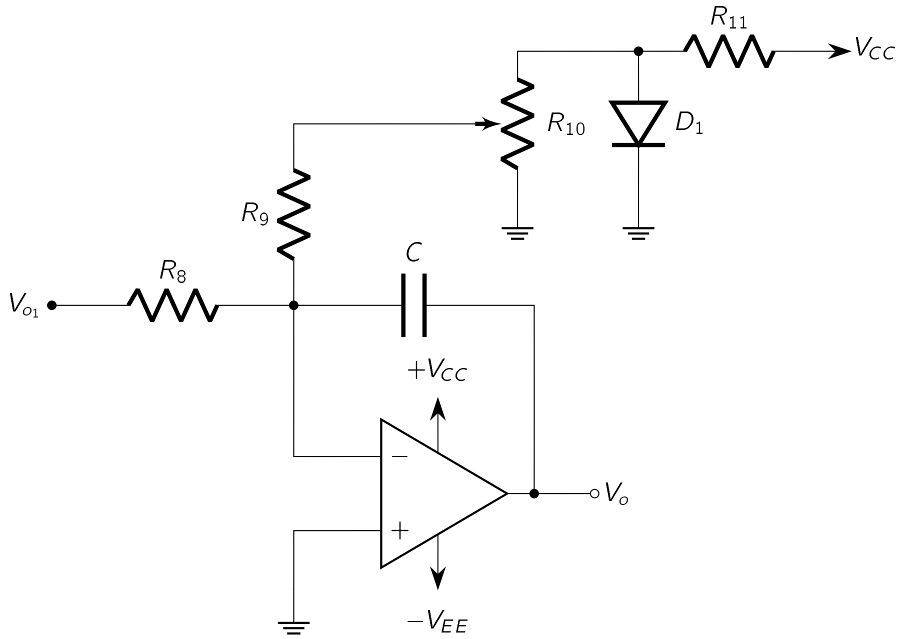

Figura 13:

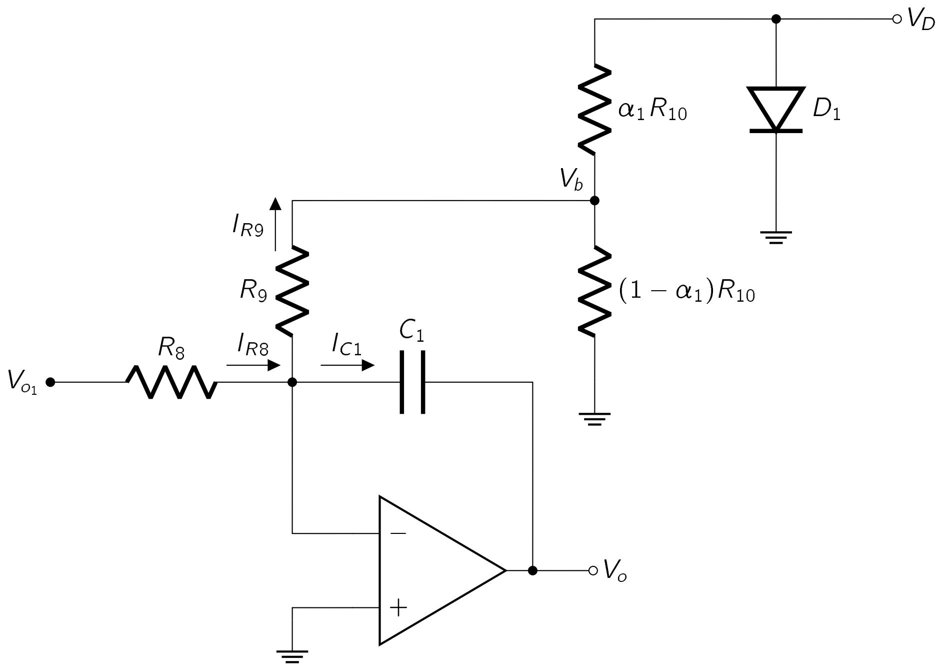

Figura 14: Reemplazando el potenciómetro por su modelo equivalente.

Calculamos el equivalente de Thévenin sobre el nodo V_b, modelamos además el diodo D_1 como una fuente de tensión con un voltaje de V_D volts el cual alimentará al potenciómetro.

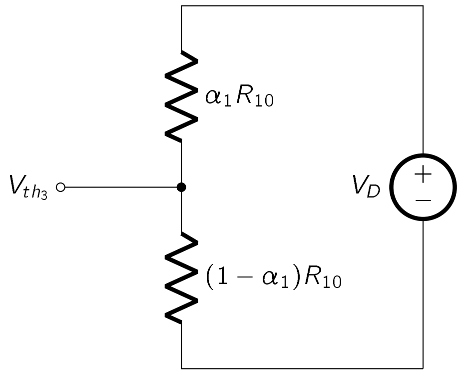

Figura 15:

Podemos calcular el voltaje de Thévenin mediante división de tensión:

$$V_{th_3} = \frac{(1-\alpha_1)R_{10}V_D}{(1-\alpha_1)R_{10} + \alpha_1 R_{10}} = (1-\alpha_1)V_D \tag{15}$$

La resistencia de Thévenin es similar a la de la ecuación (2), por lo cual

$$R_{th_3} = \alpha_1 R_{10}(1-\alpha_1) \tag{16}$$

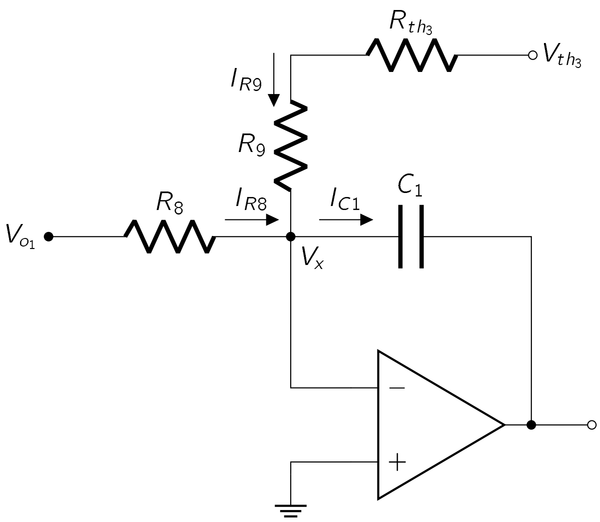

Figura 16:

Empleamos la LCK sobre el nodo V_x

$$I_{R8} + I_{R9} = I_{C1} \tag{17}$$

Mediante ley de Ohm:

$$\frac{V_{o_1} - V_x}{R_8} + \frac{V_{th_3} - V_x}{R_9 + R_{th_3}} = C\frac{d(V_x - V_o)}{dt} \tag{18}$$

Sin embargo, tenemos que $V_x = 0$, al reemplazarlo en la ecuación (18) y haciendo que $R_x = R_9 + R_{th_3}$ obtenemos

$$\frac{V_{o_1}}{R_8} + \frac{V_{th_3}}{R_x} = -C\frac{d(V_o)}{dt} \tag{19}$$

Despejamos V_o de (19)

$$\begin{aligned} -\frac{1}{CR_8}V_{o1} - \frac{1}{CR_x}V_{th_3} &= \frac{dV_o}{dt} \\ dV_o &= -\left(\frac{1}{CR_8}V_{o1} + \frac{1}{CR_x}V_{th_3}\right)dt \\ \int dV_o &= -\int \left(\frac{1}{CR_8}V_{o1} + \frac{1}{CR_x}V_{th_3}\right)dt \end{aligned} \tag{20}$$

Es decir

$$V_o = -\frac{1}{C}\left(\frac{V_{o_1}}{R_8} + \frac{V_{th_3}}{R_x}\right)t \tag{21}$$

1 Ejemplo 1

Sea el circuito de la figura 1, y sean los siguiente valores:

$$R_1 = 5\,\mathrm{k\Omega} \quad R_2 = 5\,\mathrm{k\Omega} \quad R_3 = 20\,\mathrm{k\Omega} \quad R_4 = 15\,\mathrm{k\Omega} \quad R_5 = 10\,\mathrm{k\Omega} \quad R_6 = 20\,\mathrm{k\Omega} \quad R_7 = 25\,\mathrm{k\Omega}$$
$$R_8 = 10\,\mathrm{k\Omega} \quad R_9 = 2\,\mathrm{k\Omega} \quad R_{10} = 20\,\mathrm{k\Omega} \quad R_{11} = 75\,\mathrm{k\Omega} \quad V_D = 0.5\,\mathrm{V}, V_{CC} = 15\,\mathrm{V} \quad V_{EE} = -15\,\mathrm{V}$$
$$\alpha = 0.4 \quad \alpha_1 = 0.5$$

Halle el voltaje de salida V_{o_1} y grafique la forma de onda de salida V_o respecto al tiempo

1.1 Solución

Utilizamos la ecuación (13) para calcular el voltaje de salida en el primer amplificador

$$V_{o_1} = \left(1 + \frac{R_3}{R_1}\right)\left(\frac{R_4 + R_{th_2}}{R_2 + R_4 + R_{th_2}}\right)V_{I_1} - \frac{R_3}{R_1}V_{I_2} + \left(1 + \frac{R_3}{R_1}\right)\left(\frac{R_2}{R_2 + R_4 + R_{th_2}}\right)V_{th_2} = 4.9286\,\mathrm{V} \tag{22}$$