Filtro Capacitivo

Author Rodrigo

Filtro capacitivo

Un capacitor es un elemento de almacenamiento de energía, éste intenta mantener un voltaje constante, previniendo por lo tanto cualquier cambio de voltaje a través de la carga. Un capacitor C puede conectarse en paralelo con la carga para mantener un voltaje continuo de salida constante v_o como se muestra en la figura 1. Bajo condiciones de estado estable, el capacitor tendrá un voltaje finito inicial. Cuando el voltaje instantáneo de la magnitud de la fuente de alimentación v_S sea mayor que el voltaje instantáneo del capacitor v_C, los diodos (D_1 y D_2 o D_3 y D_4) conducirán y el capacitor se cargará a través de la fuente de entrada.

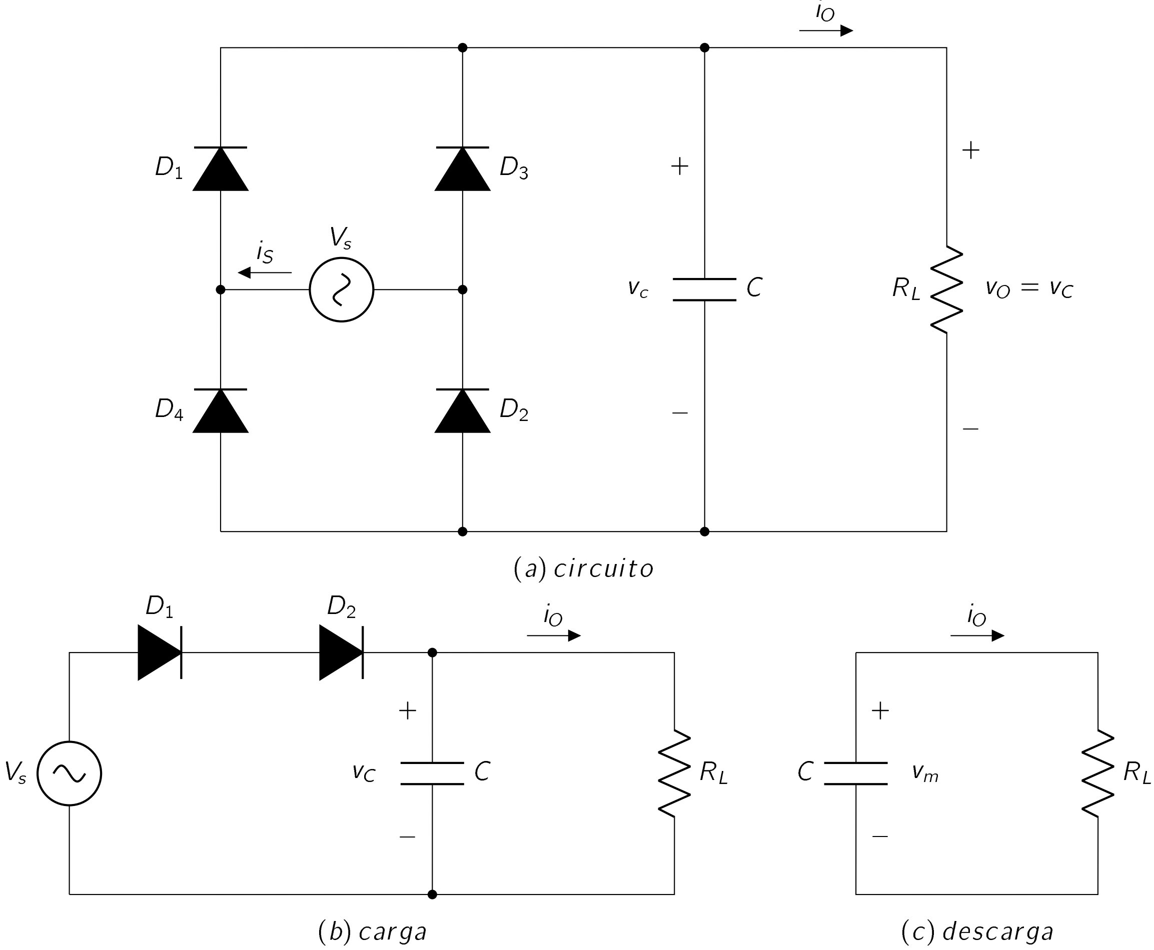

Figure 1:

Sin embargo, si la magnitud del voltaje v_S cae por debajo del voltaje instantáneo del capacitor C los diodos (D_1 y D_2 o D_3 y D_4) estarán polarizados en inversa y el capacitor C se descargará a través de la resistencia de carga R_L. El voltaje del capacitor v_C variará entre un valor mínimo $V_{o(min)}$ y un valor máximo $V_{o(max)}$. Las formas de onda del voltaje de salida v_O y el voltaje de rizado v_r se muestran en la figura 2. Si f es la frecuencia de la fuente de entrada, entonces el periodo del voltaje de entrada es $T = 1/f$.

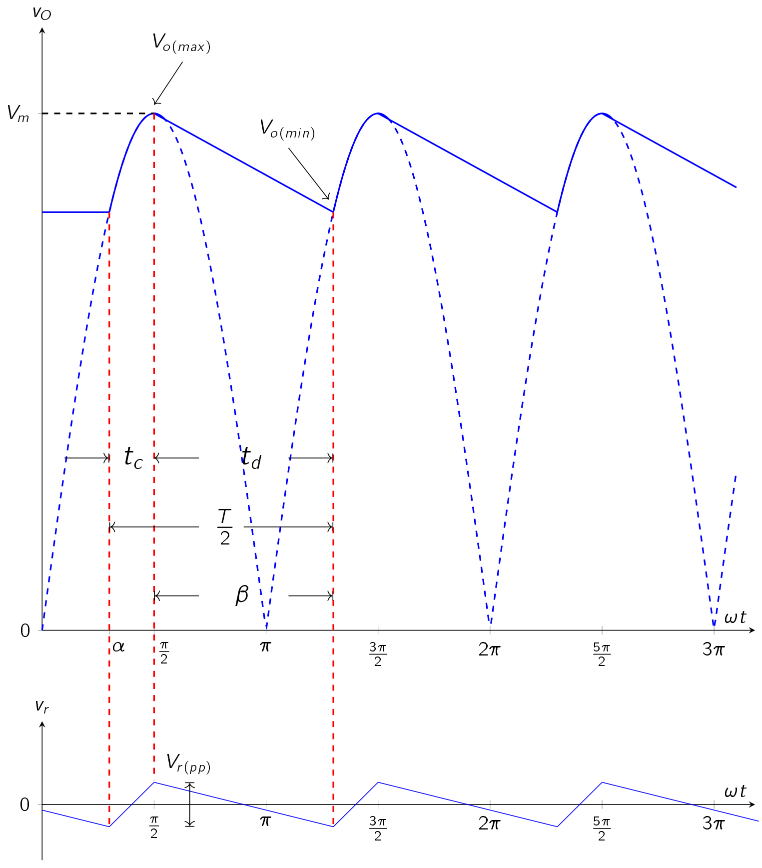

Figure 2:

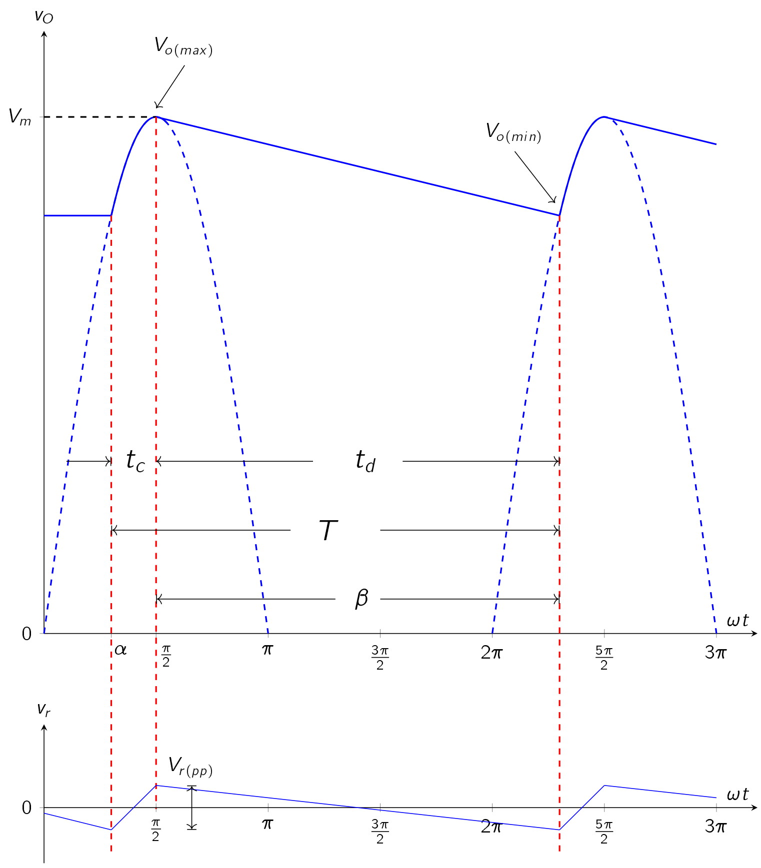

Figure 3:

Para un rectificador de media onda el periodo del voltaje de rizado será el mismo que el periodo T de la fuente de entrada. Sin embargo, para un rectificador de onda completa, el periodo del voltaje de rizado es $T/2$. La operación de salida se puede dividir en dos intervalos: intervalo 1 para la carga y el intervalo 2 para la descarga.

El circuito equivalente para el tiempo de carga del capacitor se muestra en la figura 1(b). el capacitor se carga (casi) hasta el voltaje instantáneo de la fuente de aimentación v_S, es decir, el capacitor C se cargará aproximadamente al voltaje pico V_m de la fuente de entrada, de tal manera que $v_C(\omega t = \pi/2) = V_m$. La figura 1(c) muestra el circuito equivalente durante la descarga. El capacitor se descarga exponencialmente a través de R_L. Cuando uno de los dos pares de diodos está conduciendo el capacitor C extrae un pulso de la corriente de carga desde la fuente de alimentación como se muestra en la figura 2. Como resultado, el rectificador genera una corriente armónica dentro de la fuente de AC. Para aplicaciones de gran potencia normalmente se requiere un filtro de entrada para reducir la cantidad de armónicos que se inyectan en la fuente de AC. Por la tanto, os rectificadores con un filtro C se usan sólo para aplicaciones de baja potencia.

Durante el intervalo de carga, y bajo condiciones de estado estable el capacitor se carga desde $V_{o(min)}$ hasta V_m. Asumimos que el voltaje de entrada positivo es igual al voltaje mínimo del capacitor $V_{o(min)}$ en un ángulo α (rad/s). Dado que el voltaje de entrada crece senoidalmente desde cero hasta V_m, en el primer ciclo el ángulo α puede determinarse como

$$V_{o(min)} = V_m \sin\alpha \tag{1}$$

o

$$\frac{V_{o(min)}}{V_m} = \sin\alpha$$

Por lo tanto

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{V_{o(min)}}{V_m}\right) \tag{2}$$

Si redefinimos el tiempo de origen ($\omega t = 0$) en $\pi/2$ como el inicio del intervalo 1 podemos deducir la corriente de descarga [figura 1(c)] como

$$v_c(t) - v_{RL} = 0 - \frac{i}{C}\int i_o dt + v_c(t=0) - R_L i_O = 0 \tag{3}$$

El cual, con una condición inicial de $v_c(\omega t = 0) = V_m$ da

$$-\frac{i}{C}\int i_o dt + V_m - R_L i_O = 0 \tag{4}$$

Para un mayor entendimiento podemos representar el circuito de la figura 1(c) por su equivalente en el dominio de$s$ como se muestra en la figura 3

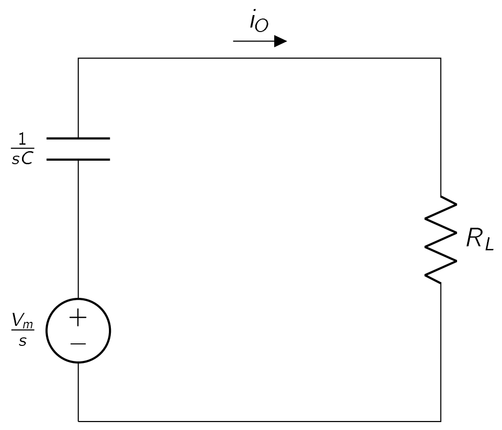

Figure 4:

Empleando la LTK sobre el lazo de la figura 3 obtenemos

$$\begin{aligned}
\frac{V_m}{s} - \frac{1}{sC} I_o(s) - R_L I_o(s) &= 0 \\
\frac{1}{sC} I_o(s) + R_L I_o(s) &= \frac{V_m}{s} \\
\left(\frac{1}{sC} + R_L\right) I_o(s) &= \frac{V_m}{s} \\
\left(\frac{1 + sR_L C}{sC}\right) I_o(s) &= \frac{V_m}{s} \\
I_o(s) = \left(\frac{sC}{1 + sR_L C}\right)\left(\frac{V_m}{s}\right) \\
I_o(s) &= \frac{CV_m}{1 + sR_L C} \\
I_o(s) &= \frac{CV_m}{R_L C\left(s + \frac{1}{R_L C}\right)}
\end{aligned}$$

Por lo tanto

$$I_o(s) = \frac{\frac{V_m}{R_L}}{s + \frac{1}{R_L C}} \tag{5}$$

Al emplear la transformada inversa de Laplace sobre la ecuación (5) obtenemos

$$i_o = \frac{V_m}{R_L} e^{-\frac{t}{R_L C}}, \quad 0 \le t \le t_d \tag{6}$$

El voltaje v_O durante el periodo de descarga se puede establecer como

$$v_O(t) = R_L i_O(t) = V_m e^{-\frac{t}{R_L C}} \tag{7}$$

De la figura 2, podemos encontrar el tiempo de descarga (o el ángulo de descarga β) como

$$\omega t_d = \beta = \begin{cases} \frac{\pi}{2} + \alpha, & rectificador\ de\ onda\ completa \\ \frac{3\pi}{2} + \alpha, & rectificador\ de\ media\ onda \end{cases}. \tag{8}$$

En $t = t_d$, $v_O(t)$ en la ecuación (7) se vuelve igual a $V_{o(min)}$ y podemos relacionar t_d con $V_{o(min)}$ como

$$v_O(t = t_d) = V_{o(min)} = V_m e^{-\frac{t_d}{R_L C}} \tag{9}$$

Despejando para t_d obtenemos

$$\begin{aligned}
\frac{V_{o(min)}}{V_m} &= e^{-\frac{t_d}{R_L C}} \\
\ln\left(\frac{V_{o(min)}}{V_m}\right) &= -\frac{t_d}{R_L C} \\
t_d &= -R_L C \ln\left(\frac{V_{o(min)}}{V_m}\right) \\
t_d &= -R_L C \left[\ln(V_{o(min)}) - \ln(V_m)\right]
\end{aligned}$$

$$t_d = R_L C \ln\left(\frac{V_m}{V_{o(min)}}\right) \tag{10}$$

Al igualar t_d en la ecuación (10) con t_d de la ecuación obtenemos

$$\omega R_L C \ln\left(\frac{V_m}{V_{o(min)}}\right) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} + \alpha = \frac{\pi}{2} + \arcsin\left(\frac{V_{o(min)}}{V_m}\right) & onda\ completa \\ \frac{3\pi}{2} + \alpha = \frac{3\pi}{2} + \arcsin\left(\frac{V_{o(min)}}{V_m}\right) & media\ onda \end{cases}. \tag{11}$$

Al despejar C en la ecuación (11) obtenemos

$$C = \begin{cases} \frac{\frac{\pi}{2}+\arcsin\left(\frac{V_{o(min)}}{V_m}\right)}{\omega R_L \ln\left(\frac{V_m}{V_{o(min)}}\right)} & \textit{rectificador de onda completa} \\ \\ \frac{\frac{3\pi}{2}+\arcsin\left(\frac{V_{o(min)}}{V_m}\right)}{\omega R_L \ln\left(\frac{V_m}{V_{o(min)}}\right)} & \textit{rectificador de media onda} \end{cases} . \tag{12}$$

Si asumimos que el tiempo de carga t_c es pequeño comparado con el tiempo de descarga t_d (es decir, $t_d \gg t_c$, el cual generalmente es el caso), podemos entonces relacionar t_c y t_d con el periodo T de la fuente de entrada como

$$t_d = \begin{cases} \frac{T}{2} - t_c \simeq \frac{T}{2} = \frac{1}{2f} \\ T - t_c \simeq T = \frac{1}{f} \end{cases} \tag{13}$$

Usando la expansión en series de Taylor de $e^{-x} = 1 - x$ para pequeños valores de $x \ll 1$ podemos simplificar la ecuación (9) como

$$V_{o(min)} = V_m e^{-\frac{t_d}{R_L C}} = V_m \left(1 - \frac{t_d}{R_L C}\right) \tag{14}$$

Esto nos da el voltaje pico a pico del voltaje de rizado $V_{r(pp)}$ como

$$V_{r(pp)} = V_m - V_{o(min)} = \begin{cases} V_m \left(\frac{t_d}{R_L C}\right) = \frac{V_m}{2f R_L C} & \textit{rectificador de onda completa} \\ \frac{V_m}{f R_L C} & \textit{rectificador de media onda} \end{cases} \tag{15}$$

Las ecuaciones en (15) pueden usarse para encontrar el valor del capacitor C con una precisión razonable para la mayoría de de los propósitos prácticos siempre y cuendo el factor de rizo se encuentre dentro del 10%. Podemos observar de la ecuación (15) que para la misma cantidad de voltaje de rizado , el rectificador de onda completa requerirá la mitad de la capacitancia C debido a la doble frecuencia de rizado $2f$ a comparación con el rectificador de media onda.

Si asumimos que el voltaje de salida decrece linealmente desde $V_{o(max)}(= V_m)$ hasta $V_{o(min)}$ durante el intervalo de descarga, el voltaje de salida promedio puede ser encontrado de forma aproximada de la siguiente manera:

$$V_{o(avg)} = \frac{V_m + V_{o(min)}}{2} = \frac{1}{2}\left[V_m + V_m\left(1 - \frac{t_d}{R_L C}\right)\right] \tag{16}$$

Al sustituir la ecuación (13) en (16) obtenemos

$$V_{o(avg)} = \begin{cases} \frac{1}{2}\left[V_m + V_m\left(1 - \frac{1}{2R_L f C}\right)\right] = \frac{V_m}{2}\left[2 - \frac{1}{2R_L f C}\right] & \textit{rectificador de onda completa} \\ \\ va\frac{1}{2}\left[V_m + V_m\left(1 - \frac{1}{R_L f C}\right)\right] = \frac{V_m}{2}\left[2 - \frac{1}{R_L f C}\right] & \textit{rectificador de media onda} \end{cases} \tag{17}$$

Ejemplo de Diseño

Un rectificador de onda completa monofásico se alimneta directamente desde una fuente de 120 V a 60 Hz sin ningún transformador de entrada. La resistencia de carga es $R_L = 500\,\Omega$

a) Diseñe un filtro C de tal manera que el voltaje pico a pico se encuentre dentro del 10% de V_m

b) Con el valor de C encontrado en (a), calcule el voltaje de salida $V_{o(avg)}$ y el voltaje en el capacitor si la carga se encuentra desconectada

Solución

(a)

$$V_m = \sqrt{2}V_s = \sqrt{2} \times 120 = 169.7\,\mathrm{V}$$

El voltaje de rizado pico a pico es

$$V_{r(pp)} = 10\% V_m = 0.1 \times 169.7\,\mathrm{V} = 16.97\,\mathrm{V}$$

El voltaje de salida mínimo es

$$V_{o(min)} = V_m - V_{r(pp)} = 170 - 16.97 = 152.74\,\mathrm{V}$$

Obtenemos el ángulo α a partir de la ecuación (2)

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{V_{o(min)}}{V_m}\right) = 1.12\,\mathrm{rad} = 64.16°$$

Obtenemos el ángulo de descarga a partir de la ecuación (8)

$$\beta = \frac{\pi}{2} + \alpha = \frac{\pi}{2} + 1.12 = 2.698\,\mathrm{rad} = 154.16°$$

Obtenemos el valor del capacitor a partir de la ecuación (12)

$$C = \frac{\frac{\pi}{2} + \alpha}{2\pi f R_L \ln\left(\frac{V_m}{V_{o(min)}}\right)} = \frac{\frac{\pi}{2} + 1.12}{2\pi \times 86 \times 500 \times \ln(169.7/152.74)} = 135.48\,\mu\mathrm{F}$$

La ecuación aproximada para C usando la ecuación (15) nos da un valor de :

$$C = \frac{V_m}{2 f R_L V_{r(pp)}} = \frac{169.7}{2 \times 60 \times 500 \times 16.97} = 166.7\,\mu\mathrm{F}$$

Utilizamos la ecuación (17) para obtener el voltaje promedio

$$V_{o(avg)} = \frac{V_m}{2}\left[2 - \frac{1}{2R_L f C}\right] = \frac{169.7}{2}\left[2 - \frac{1}{2 \times 500 \times 60 \times 166.7 \times 10^{-6}}\right] = 161.21\,\mathrm{V}$$

Si la reistencia R_L se desconecta, el capacitor se cargará hasta el calor pico del voltaje de entrada V_m. por lo tanto, el voltaje de salida promedio con la carga desconectada es de

$$V_{o(no\,load)} = V_m = 169.7\,\mathrm{V} \tag{18}$$

El voltaje de salida promedio $V_{o(avg)}$ = cambiará desde 169.7 V a 161.2 V si se conecta la carga. Este cambio en el voltaje se le conoce como *regulación de voltaje* el cual se define como

$$\texttt{Regulación de voltaje} = \frac{V_{0(no-load)} - V_{o(load)}}{V_{o(load)}} = \frac{V_{o(load)} - V_{o(avg)}}{V_{o(avg)}} \tag{19}$$

O bien

$$\texttt{Regulación de voltaje} = \frac{169.7 - 161.2}{161.2} = 5.27\%$$