Diodos rectificadores

Author Rodrigo
Chapter Basic Circuit Analysis
Problem 2.68

Resumen

Los diodos son extremadamente usados en rectificadores, la mayoría de los equipos electrónicos y circuitos requieren de fuentes de DC para que operen correctamente. Las baterías recargables pueden ser usadas en estas aplicaciones, sin embargo, sólo ofrecerían una potencia limitada y un voltaje inestable conforme se vayan descargando las celdas. Las fuentes de alimentación de DC más comunes se realizan a partir de rectificadores AC/DC. Un Rectificador es un circuito que convierte una señal de AC en una señal unidireccional. Los rectificadores AC/DC sin controlar usualmente consisten de circuitos con diodos los cuales pueden ser clasificados en los siguientes grupos.

- Rectificadores de media onda
- Rectificadores de onda completa
- Rectificadores de tres fases
- Rectificadores multipulso
- Rectificadores de Corrección de Factor de Potencia (PFC)
- Rectificadores tipo boost modulados por ancho de pulso

Introducción

La entrada de un diodo rectificador es un voltaje de AC, el cual puede ser un voltaje monofásico o trifásico, usualmente de una onda senoidal pura. Un voltaje de entrada monofásico $v(t)$ puede ser expresado como:

$$v(t) = \sqrt{2}V \sin \omega t = V_m \sin \omega t \tag{1}$$

Donde:

$v(t)$	Es el voltaje de entrada instantáneo
V	Es el valor rms
V_m	Es la amplitud
ω	Es la frecuencia angular donde $\omega = 2\pi f$ (f es la frecuencia de la fuente)

Rectificadores de media onda

Un circuito rectificador de media onda consiste de un voltaje de entrada monofásico de AC y un diodo. El circuito se muestra en la figura 1.

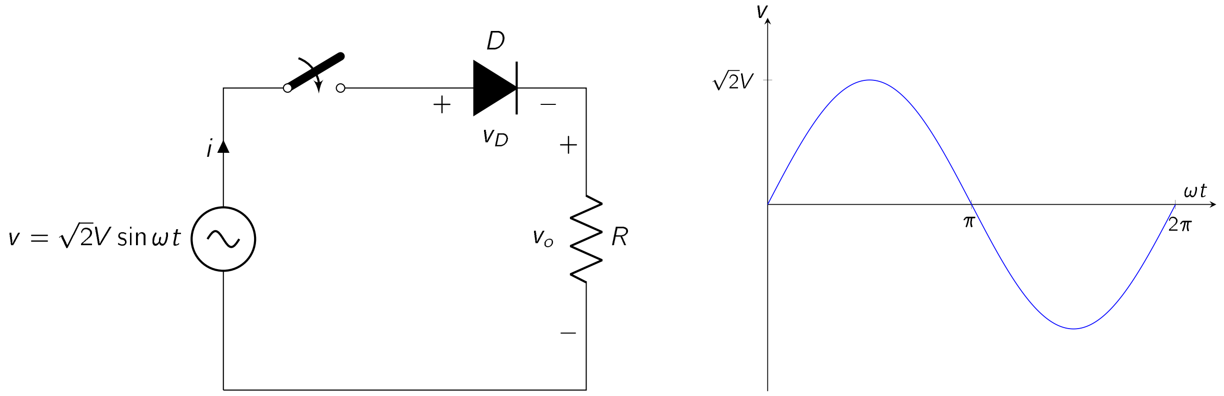

Figure 1:

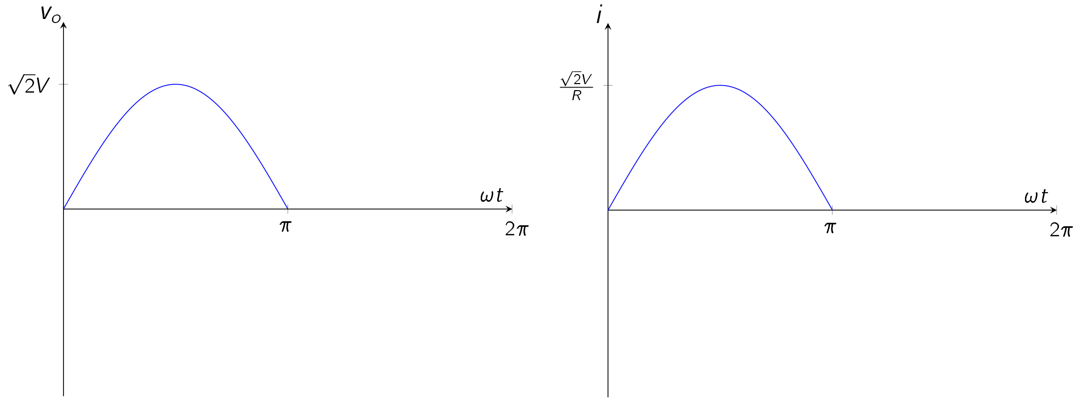

Figure 2:

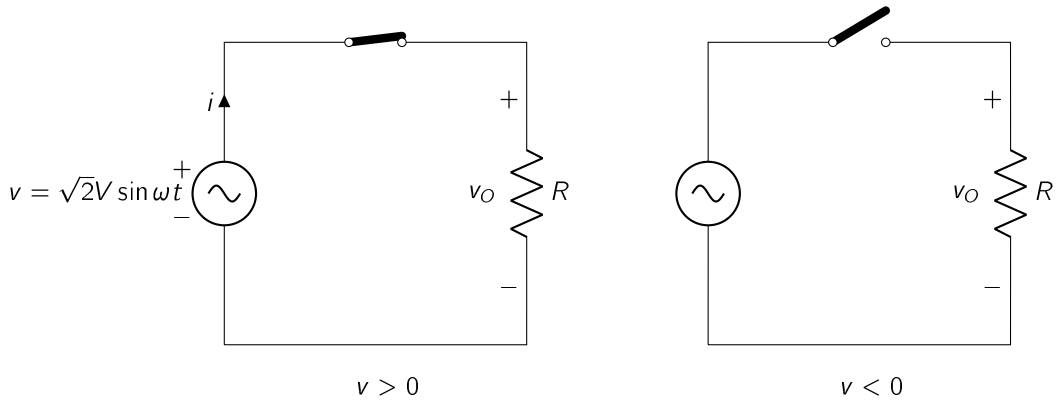

Figure 3:

El diagrama del circuito del rectificador de media onda se muestra en la figura 1(a). Consideremos el intervalo 1 como $0 \leq \omega t \leq \pi$ durante el semiciclo positivo del voltaje de entrada. El diodo D conduce y se comporta como un cortocircuito, como se muestra en la figura 3(a). El voltaje de entrada aparece a través de la resistencia R, esto es, el voltaje de salida sería:

$$v_O = V_m \sin \omega t, \quad 0 \leq \omega t \leq \pi \tag{2}$$

Si incluimos la caída de voltaje del diodo ($V_D = 0.7\,\text{V}$) el voltaje pico de salida V_m sería reducido a $(V_m - V_D)$ y el voltaje instantáneo de salida sería:

$$v_O = (V_m - V_D) \sin \omega t, \quad 0 \leq \omega t \leq \pi \tag{3}$$

Consideremos $\pi \leq \omega t \leq 2\pi$ como el intervalo 2 durante el semiciclo negativo del voltaje de entrada. El diodo D se encontrará polarizado en inversa, por lo que se comportará como un circuito abierto, como se muestra en la figura 3(b). Por lo tanto el voltaje de salida v_O sería igual a cero, esto es:

$$v_O = 0, \quad \pi \leq \omega t \leq 2\pi \tag{4}$$

El voltaje de salida promedio $V_{O(av)}$ se encuentar usando la siguiente ecuación:

$$V_{O(av)} = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) d(\omega t) \tag{5}$$

Por lo tanto, a partir de la gráfica de la figura 2(a) y de las ecuaciones (2) y (4) podemos definir el voltaje de salida como

$$v_O = \begin{cases} V_m \sin \omega t, & 0 \leq \omega t \leq \pi \\ 0, & \pi \leq \omega t \leq 2\pi \end{cases} \tag{6}$$

Así

$$\begin{aligned} V_{O(av)} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi V_m \sin \omega t \ d(\omega t) \\ &= \frac{V_m}{2\pi} \int_0^\pi \sin \omega t \ d(\omega t) \\ &= - \left[\frac{V_m}{2\pi} \cos(\omega t) \right] \Bigg|_0^\pi \\ &= -\frac{V_m}{2\pi} \left[cos(\pi) - \cos(0) \right] \\ &= -\frac{V_m}{2\pi}(-1-1) \\ &= \frac{2V_m}{2\pi} \end{aligned}$$

O bien

$$V_{O(av)} = \frac{V_m}{\pi} \approx 0.318 V_m \tag{7}$$

Por lo tanto, la corriente promedio $I_{O(av)}$ en la resistencia de carga R puede encontrarse mediante la ley de Ohm

$$I_{O(av)} = \frac{V_{O(av)}}{R} = \frac{V_m}{\pi R} = \frac{0.318 V_m}{R} \tag{8}$$

El voltaje rms de una señal está dado por:

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T f^2(t) dt} \tag{9}$$

Así, el voltaje rms de salida del rectificador de media onda puede escribirse como

$$\begin{aligned} V_{o(rms)} &= \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^\pi v_O^2 \, d(\omega t)} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^\pi V_m^2 \sin^2(\omega t) \, d(\omega t)} \\ &= \sqrt{\frac{V_m^2}{2\pi} \int_0^\pi \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(2\omega t) \right] \, d(\omega t)} \end{aligned}$$

Donde

$$\begin{aligned} \int_0^\pi \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(2\omega t) d(\omega t) \right] &= \int_0^\pi \frac{1}{2} d(\omega t) - \int_0^\pi \frac{1}{2} \cos(2\omega t) d(\omega t) \\ &= \left[\frac{\omega t}{2} \right] \Bigg|_0^\pi - \left[\frac{1}{4} \sin(2\omega t) \right] \Bigg|_0^\pi \\ &= \frac{\pi}{2} - \frac{1}{4} \sin(2\pi) + \frac{1}{4} \sin 0 = \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

Por último

$$V_{o(rms)} = \sqrt{\frac{V_m^2}{2\pi} \left(\frac{\pi}{2} \right)} = \sqrt{\frac{V_m^2}{4}}$$

$$V_{o(rms)} = \frac{V_m}{2} = 0.5V_m \tag{10}$$

Y la corriente rms de la carga $I_{o(rms)}$ está dada por

$$I_{o(rms)} = \frac{V_{o(rms)}}{R} = \frac{V_m}{2R} = \frac{0.5V_m}{R} \tag{11}$$

Rectificador de media onda con el diodo real

Asumiendo una aproximación lineal para el diodo en dirección directa, el diodo comienza a conducir en el medio ciclo positivo, cuando $V_m \sin \omega t = V_{D0}$, mientras el diodo conduce, la corriente en la carga será igual a:

$$i_L = \frac{V_m \sin \omega t - V_{D0}}{R_L + r_D} \tag{12}$$

El diodo parará de conducir cuando $V_m \sin \omega t$ iguale nuevamente a V_{D0}, permaneciendo apagado hasta el siguiente semiciclo positivo, y así sucesivamente (figura 4).

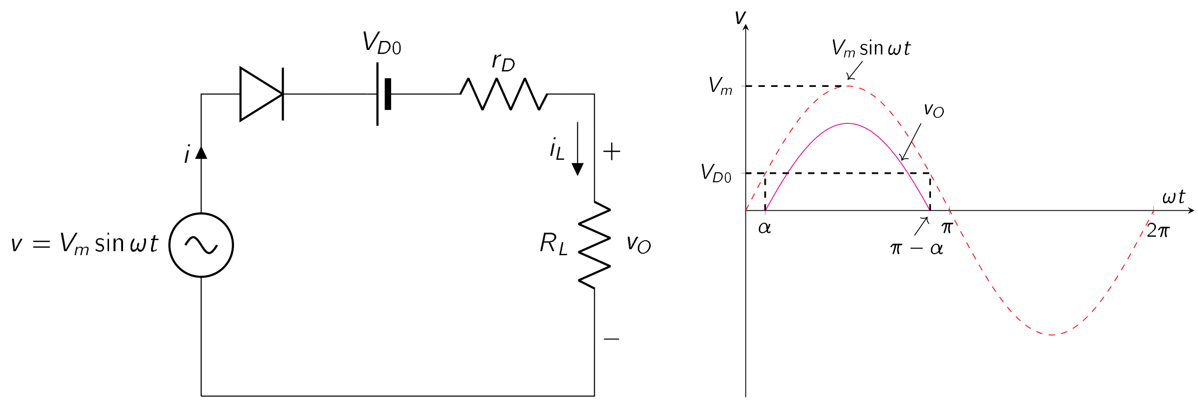

Figure 4:

Por lo tanto, el voltaje en la carga está dado por

$$v_O = \begin{cases} \frac{R_L}{R_L + r_D}\left(V_m \sin \omega t - V_{D0}\right), & 2m\pi + \alpha \leq \omega t \leq (2m+1)\pi - \alpha \\ 0, & otherwise \end{cases} \tag{13}$$

Donde $\alpha = \sin^{-1}(V_{D0}/V_m)$ y $m = 0, 1, 2, \ldots$

El ángulo α en el cual el diodo comienza a conducir puede hallarse con la siguiente condición

$$V_m \sin \alpha = V_{D0}$$
$$\sin \alpha = \frac{V_{D0}}{V_m}$$

o

$$\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{V_{D0}}{V_m}\right) \tag{14}$$

El voltaje de DC o voltaje promedio en la carga está dado por

$$
\begin{aligned}
V_{O(avg)} &= \frac{1}{2\pi}\int_{\alpha}^{\pi-\alpha} v_L\, d(\omega t) = \frac{1}{2\pi}\int_{\alpha}^{\pi-\alpha} \frac{R_L}{R_L + r_D}\left(V_m \sin\omega t - V_{D0}\right) d(\omega t)\\
&= \frac{R_L}{2\pi(R_L + r_D)}\left[\int_{\alpha}^{\pi-\alpha} V_m \sin\omega t\, d(\omega t) - \int_{\alpha}^{\pi-\alpha} V_{D0} d(\omega t)\right]\\
&= \frac{R_L}{2\pi(R_L + r_D)}\left[(-V_m\cos\omega t)|_{\alpha}^{\pi-\alpha} - (V_{D0}(\omega t))|_{\alpha}^{\pi-\alpha}\right]\\
&= \frac{R_L}{2\pi(R_L + r_D)}\left[-V_m\cos(\pi-\alpha) + V_m\cos\alpha - V_{D0}(\pi-\alpha) + \alpha V_{D0}\right]\\
&= \frac{R_L}{2\pi(R_L + r_D)}\left[-V_m(-\cos\alpha) + V_m\cos\alpha - \pi V_{D0} + \alpha V_{DO} + \alpha V_{DO}\right]
\end{aligned}
$$

Por lo tanto

$$
V_{O(avg)} = \frac{R_L}{2\pi(R_L + r_D)}\left[2V_m\cos\alpha + (2\alpha - \pi)V_{D0}\right] \tag{15}
$$

Cuando $V_{D0} \ll V_m$ y $r_D \ll R_L$, entonces V_{D0} y r_D pueden ser despreciados y v_O puede ser reducido a la ecuación (7). Si se llegase a invertir la conexión del diodo, la conducción ocurriría en los semiciclos negativos lo cual invertiría a su vez la polaridads de VDC.

Rectificador de onda completa

Un puente rectificador de onda completa monofásico requiere de 4 diodos como se muestra en la figura 5. Normalmente se suele utilizar un transformador en la entrada para satisfacer los requerimientos del voltaje de salida. Dado que v_s es positivo desde $\omega t = 0$ a π y negativo desde $\omega t = \pi$ a 2π, la operación del circuito se puede dividir entonces en dos intervalos: intervalo 1 e intervalo 2.

El intervalo 1 es el intervalo $0 \leq \omega t \leq \pi$ durante el semiciclo positivo del voltaje de entrada v_s. En este intervalo los diodos D_3 y D_4 se encuentran polarizados en inversa. Asumiendo diodos ideales, los diodos D_1 y D_2 conducen y se comportan como corto cortocircuito. El voltaje de entrada $v_S = V_m \sin\omega t$ aparece a través de la resistencia de carga R. Esto es, el voltaje de salida sería:

$$
v_O = V_m \sin\omega t, \quad 0 \leq \omega t \leq \pi \tag{16}
$$

El intervalo 2 es el intervalo $\pi \leq \omega t \leq 2\pi$ durante el semiciclo negativo del voltaje de entrada v_S. En esta ocasión los diodos D_1 y D_2 se encontrarán polarizados en inversa mientras que los diodos D_3 y D_4 conducirán, comportándose como cortocircuitos. El voltaje negativo de $v_S = V_m \sin\omega t$ aparecerá sobre la carga, es decir

$$
v_O = -V_m \sin\omega t, \quad \pi \leq \omega t \leq 2\pi \tag{17}
$$

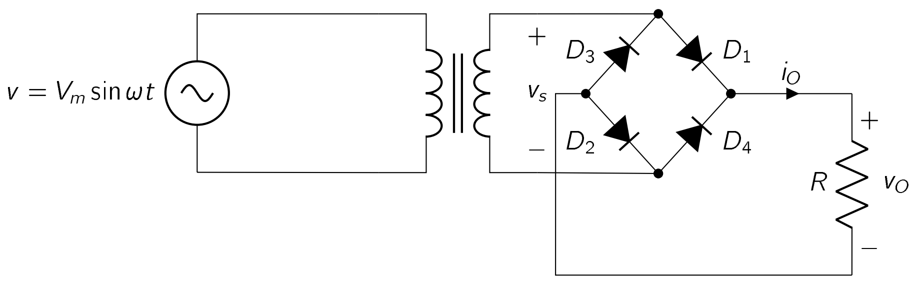

Figure 5:

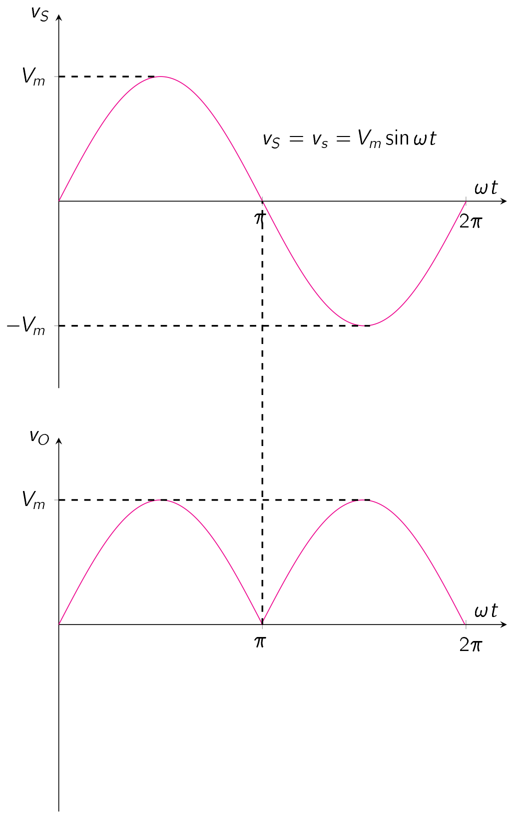

Figure 6:

Si V_{D0} es tomado en cuenta, el voltaje pico en la carga será de $V_m - 2V_{D0}$ debido a los dos diodos en serie conduciendo. Asdumiendo diodos ideales, el voltaje de salida promedio sería de:

$$\begin{aligned} V_{O(av)} &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} V_m \sin \omega t \, d(\omega t) \\ &= - \left[\frac{V_m}{\pi} \cos(\omega t) \right] \Bigg|_0^{\pi} \\ &= - \frac{V_m}{\pi} \left[\cos \pi - \cos 0 \right] \end{aligned}$$

Por lo tanto:

$$V_{O(av)} = \frac{2V_m}{\pi} \approx 0.636Vm \tag{18}$$

Por lo tanto, la corriente promedio $I_{O(av)}$ en la resistencia de carga R puede encontrarse mediante la ley de Ohm

$$I_{O(av)} = \frac{V_{O(av)}}{R} = \frac{2V_m}{\pi R} = \frac{0.636V_m}{R} \tag{19}$$

De la ecuación (9), el voltaje rms de una señal está dado por:

$$\begin{aligned} V_{rms} &= \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^{T} V_m^2 \sin^2(\omega t) d(\omega t)} \\ &= \sqrt{\frac{V_m^2}{\pi} \left(\frac{\pi}{2} \right)} \end{aligned}$$

$$V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = 0.707V_m \tag{20}$$

La corriente de carga $I_{O(rms)}$ está dada por

$$I_{O(rms)} = \frac{V_{O(rms)}}{R} = \frac{V_m}{2R} \tag{21}$$

Rectificador de onda completa con el diodo real

Nuevamente, asumiendo una aproximación lineal para los diodos en dirección directa, éste comenzara a conducir cuando $V_m \sin \omega t = V_{D0}$, la corriente de carga es de:

$$i_L = \frac{V m \sin \omega t - 2V_{D0}}{R_L + 2r_D} \tag{22}$$

El voltaje en la carga está dado por

$$v_O = \left\{ \frac{R_L}{R_L+2r_D} \left(V_m \sin \omega t - 2V_{D0}\right), \quad 2m\pi + \alpha \leq \omega t \leq (2m+1)\pi - \alpha \right. \tag{23}$$

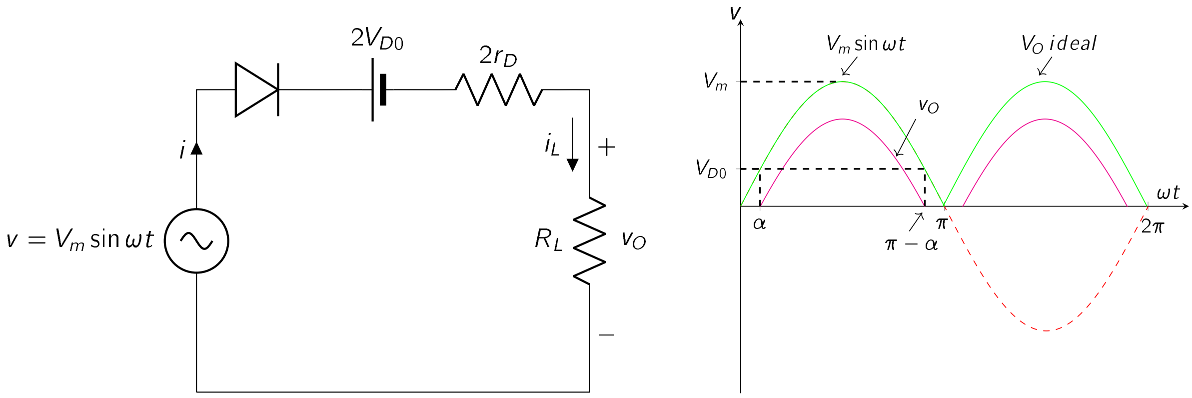

Figure 7:

El voltaje de DC estará dado por:

$$\begin{aligned}
V_{O(avg)} &= \frac{1}{\pi}\int_{\alpha}^{\pi-\alpha} v_L\, d(\omega t) = \frac{1}{\pi}\int_{\alpha}^{\pi-\alpha} \frac{R_L}{R_L+2r_D}\left(V_m \sin \omega t - 2V_{D0}\right) d(\omega t) \\
&= \frac{R_L}{\pi(R_L+2r_D)}\left[\int_{\alpha}^{\pi-\alpha} V_m \sin \omega t\, d(\omega t) - \int_{\alpha}^{\pi-\alpha} 2V_{D0} d(\omega t)\right] \\
&= \frac{R_L}{\pi(R_L+2r_D)}\left[\left(-V_m \cos \omega t\right)\Big|_{\alpha}^{\pi-\alpha} - \left(2V_{D0}(\omega t)\right)\Big|_{\alpha}^{\pi-\alpha}\right] \\
&= \frac{R_L}{\pi(R_L+2r_D)}\left[-V_m \cos(\pi-\alpha) + V_m \cos \alpha - 2V_{D0}(\pi-\alpha) + 2\alpha V_{D0}\right] \\
&= \frac{R_L}{\pi(R_L+2r_D)}\left[-V_m(-\cos \alpha) + V_m \cos \alpha - 2\pi V_{D0} + 2\alpha V_{DO} + 2\alpha V_{DO}\right]
\end{aligned}$$

Por lo tanto

$$V_{O(avg)} = \frac{R_L}{\pi(R_L+r_D)}\left[2V_m \cos \alpha + 2(2\alpha-\pi)V_{D0}\right] \tag{24}$$