# Computação Básica

Prof. Alexandre Zaghetto
zaghetto@unb.com

**Atenção: para o problema abaixo, escreva o código em portugol, o fluxograma e o programa em linguagem de programação C.**

## Raízes de Equações

Em seu curso de álgebra você gastou muita energia para encontrar soluções para equações como

$$7x + 5 = 4x + 3$$

ou

$$x^2 = 3x + 5.$$

No caso de equações do primeiro grau, escritas na forma $ax + b = 0$, o valor de x é dado por $x = -b/a$. Para equações do segundo grau, escritas na forma $ax^2 + bx + c = 0$, a solução pode ser obtida por meio da fórmula de Bhaskara. A medida que avançamos para uma consideração de equações mais complicadas como

$$3x^3 = 7x + 2$$

ou

$$5\text{sen } x = x + 2$$

ou

$$x^5 = x^4 - 3x^2 + 1,$$

vemos que fórmulas explícitas para as soluções são tão complicadas que se tornam praticamente inúteis, ou então tais fórmulas sem mesmo existem. Quando se precisa de resposta para esses problemas, somos forçados a lançar mão de aproximações. Existe uma grande abundância de métodos para essas aproximações. Os métodos gráficos são talvez os mais simples dos muitos métodos propostos para encontrar raízes de equações. Suponhamos que você queira obter aproximações para as raízes da equação

$$3x^3 = 7x +2.$$

Inicialmente reescrevemos a equação de modo que a expressão à esquerda seja igual a zero,

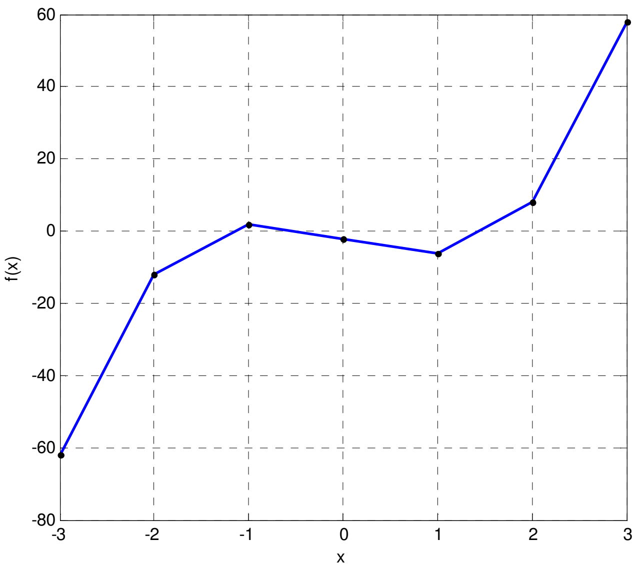
$$3x^3 - 7x - 2 = 0,$$

e reformulamos o problema da seguinte maneira: considere a função f(x) dada por,

$$f(x) = 3x^3 - 7x - 2,$$

e ache os valores de x para os quais a função f(x) é igual a zero, ou seja, f(x) = 0. Em seguida traçamos o gráfico de f(x).

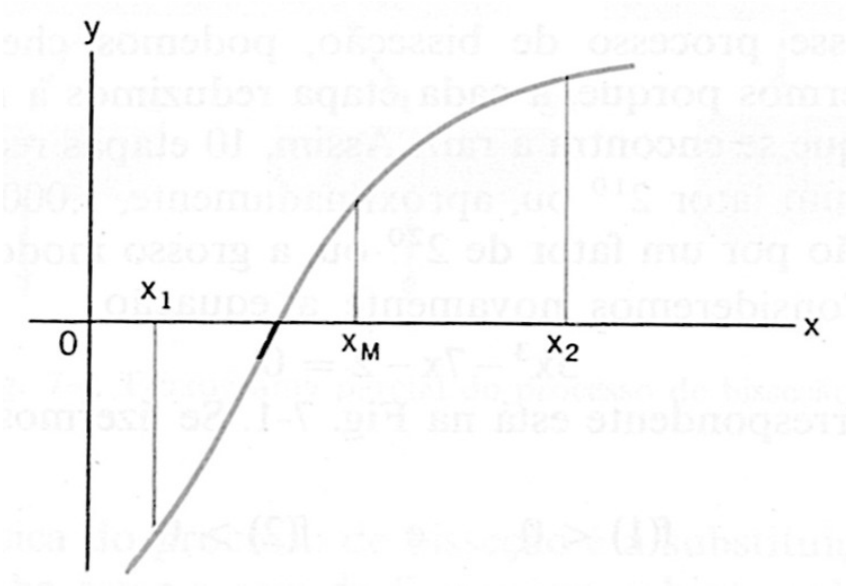
| x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| f(x) | -62 | -12 | 2 | -2 | -6 | 8 | 58 |




Podemos verificar a localização das raízes entre -2 e -1, ente -1 e 0 e entre 1 e 2. O método gráfico nos dará uma aproximação para uma raiz da equação. Uma vez que tenhamos uma idéia de onde fica uma raiz, podemos melhorar a sua precisão. Muitos dos métodos empregados em computadores para resolver tais problemas se resumem a métodos de busca. A estratégia geral em métodos de busca é estabelecer que o alvo (neste caso, a raiz de uma equação) deve ser encontrado em algum intervalo de uma variável, e então usar algum teste ou critério para reduzir esse intervalo. O *método da bisseção sucessiva* é uma técnica relativamente simples para reduzir repetidamente o tamanho de um intervalo em que será encontrada uma raiz de uma equação. O método destina-se a ser usado quando se sabe antecipadamente que a função é contínua e tem apenas uma raiz no intervalo.

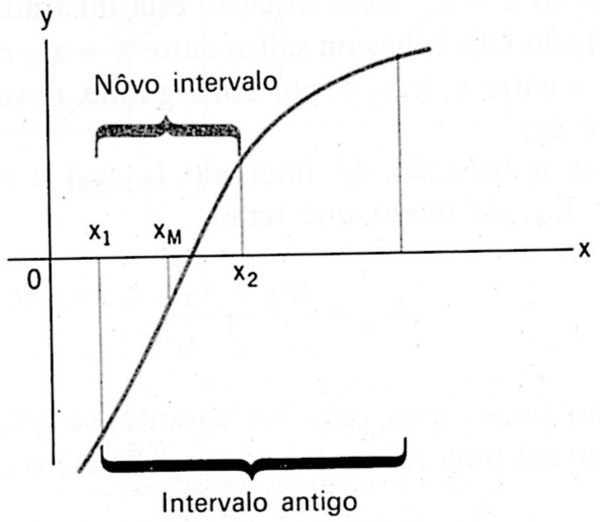
Suponhamos que estejamos procurando a raiz de uma função f(x) no intervalo [$x_1$ $x_2$]. Suponhamos, ainda, que $f(x_1) < 0$ e $f(x_2) > 0$, isto é, o gráfico de f(x) está abaixo do eixo x quando $x = x_1$, e acima do eixo eixo x quando $x = x_2$. Fazemos a bisseção do intervalo [$x_1$ $x_2$] e marcamos o ponto intermediário $x_M$,

$$x_M = (x_1 + x_2)/2.$$




Se $f(x_M) = 0$ (ou muito próximo de zero: $f(x_m) < \varepsilon$, com $\varepsilon = 0{,}00001$, por exemplo), então achamos a raiz. No entanto, se $f(x_M) > 0$, então haverá uma raiz **entre $x_1$ e $x_M$**. Esse é o critério para reduzir o tamanho do intervalo de interesse. Atribuímos o valor de $x_M$ a $x_2$ e o processo érepetido, ou seja, calculamos novamente os valores de $x_M$ e $f(x_M)$, agora nesse novo intervalo. Se $f(x_M) < 0$, a raiz está **entre $x_M$ e $x_2$**. Nesse caso, atribuimos o valor de $x_M$ a $x_1$.

Podemos continuar repetindo este processo, reduzindo o intervalo á metade tantas vezes quanto queiramos, achando, a cada interação, em que meio intervalo está a raiz.




A cada etapa, porém, antes de decidirmos prosseguir, podemos verificar a extensão do intervalo, isto é, $|x_2 - x_1|$. Se for suficientemente pequeno (digamos menor que um valor ε) aceitamos o valor $x_M$ como sendo a raiz.

Exemplo:

**Problema:** $3x^4 - 2x^3 + 7x - 4 = 0$ $[0, 1]$ $\epsilon = 0{,}4$
**Solução:** Um número impar de raizes. Para $\epsilon = 0{,}4$ a raiz é 0,625:

$$f(x) = 3x^4 - 2x^3 + 7x - 4 = 0$$

| Etapa | X1 | Sinal de F(X1) | X2 | Sinal de F(X2) | XM | Sinal de F(XM) | \|X1 – X2\| |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | – | 1 | + | 0,5 | – | 1 |
| 1 | 0,5 | – | 1 | + | 0,75 | + | 0,5 |
| 2 | 0,5 | – | 0,75 | + | 0.625 | + | 0,25 |

Referência

[1] A. I. Forsythe, T. A. Keenan, E. I. Organick, W. Stenberg, "Ciência de Computadores", Volume 2, Série Ciência de Computação, Ao Livro Técnico S.A., Rio de Janeiro - Guanabara, 1972.