2

COMO FUNCIONA A SIMULAÇÃO

Neste capítulo aborda-se os conceitos e técnicas mais comuns envolvidas em programas e modelos de simulação. Inicia-se pela descrição de alguns conceitos envolvendo sistemas dinâmicos. Através de alguns exemplos procura-se sedimentar a base que permitirá a aplicação das inúmeras definições apresentadas ao longo do capítulo. As discussões que seguem visam dar ao leitor uma visão geral de como lidar com o problema da variabilidade dos sistemas e de como incorporá-la aos modelos de simulação. Para abordar o tema, apresentam-se e discutem-se algumas das técnicas mais comuns encontradas nos programas e linguagens comerciais de simulação. Para finalizar, descreve-se, passo a passo, o funcionamento de um programa de simulação.

Tópicos

2.1 Introdução

Assim como qualquer programa de computador, um modelo computacional para a simulação de um sistema executa, seqüencialmente e de maneira repetitiva, um conjunto de instruções.

Na medida da execução das instruções, os valores que determinadas variáveis podem assumir são alterados, uma vez que se modificam as condições que influenciam o comportamento do modelo. Como os modelos tratam de sistemas dinâmicos, estas variáveis mudam na medida em que o tempo simulado progride. Além disso, como se tratam (na maioria das vezes) de sistemas estocásticos, tais variáveis não tem seus valores antecipadamente determinados.

Para que o modelo computacional evolua dinamicamente, uma das soluções encontradas pelos pesquisadores foi construir programas de computadores orientados a eventos. Desta forma, na medida em que o tempo de simulação evolui, determinados acontecimentos (eventos) provocam alterações em alguns elementos (variáveis) do programa, os quais são responsáveis por informar a ocorrência de mudanças nas condições que envolvem o modelo. Acontecimentos tais como: uma peça chegando para ser processada por uma máquina, um cliente chegando em um banco para realizar uma transação ou a chegada de uma requisição em um servidor de arquivos em uma rede local de computadores, podem ser considerados eventos. Assim, se forem construídos modelos computacionais para tratar de problemas relacionados a sistemas que envolvam situações provocadas por tais eventos (por exemplo, um modelo de uma fábrica, de um banco ou de uma rede de computadores), a ocorrência de cada um deles provocaria a execução de uma série de instruções por parte do programa computacional.

Hoje é possível construir modelos em computadores com um mínimo de conhecimento sobre uma linguagem de simulação, bem como sobre toda a lógica de programação e a matemática envolvida nestes programas. No entanto, quando se faz uso de uma ferramenta de avaliação desta natureza é importante, para o projeto, que todos os membros envolvidos (usuários, analistas, desenvolvedores e a gerência) possuam um conhecimento mínimo da técnica e dos princípios que conduzem a obtenção dos resultados. É até possível que decisões errôneas sejam tomadas pelo fato do decisor não compreender a maneira pela qual os resultados são obtidos. É muito mais fácil a aceitação de resultados derivados de estudos envolvendo simulação quando a gerência compreende, pelo menos, os princípios básicos aplicados no processo decisório.

A idéia central deste capítulo é fornecer aos usuários da simulação a compreensão e o conhecimento mínimo necessário ao bom emprego desta técnica. Os tópicos aqui abordados envolvem alguns conceitos que facilitam a execução de uma das tarefas mais penosas atribuídas aos usuários de programas de simulação: educar e fazer compreender a outras pessoas, a metodologia e os benefícios advindos do uso desta técnica (Gogg e Mott, 1996).

2.2 Um Exemplo Simples

Com o propósito de melhor explicar o dinamismo e as relações existentes dentro de um sistema e de como é possível capturar estes elementos incluindo-os em um modelo de simulação para um posterior tratamento de seus problemas, apresenta-se nesta seção um exemplo que, embora simples, é bastante representativo de inúmeros sistemas do mundo real.

O exemplo apresentado na figura 2.1 está associado a um posto de lavação de automóveis. Este é um típico representante de um conjunto conhecido como *Sistemas de Fila Simples*, que podem ser associados a guichês de atendimento como os que existem em inúmeros cinemas, teatros, caixas de bancos, pedágios, etc. Neste sistema os automóveis, oriundos de uma área externa, se encaminham ao posto para usar um elevador hidráulico e serem lavados por um operador que faz uso de uma mangueira de alta pressão.

Dependendo do dia da semana e da hora escolhida, é possível que, ao chegar ao posto, um cliente encontre o mesmo ocupado. Prevendo tal situação, o proprietário criou uma área de espera na qual os clientes podem aguardar (por ordem de chegada) pelo momento de serem atendidos.

Figura 2.1: Posto de lavação de automóveis

O proprietário, zeloso de seu negócio, anda considerando a possibilidade de melhorar o atendimento e, evidentemente, os ganhos que potencialmente o posto de serviço oferece. Ele reconhece, no entanto, um certo receio de investir sem uma análise mais detalhada da situação e de uma melhor avaliação do desempenho do negócio se novos investimentos forem realizados.

2.2.1 Como Tratar e Analisar o Problema

Considere que o proprietário esteja disposto a realizar alguns estudos deste sistema visando melhorar o atendimento ao público, principalmente nos fins de semana. Algumas das dúvidas, que tem sido por ele levantadas, com respeito ao funcionamento de seu negócio são as seguintes:

- Será que a área de espera disponível (para no máximo quatro automóveis) é suficiente para acomodar a clientela do sábado pela manhã ou estou perdendo clientes por falta de espaço?
- Será que os serviços estão sendo prestados em tempo aceitável, de tal forma que os clientes não fiquem muito tempo no sistema?
- Será que é necessário contratar um operador auxiliar para este período de alta demanda?

Para que se possa efetivamente estudar este sistema por meio de um modelo, é fundamental que duas informações básicas estejam disponíveis:

1. Com que freqüência ocorre à chegada de carros para serem servidos?
2. Qual o tempo necessário para completar o serviço?

Segundo observações pessoais do proprietário, no sábado pela manhã (período considerado crítico) os automóveis “chegam mais ou menos a cada 10 min.”, enquanto que o tempo de atendimento é de “aproximadamente 15 min.”. “No entanto (segue afirmando) às vezes é ao contrário. O operador leva cerca de 10 min. para lavar e os carros demoram mais para chegar”.

Considerando as informações fornecidas, um sistema com estas características pode ter dois comportamentos distintos. Na primeira situação, a freqüência com que se observam chegadas de automóveis no sistema é maior do que a freqüência de observações de saídas de automóveis, uma vez que o tempo de atendimento (± 15 min.) é maior que o intervalo entre chegadas de carros (± 10 min.). Observando-se um sistema com este comportamento por um período razoável, duas horas, por exemplo, com toda certeza a área de espera disponível não seria suficiente para a fila que seria formada.

Por outro lado, a segunda observação do proprietário ("às vezes é ao contrário"), levaria a uma situação totalmente diferente. Neste caso, o sistema apresentaria folgas, isto é, a área de espera não seria necessária. Fica claro, a partir das informações disponíveis, que mesmo para um sistema bastante simples como este o alcance de soluções adequadas aos problemas levantados passam, obrigatoriamente, por abordagens apropriadas. No caso, por se tratar de um sistema de fila simples, três alternativas tornam-se imediatamente candidatas:

1. Tratamento por emprego de bom senso e um pouco de adivinhação, o qual batizaremos de *achometria*;
2. Tratamento analítico, empregando-se, por exemplo, teoria das filas;
3. Tratamento por meio de modelagem e simulação.

Emprego da Achometria

No primeiro caso, só o emprego do bom senso não permite ao decisor prever efetivamente o que irá acontecer com o sistema. É necessário que este use um pouco de imaginação para "adivinhar" o futuro. Embora desaconselhável esta é uma das técnicas de apoio a decisão mais utilizada.

Para utilizá-la (assim como qualquer outra técnica) é preciso ter dados. Neste caso, os principais elementos são a freqüência com que os automóveis chegam ao posto e o tempo necessário para efetuar os serviços. Considerando as únicas informações disponíveis, isto é, as observações pessoais do proprietário, as duas situações possíveis são apresentadas na tabela 2.1:

Situação	**TEC - Tempo entre Chegadas**	**TS - Tempo de Serviço**
A	± 10 min	≅ 15 min
B	≥ 10 min	± 10 min

Tabela 2.1: Situações definidas pelo proprietário

Na situação A é possível verificar que, como os automóveis chegam mais rápidos do que podem ser servidos, é muito alta a possibilidade de ocorrerem congestionamentos. Assim, considerando este possível cenário, as decisões poderiam ser, por exemplo:

- Aumentar a área de espera (alugando um terreno vizinho, por exemplo) ou;
- Contratar mais um empregado e comprar mais um elevador hidráulico ou,
- Ambas as medidas acima.

Já diante da situação B, o que pode ser verificado é que o sistema apresenta uma certa folga, isto é, como o tempo de atendimento é menor (pelo menos na maioria das ocorrências, segundo as observações do proprietário) do que os tempos decorridos entre as chegadas, raramente ocorrerão filas de espera. Neste caso, a decisão do proprietário seria não tomar nenhuma medida.

Como decorrência destas possíveis situações, poucas informações adicionais podem ser obtidas. Claramente, adotar uma ou mais ações com base nos resultados deste processo de *achometria*, poderá conduzir a resultados nada compensadores. A verdade neste caso deve, provavelmente, se encontrar entre estes dois extremos.

Um problema do emprego desta "técnica" é a considerável falta de elementos para o exercício da previsão e da avaliação. Com o emprego de técnicas mais apuradas, é possível construir modelos que permitem a análise de desempenho do sistema e de suas alternativas, diante de diversos cenários.

Emprego da Teoria das Filas

Para encaminhar a segunda forma de solução ao problema, emprega-se um conjunto de fórmulas matemáticas que permitem calcular a maioria das respostas desejadas pelo proprietário. Entre estas se pode mencionar: tempo médio dos serviços, tamanho médio da fila na área de espera, tempo médio de espera, proporção de ocupação do operador, etc. Tais possibilidades parecem bem adequadas ao encaminhamento de soluções aos problemas levantados.

Assim como na abordagem anterior, para se empregar todo o repertório de fórmulas disponíveis na teoria das filas é preciso estimar valores para o tempo médio entre duas chegadas de automóveis no sistema e para o tempo médio de uma lavação. Tais informações podem ser obtidas de duas possíveis fontes: das estimativas do proprietário ou de uma amostragem realizada no sistema. Uma vez obtidas as estimativas para os tempos necessários, faz-se uso do formulário e chega-se as respostas desejadas.

Esta teoria será empregada no exemplo do posto de serviços. Não se pretende aqui considerar muitos detalhes sobre a origem das fórmulas que serão adotadas. Pode-se dizer, no entanto, que esta teoria vem sendo desenvolvida e adotada há muitos anos e que seu conjunto de fórmulas pode ser verificado em inúmeras referências (Banks, 1996, Jain,1991, Law, 1991).

Um elemento importante na teoria das filas é o reconhecimento do tipo de sistema com o qual se está lidando, de tal forma que o formulário correto seja adotado. Existem inúmeras variações, as quais exigem o emprego de diferentes fórmulas. No caso do exemplo, pode-se considerar o sistema como sendo do tipo M/M/1. Este tipo de sistema, o mais simples e popular, pressupõe que tanto os tempos decorridos entre as chegadas dos clientes (automóveis) no sistema quanto os tempos relativos aos serviços executados, ocorram de acordo com um processo chamado *Markoviano* (por isso a adoção das letras M/M). Neste caso, considera-se que estes tempos sejam independentes uns dos outros e distribuídos segundo uma distribuição exponencial (mais detalhes deste tipo de distribuição no capítulo 5). Para complementar as informações sobre a notação, o algarismo 1 indica a existência de um único servidor (isto é, somente um carro pode ser atendido por vez). A ausência de informações sobre limites impostos à fila indica que na área de espera não devem ser consideradas limitações. Adota-se, portanto, o formulário referente a uma fila do tipo M/M/1.

As fórmulas que serão aqui utilizadas são as seguintes:

Número Médio de Carros no Sistema $$L = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} \quad (2.1)$$

Tempo Médio Despendido no Sistema $$W = \frac{1}{\mu - \lambda} \quad (2.2)$$

Taxa Média de Ocupação do Servidor $$\rho = \frac{\lambda}{\mu} \quad (2.3)$$

Nas fórmulas acima, λ representa a taxa de chegadas, isto é, número de carros que chegam no sistema durante um período de tempo determinado, por exemplo, cinco carros por hora. O símbolo μ representa a taxa de serviço. Esta é também expressa em termos de unidades servidas por unidade de tempo. Por exemplo, seis carros por hora. As fórmulas são válidas para estimativas do comportamento do sistema considerando longas observações do mesmo e para situações em que $\lambda < \mu$, pois caso contrário à fila não para de crescer e o sistema torna-se totalmente instável.

Na aplicação do formulário acima descrito ao problema do posto de serviços, considera-se, inicialmente, a situação A da tabela 2.1. Os dados informam que em média chegam ao sistema seis carros a cada hora, isto é, $\lambda = 6$. Quanto a taxa μ de atendimento, o valor adotado é de quatro a cada hora. Este é tipicamente o caso descrito no final do parágrafo anterior, com $\lambda > \mu$. Isto é, a tendência neste caso é de uma instabilidade total do sistema, com a fila de carros crescendo sem parar. Numa observação de longo prazo, esta é a previsão teórica para o comportamento do posto de serviços.

Já para a situação B, pode-se aplicar as fórmulas acima realizando algumas projeções. A tabela 2.1 indica que o tempo entre chegadas na situação B é maior ou igual 10 min. e que o tempo de serviço é de ± 10 min. Analisando o comportamento do posto em outros cenários, assumem-se diferentes valores para o primeiro parâmetro (10, 12 e 15 min.) com a fixação do segundo em 10 min.

Desta forma, com λ assumindo os valores 6 (60 mim/10 min), 5 e 4 carros por hora, respectivamente e $\mu = 6$ carros por hora, obtém-se as seguintes respostas:

$\lambda \rightarrow$	*6*	*5*	*4*
L	$\propto$	5	2
W	$\propto$	1	0,5
ρ	1	0,833	0,666

Tabela 2.2: Respostas do Modelo de Filas

Mesmo considerando os diversos pressupostos assumidos para o emprego das fórmulas derivadas da teoria das filas, pode-se verificar que as respostas obtidas permitem uma análise um pouco mais detalhada sobre o comportamento do sistema. A seguir examinam-se os resultados numéricos e comenta-se suas implicações com relação ao sistema.

Na coluna relativa a $\lambda = 6$, observa-se que os valores de L e W assumem valor igual a $\propto$ devido à divisão por zero resultante da formula. A interpretação, neste caso é: a fila tende a crescer indefinidamente, com congestionamentos eternos no sistema, enquanto que o servidor passa 100% do tempo ocupado. Ao se avaliar o comportamento do sistema para $\lambda = 5$ e $\lambda = 4$, verificam-se, respectivamente, os seguintes resultados: o número médio de carros no sistema cai para 5 e 2, o tempo médio de espera reduz-se para 1 hora e ½ hora e, finalmente, as taxas médias de ocupação baixam para 83,3% e 66,6%.

Embora não se possa confiar cegamente nestes resultados, o grau de informação que deles resulta é muito maior do que os obtidos quando se utilizou a primeira das técnicas de avaliação, a *achometria*. O emprego daquela "técnica" não permite a efetivação do tipo de exercício aqui realizado. Com um pouco mais de apuro, poder-se-ia calcular valores aproximados para outras situações, cujos resultados certamente seriam oportunos para a análise do comportamento deste sistema.

Embora este livro tenha a séria intenção de convencer o leitor de que o caminho da modelagem e simulação de sistemas é o melhor para a obtenção soluções adequadas, em muitas situações o emprego da teoria das filas pode ser, também, um tratamento oportuno.

A teoria das filas costuma ser empregada quando se quer observar diferenças mais "grosseiras" entre sistemas, empregando macro dados, isto é, os diversos valores atribuídos as variáveis, apresentam níveis com significativas diferenças. Embora efetiva em muitas situações, a utilização desta técnica pode resultar em alguns problemas:

- O emprego de valores médios (estimativas) para os tempos decorridos entre chegadas e os tempos de serviço pode levar a conclusões imprecisas, devido aos erros associados na obtenção das estimativas;
- Embora a existência de fórmulas bastante sofisticadas para estimar o comportamento aleatório das variáveis envolvidas, geralmente a formulação empregada pressupõe que uma distribuição exponencial determina o processo de chegadas (o que é razoável) e o processo de atendimento ou serviços (o que pode ser totalmente inadequado).
- As fórmulas são apropriadas quando se considera um grande período de observações. Se o sistema modelado funciona por períodos curtos, é possível um considerável distanciamento entre as respostas do sistema real e àquelas obtidas pela formulação analítica.
- Torna-se extremamente complexa a possibilidade de analisar a variabilidade do sistema, isto é, seu comportamento dinâmico e estocástico ao longo de um período de tempo ou intervalo de interesse.

Diante destas considerações com respeito ao emprego das duas soluções anteriormente adotadas, chega-se a terceira das alternativas para abordar o problema: o tratamento por meio de modelagem e simulação.

Emprego de Modelagem e Simulação

Conforme foi visto no capítulo 1, a idéia por traz do emprego da modelagem e simulação de um sistema, implica na realização de um esforço computacional, no qual um programa executa uma série de instruções. Estas transmitem ao usuário a nítida sensação de que o modelo sendo executado possui um comportamento semelhante ao do sistema real do qual deriva. O controle da execução deste modelo permite ao analista a realização de experimentos. Estes, por sua vez, determinam a possibilidade de estimar e concluir a respeito do comportamento do modelo e, por inferência, responder as questões formuladas na descrição do problema sobre a conduta e desempenho do sistema sob estudo.

A atual realidade do mercado de informática faz imaginar que simulações só possam ser efetivadas em computadores e com o emprego de programas e ambientes sofisticados. De fato, pode-se tratar sistemas menos complexos até mesmo com simulações feitas de forma manual, como se verá a seguir. As simulações manuais normalmente implicam na construção de tabelas, conhecidas como *tabelas de simulação*. O conteúdo destas tabelas dependerá do tipo de modelo empregado para tratar o sistema sob análise e, principalmente, do tipo de resposta que se está buscando a partir dos experimentos que serão efetuados na execução das simulações. As tabelas de simulação apresentam uma espécie de registro do comportamento dinâmico do sistema ao longo do tempo. Vejam como se pode construir, simular, obter resultados e realizar inferências sobre o exemplo do Posto de Serviços, empregando-se uma tabela de simulação manual.

Para a construção da tabela (modelo) de simulação vamos emprega-se os mesmos elementos disponíveis e utilizados pelas abordagens anteriores, a exceção da situação *A* mostrada na tabela 2.1. Tal situação não será considerada, uma vez que é evidente que o sistema não pode funcionar a contento sob aquelas condições. Já para a situação *B*, serão empregados valores semelhantes aos utilizados no modelo de Teoria das Filas. As principais diferenças entre as duas abordagens, ficam por conta do uso valores não determinísticos, tanto para os tempos entre chegadas (TEC), quanto para os tempos de serviços (TS). No modelo anterior (Teoria das Filas), foram empregados diferentes valores para TEC e TS, mas em experimentos separados. E, em cada um deles, os valores médios usados permaneceram fixos. Já no caso da simulação, faremos uma aproximação maior com a realidade. A variável TEC assumirá os valores 10, 12 e 15 min., mas de forma aleatória, como no sistema real, aonde o tempo entre chegadas não é sempre de 10, 12 ou 15 min. Assume-se que esta variável pode apresentar estes três possíveis valores com as mesmas probabilidades, isto é, 1/3 para cada alternativa. Da mesma forma, o tempo de serviço também poderá, randomicamente, assumir os valores 9, 10 e 11 min.. Também com probabilidade de 1/3 para cada um deles. A tabela 2.3 abaixo resume a proposta para os parâmetros que serão usados.

	TEC			**TS**		
Tempos (min.)	10	12	15	9	10	11
Probabilidades	1/3	1/3	1/3	1/3	1/3	1/3

Tabela 2.3: Parâmetros para o Modelo de Simulação

As possibilidades acima definidas devem estar inseridas no modelo de simulação que será construído. A construção da tabela deve ser feita de tal maneira que, ao final da simulação manual, seja possível dela extrair elementos que permitam responder as questões básicas formuladas pelo proprietário do posto. Recordando, suas principais dúvidas recaem sobre:

- Tamanho da área de espera disponível (para no máximo quatro automóveis);
- Os tempos de realização dos serviços;
- A necessidade de contratar um operador auxiliar.

As respostas para tais indagações exigem que as seguintes estatísticas sejam calculadas:

1. Número de carros esperando na fila;
2. Tempo despendido pelos clientes no sistema;
3. Taxa de ocupação do operador.

O cálculo destas estatísticas exige que os seguintes dados devam ser levantados:

1. Para o cálculo do número de carros esperando na fila, um constante monitoramento da área de espera será realizado ao longo da simulação;
2. Para o calculo do tempo de um cliente no sistema é necessário guardar o tempo de sua entrada. Posteriormente, quando de sua saída, verifica-se o momento que isto ocorre (tempo da ocorrência) e deste subtrai-se o tempo de sua chegada. Por exemplo: se um carro chega as 10:00 horas e sai do posto as 10:25, faz-se [10:25 – 10:00 = 25 min.]. O tempo de 25 min. é armazenado como o tempo deste cliente no sistema. Uma lista com os tempos de todos os clientes que passam pelo sistema durante a simulação permitirá, posteriormente, a verificação de quem despendeu o menor tempo no sistema, o maior tempo no sistema, o tempo médio, etc..
3. Para calcular a taxa de ocupação do operador, é necessário verificar que parcela do tempo de operação do sistema (tempo simulado) este se encontra ocupado ou livre. Acumula-se todos os períodos de tempo em que o operador está no estado livre. Ao final da simulação, faz-se a relação tempo livre/tempo de simulação, e se obtém o percentual de tempo livre. Seu complemento será o percentual de ocupação do servidor.

Uma vez determinados os dados que devem ser colhidos ao longo da simulação, a tabela de simulação pode então ser construída. A tabela que será construída compreende a simulação de um período equivalente aos trabalhos realizados aos sábados no turno matutino, com o posto abrindo às 9:00 horas da manhã e fechando às 12:00 horas. Desta maneira, o tempo da simulação deve cobrir um intervalo de três horas ou 180 min.

Examinemos o conteúdo do cabeçalho da tabela de simulação (Tabela 2.4), para melhor entender como o modelo simula o sistema.

A primeira coluna indicará a ordem de chegada dos clientes no sistema que, ao início dos trabalhos, encontra-se vazio. A segunda coluna, intitulada “Tempo desde a última chegada”, apresentará os tempos entre chegadas que serão sorteados para cada um dos clientes, de acordo com os valores e probabilidades observados na tabela 2.3.. Sob a coluna “Tempo de chegada no relógio”, serão colocados os valores (em min.) relativos às chegadas de cada cliente no sistema. Os tempos serão observados em um cronômetro, que será disparado (t = 0 min.) ao início da simulação. A coluna seguinte, semelhante à segunda, informa valores relativos aos sorteios que determinam os tempos de serviços atribuídos a cada um dos clientes, também considerando as probabilidades da tabela 2.3. As demais colunas apresentam números que permitem interpretar os acontecimentos que se sucedem dentro do sistema e que são necessários para o cálculo das estatísticas.

Para uma melhor compreensão da dinâmica e dos processos aleatórios próprios do posto de serviços, acompanha-se o desenrolar dos acontecimentos para os primeiros clientes que chegam ao sistema, e que podem ser visualizados ao longo da tabela 2.4.

Cliente	Tempo desde a última chegada (minutos)	Tempo de chegada no relógio	Tempo do Serviço (minutos)	Tempo de início do serviço no relógio	Tempo do cliente na fila (minutos)	Tempo final do serviço no relógio	Tempo do cliente no sistema (minutos)	Tempo livre do operador (minutos)
1	15	15	11	15	0	26	11	15
2	12	27	10	27	0	37	10	1
3	10	37	9	37	0	46	9	0
4	10	47	10	47	0	57	10	1
5	12	59	9	59	0	68	9	2
6	15	74	10	74	0	84	10	6
7	10	84	11	84	0	95	11	0
8	12	96	9	96	0	105	9	1
9	10	106	11	106	0	117	11	1
10	10	116	10	117	1	127	11	0
11	10	126	11	127	1	138	12	0
12	12	138	9	138	0	147	9	0
13	15	153	10	153	0	163	10	6
14	12	165	9	165	0	174	9	2
15	12	177	11	177	0	188	11	3
			150		2		152	38

Tabela 2.4: Simulação manual dos primeiros 15 clientes.

Ao se iniciar à simulação, atribuí-se valor zero a uma variável chamada relógio, responsável pelo controle do tempo de simulação. A partir deste momento, o sistema encontra-se em “funcionamento” no aguardo dos clientes. Relembrando, os clientes chegam ao sistema com tempos entre si fornecidos pela variável aleatória TEC. Para se simular a chegada do primeiro cliente, deve-se obter um valor para esta variável. Os três possíveis valores que TEC pode assumir são 10, 12 e 15 min., conforme a tabela 2.3.. Como cada possível valor tem a mesma probabilidade (1/3), basta a realização de um sorteio simples.

O tempo de chegada para o primeiro cliente é determinado por este sorteio. Imaginando que o valor sorteado e atribuído a TEC é de 15 min. Assim, na segunda coluna da tabela, observa-se este valor anotado. Como o Relógio foi iniciado em zero, ele deverá estar marcando 15 quando este cliente chegar ao sistema. Chegando ao sistema o cliente encontra-o completamente vazio, podendo assim começar a ser atendido de imediato. Observe que a 5ª coluna “Tempo de início do Serviço no Relógio” mostra o mesmo valor do tempo de chegada, 15 min., indicando que este cliente não teve que aguardar na fila. Para que se possa simular o momento do término do serviço, é necessário atribuir um valor a variável aleatória TS. Conforme a tabela 2.3, TS pode assumir valores 9, 10 e 11 min.. Realiza-se o sorteio e o valor obtido e atribuído a TS é 11 min. Este é somado ao tempo de início de serviço, indicando o tempo de término do serviço (7ª coluna) aos 26 min. Como este primeiro cliente não teve que aguardar na fila de espera, seu tempo no sistema reflete apenas o tempo necessário à lavação do seu carro. Desta forma, seu tempo no sistema é de apenas 11 min, isto é, igual ao próprio tempo de serviço. Na última coluna, coleta-se dados para o futuro cálculo da taxa de ocupação do operador. Como este ficou sem operar desde o momento da abertura dos portões até a chegada do primeiro cliente, o valor de 15 min. é apontado.

Conforme a tabela 2.4, o segundo cliente chega ao sistema 12 minutos após a chegada do primeiro. Ao chegar, o relógio marcará 27 min. e o posto estará livre, uma vez que o primeiro cliente deixou o sistema aos 26 min. O tempo de serviço atribuído a este cliente é de 10 min. e ele deixa o sistema aos 37 min. do relógio.

A situação do décimo cliente, que é um pouco diferente. Ele chega ao sistema 10 min. após a chegada do nono cliente. O relógio marca, neste instante, 116 min. Uma vez que o cliente anterior só irá liberar o servidor aos 117 min., conforme pode ser visto na tabela, ele não pode dar início a sua atividade. Esta situação faz com que ele aguarde por um minuto, no primeiro lugar na fila de espera, iniciando a lavação de seu carro logo após a saída do cliente anterior. Como seu tempo de serviço dura 10 min., conforme sorteio realizado, ele deixa o sistema aos 127 min. O tempo no sistema deste cliente reflete dois diferentes períodos de passagem de tempo: 1 min. na fila e 10 min. na lavação, chegando ao total de 11 min. De maneira semelhante, é possível acompanhar o desenrolar das atividades realizadas por todos os 15 clientes. A simulação se encerra com o 15º cliente, que chega antes das 12:00 horas, deixando o sistema aos 188 minutos de simulação.

Algumas das colunas da tabela 2.4 apresentam valores de somatórios. A partir destes, uma série de estatísticas podem ser calculadas. Por exemplo:

- O tempo médio de espera na fila foi de apenas 0,07 min., e pode ser calculado pela expressão:

$$\text{Tempo médio de espera na fila} = \frac{\sum \text{tempos de espera na fila}}{\text{Número total de clientes}} = \frac{1}{15} = 0{,}07\text{ min.}$$

- A probabilidade de um cliente esperar na fila é de apenas 7% e é determinada pela expressão

$$\text{Probabilidade de um cliente esperar na fila} = \frac{\text{Numero de clientes que esperaram}}{\text{Numero total de clientes}} = \frac{1}{15} = 0{,}07$$

- A proporção de tempo livre do operador é de 20,2%, e é fornecida pela expressão abaixo:

$$\text{Probabilidade do operador livre} = \frac{\sum \text{tempo livre do operadordor}}{\text{Tempo total de simulação}} = \frac{38}{188} = 0{,}202$$

Como o operador pode se encontrar em duas possíveis situações, livre ou ocupado (outras situações não foram consideradas, como por exemplo, de folga ou ausente), a probabilidade dele estar ocupado é dada pelo complemento de 20,2%, isto é, 79,8%.

- O tempo médio de serviço é de 10,00 minutos. É determinado da seguinte maneira:

$$\text{Tempo médio de servico} = \frac{\sum \text{Tempo de servico}}{\text{Numero total de clientres}} = \frac{150}{15} = 10{,}0\text{ min}$$

- Outra consideração que pode ser feita é sobre o tempo médio despendido no sistema pelos clientes. Este valor pode ser obtido da seguinte maneira:

$$\text{Tempo médio despendido no sistema} = \frac{\sum \text{tempos no sistema}}{\text{Número de clientes}} = \frac{151}{15} = 10{,}07\text{ min.}$$

No sistema modelado o cliente, uma vez no sistema, encontra-se, ou na área de espera ou sendo servido pelo operador. Desta forma, o tempo médio despendido no sistema também pode ser calculado somando-se o tempo médio despendido na fila (0,07 min.) com o tempo médio de serviço (10,00 min.). O valor encontrado será o mesmo: 10,07 minutos.

Em relação às dúvidas do proprietário, as questões dois e três foram respondidas considerando-se algumas das estatísticas acima apresentadas. O proprietário sabe, por exemplo, que em média um cliente permanece em torno de 10 min. no posto. Sabe também que, em média, o operador estará ocupado cerca de 80% de seu tempo, o que ele considera mais do que razoável. Outro número visível a partir da simulação, foi o tempo médio na fila, 0,07 min. e o tempo médio de serviço, 10,00 min..

O tempo médio de serviço não foi considerado uma novidade pelo proprietário, mas o tempo de fila sim. No entanto, as revelações mais importantes não foram propriamente os números e estatísticas reveladas ao final da simulação, mas sim a possibilidade de se observar toda a dinâmica do sistema ao longo da simulação. A eventual formação de fila, a variabilidade associada aos tempos entre chegadas, às diferenças entre os tempos mínimo e máximo no sistema, etc. Tais possibilidades permitem ao proprietário testar novas estratégias para o funcionamento de seu negócio, incorporando ao modelo detalhes que possam ser considerados importantes, verificando o comportamento do sistema, antes de sua real implementação.

Através do tratamento deste problema-exemplo simples, o qual foi realizado fazendo uso de três diferentes técnicas é possível ao leitor compreender as diferenças básicas entre cada uma das abordagens. Embora se perceba as características fundamentais e o potencial que a modelagem e simulação de sistemas apresenta, devido à simplicidade do problema tratado as respostas obtidas por todas as abordagens podem, de certa forma, satisfazer um analista menos exigente. No entanto, bastaria um pequeno aumento na complexidade do problema para que as diferenças entre usar um e outro tratamento se acentuem. Imagine o leitor, por exemplo, que o sistema e o problema a ser tratado tenha agora a seguinte descrição:

Suponha que o novo posto de serviço, especializado em limpeza de automóveis, opere com um número 9 funcionários que se distribuem ao longo de uma espécie de linha de produção, a qual divide o processo em seis etapas: aspiração, pré-lavação, aplicação de sabão, enxágüe, secagem e acabamento. Os serviços oferecidos são de dois tipos: limpeza completa e limpeza rápida. Na primeira, o veículo deve passar por todas as etapas e na segunda apenas pela pré-lavação, aplicação de sabão e enxágüe. A figura 2.2 abaixo ilustra o novo posto de serviços.

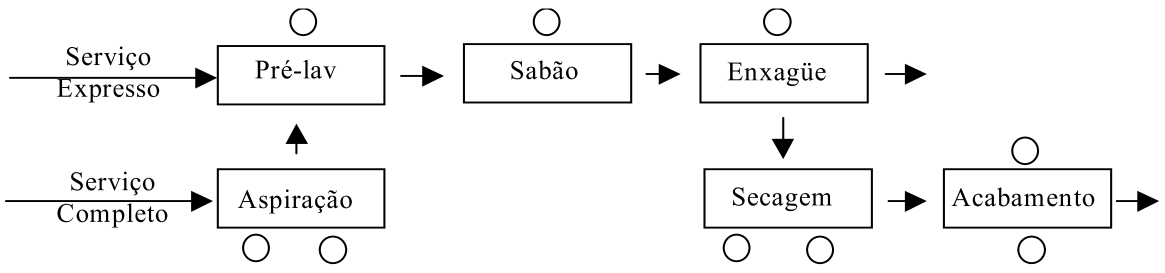


Figura 2.2: Etapas dos processos realizados no novo posto de serviços automotivos

Novos negócios estão surgindo na região nos últimos meses fazendo com que a demanda pelos serviços venha aumentando regularmente. O proprietário, diante das novas possibilidades tem pensado em oferecer um serviço mais rápido, mas, ao mesmo tempo, com qualidade. Algumas novas alternativas têm surgido para melhoria dos processos, inclusive com ofertas de equipamentos que permitem automatizar algumas etapas do serviço.

Inicialmente, o processo de decisão que se apresenta para o proprietário inclui três alternativas para melhorar o desempenho do sistema atual, o que permitiria uma redução dos tempos de atendimento dos serviços ofertados. A primeira alternativa pressupõe um aumento no número de empregados, fazendo com que alguns dos pontos que demandam mais tempo de serviço possam ser desafogados. A segunda alternativa pressupõe a compra de um equipamento para ao serviço expresso, o deslocamento do pessoal liberado para o serviço completo, com uso da máquina para as etapas comuns, e uma campanha para valorizar o serviço completo incluindo preços promocionais. A outra alternativa, implica na aquisição de alguns equipamentos para automatizar determinados postos do processo, a demissão dos operadores em excesso e a manutenção dos preços dos serviços.

Para iniciar o processo decisório, alguns dados foram colocados no papel a fim de auxiliá-lo. Eis os números atuais de seu negócio:

Número médio de automóveis atendidos por dia: 10 a 50
Número médio de automóveis atendidos para limpeza completa: 2 a 15
Número médio de automóveis atendidos para limpeza expressa: 8 a 35

Tempo médio de uma limpeza completa: 14’ → 24’
Tempo médio de uma limpeza expressa: 04’ → 07’
Tempo de cada etapa:

Aspiração:	04’ → 06’
Pré-lavação:	01’ → 02’
Aplicação do sabão:	01’ → 02’
Enxágüe:	02’ → 03’
Secagem:	04’ → 06’
Acabamento:	02’ → 05’

Número total de empregados (que podem atuar em qualquer dos postos): 09
Número atual de empregados por etapa do processo:

Aspiração:	02
Pré-lavação:	01
Aplicação do sabão:	01
Enxágüe:	01
Secagem:	02
Acabamento:	02

Previsões de demanda para os próximos meses:

- Aumento de 5% ao mês na demanda de limpeza completa
- Aumento de 10% ao mês na demanda de limpeza expressa

Independente das questões monetárias envolvidas neste problema é preciso que todas as alternativas possam ser avaliadas pelo proprietário antes dele investir no sistema. Com o nível de detalhes que já foram descritos acima, seguramente a abordagem via simulação é a mais apropriada delas. Considerando-se ainda o envolvimento de questões operacionais tais como: atendimento prioritário e diferenciado para clientes preferenciais, quebras de equipamentos, rodízios nas folgas de operadores, turnos de trabalho, emprego de técnicas de amostragem, com a plena utilização de distribuições apropriadas para a descrição das curvas de demanda, etc., as demais opções de abordagem do problema são praticamente descartadas.

Nos capítulos que seguem será visto como abordar corretamente problemas como o acima citado usando um ambiente computacional para a modelagem, simulação e análise de problemas como o acima descrito, e outros ainda mais complexos.

2.3 Tratando a Variabilidade dos Sistemas

Da mesma maneira que houve a necessidade de dados para encaminhar a solução analítica para o problema do posto de lavação de carros, o emprego da simulação também o exigiu (ver tabela 2.3). As diferenças fundamentais entre os dois tratamentos começam aqui. Enquanto no primeiro o objetivo da coleta e tratamento de dados é a determinação de valores que representam o comportamento médio das variáveis do sistema, no caso da simulação o objetivo é compreender o comportamento dinâmico e aleatório das variáveis, com a intenção de incorporá-lo ao próprio modelo.

Diferentemente da abordagem anterior e, a pedido de um analista, o proprietário do posto de lavação realizou um levantamento de dados, cujo propósito é modelar e simular manualmente o sistema, mas agora com mais realismo. As duas variáveis necessárias, isto é, os tempos entre chegadas e os tempos de serviço são então amostradas. A amostra de 100 valores da tabela 2.5 refere-se aos tempos entre chegadas (min.) observados.

13,6	27,9	1,1	12,3	9,7	12,7	15,3	4,1	13,5	0,7
10,8	29,5	5,8	9,9	6,1	5,5	7,7	17,4	7,7	26,4
15,9	5,9	11,6	2,7	2,9	1,7	4,6	35,5	15,8	17,5
0,6	4,0	18,1	21,8	3,8	14,6	12,9	8,5	0,4	2,5
33,1	39,8	6,4	1,8	8,3	11,9	4,4	16,2	6,8	0,3
18,0	12,1	16,5	8,5	12,5	1,4	5,6	8,2	0,9	17,9
10,9	24,4	1,02	28,1	2,0	42,7	29,9	4,9	3,1	8,1
0,4	10,4	8,1	2,74	13,0	0,7	4,8	2,8	4,3	3,4
28,5	28,4	3,02	15,5	17,3	1,6	17,7	1,2	13,4	14,1
14,9	4,3	1,6	0,6	6,9	22,6	10,2	7,3	3,8	10,4

Tabela 2.5: Dados brutos dos tempos entre chegadas de 100 automóveis

De acordo com os dados apresentados na tabela 2.5, é possível verificar que os tempos entre chegadas apresentam grande variabilidade. O valor médio das 100 observações é de 11,1 min. Os valores mínimo e máximo são 0,3 min. e 42,7 min., respectivamente. Desta maneira, a adoção de uma medida de tendência central (média) para representar esta variável em um modelo que objetiva servir de base para estudos do sistema pode ser, no mínimo, temerosa. Da mesma forma, é possível observar que os três valores anteriormente utilizados para representar TEC (10, 12 e 15 min.), embora próximos do valor médio, estavam um pouco fora da realidade do sistema.

O segundo passo neste processo de observação e imitação da realidade, é a criação de uma tabela de freqüências na qual o conjunto de dados é agrupado em intervalos preestabelecidos. Uma vez determinados os intervalos, basta computar quantas observações pertencem a cada um deles. As questões envolvendo o tratamento e as análises dos dados a serem empregados nos modelos de simulação, serão abordadas com mais profundidade no capítulo 5. No momento, as informações apresentadas servem apenas para introduzir ao leitor os fundamentos de modelagem e simulação de sistemas.

A tabela 2.6 mostra o resultado desta computação.

Classes	**Ponto Médio ($\bar{x}_i$)**	**Observações**
0 → 5	2,5	35
5 →10	7,5	19
10 →15	12,5	19
15 →20	17,5	13
20 → 25	22,5	3
25 → 30	27,5	7
30 → 35	32,5	1
35 → 40	37,5	2
40 → 45	42,5	1

Tabela 2.6: Distribuição de freqüências das observações efetuadas para os tempos entre chegadas.

Mostrados na forma de um gráfico de colunas (Gráfico 2.1), os dados da tabela apresentam-se da seguinte forma:

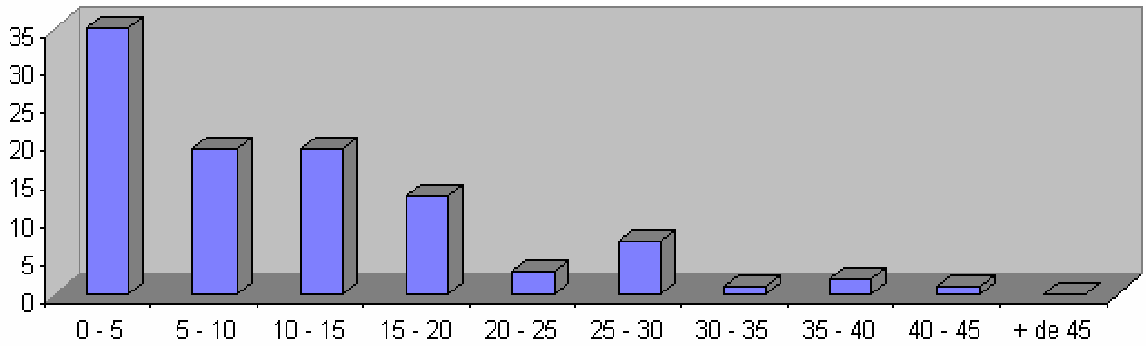


Gráfico 2.1: Gráfico de colunas das freqüências absolutas

De maneira semelhante à simulação manual anteriormente realizada, nesta também serão realizados sorteios para a obtenção dos valores das variáveis aleatórias TEC e TS. Para efetuar o sorteio, a proposta é realizar um procedimento com uma sistemática semelhante ao das rifas ou loterias, isto é, o concorrente que adquire mais números deve ter uma maior chance de vir a ser o ganhador. Desta forma, a seguinte estratégia é adotada:

- Cem bilhetes são confeccionados e colocados numa urna;
- Cada bilhete contém um número que representa o ponto médio da classe ($\bar{x}_i$)a qual pertence, conforme a tabela 2.6. Assim, um bilhete representante da classe que inicia em 10 e termina em 15, deve estar marcado com o número 12,5 (min.).
- As diversas classes devem concorrer com um número de bilhetes equivalentes aos percentuais de participação na amostra levantada. Desta forma, a classe de números entre 0 e 5, deve concorrer com 35 bilhetes de um total de 100 bilhetes a serem colocados na urna, nos quais o valor 2,5 (min.) estará anotado.

Da mesma maneira que foram levantados os tempos relativos aos intervalos entre chegadas de automóveis no posto de lavação, foram também realizadas tomadas de tempos relativos as tarefas de lavação, propriamente dita. Os valores relativos a 100 lavações foram anotados. A média para os 100 valores foi de 11,1 min.. O valor mínimo observado foi 9,18 min., enquanto que o máximo foi de aproximadamente 14 min.. Mesmo alguém sem muita experiência em análise de dados, percebe que para o caso desta variável, a adoção de um valor representativo médio seria muito menos traumático do que no caso anterior. Os tempos relativos a tarefa de lavação são bem mais "comportados" do que os tempos entre chegadas. Adotando a mesma metodologia anterior, monta-se a tabela de freqüências (Tabela 2.7) apresentada abaixo.

Classes	**Ponto Médio ($\bar{x}_i$)**	**Observações**
9,00 → 9,55	9,275	6
9,55 → 10,10	9,825	5
10,10 → 10,65	10,375	23
10,65 → 11,20	10,925	20
11,20 → 11,75	11,475	21
11,75 → 12,30	12,025	12
12,30 → 12,85	12,575	9
12,85 → 13,40	13,125	1
13,40 → 13,95	13,675	2
13,95 → 14,50	14,225	1

Tabela 2.7: Distribuição de freqüências das observações efetuadas para os tempos de lavação

Uma vez levantadas às amostras relativas as duas variáveis e estabelecido o modelo a ser adotado, passa-se a realizar a simulação manual do sistema, registrando todas as possíveis mudanças que possam ocorrer, devido ao dinamismo e a aleatoriedade dos processos envolvidos. A mesma estrutura da tabela 2.4, adotada na simulação anterior, será usada. A tabela 2.8 agora compreende a simulação de trabalhos realizados pelos primeiros 15 clientes, durante um período de aproximadamente quatro horas ou 240 min.

Observe o leitor que, embora com uma pequena amostra (apenas 15 valores foram sorteados), é possível ver na segunda coluna, uma maior tendência à ocorrência valores pertencentes às classes mais densas, considerando a freqüência relativa apontada na tabela 2.6. O primeiro cliente chega ao sistema 17,5 min. após a abertura do portão de entrada do posto. O segundo cliente chega 7,5 min. após, com o relógio marcando então 25 min. de simulação. O terceiro chega aos 37,5 min. e assim por diante. O 15º cliente chega aos 222,5 min., um pouco antes do encerramento do turno de quatro horas de trabalho (240 min.). A coluna seguinte, semelhante à segunda, informa valores relativos aos sorteios que determinam os tempos de serviços atribuídos a cada um dos clientes, considerando as freqüências da tabela 2.7.

Cliente	Tempo desde a última chegada (minutos)	Tempo de chegada no relógio	Tempo do Serviço (minutos)	Tempo de início do serviço no relógio	Tempo do cliente na fila (minutos)	Tempo final do serviço no relógio	Tempo do cliente no sistema (minutos)	Tempo livre do operador (minutos)
1	17,5	17,5	11,5	17,5	0,0	29,0	11,5	17,5
2	7,5	25,0	12,6	29,0	4,0	41,6	16,6	0,0
3	12,5	37,5	12,0	41,6	4,1	53,6	16,1	0,0
4	2,5	40,0	11,5	53,6	13,6	65,1	25,1	0,0
5	2,5	42,5	12,0	65,1	22,6	77,1	34,6	0,0
6	2,5	45,0	10,4	77,1	32,1	87,5	42,5	0,0
7	2,5	47,5	11,5	87,5	40,0	99,0	51,5	0,0
8	37,5	85,0	13,1	99,0	14,0	112,1	27,1	0,0
9	17,5	102,5	10,4	112,1	9,6	122,5	20,0	0,0
10	17,5	120,0	11,5	122,5	2,5	134,0	14,0	0,0
11	32,5	152,5	11,5	152,5	0,0	164,0	11,5	18,5
12	37,5	190,0	9,8	190,0	0,0	199,8	9,8	26,0
13	7,5	197,5	10,9	199,8	2,3	210,7	13,2	0,0
14	12,5	210,0	11,5	210,7	0,7	222,2	12,2	0,0
15	12,5	222,5	10,4	222,5	0,0	232,9	10,4	0,3
			170,6		145,5		316,1	62,3

Tabela 2.8: Novo modelo e simulação do posto de serviços

O acompanhamento da dinâmica dos clientes na tabela de simulação permite verificar que o primeiro cliente a chegar encontra o operador livre e pode começar a ser imediatamente atendido. O valor sorteado para o tempo de serviço deste cliente, 11,5 min., que somado ao tempo de chegada determina o tempo de término do serviço (7ª coluna) aos 29 min. O segundo cliente chega ao sistema apenas 7,5 minutos após a chegada do primeiro. Ao chegar, aos 25 min. do relógio, este encontra o posto ocupado. Esta situação faz com que ele aguarde na fila de espera. Como o serviço do cliente anterior só se encerra aos 29 min., o cliente dois aguarda durante quatro min. na fila, iniciando a lavação de seu carro logo após a saída do cliente anterior. Seu tempo de serviço dura 12,6 min. e ele deixa o sistema aos 41,6 min.. Observe que desta vez o operador não pode descansar. Após o 15º cliente a simulação se encerra, por que entre 222,5 min. e 240 min. nenhum novo cliente chega ao sistema (o sorteio seguinte para a variável Tempo entre Chegadas revelou o valor de 22,5 min. para o 16º cliente). Somando-se este valor com 222,5 do 15º, chega-se a 245 min. Isto leva a interpretação de que o 16º cliente encontraria os portões fechados.

De acordo com os resultados desta simulação, os valores das estatísticas são calculados fazendo-se uso das mesmas fórmulas usadas anteriormente.

- O tempo médio que um cliente ficou na fila de espera foi de 9,7 min., e pode ser calculado pela expressão:

$$\text{Tempo médio de espera na fila} = \frac{\sum \text{tempos de espera na fila}}{\text{Número total de clientes}} = \frac{145{,}5}{15} = 9{,}7 \text{ min.}$$

- A probabilidade de um cliente esperar na fila é de 73 % e é determinada pela expressão

$$\text{Probabilidade de um cliente esperar na fila} = \frac{\text{Numero de clientes que esperaram}}{\text{Numero total de clientes}} = \frac{11}{15} = 0{,}73$$

- A proporção de tempo livre do operador é de 26%, e é fornecida pela expressão abaixo:

$$\text{Probabilidade do operador livre} = \frac{\sum \text{tempo livre do operadordor}}{\text{Tempo total de simulação}} = \frac{62{,}3}{240} = 0{,}26$$

- O tempo médio de serviço é de 11,37 minutos. É determinado da seguinte maneira:

$$\text{Tempo médio de servico} = \frac{\sum \text{Tempo de servico}}{\text{Numero total de clientres}} = \frac{170{,}6}{15} = 11{,}37 \text{ min}$$

Pode-se comparar este valor com o valor esperado ou a média da distribuição de freqüências dos tempos de serviço. Para os 100 valores amostrados (tabela 2.7) a média foi de 11,1 min. Desta maneira, como se verifica, o valor calculado difere do valor simulado. Estas diferenças serão posteriormente discutidas. Como um pequeno comentário sobre o tema, lembre-se que na simulação manual realizada apenas 15 valores foram observados, enquanto que a amostra coletada contém 100 valores. Quanto mais longa for a simulação, mais elementos simulados seriam computados, tornando os dois números cada vez mais próximos.

- O tempo médio despendido no sistema pelos apostadores:

$$\text{Tempo médio despendido no sistema} = \frac{\sum \text{tempos no sistema}}{\text{Número de clientes}} = \frac{316{,}1}{15} = 21{,}07 \text{ min.}$$

É preciso examinar com mais cuidado a questão do número de carros no sistema, uma vez que o problema de espaço para aguardar pelo serviço é considerado crítico pelo proprietário. Seu comportamento, ao longo do período simulado, pode ser verificado por meio do gráfico 2.2.

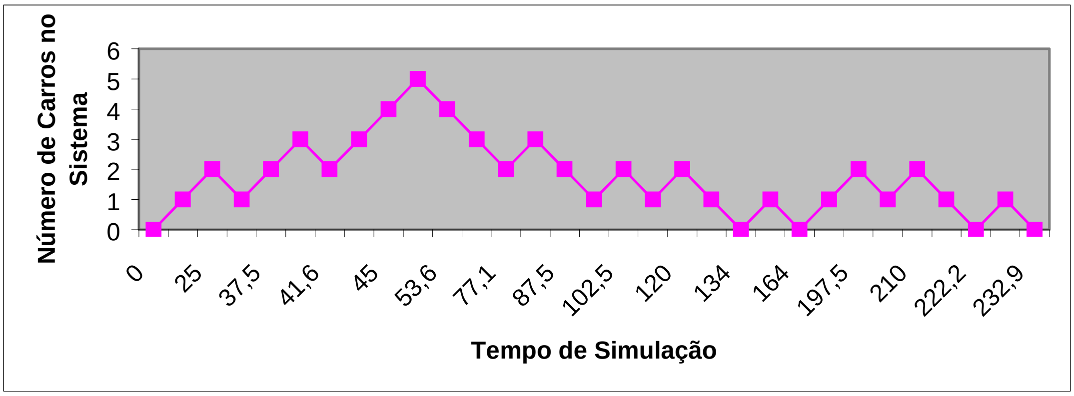


Gráfico 2.2: Número de carros no sistema e na fila ao longo da simulação

Analisando o comportamento da variável apresentada no gráfico 2.2, vê-se que o número de carros no sistema inicia com um valor pequeno e sobe para um valor máximo de 5 quando o tempo de simulação encontra-se entre 47,5 min (chegada do 7º cliente) e 53,6 min. (saída do 3º cliente). Embora a área de espera tenha ficado totalmente lotada neste momento, nenhum cliente deixou de entrar no sistema por falta de lugar na fila. O proprietário, no entanto, ficou apreensivo, pois, naquele momento, o sistema atingiu o máximo de sua capacidade. Observa-se também, que o pico da fila alcançado naquele instante, não mais se repetiu. Outro fato que levou preocupação ao proprietário, diz respeito ao tempo no sistema. Embora o tempo de serviço esteja sob controle, o tempo no sistema sofreu grande variação. Um determinado cliente chegou a despender cerca de quase uma hora no sistema (o 7º cliente fica 51,5 min. no sistema), o que não é condizente com o negócio cujo nome leva o subtítulo de "Lava-Rápido".

Com este exemplo, supõe-se que tenha sido possível compreender um pouco mais sobre o comportamento do sistema. Observa-se que, uma vez realizado um tratamento mais acurado das variáveis aleatórias envolvidas no problema, é possível incorporar sua conduta ao modelo fazendo com que este tenha mais aderência ao sistema real.

A questão que se coloca agora é: será possível tirar conclusões definitivas sobre o comportamento deste sistema com os elementos calculados? Em outras palavras. Será que os resultados obtidos são decorrentes da própria natureza do sistema simulado ou foram provocados pelo modelo e pelos processos envolvidos na execução da simulação? Lembre-se que foram gerados (por sorteio) valores das variáveis aleatórias relativas aos tempos entre chegadas de carros e os tempos de serviços.

A resposta é não. Não se pode tirar conclusões definitivas sobre o comportamento deste sistema apenas com os resultados obtidos. São pelo menos dois os motivos que levam a não confiar cegamente nestes resultados. Primeiro, os valores obtidos nesta simulação dependem dos valores aleatórios sorteados. Fossem outros os valores sorteados e os resultados seriam diferentes. O segundo motivo, é o pequeno número de elementos amostrados para que se possa chegar a conclusões definitivas. Estes problemas são, no entanto, contornáveis.

O primeiro deles, pela aplicação de métodos que permitam controlar a variabilidade dos procedimentos utilizados. Desta maneira, obtém-se a certeza de que a variabilidade encontrada nos resultados seja decorrente somente da aleatoriedade dos processos envolvidos no sistema modelado e não de um descontrole sobre a geração das variáveis aleatórias obtidas pelos sorteios, o qual se refletirá nos resultados da simulação.

Uma vez garantido o controle sobre a aleatoriedade, inerente à maioria dos sistemas, o segundo problema é, na verdade, uma questão meramente de cunho estatístico. Como qualquer problema envolvendo experimentação, a simulação resulta na obtenção de dados os quais devem ser adequadamente tratados. Toda a afirmação ou conclusão a partir de elementos resultantes de simulações exige um mínimo de atenção sobre os dados obtidos. Tirar conclusões com base em uma pequena quantidade de dados que apresentam alta variabilidade pode ser extremamente perigoso. Como foi visto no primeiro capítulo, tanto o tratamento adequado dos dados para a modelagem e simulação de sistemas, quanto à análise estatística dos resultados, são partes integrantes de todo o projeto de simulação e não podem, portanto, ser desconsiderados.

No caso do sistema do exemplo visto, seria necessária uma série de novas simulações para que se obtivesse um conjunto de dados suficiente. De cada uma das séries, seriam tomados valores médios da variável ou variáveis de interesse. O conjunto destes valores formaria uma amostra para ser, então, estatisticamente tratada. Como será visto em capítulos subseqüentes, todo este processo tem sua realização facilitada, uma vez conhecidos os métodos e disponíveis as ferramentas necessárias.

2.4 Incorporando a Variabilidade aos Modelos Computacionais

O problema exemplo introduzido na seção 2.2 e que, posteriormente, teve sua solução encaminhada por meio de uma simulação manual, permite que se tenha uma idéia geral do que vem a ser a metodologia para solução de problemas adotada neste livro. Contudo, uma série de considerações precisa ainda ser feita para que as idéias ali introduzidas possam ser transformadas em procedimentos a serem utilizados em problemas de maior complexidade e cujas soluções sejam realizadas por meio de ferramentas computacionais.

No problema do posto de serviços, a simulação manual ficou restrita a somente um processo e o período simulado foi de apenas quatro horas de funcionamento do sistema. Como foi ressaltado, um dos problemas resultantes é o risco da tomada de decisão considerando um número tão reduzido de dados decorrentes daquela simulação. Obviamente, a maneira mais clara de solucionar este problema seria realizar uma simulação, ainda que manual, compreendendo um período bem mais longo, equivalente, por exemplo, a um período de uma semana ou talvez de um mês de funcionamento do posto de lavação de carros. Este exercício, embora possível de ser realizado, implicaria num razoável esforço mental e manual. Estes esforços poderiam ser minimizados pelo uso de uma ferramenta computacional, como uma planilha eletrônica, por exemplo. Embora isso seja verdadeiro, seguramente não é o melhor caminho. Qualquer outro problema um pouco mais complicado com dois ou três processos, com uma ou mais situações de decisão interna, elevaria sobremaneira sua complexidade, praticamente inviabilizando a construção do modelo com quaisquer outras ferramentas que não um ambiente apropriado voltado à modelagem e à simulação.

Por esses e outros motivos, pesquisadores vem desenvolvendo, ao longo das últimas três ou quatro décadas, programas computacionais com o propósito especifico de modelar e simular, praticamente qualquer tipo de sistema existente. Para que tais programas pudessem imitar o comportamento dos sistemas reais, um dos grandes desafios dos pesquisadores foi tornar possível, a estes a realização de “sorteios” (semelhantes aos realizados no exemplo anterior), os quais permitissem gerar e atribuir valores compatíveis às variáveis aleatórias presentes nos modelos. A solução adotada baseia-se em um método bastante simples, divulgado logo após a segunda grande guerra e batizado de Método de Monte Carlo.

2.4.1 O Método de Monte Carlo

A origem do Método de Monte Carlo (MMC), deveu-se à revisão de uma técnica matemática, conhecida desde o século passado, durante o trabalho secreto dos cientistas envolvidos no projeto "Manhattan" em Los Alamos, EUA, para o desenvolvimento da bomba atômica dos aliados durante a segunda guerra mundial. A técnica recebeu o código de "Monte Carlo" e foi, posteriormente, em 1949, divulgada em um artigo científico intitulado "The Monte Carlo Method" [Dudewics, 1975]. Na aplicação desta técnica, os dados são artificialmente gerados empregando-se um gerador de números aleatórios (GNA) e uma distribuição de freqüências da variável de interesse. Estes são dois pontos fundamentais na aplicação desta técnica e na sua posterior aplicação em programas de simulação.

Um GNA é um programa computacional que deve ser capaz de gerar valores aleatórios independentes e uniformemente distribuídos (isto é, todos com a mesma probabilidade de ocorrência) no intervalo de 0 a 1. A busca de bons algoritmos geradores de números aleatórios só se desenvolveu plenamente quando do advento dos primeiros computadores digitais. Antes, porém, conforme citado por Dudewics (1975), uma série de pesquisadores publicou tabelas de números aleatórios (ver anexo - Tabela de Números Aleatórios), tais como as desenvolvidas por Tippett em 1927, com 41.600 dígitos gerados a partir de estatísticas obtidas em censos e por Kendall e Babington-Smith em 1939, com 100.000 dígitos, gerados a partir de um sistema mecânico, criado pelos próprios autores. Os esforços de tabulação praticamente se encerraram com a publicação, em 1955, da monumental tabela com um milhão de dígitos aleatórios da *Rand Corporation* obtidos a partir de uma roleta eletrônica, feita especialmente para este propósito. Desde então, inúmeros métodos, baseados em algoritmos numéricos, executados em computadores digitais, vêm satisfazendo todos os requisitos necessários à suas aplicações em estudos simulados de processos aleatórios.

A maioria das linguagens e pacotes voltados a simulação fazem uso de algoritmos já consagrados. Por serem gerados artificialmente, os valores aleatórios obtidos são conhecidos como números pseudo-aleatórios. Isto significa que a seqüência de números produzidos por um destes algoritmos é reproduzível e, portanto, não aleatória no sentido estrito do termo. Porém, estatisticamente falando, a comparação entre um conjunto de valores gerados em um computador com outro, verdadeiramente aleatório, gerado, por exemplo, pela natureza, não apresenta diferenças.

Exemplo de um Gerador de Números Aleatórios (GNA)

Dentre os vários geradores de números aleatórios, um método bastante popular, é o chamado *Método Congruente Linear Multiplicativo* (MCLM). Este método é derivado de outro, conhecido como *Método Congruente Misto*, que foi primeiramente divulgado em um trabalho desenvolvido pelo Prof. D. H. Lehmer, em 1951, quando dos experimentos executados pelo computador ENIAC no MIT, conforme citado por Jain, [1991]. Em suas pesquisas ele descobriu que restos de sucessivas potências de um número possuem boas características de aleatoriedade.

Um exemplo típico de uma função de um gerador tipo MCLM é:

$$x_n = ax_{n-1} \bmod m \tag{2.4}$$

Os parâmetros *a* e *m* são chamados de *multiplicador* e *módulo* respectivamente. Velocidade e eficiência na geração da série de números aleatórios são muito importantes para os processos simulados e, segundo Jain (1991), sempre são beneficiadas quando:

- O módulo de *m* for grande. Os valores gerados de *x* sempre estarão entre 0 e m-1. Assim, o período (série de números gerados) nunca será maior do que *m*.
- Para que a computação de mod *m* seja eficiente, *m* deve ser uma potência de 2, isto é, 2^k.
- Pode ser mostrado que um gerador será mais eficiente se o multiplicador *a* for uma raiz primitiva do módulo *m*. Por definição, *a* será uma raiz primitiva do módulo *m* se e somente se a^n.mod $m \neq 1$, para $n = 1, 2, ..., m-2$.

Para encerrar, apresenta-se um exemplo de um gerador ainda em uso em muitas rotinas para a geração de números aleatórios, presentes em programas comerciais. Os valores dos parâmetros satisfazem as condições para permitir um período $P = m - 1$ (maior do que 2 bilhões de números). Os valores dos parâmetros são:

$m = 2^{31} - 1 = 2.147.483.647$ (que é um número primo);
$a = 7^5 = 16.807$;
semente $x_0 = 123.456$. Os primeiros números aleatórios ($R_{i's}$) gerados serão:

$x_1 = (7^5).(123.456) \bmod (2^{31} - 1) = 2.074.941.799 \bmod (2^{31} - 1) = 2.074.941.799$

$R_1 = 2.074.941.799 / 2^{31} = 0{,}9662$

$x_2 = (7^5)(2.074.941.799) \bmod (2^{31} - 1) = 559.872.160$

$R_2 = 559.872.160 / 2^{31} = 0{,}2607$

$x_3 = (7^5)(559.872.160) \bmod (2^{31} - 1) = 1.645.535.613$

$R_3 = 1.645.535.613 / 2^{31} = 0{,}7662$

.
.
.

O segundo ponto importante na aplicação do MMC diz respeito à distribuição de probabilidades que deve ser amostrada durante o processo de simulação. Estas distribuições tanto podem ser de natureza teórica, como uma distribuição exponencial ou normal, por exemplo, ou baseada em dados empíricos observados no sistema real. Para uma melhor compreensão do método, faz-se uma revisão do exemplo do posto de serviços, empregando-o na geração dos tempos entre chegadas dos carros naquele modelo.

Simulação Manual Empregando o Método de Monte Carlo

Na simulação do posto de serviços, os tempos entre chegadas (TEC) foram obtidos por meio de um sorteio. Os tempos eram lidos de papéis retirados de uma urna os quais, uma vez transcritos para a tabela de simulação, retornavam a urna. A quantidade de papéis numerados foi determinada por meio da elaboração de uma distribuição de freqüências (tabela 2.6), resultante de uma amostra realizada sobre o sistema real.

Para se aplicar o MMC, é necessário anexar mais duas colunas àquela tabela. A terceira coluna apresenta a distribuição acumulada das freqüências. A partir dos valores da freqüência acumulada, é possível então atribuir a cada uma das classes, um conjunto de números que referencie seu percentual de participação na distribuição de freqüências. Para o caso do exemplo visto, estes números são apresentados na quinta coluna da tabela 2.9.

Classes	**Ponto Médio ($\bar{x}_i$)**	**Freqüência**	**Freqüência Acumulada**	**Intervalo de Valores**
0 → 5	2,5	0,35	0,35	[0,01; 0,35]
5 →10	7,5	0,19	0,54	[0,36; 0,54]
10 →15	12,5	0,19	0,73	[0,55; 0,73]
15 →20	17,5	0,13	0,86	[0,74; 0,86]
20 → 25	22,5	0,03	0,89	[0,87; 0,89]
25 → 30	27,5	0,07	0,96	[0,90; 0,96]
30 → 35	32,5	0,01	0,97	[0,97]
35 → 40	37,5	0,02	0,99	[0,98; 0,99]
40 → 45	42,5	0,01	1,00	[0,00]

Tabela 2.9: Freqüências e valores empregados no MMC no exemplo do posto de serviços

Para se atribuir o valor adequado ao TEC é preciso, primeiramente, obter (por sorteio) um número entre zero e um. Este procedimento pode ser realizado sem o uso de uma urna ou de um chapéu com papéis numerados. Uma das formas de realizá-lo é consultar a tabela de valores aleatórios, parcialmente reproduzida na figura 2.3. A outra, é fazer uso de um programa GNA e de um computador para executá-lo, como nos programas de simulação. Calculadoras eletrônicas de bolso também costumam apresentar funções geradoras de números aleatórios.

A tabela da figura 2.3 baseia-se em números obtidos a partir de um programa GNA. Nela os valores estão agrupados em conjuntos de cinco dígitos, organizados na forma de linhas e colunas. Cada conjunto resulta da multiplicação, por 10.000, de um NA uniformemente distribuído entre 0 e 1, com cindo dígitos significativos. Na medida da necessidade, pode-se obter NA com um, dois ou mais dígitos significativos.

98543	59525	21114	73109	69095	.....
87060	95250	50277	17486	07962	.....
82170	68014	07937	98003	40146	.....
48673	26100	23776	66959	84477	.....
08560	52600	66188	63746	05849	.....
68708	28373	27635	52562	18148	.....
80511	00208	61965	66983	70232	.....
02253	27120	53172	99800	74603	.....
37110	07752	38216	54843	22496	.....
01548	06209	79410	99823	17603	.....
81417	85771	25961	84381	88582	.....
36602	77275	35226	53601	91939	.....
79337	00250	64655	89710	19526	.....
60564	55609	64304	10940	69422	.....
87552	78655	14220	30037	07403	.....
04951	65135	00626	99163	34098	.....
01761	01488	35218	11762	11586	.....
41451	57175	88050	23528	46360	.....
03646	98017	51286	18545	02393	.....
02863	33742	19979	10905	34863	.....
.....	.....	.....	.....	.....	.....

Figura 2.3: Reprodução parcial da tabela de valores aleatórios do anexo.

Para consultar a tabela é preciso, antes de tudo, estabelecer uma regra de consulta, tornando este processo o mais aleatório possível. Por exemplo, para se determinar os 15 valores de TEC dos clientes no posto de serviços, a seguinte regra pode ser estabelecida: Observa-se, pela ordem, os dois últimos dígitos de cada conjunto, iniciando-se pela primeira linha e primeira coluna, seguindo-se pela primeira linha e segunda coluna e assim por diante. Desta maneira, os valores observados na tabela são: 43, 25, 14,... etc. Dividindo-se por 100 estes valores, obtém-se: 0,43; 0,24; 0,14, ...etc..

Reportando-nos então à tabela 2.9 (quinta coluna), verifica-se a qual dos intervalos pertence o número “sorteado”. Depois disso, basta referenciar o intervalo com à classe. Por exemplo: para o número sorteado 0,43, o valor atribuído a TEC deve ser 7,5 min.(ver Figura 2.4 abaixo). Veja que 0,43 pertence ao intervalo [0,36; 0,54]. Tal intervalo, refere-se a classe (5→ 10). Observe que cada um dos intervalos é agraciado com uma quantidade de valores equivalentes a participação da referida classe na distribuição de freqüências amostrada considerando, é claro, o número de dígitos significativos apresentados. Por exemplo, no intervalo [0,36; 0,54], são 19 os valores possíveis de serem sorteados: 0,36; 0,37; ...0,53 e 0,54.

Classes	**Ponto Médio ($\bar{x}_i$)**	**Intervalo de Valores**
0 → 5	2,5	[0,01; 0,35]
5 →10	7,5	[0,36; 0,54]
10 →15	12,5	[0,55; 0,73]
15 →20	17,5	[0,74; 0,86]
20 → 25	22,5	[0,87; 0,89]
25 → 30	27,5	[0,90; 0,96]
30 → 35	32,5	[0,97]
35 → 40	37,5	[0,98; 0,99]
40 → 45	42,5	[0,00]

Valor de TEC

0,43

Número aleatório sorteado

Figura 2.4: Atribuição do valor de TEC após o sorteio

O MMC é um conceito básico para a compreender os procedimentos que ocorrem dentro de um programa de simulação quando este executa o modelo de um sistema. Através do exemplo anterior, percebe-se que usando o MMC, é possível reproduzir no modelo, o comportamento das inúmeras variáveis aleatórias que compõem os sistemas do mundo real.

Quando se está lidando com uma linguagem de simulação, os procedimentos para traduzir este comportamento podem ser realizados de diversas formas. Uma delas é descrever ao modelo ou programa a distribuição de freqüências das variáveis aleatórias de forma semelhante ao que acaba de ser realizado.

2.4.2 Funções Geradoras de Variáveis Aleatórias

Outra forma de proceder para gerar valores associados às variáveis que constituem o modelo é compreender e verificar se o comportamento destas assemelha-se ao de variáveis aleatórias descritas por distribuições teóricas de probabilidades. Se isto for verdade, pode-se usar no modelo computacional, funções matemáticas que geram valores de acordo com a distribuição, especificada uma vez fornecidos os parâmetros necessários.

Desta forma, se no exemplo do posto de serviços fosse possível (e é possível, como será visto no capítulo 5) associar o tempo necessário a operação de lavação a uma distribuição normal com média de 11 min. e desvio-padrão de 2 min., sempre que necessário o programa computacional invocaria a função NORM (11, 2). A resposta seria um valor numérico o qual estaria associado ao tempo de lavação. Teoricamente, se esta função gerasse uma amostra de valores esta deveria apresentar um comportamento semelhante ao descrito pela distribuição de freqüências dos tempos de lavação coletados e apresentado na tabela 2.9.

Embora o objetivo neste livro não seja explorar com profundidade a forma como os programas de simulação realizam estes procedimentos, é conveniente, pelo menos, entender o mecanismo e a técnica geral aplicada.

Todo programa de simulação carrega uma função para a geração de números aleatórios, isto é uma GNA e inúmeras outras funções matemáticas, descritas como Funções Geradoras de Variáveis Aleatórias ou FGVA's. Para cada tipo de distribuição teórica de probabilidades existe uma FGVA apropriada. Desta forma, sempre que o usuário de um programa de simulação deseja que seu modelo faça uso de um destas funções, basta invocar no programa o nome da função desejada, fornecendo os parâmetros necessários a sua execução. Se, por exemplo, desejar que o valor de uma variável aleatória de seu modelo possua características de uma distribuição exponencial com média igual a 10, basta a ele escrever no seu modelo EXPO (10). Neste caso, imaginando que o nome EXPO acione a FGVA responsável pela geração de variáveis aleatórias com características de uma função exponencial, a resposta seria um valor pertencente a esta distribuição.

Exemplo de uma Função Geradora de Variáveis Aleatórias

Todos os métodos de geração de variáveis aleatórias baseiam-se na prévia geração de um número aleatório *R*, uniformemente distribuído sobre o intervalo (0, 1). Para efeito de notação, *x* será uma variável aleatória com função densidade de probabilidade (*fdp*) = *f(x)*, para o caso contínuo e *p(x)* para o caso discreto. Todos os métodos, portanto, encaminham o problema de expressar *x* como uma função explícita de *R*.

A literatura sobre o assunto (Banks, 1984 e Law, 1991) reporta a existência de pelo menos cinco métodos básicos voltados para a geração de amostras de variáveis aleatórias:

1. Transformação Inversa;
2. Transformação Direta;
3. Convolução;
4. Aceitação/Rejeição;
5. Propriedades Especiais;

O método a ser empregado na geração das variáveis aleatórias, depende do tipo de distribuição desejada e da eficiência que se está buscando no processo. No exemplo a seguir emprega-se o método da transformação inversa para gerar variáveis aleatórias que pertencem a uma distribuição exponencial.

Exemplo de geração de Variáveis Aleatórias Exponencialmente Distribuídas

Uma variável aleatória *x* tem uma distribuição exponencial se sua função densidade de probabilidade *f(x)*, pode ser expressa como:

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \quad x \geq 0 \tag{2.5}$$

Na expressão (2.5) acima, o parâmetro λ é interpretado como sendo o número médio de ocorrências ou eventos, por unidade de tempo, enquanto a razão $1/\lambda = \beta$ representa o tempo médio entre as ocorrências.

Aplicando-se o método da transformação inversa para a obtenção de uma variável aleatória *x* com distribuição exponencial resulta na seguinte relação:

$$x_i = -\frac{\ln(1 - R_i)}{\lambda} \tag{2.6}$$

Uma vez que ($1-R_i$), da mesma forma que R_i, possui distribuição uniforme no intervalo [0, 1], pode-se substituir ($1-R_i$) por R_i na expressão acima. Considerando-se $\lambda=2$ e aplicando-se a fórmula para cinco diferentes valores de *R*, obtém-se os seguintes valores para a variável x.

i	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
R_i	0,343	0,971	0,787	0,189	0,362
x_i	0,535	0,015	0,119	0,833	0,508

Tabela 10: Valores para a variável aleatória exponencial

Internamente aos programas de simulação, todas estas FGVA funcionam com base em determinados argumentos numéricos. Cada função necessita dos parâmetros da respectiva distribuição de probabilidades, como o valor de λ no exemplo acima, e de um ou mais números aleatórios uniformemente distribuídos entre [0; 1].

Na figura 2.5, observa-se que um determinado segmento do modelo de simulação que em determinado momento de sua execução necessita de um valor que deve ser fornecido por uma FGVA chamada EXPO (por exemplo, para a obtenção do tempo de chegada do próximo cliente no posto de lavação).

Esta função gera valores exponencialmente distribuídos, de acordo com o parâmetro (β = tempo médio entre chegadas = 10) fornecido à função na forma de um argumento. No exato instante que seu nome é invocado no modelo, a função EXPO é ativada e espera seu argumento (β). Além dos parâmetros, estas funções exigem, também, um número aleatório (NA) uniformemente distribuído no intervalo [0; 1]. Estes números são fornecidos à função pelo GNA do programa de simulação. Uma vez que todos os argumentos estejam presentes, a função gera o valor necessário e o retorna ao modelo, onde então, é atribuído à variável *Tempo entre Chegadas* (TEC).

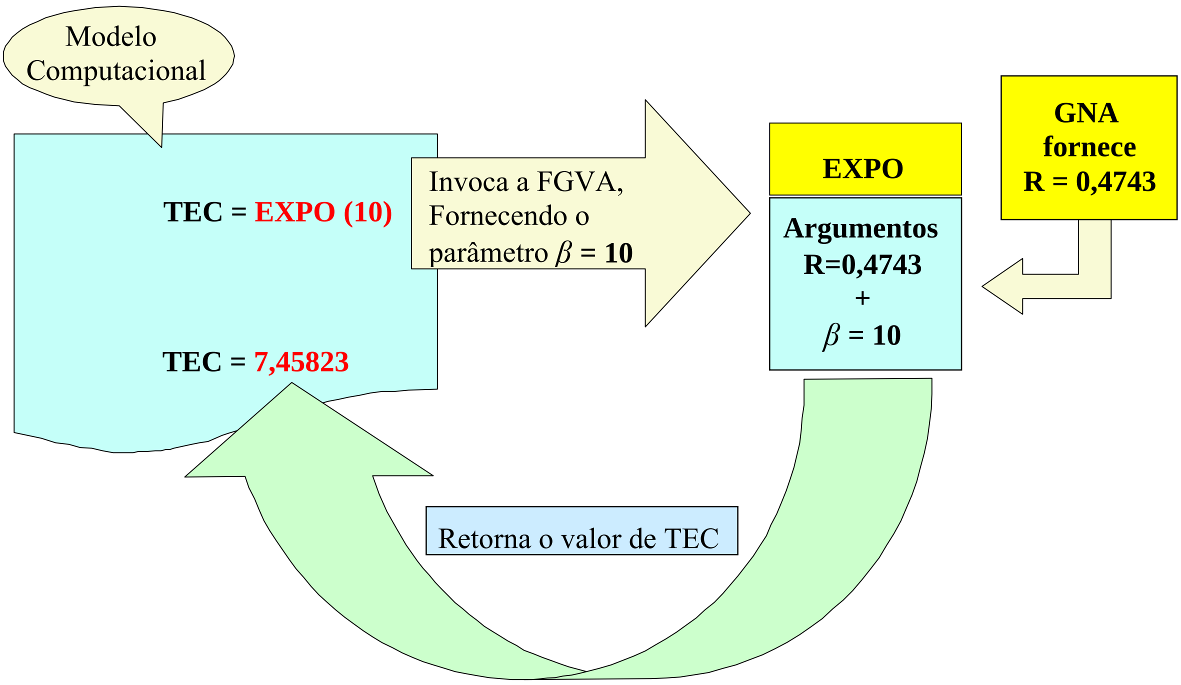


Figura 2.5: Troca de dados e informações entre o modelo computacional e as FGVA's

Os elementos apresentados no decorrer desta seção permitem ao leitor ter uma breve visão de como é possível a incorporação da variabilidade apresentada pelos sistemas do mundo real nos modelos computacionais construídos para imitá-los. Um pouco mais destes elementos serão apresentados no capítulo 5, o qual aborda a análise e o tratamento de dados para a modelagem de sistemas. Antes de se apresentar uma descrição do controle interno observado nos programas de simulação, parte final deste capítulo, apresenta-se na seção a seguir um pouco da terminologia básica empregada nas técnicas de modelagem e simulação de sistemas. Esta breve introdução ao tema, permitirá uma melhor compreensão do último tópico deste capítulo.

2.5 Terminologia Básica Utilizada em Modelagem e Simulação de Sistemas

Uma série de termos é usualmente empregada quando da conceituação dos elementos básicos envolvidos na modelagem e na simulação de sistemas. Para uma melhor compreensão dos mesmos, as definições serão acompanhadas de alguns exemplos de sistemas simples, com um único servidor, para áreas tão distintas como manufatura, serviços ou sistemas computacionais. Eis os exemplos:

- Para um engenheiro industrial, este sistema de um único servidor poderia ser um posto de trabalho de uma fábrica, onde um operador apanha a matéria-prima de uma caixa e a coloca em uma máquina para que esta seja processada (um torno, por exemplo). Após ser processada, o operador retira a peça da máquina e a põe em outra caixa contendo peças já processadas. O engenheiro poderia estar interessado em saber, por exemplo, qual o tempo médio de processamento ou quanto tempo a matéria-prima espera antes de ser processada ou, ainda, qual a taxa média de ocupação do sistema (no caso, operador + máquina);
- Para um administrador encarregado do bom funcionamento de um supermercado, este servidor pode ser visto como um dos caixas, em que clientes com compras chegam para serem atendidos. Todas as suas compras são registradas e empacotadas, com o cliente deixando o sistema logo a seguir. O administrador poderia estar interessado em conhecer o comportamento do sistema, obtendo, assim, ajuda na decisão de automatizar ou não parte das operações do caixa.
- Já na visão de um técnico em computação, este sistema poderia ser uma CPU. O objetivo do técnico seria verificar o comportamento da CPU diante de diferentes técnicas de escalonamento de programas, de acordo com a carga de trabalho.

2.5.1 Variáveis de Estado

As variáveis cujos valores definem o estado do sistema são conhecidas como *variáveis de estado*. Quando a execução de um programa de simulação é interrompida, esta só poderá ser retomada, a partir do ponto em que foi interrompida se, e somente se, forem conhecidos os valores de todas as variáveis de estado, no exato momento da interrupção. As variáveis de estado constituem o conjunto de informações necessárias à compreensão do que está ocorrendo no sistema num determinado instante no tempo, com relação aos objetos de estudo. A determinação destas variáveis é função do propósito do estudo. Variáveis de estado definidas numa determinada investigação de um sistema podem ser completamente diferentes daquelas definidas em outro estudo sobre o mesmo sistema. Nos exemplos apresentados acima, pode-se caracterizar as seguintes variáveis de estado:

- Número de peças esperando para serem processadas na máquina ou o estado da máquina, isto é, ocupada ou livre;
- Número de clientes esperando na fila do caixa;
- Número de *jobs* aguardando na fila da CPU, número de *jobs* já atendidos, etc.

2.5.2 Eventos

Eventos são acontecimentos, programados ou não, os quais, quando ocorrem, provocam uma mudança de estado em um sistema. Toda mudança de estado é provocada pela ocorrência de um evento. Nos exemplos anteriormente citados, os quais representam sistemas com um único servidor e uma única fila de espera por serviço, podem ser considerados, por exemplo, três tipos de eventos:

- A chegada de peças, clientes ou jobs no sistema;
- O inicio do processamento pela máquina, caixa ou CPU;
- A saída de peças, clientes ou jobs dos sistemas.

2.5.3 Entidades e Atributos

Uma *entidade* representa um objeto que necessita uma clara e explicita definição. Ela pode ser dinâmica, movendo-se através do sistema, ou estática, servindo a outras entidades. Exemplos de entidades dinâmicas para os sistemas apresentados poderiam ser: as peças (que se movem pela fábrica), os clientes chegando e saindo da fila do caixa no supermercado ou os jobs que chegam e saem da CPU depois de processados. Já entidades estáticas podem ser, por exemplo, a máquina, o caixa e a CPU.

As características próprias das entidades, isto é, àquelas que as definem totalmente, são chamadas de *atributos*. Várias entidades semelhantes possuem os mesmos atributos. Os valores dos atributos é que as diferenciam entre si. Desta forma, pode-se, por exemplo, caracterizar ou dar o nome de peça, a toda a entidade que é processada em uma determinada máquina de um sistema de manufatura. Se estas peças (entidades) forem diferentes entre si e, as investigações sobre o sistema requerem respostas que considerem tais diferenças, um simples atributo como um código, um número ou tipo, por exemplo, as tornarão explicitamente individualizadas. Os resultados poderão ser apresentados pelo código, pelo número ou pelo tipo das peças. O mesmo poderá ocorrer com as entidades clientes ou jobs dos dois outros sistemas exemplificados.

Os atributos associados às entidades também dependem do tipo de investigação que está sendo levada a efeito. No caso das peças, por exemplo, se o interesse recair sobre o tempo médio no sistema de todas as peças que por ele transitam, independentemente do seu tipo ou código, estes últimos atributos, não seriam de interesse no estudo.

No entanto, observe o leitor que, para que um programa de simulação possa calcular o tempo médio de permanência de todas as peças no sistema, é necessário calcular o tempo que cada uma delas demora no sistema. Estes tempos individuais devem ser acumulados em outra variável. A divisão desta última variável pelo número total de peças que passam pelo sistema fornece o tempo médio no sistema. Este cálculo, aparentemente simples, requer um controle individual dos tempos no sistema de cada uma das entidades.

É necessário então, que cada peça, ao dar entrada no sistema, guarde consigo, na forma de um atributo, o momento exato (tempo no relógio da simulação) de sua entrada. Suponha que este valor seja armazenado num atributo denominado TCS (Tempo de

Chegada no Sistema). Quando a peça deixa o sistema, o programa de simulação executa os seguintes cálculos:

1. O tempo no sistema da peça que está saindo. Usando a informação contida no atributo TCS, realiza uma operação de subtração, isto é, o tempo da saída da peça menos o tempo de sua chegada, registrado em TCS.
2. Atualiza um contador de peças que deixam o sistema.
3. Acumula numa variável o tempo no sistema da peça que está saindo.
4. Calcula o tempo médio de todas as peças que já passaram pelo sistema, dividindo a variável do passo três pelo acumulador do passo dois.

Como se observa, o uso de atributos permite não apenas caracterizar e individualizar entidades, como também possibilita a obtenção de estatísticas importantes para quem deseja analisar o comportamento dos sistemas sob investigação.

2.5.4 Recursos e Filas de Recursos

Um recurso é uma entidade estática que fornece serviços às entidades dinâmicas. Um recurso pode ter a capacidade de servir uma ou mais entidades dinâmicas ao mesmo tempo, operando como um servidor paralelo. É possível que uma entidade dinâmica opere com mais de uma unidade do recurso ao mesmo tempo, ou com diferentes recursos ao mesmo tempo. Se uma entidade dinâmica não puder se apoderar de um recurso solicitado, ela deverá aguardar pelo mesmo em uma fila.

O processamento de uma fila, isto é, a forma como a mesma será gerenciada depende, fundamentalmente, das políticas operacionais adotadas no sistema ou no modelo que o representa. A política de tratamento de filas mais comum é a FIFO (First In, First Out), aonde o primeiro a chegar na fila será o primeiro a ser atendido pelo recurso. Outras formas de gerenciamento podem ser adotadas. Não havendo disponibilidade de espaço na fila, esta entidade poderá tomar o destino de outro recurso (ou outra fila) ou mesmo deixar o sistema. Se puder capturar o recurso, a entidade dinâmica o reterá por um tempo (o qual se costuma chamar de tempo de processamento) liberando-o a seguir. Um recurso pode ter vários estados. Os mais comuns são: *ocupado e livre.* Outros podem ser definidos tais como: *bloqueado, falhado, indisponível, etc.*

2.5.5 Atividades e Períodos de Espera

Em simulação diz-se que uma *atividade* corresponde a um período de tempo predeterminado. Logo, uma vez iniciada, seu final pode ser programado. A duração de uma atividade, no entanto, não é, necessariamente, uma constante. Poderá ser o resultado de uma expressão matemática, um valor aleatório com base em uma distribuição de probabilidades, ser fornecida a partir da leitura em algum arquivo ou fonte externa ou até mesmo ser dependente do estado do sistema.

Por exemplo, o tempo necessário a um serviço poderá durar 5 minutos para cada entidade, ou 5 minutos para a entidade A e 8 minutos para a entidade B. Poderá ser aleatório, de acordo com uma distribuição normal de média 10 minutos e desvio-padrão 1 minuto. Poderá ainda ser dependente do tempo de simulação. Por exemplo, de 5 minutos, se o tempo de simulação se encontrar entre 0 min. e 120 min, e de 3 minutos se o tempo de simulação for maior do que 120 minutos. Outra hipótese é que o tempo de serviço dependa do tamanho da fila diante de um servidor. Se a fila for grande, mais do que cinco entidades, por exemplo, o servidor é levado a agir mais rápido, com média de 3 minutos por entidade. Se, no entanto, o número de entidades na fila for pequeno (menos do que cinco) ele relaxa e passa a atender com média de 4 minutos por entidade.

Ao contrário de uma atividade, uma *espera* é um período de tempo sobre o qual não se tem controle. Uma vez iniciada, não se pode programar seu fim. Um caso típico é a espera causada por eventos inesperados. Por exemplo, uma entidade entra em uma fila de espera por um recurso. O tempo que a mesma ficará retida na fila dependerá da soma dos tempos de processamento das outras entidades que se encontram na fila ou em processo. Se a forma de gerenciamento da fila for FIFO, pode-se calcular esta espera. No entanto, se outra forma de gerenciamento for adotada, com base, por exemplo, em um atributo de prioridade, um evento inesperado, como a chegada na fila de uma entidade com maior prioridade, torna tal controle quase impossível. Outro caso de um evento inesperado seria a indisponibilidade, por tempo indeterminado, de um recurso devido a uma quebra do mesmo. Todo início e final de uma atividade ou período de espera (mudança de estado), são causados por um evento.

2.5.6 Tempo (Real) Simulado e Tempo de Simulação

Um cuidado necessário por parte de quem está modelando um sistema diz respeito à relação entre o tempo (do sistema real) simulado e o tempo de simulação (tempo necessário à execução de um experimento no computador). Para certos sistemas, o tempo de simulação pode ser muito maior que o tempo simulado. Por exemplo, na simulação de um modelo de uma rede de computadores, as unidades de tempo admitidas para os eventos, são da ordem de milisegundos. Se, no modelo, o número de entidades e o número de processos a que estas devem ser submetidas, for grande (milhares de pacotes sendo roteados, por exemplo), o tempo de CPU devotado a este processamento poderá ser razoável (dependendo da CPU). Desta forma, para simular, digamos, 15 segundos de funcionamento deste sistema, é possível que se gaste dezenas de minutos de tempo de computador.

Por outro lado, tome-se um modelo de um terminal portuário. Os eventos associados a este tipo de sistema podem ser contabilizados até mesmo na ordem de dias, ou semanas. Por exemplo, o período decorrido entre a chegada de dois navios. Desta forma, os modelos deste tipo de sistema, tipicamente permitem que sejam simulados meses ou anos de operação dos mesmos em apenas alguns segundos ou minutos de processamento. Por conta destas diferenças, é sempre recomendável estar atento a detalhes desta natureza quando se lida com simulação.

2.5.7 Modelos Discretos e Modelos Contínuos

Uma vez compreendido os conceitos de variáveis de estado e eventos, cabe definir os conceitos e a distinção entre *modelos discretos e contínuos.* Na verdade, os conceitos estão associados à idéia de sistemas que sofrem mudanças de forma discreta ou contínua ao longo do tempo (variável independente para a maioria dos estudos envolvendo simulação). Os termos apropriadamente atribuídos são: *modelos de mudança discreta e modelos de mudança contínua*. Como será visto, a caracterização de um modelo é dada em função da maneira com que ocorrem as mudanças nas variáveis de estado do sistema. Em outras palavras, é possível "classificar" um sistema, como *contínuo ou discreto*, dependendo da maneira com que o mesmo foi modelado. Logo, classifica-se o modelo (e não o sistema) com base nas variáveis necessárias ao acompanhamento do estado do sistema.

- *Modelos de mudança discreta ou modelos discretos*: Nos modelos assim classificados, as variáveis de estado mantêm-se inalteradas ao longo de intervalos de tempo e mudam seus valores somente em pontos bem definidos, também conhecidos como *tempo de ocorrência do evento*. Convém salientar que a variação do tempo, nestes modelos, pode ser tanto discreta como contínua. Se as variáveis que dependem do tempo podem assumir qualquer valor ao longo tempo, a variação poderá ser continua, caso contrário, somente nos pontos permitidos.

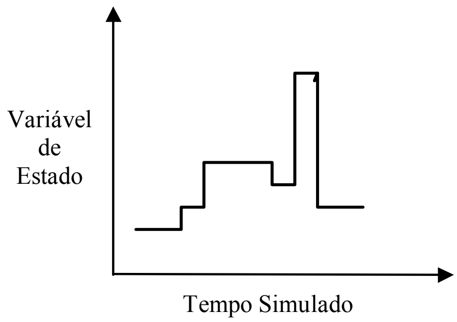


Figura 2.6: Mudanças de estado em modelos discretos

- *Modelos de mudança contínua ou modelos contínuos*: Nestes modelos, as variáveis de estado podem variar continuamente ao longo do tempo. Por exemplo, imagine-se um modelo que descreva um sistema composto de uma caixa d'água com um tampão em sua base. Como variáveis de estado, pode-se utilizar o seu volume ou o seu nível de água. As simulações realizadas teriam início no momento em que o tampão fosse aberto e a água contida começasse a escoar. Intuitivamente, pode-se imaginar que qualquer das duas variáveis de estado estará variando continuamente ao longo do tempo simulado.

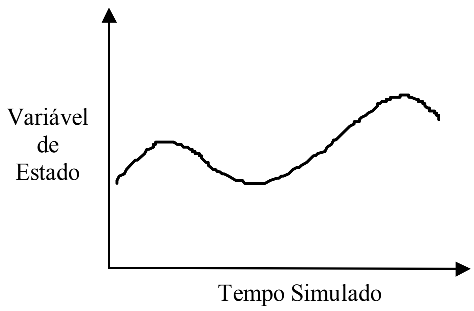


Figura 2.7: Mudanças de estado em modelos contínuos

Alguns modelos contínuos podem ser discretizados, isto é, tratados como modelos discretos, após algumas suposições realizadas sobre as variáveis de estado. Há também a possibilidade de modelagem mista nos quais variáveis dependentes do tempo podem variar ora de maneira contínua hora discretamente ao longo do tempo.

2.5.8 Métodos de Modelagem

Nos estudos e investigações que serão realizados ao longo deste texto, o leitor irá perceber que será adotada uma determinada *visão* dos sistemas. Este ponto de vista ou abordagem adotada está em acordo com o método de modelagem que estará sendo aplicado.

A visão da realidade ou do mundo (*World View*) é um termo muito utilizado por especialistas em simulação. É muito comum, também, em textos sobre simulação para designar especificamente que abordagem está sendo adotada. De acordo com Pegden [1990], a visão da realidade sob o ponto de vista de uma linguagem de simulação pode ser expressa da seguinte forma:

- A realidade consiste numa série de entidades ou transações que fluem através do sistema. Tais entidades são descritas, caracterizadas e identificadas por seus atributos.
- As entidades interagem com recursos e outras facilidades participando de atividades de acordo com certas condições, as quais determinam a seqüência das interações.
- Estas interações estão relacionadas ou criam eventos os quais, alteram o estado do sistema.

Dentro desta *visão* da realidade existem, basicamente, três diferentes métodos de modelagem, os quais dependem da linguagem de simulação empregada para serem utilizados:

1. Modelagem por eventos;
2. Modelagem por atividades;
3. Modelagem por processos.

Em cada uma destas abordagens, quando um próximo evento é selecionado para ser processado, uma parte da lógica do modelo é executada para que, apropriadamente, ocorram mudanças no estado do sistema. As diferenças entre os métodos encontram-se, fundamentalmente, na forma com que o *próximo evento* é programado para ser processado.

A ocorrência de um evento pode ser *condicional* ou *incondicional*. Um evento incondicional poderá ser executado quando da ocorrência de seu *tempo programado* (momento em que o mesmo deve acontecer) no relógio do programa de simulação. Neste caso, sua execução depende unicamente do tempo de simulação. Já os eventos condicionados, poderão depender de outras condições além do tempo as quais, usualmente, estão relacionadas com o status do sistema, tais como, a disponibilidade de um recurso, a espera por outras entidades, etc.

Na abordagem por eventos o sistema é modelado pela identificação de seus eventos característicos (os quais são incondicionais), dependendo unicamente do tempo de simulação. É construída uma série de rotinas, descrevendo as mudanças de estado que podem ocorrer no sistema em pontos discretos no tempo, de acordo com a ocorrência dos eventos. Estas rotinas descrevem ações relacionadas à ocorrência dos eventos, as quais podem ocorrer todas no mesmo instante de tempo. O processo de simulação evolui ao longo do tempo pela execução dos eventos selecionados de uma *pilha de eventos*, escolhendo sempre aquele com o tempo (determinado) mais próximo do tempo corrente de simulação. Qualquer situação envolvendo outras condições (que não o tempo de simulação) que possam ocasionar mudanças no estado do sistema deve ser prevista dentro das rotinas relacionadas aos eventos.

A principal diferença entre a abordagem por eventos e a abordagem por atividades é o fato de que na última, a estratégia de busca do *próximo evento da lista* é baseada tanto no tempo programado de ocorrência, como em testes condicionais. Muitos modelos descrevem sistemas cujas mudanças de estado dependem da ocorrência de eventos condicionados, isto é, outras condições, além do tempo devem ser verdadeiras. É possível, também, que eventos condicionados a determinadas situações possam ocorrer independentemente do tempo de simulação. Neste caso, a busca sobre o próximo evento deve considerar ambas as situações: tempo de simulação e quaisquer outras condições favoráveis ao *disparo* de um evento. Nos exemplos vistos, se existir a presença de matéria prima, clientes ou jobs nas filas de espera e ocorrer à condição de o conjunto operador/máquina, o caixa ou a CPU, respectivamente, estarem livres, imediatamente a atividade de processamento poderá ter início, independente do tempo de simulação. A monitoração de situações deste tipo na busca de condições de início de eventos é típica da modelagem por atividades.

A última forma de modelagem discutida aqui neste texto é a modelagem por processos. Nesta maneira de modelar o mundo, os sistemas são vistos, principalmente, do ponto de vista das entidades. O conjunto das entidades dinâmicas de um sistema encontra-se em constante competição pela posse de recursos. Tais entidades podem, também, cooperar umas com as outras objetivando o cumprimento de uma tarefa. Podem, por exemplo, agruparem-se para serem transportadas ou para formarem novas entidades.

Esta forma de modelar é, sem dúvida, a mais intuitiva delas. O programa de computador resultante da modelagem procura, por meio de suas rotinas, imitar o comportamento das entidades em seu fluxo ou movimento pelo sistema, buscando cumprirem os processos ou atividades a elas designadas. O programa acompanha cada entidade individualmente. Quando uma entidade é criada (entra no sistema), seu movimento ou seqüência de atividades a serem realizadas é acompanhado até que, num ponto qualquer do sistema, este movimento seja suspenso. Esta suspensão ou parada da entidade, pode ser devido a um tempo necessário para processamento em um recurso ou ao tempo de espera em uma fila, por exemplo. No momento em que cessa seu movimento, o programa avança o relógio da simulação para o tempo em que outra entidade (a primeira da fila de próximo evento) esteja sendo liberada de um período de "suspensão" e passa a acompanhá-la até que esta também sofra uma parada. Estes procedimentos se repetem com todas as entidades que estejam no sistema até que estas o deixem, quando realizarem todas as suas atividades. O processo de simulação pode ser interrompido de diversas maneiras. Por exemplo, quando o relógio da simulação alcançar um tempo pré-definido ou quando um determinado número entidades que passaram pelo sistema alcançar um certo limite.

Este monitoramento do fluxo das entidades exige que o programa computacional resultante da modelagem do sistema tenha que, constantemente, atualizar os valores de variáveis globais, dos atributos das entidades monitoradas e de todos os demais objetos com os quais elas se relacionam durante sua passagem pelo sistema. O conjunto de estados de todos estes elementos é, em síntese, o próprio estado do sistema.

2.5.9 Mecanismos de Avanço do Tempo

Em função da natureza dinâmica dos modelos de simulação discreta, é preciso manter um constante acompanhamento do valor do tempo simulado enquanto a simulação avança. É necessário também que o programa de simulação possua um mecanismo para avançar o tempo simulado de um valor para outro. A variável que guarda o tempo atualizado de simulação costuma ser chamado de *relógio da simulação*. A unidade de tempo para o relógio da simulação não costuma ser explicitamente estabelecida, assumindo a mesma unidade dos parâmetros de entrada.

Dois principais mecanismos de avanço do tempo aparecem nas diversas linguagens de simulação: *avanço do tempo para o próximo evento* e *avanço do tempo com incremento fixo*. O primeiro é amplamente utilizado tanto por programas comerciais de simulação como por aqueles montados sobre uma linguagem de programação de propósito geral como C, Delphi, VB ou Java. Neste livro, a referencia será ao avanço do tempo relacionado ao próximo evento.

Na abordagem de avanço para o próximo evento, o relógio da simulação é inicializado em zero e os tempos de ocorrência dos próximos eventos são determinados. Por exemplo, o momento da próxima chegada de uma entidade no sistema, o tempo de serviço para esta entidade, o momento de encerrar a simulação, etc. O processo é semelhante ao que foi elaborado nas tabelas de simulação (ver tabelas 2.4 e 2.8). Uma lista, denominada *lista de eventos futuros* (LEF), é montada para fins de controle destes eventos já programados.

O relógio é, então, avançado para o tempo de ocorrência do evento mais eminente (o primeiro) entre os futuros eventos, que já se encontram na lista de eventos programados. Neste ponto, o estado do sistema e *a lista de eventos futuros* (LEF) são atualizados, considerando o fato novo: o evento recém ocorrido. O relógio da simulação é então avançado novamente para o tempo de ocorrência do próximo evento eminente da lista de eventos, o estado do sistema e a lista de eventos atualizados, etc. Este processo de avançar o relógio da simulação, do tempo de um evento para outro é continuado até que alguma condição de parada pré-definida seja satisfeita. Uma vez que todas as mudanças de estado ocorrem sempre nos tempos dos eventos, nos modelos discretos de simulação, os períodos de inatividade são ignorados, isto é, o relógio da simulação é atualizado aos saltos nos tempos dos eventos. Os sucessivos saltos do relógio são, geralmente variáveis em tamanho. Na seção 2.6 a seguir, é mostrado um exemplo envolvendo estes mecanismos.

2.6 Funcionamento de um Programa de Simulação

Apresenta-se nesta seção os principais elementos que constituem um programa computacional voltado a simulação de modelos de mudança discreta. Dentre os diversos autores que descrevem as rotinas e algoritmos envolvidos nestes programas (ver Banks, 84 e 96 e Law, 91), os princípios gerais apresentados por Banks, Carson e Nelson (Banks, 1996), são bastante didáticos e satisfatórios para um livro de nível introdutório. Assim, os tópicos a seguir foram adaptados desta última referencia. Para mais detalhes e profundidade, as demais referencias são obrigatórias. Considera-se que, no modelo a ser simulado, as mudanças de estado se sucedem devido à ocorrência de três tipos de eventos: Evento Chegada, Evento Saída e Evento Fim da Simulação. Descrevem-se abaixo cada um deles.

Evento Chegada

Diante da chegada de uma entidade no sistema, as seguintes ações devem ser realizadas pelo programa de simulação:

1. Guardar o tempo de ocorrência da chegada da entidade em um atributo especialmente designado para tal. Este valor servirá para que no momento de sua saída, o tempo de permanência da entidade no sistema possa ser calculado;

2. Verificar se o recurso com o qual a entidade realizará uma atividade está livre. A variável de estado ES(t) representa o estado do recurso (servidor) no tempo t do relógio da simulação. Se estiver livre, ES(t) = 0, o tempo de permanência da entidade na fila deste recurso será zero. Neste caso, trocar o estado do recurso para *ocupado* (ES(t) = 1) e programar o final da atividade no calendário de eventos, somando o tempo atual do relógio ao tempo de serviço (TS) sorteado;
3. Se o recurso estiver ocupado, a entidade deve ser colocada no final da fila do recurso. A variável tamanho da fila, EF(t), deve ser incrementada em um.
4. Programar a chegada de uma nova entidade no sistema, no calendário de eventos, somando o tempo do relógio com tempo entre chegadas (TEC), sorteado para a próxima entidade.

A figura 2.8, abaixo, apresenta um fluxograma da rotina *evento chegada*.

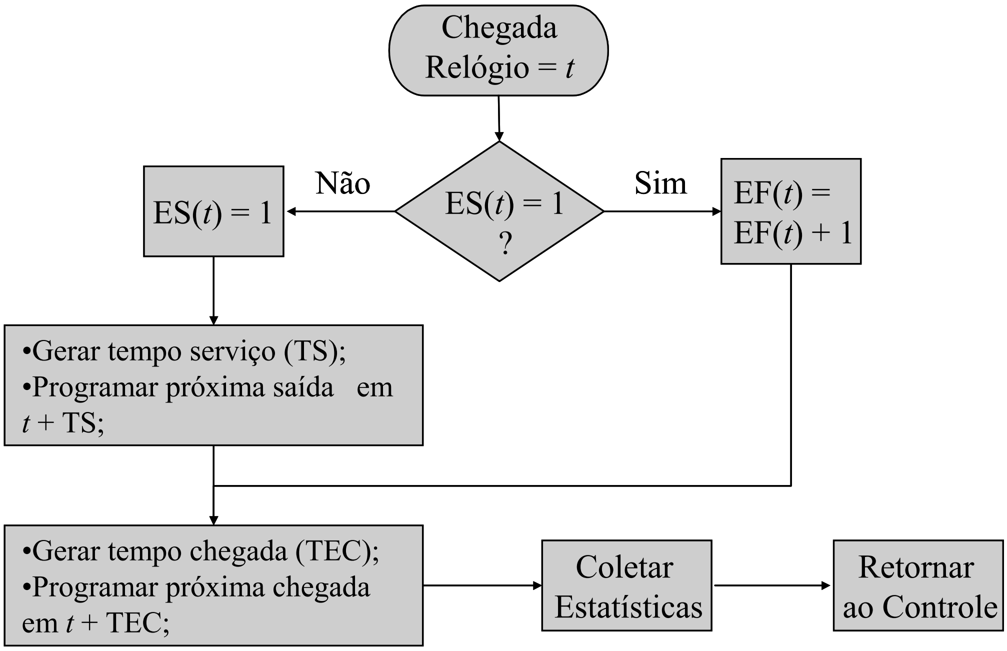


Figura 2.8: Fluxograma do evento chegada.

Evento Saída

No momento que uma entidade completar sua atividade junto a um recurso, as seguintes ações devem ser realizadas pelo programa de simulação:

1. Incrementar o contador de entidades servidas;
2. Computar e armazenar o tempo de permanência da entidade no sistema fazendo tempo do relógio menos o valor do atributo tempo de chegada da entidade.
3. Se houver alguma entidade na fila de espera, retirar a primeira entidade da fila, computar seu tempo de permanência na fila, decrementar a variável tamanho da fila, iniciar o atendimento da nova entidade e programar no calendário de eventos futuros o fim da atividade, somando o tempo de serviço ao tempo atual;
4. Se não houver nenhuma entidade na fila de espera, fazer o estado do recurso igual a *livre*.

A figura 2.9, abaixo, apresenta um fluxograma da rotina *evento saída*.

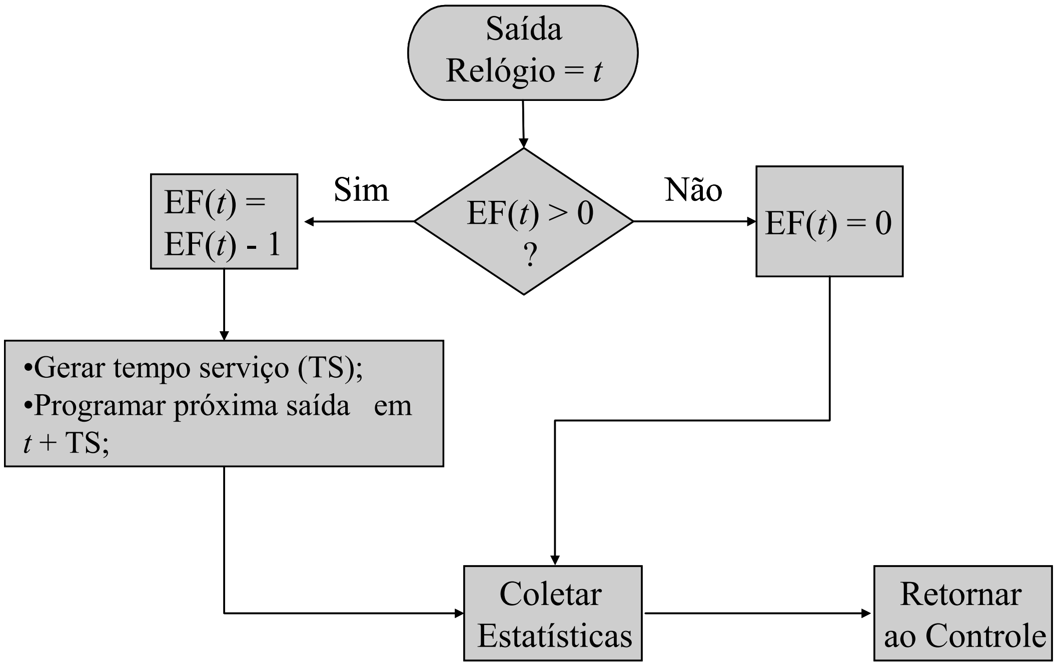


Figura 2.9: Fluxograma do evento saída.

Evento Fim da Simulação

Quando for apropriado, isto é, quando da ocorrência de um evento especial o qual determina o fim da execução da simulação, as seguintes ações devem ser realizadas:

1. Computar as estatísticas idealizadas para o fim da simulação;
2. Compor o relatório final com as estatísticas a ser exibido ao usuário.

Além destes três eventos, e suas respectivas rotinas, um programa de simulação possui uma rotina principal, responsável pela inicialização de todo os procedimentos, avanço do relógio, chamada das funções GNA e FGVA, etc. A figura 2.10 apresenta o fluxograma desta rotina principal. Dentre os principais elementos apontados na figura 2.10, encontra-se a rotina de avanço do tempo. No programa de simulação deve estar incorporado um mecanismo de controle e avanço do tempo de simulação. O mecanismo adotado é o de avanço do relógio para o próximo evento (BANKS 96).

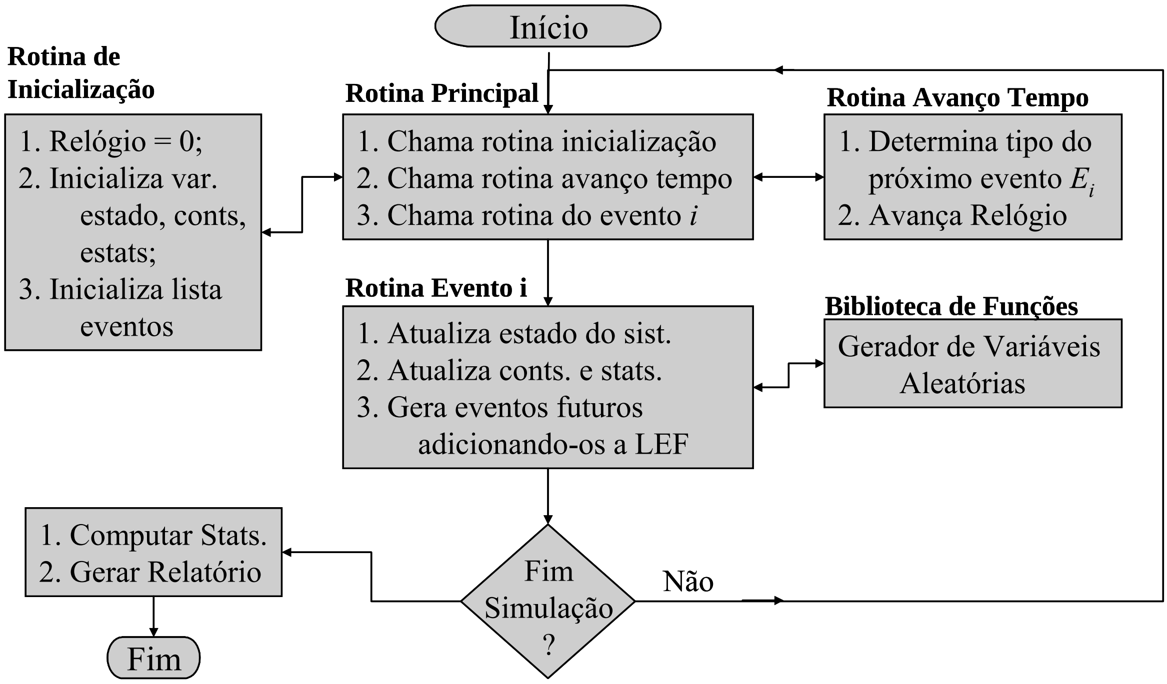


Figura 2.10: Fluxograma da rotina principal.

Conforme visto na sessão 2.5.9, o algoritmo do avanço do tempo para o próximo evento, faz uso de um calendário de eventos ou, a chamada Lista de Eventos Futuros (LEF), contendo todos os eventos programados para ocorrerem no futuro, isto é, em algum momento posterior ao tempo atual do relógio da simulação. A dinâmica dos acontecimentos é realizada da seguinte maneira:

1. O relógio da simulação é avançado para o valor programado para a ocorrência do evento que se encontra no topo da lista (calendário de eventos);
2. Após a realização do evento, este é retirado da lista;
3. A cada vez que um evento é programado, isto é, foi incorporado à lista, esta é reordenada. Desta maneira, o evento mais eminente estará sempre no topo da lista e aquele mais distante no tempo estará sempre ocupando a última colocação na lista.

A figura 2.11 apresenta, esquematicamente, os processos que são executados quando da programação do algoritmo no programa de simulação.

Para melhor fixar as idéias acima expostas, é mostrado a seguir um exemplo de execução do programa de simulação apresentado, o qual simula o problema do posto de serviços. No exemplo, o algoritmo de avanço do tempo é aplicado. Para que se possa compreender perfeitamente o desenrolar das ações, a simulação será apresentada na forma de uma tabela (tabela 2.10). As colunas, a partir da esquerda, descrevem os elementos do sistema. A primeira coluna mostra o número do cliente. O valor é atribuído de acordo com a ordem de sua chegada no sistema. A segunda coluna informa o tempo de ocorrência dos eventos, que são designados na coluna seguinte. A quarta e a quinta coluna mostram o comportamento de duas variáveis de estado do sistema: o estado da fila (determinado pelo número de clientes nela aguardando) e o estado do operador (livre ou ocupado).

Imagem do sistema no tempo *t*

RELÓGIO	Estado do Sistema	...	Lista de Eventos Futuros - (LEF)	...
t	(0, 0, 0)		(E_3, t_1) Evento tipo 3 a ocorrer no tempo t_1 (E_2, t_2) Evento tipo 2 a ocorrer no tempo t_2 (E_1, t_3) Evento tipo 1 a ocorrer no tempo t_3 . . . (E_2, t_n) Evento tipo 2 a ocorrer no tempo t_n	

Algoritmo para avanço do tempo com base na programação de eventos

1. Remova o evento iminente da LEF (evento 3, tempo t_1);
2. Avance o RELÓGIO para o tempo do evento iminente (de tempo t para t_1);
3. Execute o evento iminente atualizando (na medida do necessário): o estado do sistema, os atributos das entidades e os membros de conjuntos;
4. Gere futuros eventos (se necessário) e coloque-os na LEF na posição correta. (Exemplo: Evento 1 que ocorrerá no tempo t^*, onde $t_2 < t^* < t_3$);
5. Atualize estatísticas acumuladas e contadores.

Imagem do sistema no tempo t_1

RELÓGIO	Estado do Sistema	...	Lista de Eventos Futuros - (LEF)	...
t_1	(0, 1, 0)		(E_2, t_2) Evento tipo 1 a ocorrer no tempo t_2 (E_1, t^*) Evento tipo 1 a ocorrer no tempo t^* (E_1, t_3) Evento tipo 1 a ocorrer no tempo t_3 . . . (E_2, t_n) Evento tipo 2 a ocorrer no tempo t_n	

Figura 2.11: Algoritmo de avanço do tempo para o próximo evento.

Os números entre parênteses identificam os clientes que se encontram na fila e aquele que está sendo servido. A coluna seguinte mostra o valor designado ao atributo TC (tempo de chegada) de cada um dos clientes que entram no sistema. A sétima coluna (Calendário de Eventos Futuros) é o elemento chave de controle do programa de simulação. Nela encontram-se listados todos os eventos já programados para o futuro. As cinco últimas colunas são as responsáveis pela coleta de dados que posteriormente servirão de base para a emissão do relatório final da simulação. Conta clientes como o nome já indica é um contador que é incrementado sempre que um cliente deixa o sistema. As colunas Σ TF e Σ TS acumulam os tempos despendidos pelos clientes na fila do servidor e no sistema, respectivamente. Já as colunas Max. TF e Max. TS apontam os maiores tempos na fila e no sistema até o momento mostrado pela variável Relógio.

Os números referentes aos tempos entre chegadas e aos tempos de serviço, apontados na tabela 2.10, são os mesmos utilizados no exemplo da seção 2.3, obtidos a partir das tabelas 2.6 e 2.7. Uma descrição dos acontecimentos e ações ocorridos ao longo da simulação é realizada a seguir.

Nº do Cliente	Tempo no Relógio	Tipo de Evento	Estado Fila (Cliente)	Estado Operad. (Cliente)	TC	Calendário de Eventos Futuros	Conta Clientes	Σ TF	Max. TF	Σ TS	Max TS
-		Inicio	0	Livre	-	(1; 17,5; C) (-; 240,0; FS)	0	0,00	0,00	0,00	0,00
1	17,5	Chegada	0	Ocup. (1)	17,5	(2, 25,0; C) (1; 29,0; S) (-; 240,0; FS)	0	0,00	0,00	0,00	0,00
2	25,0	Chegada	1 (2)	Ocup. (1)	25,0	(1; 29,0; S) (3, 37,5; C) (-; 240,0; FS)	0	0,00	0,00	0,00	0,00
1	29,0	Saída	0	Ocup. (2)	-	(3, 37,5; C) (2: 41,6; S) (-; 240,0; FS)	1	4,00	4,00	11,5	11,5
3	37,5	Chegada	1 (3)	Ocup. (2)	37,5	(4, 40,0; C) (2: 41,6; S) (-; 240,0; FS)	1	4,00	4,00	11,5	11,5
4	40,0	Chegada	2 (3, 4)	Ocup. (2)	40,0	(2; 41,6; S) (5; 42,5; C) (-; 240,0; FS)	1	6,50	4,00	11,5	11,5
2	41,6	Saída	1 (4)	Ocup. (3)	-	(5: 42,5; C) (3; 53,6; S) (-; 240,0; FS)	2	8,10	4,1	27,1	16,6
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

Tabela 2.10: Tabela com os elementos de controle de um programa de simulação

Tempo t = 0: Inicia-se a simulação. Todos os acumuladores estão zerados. As variáveis de estado apontam o sistema como vazio e livre. A lista ou calendário de eventos futuros, no entanto, é inicializada com dois eventos: a primeira chegada (C) está programada para o tempo t = 17,5 min. e o fim da execução da simulação (FS) programado para o tempo t = 240,0 min. O próximo passo da simulação é executado com o avanço do Relógio para o tempo 17,5 e a retirada do evento C do topo do calendário.

Tempo t = 17,5: Ocorre a chegada do primeiro cliente. Na ausência de filas ele ocupa imediatamente o posto de serviço. De acordo com a descrição da execução da rotina que descreve um *Evento Chegada*, o estado do operador muda de livre para ocupado, o tempo de chegada é guardado no atributo TC (*TC = 17,5) e* é programado no calendário, um evento saída (S) em função do término de serviço. Recordando a tabela 2.8, o tempo de serviço sorteado para o primeiro cliente foi de 11,5 min. Desta forma, o conjunto (1; 29,0; S), indica que a entidade 1 terminará a atividade junto ao operador no tempo 29,0, ocasionando a ocorrência de um evento saída (S). É programada ainda a chegada de um novo cliente. Também de acordo com a tabela 2.8, o tempo sorteado para a próxima chegada foi de 7,5 min. Desta forma, o calendário apresenta também o evento correspondente à chegada do próximo cliente (segundo cliente) no tempo programado relógio = 25,0. O conjunto (2; 25,0; C) no topo do calendário indica que este é o evento eminente. Os acumuladores permanecem sem alterações neste momento.

Tempo t = 25,0: Avançando o Relógio para *t = 25*, tem-se a ocorrência de uma nova chegada. Como o operador está ocupado com o cliente um, esta chegada implica na mudança de estado do sistema a qual é apontada pela variável Estado da Fila. Na ocorrência de um evento chegada, uma nova chegada é programada no calendário (3, 37,5; C). O topo da lista aponta para um evento saída (1; 29,0; S) no tempo relógio = 29.

Tempo t = 29,0: Neste momento ocorre a primeira saída de um cliente do sistema. Imediatamente o servidor é ocupado pelo primeiro cliente da fila (cliente 2). Um tempo de fim de serviço é sorteado e a ele atribuído, ocasionando a programação de um novo evento saída (2; 41,0; S). Neste momento os acumuladores são também alterados. O somatório de tempos de fila (Σ TF) recebe valor 4,00, assim como o a variável que aponta o máximo tempo de fila (Max.TF) até aquele momento. Da mesma forma as variáveis relativas aos tempos no sistema (Σ TS e Max. TS) recebem valores 11,5.

A tabela 2.10 apresenta ainda mais alguns passos da simulação. É possível continuar a construção da tabela até que o evento fim da simulação (-; 240,0; FS) seja o evento eminente e encerre a simulação. Este exercício fica proposto aos leitores.

2.7 Sumário

Ao longo deste capítulo foram apresentados e discutidos os principais conceitos e técnicas envolvidos em programas de computadores voltados à simulação de modelos discretos. É possível ao leitor, após a leitura deste capítulo, entender como a dinâmica e a aleatoriedade dos sistemas do mundo real podem ser incorporadas a programas computacionais. Uma descrição sucinta da terminologia básica envolvida na modelagem de sistemas foi apresentada, assim como os principais métodos de modelagem empregados em linguagens de simulação. Com os elementos apresentados ao final do capítulo é possível compreender os princípios que regem o funcionamento destes programas. No próximo capítulo, apresentam-se as primeiras noções de uma poderosa linguagem comercial voltada à modelagem e a simulação de sistemas: o ARENA.

Exercícios

1. Os tempos entre chegadas e os tempos de serviço providos por um posto de atendimento de reclamações da prefeitura apresentam um comportamento típico dos modelos de filas do tipo M/M/1, isto é, as chegadas seguem um processo de *Poisson* e os serviços uma distribuição exponencial. Durante o horário mais calmo, observa-se, em média, a chegada de duas pessoas por hora. Verifica-se também que o posto é capaz de atender, em média, três pessoas por hora. Com estes dados, responda as questões abaixo.

a) Calcule a taxa média de utilização do posto, o número médio de clientes no sistema e o tempo médio para um cliente atendido deixar o sistema.

b) Considerando $P_n = (1 - \lambda/\mu).(\lambda/\mu)^n$ a probabilidade de se encontrar n clientes no posto, calcule a probabilidade de termos zero, um, dois, três e quatro ou mais clientes num dado momento.

c) Pesquise e determine as seguintes estatísticas:

L_Q = Número médio de clientes na fila do posto;

W_Q = Tempo médio despendido na fila do posto.

2. As tabelas de dados abaixo foram obtidas de um sistema que oferece um serviço realizado por um único servidor. Monte uma tabela de simulação manual usando o MMC. A simulação deve considerar os 15 primeiros clientes. Determine as principais estatísticas de desempenho para o sistema.

4,54	9,31	0,36	4,11	3,24	4,26	5,12	1,38	4,51	0,24
3,62	9,82	1,95	3,30	2,06	1,85	2,58	5,79	2,55	8,79
5,32	1,98	3,88	0,92	0,99	0,58	1,52	11,84	5,27	5,85
0,21	1,35	6,05	7,29	1,29	4,87	4,30	2,86	0,13	0,84
11,04	13,27	2,13	0,60	2,77	3,99	1,47	5,38	2,26	0,08
6,02	4,02	5,51	2,82	4,17	0,47	1,87	2,72	0,31	5,99
3,62	8,14	0,34	9,38	1,00	14,24	9,99	1,63	1,03	2,67
0,14	3,48	2,68	0,91	4,34	0,25	1,61	0,95	1,42	1,16
9,49	9,50	1,03	5,19	5,77	0,54	5,91	0,40	4,46	4,71
4,95	1,45	0,52	0,21	2,31	7,55	3,40	2,42	1,26	3,48

Tempos decorridos entre chegadas no sistema

0,65	3,76	0,59	0,71	0,89	2,00	8,59	1,32	1,27	0,85
5,06	4,36	1,62	5,98	0,38	3,45	3,36	4,63	3,07	0,02
1,09	2,42	0,26	5,71	12,09	1,60	5,79	2,12	0,87	0,21
1,33	4,02	1,59	2,76	3,48	1,13	1,77	1,17	2,94	1,40
1,41	7,85	1,36	1,48	2,06	0,00	1,94	3,37	7,27	0,11
1,38	2,02	0,78	5,57	1,13	0,44	0,51	0,01	5,65	3,25
0,54	0,70	1,13	11,65	1,60	1,22	0,72	1,15	2,02	3,76
2,66	7,81	2,61	0,63	0,21	5,16	5,46	0,43	0,38	2,00
0,52	2,11	1,44	0,52	7,40	3,83	1,84	3,91	0,40	2,32
18,92	0,16	7,73	2,63	1,54	1,02	3,55	1,77	1,50	1,56

Tempos dos serviços realizados

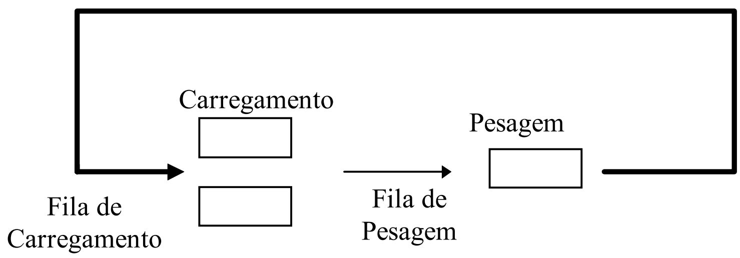
3) Crie uma tabela de simulação manual com controle de eventos, semelhante a tabela 2.11, considerando a seguinte atualização para o exemplo do posto de serviços:

- Existem agora dois elevadores para a lavação dos carros. O elevador novo é operado por um funcionário experiente enquanto que o elevador velho é operado por um funcionário novo.
- Os tempos entre chegadas foram reduzidos, proporcionalmente, em cerca de 40% (ver e atualizar tabela 2.7). O intervalo da primeira classe da tabela admite agora valores entre [0; 3], a segunda [3; 6], e assim subseqüentemente.
- Os tempos de serviço do funcionário novo são cerca de 20% maiores que do funcionário antigo. Crie uma tabela de tempos para ele, atualizando a tabela 2.8;
- Sempre que um carro chegar ao sistema e este estiver vazio, dê preferência ao posto de lavação novo (elevador novo e funcionário antigo);

Simule o sistema para os 15 primeiros clientes, e responda:

a) Qual a taxa média de utilização dos dois postos de serviços?
b) Qual o tempo médio de um cliente no posto?
c) Em média, quanto tempo um cliente deve esperar na fila para ser atendido?
d) Qual o tempo médio de atendimento?

4) Seis caminhões de carga são usados para transportar pedras britadas, desde um terminal de cargas até o leito de uma estrada em construção. Cada caminhão é carregado por uma de duas máquinas de carga. Depois de carregados, eles devem ser imediatamente pesados numa balança, logo à frente do terminal de carga. Existe uma fila à frente do setor de cargas e outra à frente da balança. Após ser pesado, o caminhão segue para uma pequena viagem até a estrada onde, após descarregar, volta ao terminal de carga.



As distribuições para os tempos de carga, pesagem e viagem/descarga são apresentadas nas tabelas abaixo.

O propósito do exercício é realizar uma simulação manual com controle de eventos (semelhante à tabela 2.11) para estimar a utilização dos carregadores e da balança, além de algumas estatísticas de filas.

Suponha que no tempo 0, cinco caminhões estejam nos carregadores (dois carregando e três na fila) e um na balança.

Tempo de Carga	Probabilidade	Prob. Acumulada	Dígito Aleatório
5	0.30	0.30	1-3
10	0.50	0.80	4-8
15	0.20	1.00	9-0

Distribuições dos tempos de carga

Tempo de Pesagem	Probabilidade	Prob. Acumulada	Dígitos Aleatórios
12	0.70	0.70	1-7
16	0.300	1.00	8-0

Distribuições dos tempos de pesagem

Tempo de Viagem	Probabilidade	Prob. Acumulada	Dígitos Aleatórios
40	0.20	0.20	1-2
60	0.40	0.60	3-6
80	0.30	0.90	7-9
100	0.10	1.00	0

Distribuições dos tempos de viagem

Simule manualmente este sistema até que um dos caminhões volte a fila de carregamento. Após a simulação responda:

Qual a taxa de ocupação dos recursos?
Qual o tempo médio dos caminhões na fila de carregamento? E na de pesagem?
Qual o tempo máximo que um caminhão ficou na fila de pesagem?