

Ćwiczenia z Agdy - Lista 1.

Wojciech Jedynek

Paweł Wieczorek

17 października 2011

module Exercises where

1 Typ identycznościowy, czyli równość w języku

```
data  $\perp$  : Set where
 $\perp$ -elim : {A : Set}  $\rightarrow \perp \rightarrow A$ 
 $\perp$ -elim ()
 $\neg$ _ : Set  $\rightarrow$  Set
 $\neg A = A \rightarrow \perp$ 
infix 5  $\equiv$ _
data  $\equiv$ _ {A : Set} : A  $\rightarrow$  A  $\rightarrow$  Set where
  refl : {a : A}  $\rightarrow a \equiv a$ 
 $\neq$ _ : {A : Set}  $\rightarrow A \rightarrow A \rightarrow$  Set
a  $\neq$  b =  $\neg (a \equiv b)$ 
```

2 Wartości boolowskie

Wartości boolowskie zdefiniowaliśmy następująco:

```
data Bool : Set where
  false : Bool
  true : Bool
```

Zadanie 1 *Uzupełnij poniższą definicję tak, aby otrzymać funkcję negacji boolowskiej.*

```
not : Bool  $\rightarrow$  Bool
not false = {!!}
not true = {!!}
```

Udowodnij, że Twoja definicja spełnia następujące własności:

```
not-has-no-fixed-points : (b : Bool) → not b ≠ b
not-has-no-fixed-points = {!!}

not-is-involutive : (b : Bool) → not (not b) ≡ b
not-is-involutive = {!!}
```

3 Liczby naturalne

Na wykładzie zdefiniowaliśmy liczby naturalne z dodawaniem następująco:

```
data ℕ : Set where
  zero : ℕ
  suc  : ℕ → ℕ

{-# BUILTIN NATURAL ℕ #-}
{-# BUILTIN ZERO zero #-}
{-# BUILTIN SUC suc #-}

infix 6 _+_
_+_ : ℕ → ℕ → ℕ
zero + m = m
suc n + m = suc (n + m)
```

Zadanie 2 Udowodnij następująca własności dodawania:

```
plus-right-zero : (n : ℕ) → n + 0 ≡ n
plus-right-zero = {!!}

plus-suc-n-m : (n m : ℕ) → suc (n + m) ≡ n + suc m
plus-suc-n-m = {!!}
```

Zadanie 3 Korzystając z poprzedniego zadania, udowodnij przemienność dodawania:
(pamiętaj, że wg ICH indukcja = rekursja!)

```
plus-commutative : (n m : ℕ) → n + m ≡ m + n
plus-commutative = {!!}
```

Zadanie 4 Zdefiniuj mnożenie i potęgowanie dla liczb naturalnych.

```
infix 7 _*_
infix 8 _^_

_*_ : ℕ → ℕ → ℕ
n * m = {!!}

_^_ : ℕ → ℕ → ℕ
n ↑ m = {!!} -- tutaj też ma być daszek :-)
```

Jeśli masz ochotę, to udowodnij przemienność mnożenia.