Cálculo Numérico - IME/UERJ

Lista de Exercícios 4

Interpolação polinomial e Método dos Mínimos Quadrados

1. (a) $f(2.35) \approx 0.37684$; $E_2(2.35) \leq 0.04446$.

   (b) $f(2.5) \approx 0.0775$; $E_2(2.5) \leq 0.008458$.

2. (a) $P_1(0.83) \approx 17,87833$; $P_2(0.83) \approx 17,70208$; $P_3(0.83) \approx 17,87714$;

   (b) $|E_1(0.83)| \approx 1,2 \times 10^{-3}$; $|E_2(0.83)| \approx 1,24998 \times 10^{-5}$;

   Não é possível determinar $|E_3(0.83)|$ porque não temos as diferenças divididas de ordem 4.

3. (a) Não podemos interpolar todos os pontos da tabela com um polinômio de grau 5 porque não temos a coluna de Ordem 6 na tabela de diferenças divididas para poder estimar o erro.

   Então, temos que interpolar com um polinômio de grau 4, já que temos a coluna de Ordem 5 com apenas um elemento se aproximando suficientemente de zero.

   Portanto,

   $f(1,7) \approx P_4(1,7) \approx -1,343$.

   (b) O enunciado do item (a) diz que devemos estimar $f(1,7)$ de maneira que se possa estimar o erro cometido.

   A coluna de Ordem 5 possui todos os elementos (no caso, apenas um) se aproximando suficientemente de zero. Portanto, o polinômio de grau 4 tem a melhor estimativa para resolver o item (a).

4. $P_2(2018,5) = 7575$.

   A coluna de Ordem 3 possui todos os elementos iguais a zero.

5. $x \approx P_3(y = 2,3) \approx 0,6776$.

   $E_3(2,3) \approx 0,007845$.

6. Duas maneiras de resolver:

   1. Usando interpolação inversa:

   $P_2(y = 2) \approx 1,3652$.

   Estimativa de erro: $|E_2(2)| \approx 0,4542$.

   2. Usando interpolação normal:

   Resolver a equação $P_2(x) = 2$ usando como pontos da interpolação $x_0 = 1,2$; $x_1 =$

$2,3$; $x_3 = 3,1$.

$x \approx 1,3925$.

Estimativa de erro: $|E_2(1,3925)| \approx 0,4238$.

7. Após arrumar a tabela de diferenças divididas, vemos na coluna de Ordem 5 um elemento que está se aproximando suficientemente de zero. Logo, a melhor estimativa é um polinômio de grau 4.

8. (a) $\varphi(x) = 0,175 + 0,2167x$;

   $y(9) \approx \varphi(9) = 2.1253$.

   (b) $\varphi(x) = 0,4071 + 0,0774x + 0,0155x^2$;

   $y(9) \approx \varphi(9) = 2.3592$.

9. (a) $\varphi(x) = 32,1469\ e^{0,3555\ x}$.

   (b) Aproximadamente 11.6191 horas.

10. $\varphi(x) = 1 + 1,8171\ e^{0,7994\ x}$.

    $y(4,0) \approx \varphi(4,0) \approx 45,4658$.

11. (a) $P_2(70) \approx 174,375$ cm

    (b) $|E_2(70)| \approx 0,27885$

    (c) $\varphi(x) = 190,717\,\text{sen}(x) - 15,187\cos(x)$.

    $\varphi(70) \approx 174,021$ cm.