Cálculo Numérico - IME/UERJ

Gabarito - Engenharia - Lista de Exercícios 2 - Raízes de funções

1. Resposta:

 2,5

- 2. [2, 3]. Número de iterações: $k_{\min} = 10$.
- 3. (a) II. $|g_b'(1,5)| < 1$ (Verifique!)
 - (b) 11
- 4. Como $|\varphi_1'(2)| < |\varphi_2'(2)| < 1$, logo $\varphi_1(x)$ gera sequências mais rapidamente convergentes para a raiz.

5. (a) Resposta:

Usando gráficos ou o Teorema do Valor Intermediário, temos duas raízes: $r_1 \in (-\ln(4)/2, 0) \approx (-0, 69; 0)$ e $r_2 \in (1, 2)$.

Obs.: O denominador de $\varphi'_1(x)$ é $\sqrt{4 - e^{-2x}}$.

Logo,
$$4 - e^{-2x} > 0 \Rightarrow x > -\ln(4)/2 \approx -0.69$$
.

Portanto, para r_1 , uma boa aproximação inicial é $x_0 = -0, 5$, enquanto para r_2 , uma boa aproximação inicial é $x_0 = 1, 9$.

(b) Resposta:

$$\begin{aligned} |\varphi_1'(r_1 \approx -0,5)| &\approx 2,4010 > 1 \Rightarrow \text{Diverge!} \\ |\varphi_1'(r_2 \approx 1,9)| &\approx 0,0112 < 1 \Rightarrow \varphi_1(x) \text{ converge para } r_2 \in (1,2). \\ |\varphi_2'(r_1 \approx -0,5)| &\approx 0,1333 < 1 \Rightarrow \varphi_2(x) \text{ converge para } r_1 \in (-1,0). \\ |\varphi_2'(r_2 \approx 1,9)| &\approx 4,8718 > 1 \Rightarrow \text{Diverge!} \end{aligned}$$

(c) Usando $x_0 = -0.5$ para a raiz negativa e $x_0 = 1.9$ para raiz positiva, os resultados para o método de Newton-Raphson com tolerância $\epsilon \le 10^{-4}$ são:

Raiz negativa: $r_1 \approx -0.6393$; Raiz positiva: $r_2 \approx 1.9954$.

6. Resolver.