

Lista de Exercícios 4 - Matemática - Sistemas Lineares - Métodos diretos

1. Considere os sistemas:

$$\textcircled{1} \begin{cases} 100000 x - 9999,99 y = -10 \\ -9999,99 x + 1000,1 y = 1 \end{cases} \quad \textcircled{2} \begin{cases} 100000 x - 9999,99 y = -9,999 \\ -9999,99 x + 1000,1 y = 1,01 \end{cases}$$

(a) Encontre a solução de cada um usando eliminação de Gauss.

(b) O que você pode concluir sobre o condicionamento destes sistemas? Justifique.

2. Tente resolver o seguinte sistema pela eliminação de Gauss. O que se pode concluir?

$$\begin{cases} 2x - 3y + 4z = 8 \\ 4x + 2y - 3z = -1 \\ 6x + 7y - 10z = -10 \end{cases}$$

3. Dado o sistema:

$$\begin{cases} 2y + 5z = 9 \\ x - 3y + z = 5 \\ 2.1x + y + z = 3 \end{cases}$$

É possível resolvê-lo usando o eliminação de Gauss? Justifique a resposta. No caso afirmativo aplique o algoritmo, caso contrário use a eliminação de Gauss com pivoteamento parcial.

4. Sejam a matriz  $\mathbf{A}$  e o vetor  $\mathbf{b}$  dados por:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \\ -6 & -2 & 2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Agora, são pedidos os seguintes itens:

(a) Determine as matrizes  $\mathbf{L}$  e  $\mathbf{U}$  da decomposição  $\mathbf{A} = \mathbf{LU}$ .

(b) Resolva o sistema linear  $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$  usando a fatoração  $\mathbf{LU}$  encontrada em (a).

5. Sejam a matriz  $\mathbf{A}$  e o vetor  $\mathbf{b}$  dados por:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \\ -4 & -1 & 2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Agora, são pedidos os seguintes itens:

(a) Determine as matrizes  $\mathbf{L}$ ,  $\mathbf{U}$  e  $\mathbf{P}$  da decomposição  $\mathbf{PA} = \mathbf{LU}$  usando pivoteamento parcial.

(b) Resolva o sistema linear  $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$  usando a fatoração  $\mathbf{LU}$  encontrada em (b).

6. Seja a matriz  $A$  dada por:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \\ -7 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

- (a) Calcule  $A^{-1}$  **usando fatoração LU**.
- (b) É possível calcular  $A^{-1}$  **usando fatoração LU com pivoteamento parcial**?  
No caso afirmativo, calculá-la.