

## Cálculo Numérico - IME/UERJ

### Lista de Exercícios 4 - Respostas

#### Interpolação polinomial e Método dos Mínimos Quadrados

1. (a)  $f(2.35) \approx 0.37684$ ;  $E_2(2.35) \leq 0.04446$ .  
(b)  $f(2.5) \approx 0.0775$ ;  $E_2(2.5) \leq 0.008458$ .
2. (a)  $P_1(0.83) \approx 17,87833$ ;  $P_2(0.83) \approx 17,70208$ ;  $P_3(0.83) \approx 17,87714$ ;  
(b)  $|E_1(0.83)| \approx 1,2 \times 10^{-3}$ ;  $|E_2(0.83)| \approx 1,24998 \times 10^{-5}$ ;  
Não é possível determinar  $|E_3(0.83)|$  porque não temos as diferenças divididas de ordem 4.
3. (a) Podemos interpolar com um polinômio de grau 4, já que a coluna de Ordem 5 na tabela de diferenças divididas possui apenas um elemento se aproximando suficientemente de zero.  
Portanto,  
 $f(1,7) \approx P_4(1,7) \approx -1,343$ .  
(b) O enunciado do item (a) diz que devemos estimar  $f(1,7)$  de maneira que se possa estimar o erro cometido.  
Se usar interpolação com polinômio de grau 5, todos os pontos da tabela serão utilizados e não haverá a coluna de Ordem 6 na tabela de diferenças divididas para poder estimar o erro.  
A coluna de Ordem 5 possui todos os elementos (no caso, apenas um) se aproximando suficientemente de zero. Portanto, o polinômio de grau 4 tem a melhor estimativa para resolver o item (a).
4.  $P_2(2018,5) = 7575$ .  
A coluna de Ordem 3 possui todos os elementos iguais a zero.
5.  $x \approx P_3(y=2,3) \approx 0,6776$ .  
 $E_3(2,3) \approx 0,007845$ .
6. Usando interpolação inversa:  
 $P_2(y=2) \approx 1,3652$ .  
Estimativa de erro:  $|E_2(2)| \approx 0,4542$ .
7. Após arrumar a tabela de diferenças divididas, vemos na coluna de Ordem 5 um elemento que está se aproximando suficientemente de zero. Logo, a melhor estimativa é um polinômio de grau 4.

8. (a)  $\varphi(x) = 0,175 + 0,2167x$ ;  
 $y(9) \approx \varphi(9) = 2.1253$ .  
 (b)  $\varphi(x) = 0,4071 + 0,0774x + 0,0155x^2$ ;  
 $y(9) \approx \varphi(9) = 2.3592$ .
  
9. (a)  $\varphi(x) = 32,1469 e^{0,3555 x}$ .  
 (b) Aproximadamente 11.6191 horas.
  
10.  $\varphi(x) = 1 + 1,8171 e^{0,7994 x}$ .  
 $y(4,0) \approx \varphi(4,0) \approx 45,4658$ .
  
11. (a)  $P_2(70) \approx 174,375$  cm  
 (b)  $|E_2(70)| \approx 0,27885$   
 (c)  $\varphi(x) = 190,717 \operatorname{sen}(x) - 15,187 \cos(x)$ .  
 $\varphi(70) \approx 174,021$  cm.