

Cálculo Numérico - IME/UERJ

Gabarito - Lista de Exercícios 2 - Raízes de funções

1. **Resposta:** Vamos calcular os valores de $p(x)$ em pontos suficientemente próximos das raízes. Assim, temos a tabela:

| | | | | | | | | | | |
|--------|-----|-------|---|---------|-----|-----|-------|----------|---|------|
| x | 0 | 0,5 | 1 | 1,5 | 2 | 2,5 | 3 | 3,5 | 4 | 4,5 |
| $p(x)$ | 400 | 85,75 | 0 | -7,8125 | - 2 | 0 | - 0,5 | - 0,3125 | 0 | 1,75 |

Analisando o sinal de $p(x)$ para os valores da tabela, concluímos que nas proximidades da raiz 2,5, no intervalo $(2, 3)$, a função $p(x)$ não mudou de sinal. Portanto, o método da Bissecção não funciona para a raiz 2,5.

2. $[2, 3]$. Número de iterações: $k_{\min} = 10$.

3. (a) **Resposta:**

Usando gráficos ou o Teorema do Valor Intermediário, temos duas raízes: $r_1 \in (-1, 0)$ e $r_2 \in (1, 2)$.

Para r_1 , uma boa aproximação inicial é $x_0 = -0,7$, enquanto para r_2 , uma boa aproximação inicial é $x_0 = 1,9$.

- (b) **Resposta:**

$$|\varphi'_1(r_1 \approx -0,7)| \approx 1,9731 > 1 \Rightarrow \text{Diverge!}$$

$$|\varphi'_1(r_2 \approx 1,9)| \approx 0,0113 < 1 \Rightarrow \varphi_1(x) \text{ converge para } r_2 \in (1, 2).$$

$$|\varphi'_2(r_1 \approx -0,7)| \approx 0,1994 < 1 \Rightarrow \varphi_2(x) \text{ converge para } r_1 \in (-1, 0).$$

$$|\varphi'_2(r_2 \approx 1,9)| \approx 4,8718 > 1 \Rightarrow \text{Diverge!}$$

- (c) Usando $x_0 = -0,5$ para a raiz negativa e $x_0 = 1,9$ para raiz positiva, os resultados para o método de Newton-Raphson com tolerância $\epsilon \leq 10^{-4}$ são:

Raiz negativa: $r_1 \approx -0,6393$; Raiz positiva: $r_2 \approx 1,9954$.

4. (a) Usando gráficos ou Teorema do Valor Intermediário, escolha uma boa aproximação inicial no intervalo $(1, 2)$. Um exemplo é $x_0 = 1,5$.

$$(b) |\varphi'_1(1,5)| \approx 1,5493 > 1 \text{ (não converge)}, |\varphi'_2(1,5)| \approx 0,2171 < 1 \text{ (converge)}.$$

$$(c) r \approx 1,5569$$

5. Como $|\varphi'_1(2)| < |\varphi'_2(2)| < 1$, logo $\varphi_1(x)$ gera sequências mais rapidamente convergentes para a raiz.

6. Resolver.