

Cálculo Numérico - IME/UERJ  
Gabarito - Lista de Exercícios 3 - Geologia  
Sistemas Lineares - Métodos diretos e iterativos

1.

$$x = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2/5 \\ 4/5 \\ 1/5 \end{bmatrix}.$$

2. A última linha do sistema triangular é nula, portanto é satisfeita para qualquer valor de  $z$ , o que significa que o conjunto de soluções do sistema linear é infinito e está definido por:

$$S = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = \frac{1}{16}(z + 13); y = \frac{1}{8}(11z - 17) \right\}$$

3. (a)

$$U = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 3 \\ 0 & 6 & -5 \\ 0 & 0 & 13/3 \end{bmatrix};$$

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ m_{21} & 1 & 0 \\ m_{31} & m_{32} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ -3 & -4/3 & 1 \end{bmatrix}$$

- (b) Devemos resolver o sistema linear  $Ax = b$  com as matrizes  $L$  e  $U$  encontradas.

No caso sem pivoteamento, temos  $A = LU$ . Assim,

$$Ax = b \Rightarrow LUx = b \Rightarrow \begin{cases} Ly = b & (1) \Rightarrow \text{Acho } y \\ Ux = y & (2) \Rightarrow \text{Acho } x \end{cases}$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

4. (a)  $X = (0.3906, 1.2031)$ ;  
 (b)  $X = (0.4023, 1.2012)$ ;  
 5. (a) **Resposta:** Devemos trocar a primeira e a terceira equações (ou a primeira e a terceira linhas da matriz  $A$  e do vetor  $b$ ). Assim, obtemos:

$$A' = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 3 & -5 & 0 \\ 2 & -4 & -7 \end{bmatrix}; \quad b' = \begin{bmatrix} 1 \\ -5 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Usando o Critério de Sassenfeld, obtemos  $\beta = \max \left\{ \frac{3}{4}, \frac{9}{20}, \frac{33}{70} \right\} = \frac{3}{4} < 1$ .

Logo, com essa reordenação de equações, há garantia de convergência usando o método iterativo de Gauss-Seidel.

(b) **Resposta:**  $X^{(1)} = (0, 2575; 1, 1545; -0, 5861)^T$ .

(c) **Resposta:**  $4, 5 \times 10^{-3}$ .

6. **Resposta:**

Primeiro, verifique que o Critério de Sassenfeld é satisfeito.

Resolvendo o sistema pelo método de Gauss-Seidel, uma primeira aproximação  $X^{(3)}$ , partindo de  $X^{(0)} = (0, 0, 0)^t$ , é dada por:

$$X^{(3)} = (0.7440, -0.7381, 2.0952)^t.$$

7. (a) Sim.  
 (b)  $X = (0.3636, 0.4545, 0.4545, 0.3636)^t$