

# Cálculo Numérico - IME/UERJ

## Lista de Exercícios 4

### Interpolação polinomial e Método dos Mínimos Quadrados

1. Em cada função abaixo determine uma aproximação para  $f(z)$  e uma cota superior do erro cometido usando interpolação de Lagrange.

(a)  $f(x) = \log x, z = 2.35, f(1) = 0, f(2) = 0.3010, f(3) = 0.4771$

(b)  $f(x) = e^{-x}, z = 2.5, f(2) = 0.13, f(3) = 0.04, f(4) = 0.01$

2. Seja a tabela

$x$	0,81	0,83	0,86	0,87
$f(x)$	16,94410	17,56492	18,50515	18,82091

Calcule um valor aproximado de  $f(0,84)$ , usando:

(a) Forma de Newton para polinômio interpolador de grau  $n \leq 1, 2, 3$ .

(b) Calcule uma estimativa de erro em cada caso, se possível.

3. Construa a tabela de diferenças divididas com os dados

$x$	0	0.5	1.5	2	2.5	3.5
$f(x)$	-2.78	-2.241	-1.65	-0.594	1.34	4.564

(a) Estime o valor  $f(1.7)$  da melhor maneira possível, de forma que se possa estimar o erro cometido.

(b) Justifique o grau do polinômio que você escolheu para resolver o item (a).

4. Dada a tabela da população de uma vila no início de cada ano, estime a população na metade de 2018 usando o polinômio de Newton e justifique o grau do polinômio.

Ano	2015	2016	2017	2018	2019
População	6000	6200	6600	7200	8000

5. Considere a tabela a seguir. Usando um polinômio interpolador de grau 3, determine  $x$  tal que  $f(x) = 2.3$ . Dê uma estimativa do erro cometido.

$x$	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
$f(x)$	1.0	1.2408	1.5735	2.0333	2.6965	3.7183

6. Considere a tabela:

$x$	0	1.2	2.3	3.1	3.9
$f(x)$	0	1.5	5.3	9.5	10

Dê uma aproximação para a raiz da equação  $f(x) = 2$  usando interpolação quadrática. Dê uma estimativa do erro cometido.

7. Os seguintes dados correspondem a um polinômio de grau  $\leq 5$ . Qual é o grau do polinômio? Use a tabela de diferenças divididas.

$x$	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	-5	1	1	1	7	25

8. Ajuste os dados abaixo pelo Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) utilizando:

- (a) uma reta
- (b) uma parábola

e calcule uma estimativa para  $y(9)$  para ambos os casos.

$x$	1	2	3	4	5	6	7	8
$y$	0,5	0,6	0,9	0,8	1,2	1,5	1,7	2,0

9. O número de bactérias, por unidade de volume, existente em uma cultura após  $x$  horas é dado na tabela abaixo:

número de horas	0	1	2	3	4	5	6
número de bactérias	32	47	65	92	132	190	275

- (a) Ajuste os dados acima à curva  $y = ae^{bx}$  pelo método dos mínimos quadrados.
- (b) Quantas horas são necessárias para que o número de bactérias por unidade de volume ultrapasse 2000?

10. Aproxime a tabela abaixo por uma função do tipo  $g(x) = 1 + ae^{bx}$  usando mínimos quadrados e estime o valor de  $y(4, 0)$ .

$x$	0	0,5	1,0	2,5	3,0
$y$	2,0	2,6	3,7	13,2	21,0

11. Considere a tabela abaixo:

Altura (cm)	183	173	188	163	178
Peso (kg)	79	69	82	63	73

- (a) Usando um Polinômio Interpolador de grau dois, calcule a altura aproximada de uma pessoa com peso de 70 kg.
- (b) Dê uma estimativa de erro para o caso anterior.
- (c) Determine a melhor função da forma  $\psi(x) = \alpha \sin(x) + \beta \cos(x)$  que ajusta estes pontos e calcule a altura aproximada de uma pessoa com peso de 70 kg (**Obs.:** Excepcionalmente neste item, configure sua calculadora científica para calcular em graus).
12. (**Trabalho extra 3**) Sabe-se que ao longo da Linha Vermelha, a velocidade máxima permitida é de 90 km/h e foram colocados radares para medir a velocidade instantânea dos carros. Suponha que numa distância  $d = 1,0$  km, um motorista conferiu através do velocímetro (suponha que o velocímetro seja exato) as seguintes velocidades:

distância	0	0,2	0,3	0,5	0,8	1,0
velocidade	80	85	88	92	85	80

Pergunta-se:

- (a) Considere um radar colocado na posição  $d = 0,4$ . Usando um polinômio interpolador de grau dois, calcule:
- Velocidade aproximada neste ponto.
  - Estimativa de erro da interpolação neste ponto.
  - Podemos concluir que o carro não será multado?
- (b) Usando o Método dos Mínimos Quadrados, faça uma regressão linear e calcule a velocidade esperada em  $d = 1,1$ .
- (c) Usando o Método dos Mínimos Quadrados, determine o polinômio de segundo grau ótimo e calcule a velocidade esperada em  $d = 1,1$ .