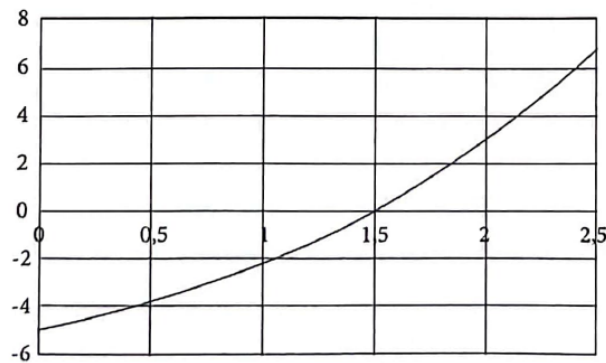


## Cálculo Numérico - IME/UERJ

### Lista de Exercícios 2 - Engenharia - Raízes de funções

1. Considere o polinômio  $p(x) = (x - 1)(x - 2,5)^2(x - 4)^3$ . Quais zeros não podem ser determinadas usando o método da bisseção? Justifique a sua resposta.
2. Determine um intervalo  $[a, b]$  para iniciar o cálculo de  $\ln(10)$  usando o método da bisseção. Explique. Quantas iterações são necessárias para obter  $\ln(10)$  com erro menor ou igual a  $10^{-3}$ ?
3. Considere a função  $f(x) = xe^{0,5x} + 1,2x - 5 = 0$  representada no gráfico. Para obter o zero de  $f(x)$  pelo método do Ponto Fixo, as seguintes funções de iteração foram propostas:



I.  $g_a(x) = \frac{5 - xe^{0,5x}}{1,2}$ ;    II.  $g_b(x) = \frac{5}{e^{0,5x} + 1,2}$ ;    III.  $g_c(x) = \frac{5 - 1,2x}{e^{0,5x}}$ .

- (a) Dentre as funções de iteração propostas acima, qual é a mais adequada para gerar uma sequência de valores convergentes para o zero de  $f(x)$ ? **Justifique.**
- (b) Com a função escolhida e assumindo  $x_0 = 1,5$ , o valor da raiz será obtido com uma tolerância de  $0,5 \times 10^{-4}$  após quantas iterações? **Justifique.**
4. As funções de iterações  $\varphi_1(x) = \frac{x^2}{2} - 2x + 4$  e  $\varphi_2(x) = \frac{x^2}{2} - 2,5x + 5$  geram sequências convergentes para a raiz para qualquer aproximação inicial  $x_0 \in (3/2, 3)$ . Qual das duas funções converge mais rápido para esta raiz? Justifique a resposta.
5. No cálculo das raízes de  $f(x) = e^{-2x} + x^2 - 4 = 0$ , pelo método do ponto fixo (ou iteração linear), fazem-se as transformações para as seguintes funções de iteração:

$$\varphi_1(x) = \sqrt{4 - e^{-2x}}; \quad \varphi_2(x) = -\frac{1}{2} \ln(4 - x^2).$$

- (a) Obtenha, graficamente ou usando o teorema do valor intermediário, boas estimativas iniciais para as duas raízes  $r_1$  e  $r_2$ .
- (b) Indique, sem iteragir, qual função de iteração irá convergir para cada raiz. Justifique.
- (c) Pelo método de Newton-Raphson, calcule as raízes de  $f(x)$  com erro menor que 0,0001 a partir dos respectivos valores iniciais obtidos no item (a).

6. Determine as raízes das funções a seguir usando o Método de Newton-Raphson com tolerância  $\varepsilon \leq 1 \cdot 10^{-4}$ .

(a)  $f_1(x) = \sqrt{x} - e^{-x}$ .

(d)  $f_4(x) = \text{sen}(x) - x^2$ .

(b)  $f_2(x) = \ln(x) - x + 2$ .

(e)  $f_5(x) = x/4 - \cos(x)$ .

(c)  $f_3(x) = e^{x/2} - x^3$ .