

## Cálculo Numérico - IME/UERJ

### Lista de Exercícios 4 - Interpolação polinomial e Método dos Mínimos Quadrados

1. Em cada função abaixo determine uma aproximação para  $f(z)$  e uma cota superior do erro cometido usando interpolação de Lagrange.

(a)  $f(x) = \log x, z = 2.35, f(1) = 0, f(2) = 0.3010, f(3) = 0.4771$

(b)  $f(x) = e^{-x}, z = 2.5, f(2) = 0.13, f(3) = 0.04, f(4) = 0.01$

2. Seja uma tabela dada por:

$x$	0,20	0,34	0,40	0,52	0,60	0,72
$f(x)$	0,16	0,22	0,27	0,29	0,32	0,37

Agora, são solicitados os seguintes itens:

- (a) Complete as células que estão com pontos de interrogação da seguinte tabela de diferenças divididas de Newton obtida a partir dos pontos do enunciado:

$x$	Ordem 0	Ordem 1	Ordem 2	Ordem 3
0,20	0,16			
		0,4286		
0,34	0,22		2,0238	
		?		-17,8985
0,40	0,27		?	
		?		?
0,52	0,29		?	
		0,3750		-2,6042
0,60	0,32		0,2083	
		0,4167		
0,72	0,37			

- (b) Agora, calcule uma aproximação de  $f(0,47)$  usando um polinômio interpolador de ordem 2 na forma de Newton.
- (c) Determine uma estimativa do erro para a aproximação encontrada no item (b).
- (d) Usando apenas os 4 últimos pontos da tabela do enunciado, estime o valor de  $f(0,8)$  com o ajuste pela reta dos mínimos quadrados.

3. Seja a tabela

$x$	0,81	0,83	0,86	0,87
$f(x)$	16,94410	17,56492	18,50515	18,82091

Calcule um valor aproximado de  $f(0,84)$ , usando:

- (a) Forma de Newton para polinômio interpolador de grau  $n \leq 1, 2, 3$ .
- (b) Calcule uma estimativa de erro em cada caso, se possível.

4. Dada a tabela da população de uma vila no início de cada ano, estime a população na metade de 2018 usando o polinômio de Newton e justifique o grau do polinômio.

Ano	2015	2016	2017	2018	2019
População	6000	6200	6600	7200	8000

5. (Interpolação inversa) Considere a tabela a seguir. Usando um polinômio interpolador de grau 3, determine  $x$  tal que  $f(x) = 2,3$ . Dê uma estimativa do erro cometido.

$x$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
$f(x)$	1,0	1,2408	1,5735	2,0333	2,6965	3,7183

6. (Interpolação inversa) Considere a tabela:

$x$	0	1,2	2,3	3,1	3,9
$f(x)$	0	1,5	5,3	9,5	10,0

Dê uma aproximação para a raiz da equação  $f(x) = 2$  usando interpolação quadrática. Dê uma estimativa do erro cometido.

7. Estime o valor de  $f(9,5)$  pela reta dos mínimos quadrados usando os dados da seguinte tabela:

$x$	5,3	6,4	7,1	8,5	9,1
$f(x)$	8,1	15,2	24,5	48,6	54,0

8. Estime o valor de  $f(9,0)$  ajustando os dados abaixo pelo método dos mínimos quadrados (MMQ) através de:

- (a) uma reta
- (b) uma parábola

$x$	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0
$y$	0,5	0,6	0,9	0,8	1,2	1,5	1,7	2,0