# Cálculo Numérico - IME/UERJ

## Gabarito - Matemática - Lista de Exercícios 3 - Raízes de funções

### 1. Resposta:

 $^{2,5}$ 

- 2. [2, 3]. Número de iterações:  $k_{\min} = 10$ .
- 3. (a) II.  $|g_b'(1,5)| < 1$  (Verifique!)
  - (b) 11
- 4. Como  $|\varphi_1'(2)| < |\varphi_2'(2)| < 1$ , logo  $\varphi_1(x)$  gera sequências mais rapidamente convergentes para a raiz.

#### 5. (a) Resposta:

Usando gráficos ou o Teorema do Valor Intermediário, temos duas raízes:  $r_1 \in (-\ln(4)/2, 0) \approx (-0, 69; 0)$  e  $r_2 \in (1, 2)$ .

**Obs.:** O denominador de  $\varphi'_1(x)$  é  $\sqrt{4 - e^{-2x}}$ .

Logo, 
$$4 - e^{-2x} > 0 \Rightarrow x > -\ln(4)/2 \approx -0.69$$
.

Portanto, para  $r_1$ , uma boa aproximação inicial é  $x_0 = -0, 5$ , enquanto para  $r_2$ , uma boa aproximação inicial é  $x_0 = 1, 9$ .

#### (b) Resposta:

$$\begin{aligned} |\varphi_1'(r_1 \approx -0,5)| &\approx 2,4010 > 1 \Rightarrow \text{Diverge!} \\ |\varphi_1'(r_2 \approx 1,9)| &\approx 0,0112 < 1 \Rightarrow \varphi_1(x) \text{ converge para } r_2 \in (1,2). \\ |\varphi_2'(r_1 \approx -0,5)| &\approx 0,1333 < 1 \Rightarrow \varphi_2(x) \text{ converge para } r_1 \in (-1,0). \\ |\varphi_2'(r_2 \approx 1,9)| &\approx 4,8718 > 1 \Rightarrow \text{Diverge!} \end{aligned}$$

(c) Usando  $x_0 = -0.5$  para a raiz negativa e  $x_0 = 1.9$  para raiz positiva, os resultados para o método de Newton-Raphson com tolerância  $\epsilon \le 10^{-4}$  são:

Raiz negativa:  $r_1 \approx -0,6393$ ; Raiz positiva:  $r_2 \approx 1,9954$ .

#### 6. Resolver.