

Lista de Exercícios 4 - Engenharia - Sistemas Lineares - Métodos iterativos

1. Considere o sistema  $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$  para:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & -4 & -7 \\ 3 & -5 & 0 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ -5 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

- Reordene as equações convenientemente de modo que haja garantia de convergência para o método de Gauss-Seidel através do Critério de Sassenfeld. Justifique.
- Para o sistema reformulado no item (a), calcule apenas uma iteração usando o método de Gauss-Seidel a partir de  $X^{(0)} = (0, 26; 1, 15; -0, 59)^T$ .
- Determine o erro cometido na iteração do item (b) usando a norma do máximo.

2. Dado o sistema:

$$\begin{cases} x - 3y + z = 5 \\ 2y + 5z = 9 \\ 2.1x + y + z = 3 \end{cases}$$

Calcule, pelo método de Gauss-Seidel, partindo de  $X^{(0)} = (0, 0, 0)^t$ , uma aproximação para  $X^{(3)}$  e usando o sistema de forma tal que a convergência do método esteja garantida.

3. Dado o sistema

$$\begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Verifique se o Critério de Sassenfeld é satisfeito.
- Se o item (a) for satisfeito, resolva por Gauss-Seidel com tolerância  $\epsilon \leq 10^{-4}$  e partindo de  $X^{(0)} = (0, 0, 0)^t$ .

4. Considere o seguinte sistema de equações lineares:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 - x_2 = 1 \\ -x_2 + 2x_3 - x_4 = 1 \\ -x_3 + 2x_4 = 1 \end{cases}$$

- Mostre que este sistema não satisfaz o Critério das Linhas.
- Mostre que este sistema não satisfaz o Critério de Sassenfeld.
- Mostre que o sistema obtido permutando-se as duas primeiras equações satisfaz o Critério de Sassenfeld.
- Usando o método de Gauss-Seidel, determine a solução aproximada do sistema com a permutação sugerida no item anterior e erro na norma do máximo

$$\|x^{k+1} - x^k\|_{\infty} = \max_{i=1, \dots, 4} |x_i^{k+1} - x_i^k| \leq \epsilon = 1 \cdot 10^{-3}$$