

Cálculo Numérico - IME/UERJ  
 Gabarito - Lista de Exercícios 2  
 Série de Taylor e Raízes de funções

1. **Resposta:** Vamos calcular os valores de  $p(x)$  em pontos suficientemente próximos das raízes. Assim, temos a tabela:

$x$	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
$p(x)$	400	85,75	0	-7,8125	- 2	0	- 0,5	- 0,3125	0	1,75

Analisando o sinal de  $p(x)$  para os valores da tabela, concluímos que nas proximidades da raiz 2,5, no intervalo  $(2, 3)$ , a função  $p(x)$  não mudou de sinal. Portanto, o método da Bissecção não funciona para a raiz 2,5.

2.  $[2, 3]$ . Número de iterações:  $k_{\min} = 10$ .

3. (a) **Resposta:**

Usando gráficos ou o Teorema do Valor Intermediário, temos duas raízes:  $r_1 \in (-1, 0)$  e  $r_2 \in (1, 2)$ .

Para  $r_1$ , uma boa aproximação inicial é  $x_0 = -0,7$ , enquanto para  $r_2$ , uma boa aproximação inicial é  $x_0 = 1,9$ .

- (b) **Resposta:**

Pelo teorema do método do ponto fixo, há uma sequência convergente para uma raiz quando  $\varphi'(x) \leq M < 1$  para todo  $x \in I$ , onde  $I$  é um intervalo centrado na raiz e  $x_0 \in I$ .

$$|\varphi'_1(x)| = \left| \frac{e^{-2x}}{\sqrt{4 - e^{-2x}}} \right| = \frac{e^{-2x}}{\sqrt{4 - e^{-2x}}}$$

Então, para as aproximações iniciais das raízes do item (a):

$$|\varphi'_1(r_1 \approx -0,7)| \approx 1,9731 > 1 \Rightarrow \text{Diverge!}$$

$$|\varphi'_1(r_2 \approx 1,9)| \approx 0,0113 < 1 \Rightarrow \varphi_1(x) \text{ converge para } r_2 \in (1, 2).$$

$$|\varphi'_2(x)| = \left| \frac{x}{4 - x^2} \right|$$

Então, para as aproximações iniciais das raízes do item (a):

$$|\varphi'_2(r_1 \approx -0,7)| \approx 0,1994 < 1 \Rightarrow \varphi_2(x) \text{ converge para } r_1 \in (-1, 0).$$

$$|\varphi'_2(r_2 \approx 1,9)| \approx 4,8718 > 1 \Rightarrow \text{Diverge!}$$

4. (a) Usando gráficos ou Teorema do Valor Intermediário, escolha uma boa aproxi-

mação inicial no intervalo  $(1, 2)$ . Um exemplo é  $x_0 = 1, 5$ .

(b)  $|\varphi'_1(1, 5)| \approx 1, 5493 > 1$  (não converge),  $|\varphi'_2(1, 5)| \approx 0, 2171 < 1$  (converge).

(c)  $r \approx 1, 5569$

5. Como  $|\varphi'_1(2)| < |\varphi'_2(2)| < 1$ , logo  $\varphi_1(x)$  gera sequências mais rapidamente convergentes para a raiz.

6. Resolver.