Cálculo Numérico - IME/UERJ

Estudo dirigido para a P1

1. **Aritmética de Ponto Flutuante e representação binária de reais** - Exercícios da Lista 1.

   Saiba como

   - Representar os números no computador pela estrutura do padrão IEEE-754 com os bits nesta ordem: sinal do número, expoente e mantissa;
   - Saber trabalhar com **arredondamento** e dar o valor final **em decimal** para casos especiais como:
     - maior número;
     - menor número positivo (sempre na forma desnormalizada);
     - maior número menor que um certo número decimal d;
     - menor número maior que um certo número decimal d.

2. **Série de Taylor** - Exercícios da Lista 2

   - Encontrar uma **aproximação** para uma dada função $f(x)$ em torno de x_0 para dados x e x_0, usando um **polinômio de Taylor de grau** n (dado no enunciado);
   - Encontrar o **erro absoluto** entre o valor verdadeiro de $f(x)$ na calculadora e o valor aproximado de $f(x)$ pelo polinômio de Taylor de grau n;
   - Encontrar o **limitante superior do erro de truncamento** para verificar que o erro absoluto encontrado no item anterior é compatível com o limitante. Ou seja, verificar se o erro absoluto é menor ou igual ao limitante.

3. **Raízes ou zeros de funções** - Exercícios da Lista 2

   - Encontrar uma estimativa inicial x_0 para uma raiz graficamente ou usando o Teorema do Valor Intermediário;
   - **Método do Ponto Fixo** - Com o valor da estimativa inicial x_0, saber identificar quando uma função de iteração linear converge para uma raiz;
   - **Método de Newton** - Usar o método a partir da estimativa inicial x_0.

4. **Métodos diretos para resolução de sistemas lineares** - Exercícios da Lista 3

   - **Fatoração LU**: Saber decompor a matriz dos coeficientes $\mathbf{A}$ no produto das matrizes triangulares inferior $\mathbf{L}$ e triangular superior $\mathbf{U}$ com ou sem pivoteamento parcial. Ao trabalhar com pivoteamento parcial, também será gerada a matriz $\mathbf{P}$ de troca de linhas da matriz identidade.
   - Saber resolver o sistema $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ com fatoração LU com ou sem pivoteamento

parcial. No caso sem pivoteamento, temos $\mathbf{A} = \mathbf{LU}$. Assim,

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b} \Rightarrow \mathbf{LUx} = \mathbf{b} \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{Ly} & = & \mathbf{b} & (1) \Rightarrow \text{Acho } \mathbf{y} \\ \mathbf{Ux} & = & \mathbf{y} & (2) \Rightarrow \text{Acho } \mathbf{x} \end{cases} .$$

No caso com pivoteamento, temos $\mathbf{PA} = \mathbf{LU}$. Assim,

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b} \Rightarrow \mathbf{PAx} = \mathbf{Pb} \Rightarrow \mathbf{LUx} = \mathbf{Pb} \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{Ly} & = & \mathbf{Pb} & (1) \Rightarrow \text{Acho } \mathbf{y} \\ \mathbf{Ux} & = & \mathbf{y} & (2) \Rightarrow \text{Acho } \mathbf{x} \end{cases} .$$

- Achar a inversa de uma matriz $\mathbf{A}$ com fatoração $\mathbf{LU}$:
  - sem pivoteamento parcial:

    $\mathbf{A} = \mathbf{LU} \Rightarrow \mathbf{A}^{-1} = (\mathbf{LU})^{-1} \Rightarrow \mathbf{A}^{-1} = \mathbf{U}^{-1}\mathbf{L}^{-1}$.
  - com pivoteamento parcial:

    $\mathbf{PA} = \mathbf{LU} \Rightarrow (\mathbf{PA})^{-1} = (\mathbf{LU})^{-1} \Rightarrow \mathbf{A}^{-1}\mathbf{P}^{-1} = \mathbf{U}^{-1}\mathbf{L}^{-1} \Rightarrow \mathbf{A}^{-1} = \mathbf{U}^{-1}\mathbf{L}^{-1}\mathbf{P}$.

    Lembre-se de que a inversa de uma matriz triangular superior $(\mathbf{U}^{-1})$ também é uma matriz triangular superior e a inversa de uma matriz triangular inferior $(\mathbf{L}^{-1})$ também é uma matriz triangular inferior.