

Cálculo Numérico - IME/UERJ

Gabarito - Lista de Exercícios 2 - Raízes de funções

1. **Resposta:** Vamos calcular os valores de $p(x)$ em pontos suficientemente próximos das raízes. Assim, temos a tabela:

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
$p(x)$	400	85,75	0	-7,8125	- 2	0	- 0,5	- 0,3125	0	1,75

Analisando o sinal de $p(x)$ para os valores da tabela, concluímos que nas proximidades da raiz 2,5, no intervalo $(2, 3)$, a função $p(x)$ não mudou de sinal. Portanto, o método da Bissecção não funciona para a raiz 2,5.

2. $[2, 3]$. Número de iterações: $k_{\min} = 10$.

3. (a) **Resposta:**

Usando gráficos ou o Teorema do Valor Intermediário, temos duas raízes: $r_1 \in (-1, 0)$ e $r_2 \in (1, 2)$.

Para r_1 , uma boa aproximação inicial é $x_0 = -0,7$, enquanto para r_2 , uma boa aproximação inicial é $x_0 = 1,9$.

- (b) **Resposta:**

Pelo teorema do método do ponto fixo, há uma sequência convergente para uma raiz quando $\varphi'(x) \leq M < 1$ para todo $x \in I$, onde I é um intervalo centrado na raiz e $x_0 \in I$.

$$|\varphi'_1(x)| = \left| \frac{e^{-2x}}{\sqrt{4 - e^{-2x}}} \right| = \frac{e^{-2x}}{\sqrt{4 - e^{-2x}}}$$

Então, para as aproximações iniciais das raízes do item (a):

$$|\varphi'_1(r_1 \approx -0,7)| \approx 1,9731 > 1 \Rightarrow \text{Diverge!}$$

$$|\varphi'_1(r_2 \approx 1,9)| \approx 0,0113 < 1 \Rightarrow \varphi_1(x) \text{ converge para } r_2 \in (1, 2).$$

$$|\varphi'_2(x)| = \left| \frac{x}{4 - x^2} \right|$$

Então, para as aproximações iniciais das raízes do item (a):

$$|\varphi'_2(r_1 \approx -0,7)| \approx 0,1994 < 1 \Rightarrow \varphi_2(x) \text{ converge para } r_1 \in (-1, 0).$$

$$|\varphi'_2(r_2 \approx 1,9)| \approx 4,8718 > 1 \Rightarrow \text{Diverge!}$$

4. (a) Usando gráficos ou Teorema do Valor Intermediário, escolha uma boa aproximação inicial no intervalo $(1, 2)$. Um exemplo é $x_0 = 1,5$.

(b) $|\varphi'_1(1,5)| \approx 1,5493 > 1$ (não converge), $|\varphi'_2(1,5)| \approx 0,2171 < 1$ (converge).

(c) $r \approx 1,5569$

5. Como $|\varphi_1'(2)| < |\varphi_2'(2)| < 1$, logo $\varphi_1(x)$ gera sequências mais rapidamente convergentes para a raiz.

6. Resolver.