

Cálculo Numérico - IME/UERJ

Lista de Exercícios 5

Integração Numérica

- De um velocímetro de um automóvel foram obtidos as seguintes leituras de velocidade instantânea:

$t(min)$	0	5	10	15	20	25	30	35	40
$v(km/h)$	23	25	30	35	40	45	47	52	60

Calcule a distância em quilômetros percorrida pelo automóvel usando a Regra dos Trapézios.

- A velocidade v de um foguete lançado do chão verticalmente foi tabelada como se segue:

$t(s)$	0	5	10	15	20
$v(pés/s)$	0	60,6	180,1	341,6	528,4

Sabendo que 1 pé equivale a 0.3048 m, use a Regra 1/3 de Simpson repetida para calcular a altura do foguete após 20s.

- Calcule uma aproximação da integral $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{2+x^3}} dx$, usando as regras dos Trapézios repetida e 1/3 de Simpson repetida com $h = 0,125$.

- Seja a integral dada por $\int_1^4 \sqrt{x} dx$.

- Calcule o **número mínimo** de subdivisões de $[1, 4]$ para garantir um erro de truncamento menor que 10^{-2} pela Regra dos Trapézios repetida.
- Calcular a integral usando a Regra dos Trapézios repetida com o número de subintervalos obtido no item (a).
- Calcule o **número mínimo** de subdivisões de $[1, 4]$ para garantir um erro de truncamento menor que 10^{-3} pela Regra de Simpson repetida.
- Calcular a integral usando a Regra de Simpson repetida com o número de subintervalos obtido no item (c).

- Calcule as integrais abaixo pela Regra dos Trapézios e pela Regra de Simpson repetidos, usando 4 e 6 divisões do intervalo $[a, b]$:

- | | |
|--|---|
| <ol style="list-style-type: none"> $\int_1^2 e^{-x^2} dx;$ $\int_2^5 \frac{1}{\sqrt{x}} dx;$ | <ol style="list-style-type: none"> $\int_1^3 x \ln(x) dx;$ $\int_0^2 e^{2x} \sin(3x) dx.$ |
|--|---|

6. Determine o número mínimo de subintervalos necessários na Regra dos Trapézios e na Regra de Simpson para que cada uma das integrais do exercício 5 tenha precisão $\varepsilon \leq 1 \times 10^{-5}$.

7. Dado que $\ln(1+y) = \int_0^y \frac{x}{1+x} dx$ para $y > -1$, podemos calcular o logaritmo neperiano de qualquer número positivo por integração. Calcule:

- (a) $\ln(4)$, usando a regra dos Trapézios repetida com $h = 0,5$;
- (b) $\ln(4)$, integrando a fórmula pela regra de Simpson repetida para $n = 4$;
- (c) uma cota superior dos erros de truncamento cometidos nos cálculos dos itens anteriores.

8. Calcule as integrais duplas a seguir usando as regras dos Trapézios e 1/3 de Simpson repetidas:

(a) $\int_{-1}^2 \int_0^1 x^3 y^2 dx dy$, com número de subintervalos $n_x = n_y = 2$;

(b) $\iint_R (x^2 + e^{-xy^2}) dx dy$, onde $R = [1, 1.5] \times [3, 4]$, com número de subintervalos $n_x = n_y = 4$.