Cálculo Numérico - IME/UERJ

Trabalhos extras

1. **(Trabalho extra 1 - Valendo 1,0 ponto)** Seja um computador binário de precisão simples, ou seja, de 32 bits, cujo sistema de ponto flutuante armazena 1 bit para o sinal do número, 8 bits para o expoente e 23 bits para a mantissa. Responda **justificando cada item**:
   (a) Qual o maior número positivo nele representável?
   (b) Qual o menor número positivo nele representável?
   (c) Qual o erro relativo máximo considerando que houve truncamento ao aproximar um certo número?
   Dica: Primeiro calcule, por exemplo, o erro relativo do número $3,6$, onde ocorrerá truncamento na aproximação, e depois calcule o erro relativo máximo para este computador.
   (d) Qual o valor representado por 12,8 neste computador?
   (e) Qual o valor representado por 28,8 neste computador?

2. **(Trabalho extra 2 - Valendo 1,0 ponto)**
   (Raízes múltiplas) Considere $f(x) = (x-1)^2$
   (a) Aplique o método de Newton-Raphson para $f(x) = 0$ com tolerância $\epsilon = 10^{-4}$. Sendo r a raiz verdadeira encontrada, calcule o erro $e_k = x_k - r$ para cada iteração k realizada. Qual a taxa de convergência baseada nos erros calculados?
   (b) Aplique o método de Newton modificado a seguir e verifique o que acontece com as iterações.
   $$x_{k+1} = x_k - 2\frac{f(x_k)}{f'(x_k)},\ k = 0, 1, \ldots$$
   (c) Prove que a ordem de convergência do método do item (b) é quadrática, ou seja, prove que:
   $$e_{k+1} \approx \frac{f'''(r)}{6f''(r)} e_k^2 = \frac{f'''(r)}{12} e_k^2, \text{ onde } e_k = x_k - r.$$
   Dicas:
   Use aproximação por série de Taylor de $f(x_k)$ em torno de r e depois faça a sua primeira derivada, $f'(x_k)$. Despreze termos de terceira e quarta ordem (e_k^3, e_k^4) quando for conveniente. Use também $\left(1 + \frac{e_k}{2}\frac{f'''(r)}{f''(r)}\right)^{-1} \approx 1 - \frac{e_k}{2}\frac{f'''(r)}{f''(r)}$.