

Cálculo Numérico - IME/UERJ

Lista de Exercícios 4

Interpolação polinomial e Método dos Mínimos Quadrados

1. (a) $f(2.35) \approx 0.37684$; $E_2(2.35) \leq 0.04446$.
(b) $f(2.5) \approx 0.0775$; $E_2(2.5) \leq 0.008458$.
2. (a) $P_1(0.83) \approx 17,87833$; $P_2(0.83) \approx 17,70208$; $P_3(0.83) \approx 17,87714$;
(b) $|E_1(0.83)| \approx 1,2 \times 10^{-3}$; $|E_2(0.83)| \approx 1,24998 \times 10^{-5}$;
Não é possível determinar $|E_3(0.83)|$ porque não temos as diferenças divididas de ordem 4.
3. (a) Não podemos interpolar todos os pontos da tabela com um polinômio de grau 5 porque não temos a coluna de Ordem 6 na tabela de diferenças divididas para poder estimar o erro.
Então, temos que interpolar com um polinômio de grau 4, já que temos a coluna de Ordem 5 com apenas um elemento se aproximando suficientemente de zero.
Portanto,
 $f(1,7) \approx P_4(1,7) \approx -1,343$.
(b) O enunciado do item (a) diz que devemos estimar $f(1,7)$ de maneira que se possa estimar o erro cometido.
A coluna de Ordem 5 possui todos os elementos (no caso, apenas um) se aproximando suficientemente de zero. Portanto, o polinômio de grau 4 tem a melhor estimativa para resolver o item (a).
4. $P_2(2018,5) = 7575$.
A coluna de Ordem 3 possui todos os elementos iguais a zero.
5. $x \approx P_3(y=2,3) \approx 0,6776$.
 $E_3(2,3) \approx 0,007845$.
6. Duas maneiras de resolver:
 1. Usando interpolação inversa:
 $P_2(y=2) \approx 1,3652$.
Estimativa de erro: $|E_2(2)| \approx 0,4542$.
 2. Usando interpolação normal:
Resolver a equação $P_2(x) = 2$ usando como pontos da interpolação $x_0 = 1,2$; $x_1 =$

$$2, 3; x_3 = 3, 1.$$

$$x \approx 1, 3925.$$

$$\text{Estimativa de erro: } |E_2(1, 3925)| \approx 0, 4238.$$

7. Após arrumar a tabela de diferenças divididas, vemos na coluna de Ordem 5 um elemento que está se aproximando suficientemente de zero. Logo, a melhor estimativa é um polinômio de grau 4.
8. (a) $\varphi(x) = 0, 175 + 0, 2167x$;
 $y(9) \approx \varphi(9) = 2.1253$.
 (b) $\varphi(x) = 0, 4071 + 0, 0774x + 0, 0155x^2$;
 $y(9) \approx \varphi(9) = 2.3592$.
9. (a) $\varphi(x) = 32, 1469 e^{0,3555 x}$.
 (b) Aproximadamente 11.6191 horas.
10. $\varphi(x) = 1 + 1, 8171 e^{0,7994 x}$.
 $y(4, 0) \approx \varphi(4, 0) \approx 45, 4658$.
11. (a) $P_2(70) \approx 174, 375 \text{ cm}$
 (b) $|E_2(70)| \approx 0, 27885$
 (c) $\varphi(x) = 190, 717 \sin(x) - 15, 187 \cos(x)$.
 $\varphi(70) \approx 174, 021$.