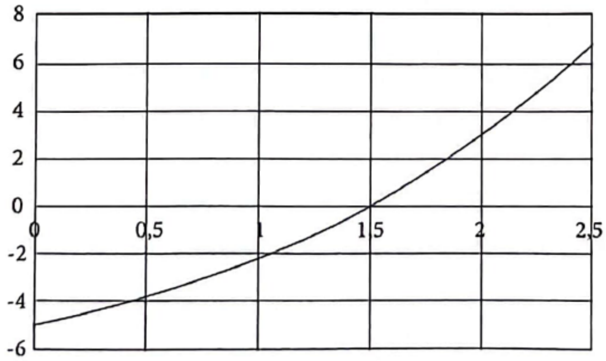
Cálculo Numérico - IME/UERJ

Lista de Exercícios 3 - Matemática - Raízes de funções

1. Considere o polinômio $p(x) = (x-1)(x-2,5)^2(x-4)^3$ Quais zeros não podem ser determinadas usando o método da bisseção? Justifique a sua resposta.

2. Determine um intervalo $[a, b]$ para iniciar o cálculo de $\ln(10)$ usando o método da bisseção. Explique. Quantas iterações são necessárias para obter $\ln(10)$ com erro menor ou igual a 10^{-3}?

3. Considere a função $f(x) = xe^{0,5x} + 1,2x - 5 = 0$ representada no gráfico. Para obter o zero de $f(x)$ pelo método do Ponto Fixo, as seguintes funções de iteração foram propostas:



I. $g_a(x) = \dfrac{5 - xe^{0,5x}}{1,2}$; II. $g_b(x) = \dfrac{5}{e^{0,5x} + 1,2}$; III. $g_c(x) = \dfrac{5 - 1,2x}{e^{0,5x}}$.

(a) Dentre as funções de iteração propostas acima, qual é a mais adequada para gerar uma sequência de valores convergentes para o zero de $f(x)$? **Justifique**.

(b) Com a função escolhida e assumindo $x_0 = 1,5$, o valor da raiz será obtido com uma tolerância de $0,5 \times 10^{-4}$ após quantas iterações? **Justifique**.

4. As funções de iterações $\varphi_1(x) = \dfrac{x^2}{2} - 2x + 4$ e $\varphi_2(x) = \dfrac{x^2}{2} - 2,5x + 5$ geram sequências convergentes para a raiz para qualquer aproximação inicial $x_0 \in (3/2, 3)$. Qual das duas funções converge mais rápido para esta raiz? Justifique a resposta.

5. No cálculo das raízes de $f(x) = e^{-2x} + x^2 - 4 = 0$, pelo método do ponto fixo (ou iteração linear), fazem-se as transformações para as seguintes funções de iteração:

$\varphi_1(x) = \sqrt{4 - e^{-2x}}$; $\varphi_2(x) = -\dfrac{1}{2}\ln(4 - x^2)$.

(a) Obtenha, graficamente ou usando o teorema do valor intermediário, boas estimativas iniciais para as duas raízes r_1 e r_2.

(b) Indique, sem iteragir, qual função de iteração irá convergir para cada raiz. Justifique.

(c) Pelo método de Newton-Raphson, calcule as raízes de $f(x)$ com erro menor que $0,0001$ a partir dos respectivos valores iniciais obtidos no item (a).

6. Determine as raízes das funções a seguir usando o Método de Newton-Raphson com tolerância $\varepsilon \leq 1 \cdot 10^{-4}$.

   (a) $f_1(x) = \sqrt{x} - e^{-x}$.

   (b) $f_2(x) = \ln(x) - x + 2$.

   (c) $f_3(x) = e^{x/2} - x^3$.

   (d) $f_4(x) = \text{sen}(x) - x^2$.

   (e) $f_5(x) = x/4 - \cos(x)$.