

Matemática Discreta - IME/UERJ

Trabalho Extra Nº 1 - Data de entrega: 12/09/2025

1. Escolha 5 das sentenças abaixo e prove usando o Princípio da Indução Matemática.

Obs.: Caso não seja possível a prova na forma fraca, prove na forma forte.

1.1. $1 - 2^2 + 3^2 - 4^2 \dots (-1)^{n-1} n^2 = (-1)^{n-1} \frac{n(n+1)}{2}.$

- 1.2. **Exercício 34, Capítulo 1** do livro-texto **Introdução à Análise Combinatória** - J. Plínio O. Santos, Margarida P. Mello, Idani T. C. Murari.

1.3. $11^{n+2} + 12^{2n+1}$, para $n \geq 0$ é divisível por 133.

- 1.4. Um caixa eletrônico possui disponíveis somente cédulas de 2 e 5 reais. Prove usando indução forte que qualquer saque de n reais pode ser feito para $n \geq 7$.

- 1.5. Se a relação de recorrência é dada por

$$\begin{cases} a_0 = 12 \\ a_1 = 29 \\ a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2}, \text{ para } n \geq 2, \end{cases}$$

então $a_n = 5 \cdot 3^n + 7 \cdot 2^n$, para $n \geq 0$.

- 1.6. Prove por indução forte que $x + y$ é um fator do polinômio $x^{2n+1} + y^{2n+1}$.

Dica: $x^a + y^a = (x + y)(x^{a-1} + y^{a-1}) - xy^{a-1} - yx^{a-1}.$