

Matemática Discreta - IME/UERJ

Trabalho Extra N<sup>o</sup> 2 - Prazo de entrega: 07/05/2024

1. (**Valendo 1,0 ponto**) Escolha **somente quatro** dos seguintes exercícios e resolva:

1.1. (Permutações circulares) De quantos modos 12 crianças podem ocupar os 6 bancos de dois lugares em uma roda gigante?

1.2. (Combinações completas) Se dispomos de 10 sucos de abacaxi, 1 suco de limão e 1 suco de uva, de quantas maneiras distintas podemos distribuir esses 12 sucos para 4 pessoas de modo que cada pessoa receba pelo menos um suco e que os sucos de limão e uva sejam dados para pessoas diferentes?

**Dica:** envolve soluções inteiras não negativas de equações lineares.

1.3. (Binômio de Newton) Quantos termos racionais possui o desenvolvimento de  $(\sqrt{2} + \sqrt[3]{3})^{100}$ ?

**Dica:** Um número  $a^{p/q}$  é racional se  $a$  é racional e  $\frac{p}{q}$  é um inteiro, ou seja,  $p$  é múltiplo de  $q$ .

1.4. (Triângulo de Pascal) Calcule o valor da soma

$$S = 50 \cdot 51 + 51 \cdot 52 + 52 \cdot 53 + \cdots + 100 \cdot 101$$

**Dica:** Divida  $S$  por  $2!$  e use o teorema das colunas.

1.5. (Princípio da Inclusão e Exclusão e Combinações completas) De quantas maneiras se podem comprar 15 latas de refrigerante se existem 4 tipos disponíveis e:

(a) há tantas latas quanto se queira de cada tipo?

(b) há somente 6 latas de cada tipo?

**Dica:** envolve soluções inteiras não negativas de equações lineares.