

Programação Linear - IME/UERJ

Lista de Exercícios 6 - Extra - Dualidade e Análise de Sensibilidade e Pós-Otimização

1. Uma empresa necessita produzir os produtos A e B que vende com margem de lucro unitário médio de R\$ 3,00 e R\$ 2,00 respectivamente.

São utilizadas duas matérias primas (Horas Máquina e Horas de Trabalho) cujas disponibilidades e consumos unitários são os seguintes:

	A	B	Disponível
Máquinas (h)	2	1	100
Trabalho (h)	1	1	80

A empresa quer que a produção total seja no máximo 40 unidades do produto A . Deseja-se maximizar o lucro.

- (a) Formule o primal e o dual do problema.
- (b) Resolva o problema, encontrando a solução ótima para os problemas primal e dual.

A partir da solução encontrada, responda:

- (c) Quais recursos são escassos? Justifique.
- (d) Se alguém quisesse adquirir uma unidade do recurso R_1 , você estaria disposto a vender? Se sim, qual o preço que compensa a venda? Justifique.
- (e) Se alguém insistir em comprar uma unidade do recurso R_2 , que preço de venda compensaria o fato dele ser escasso? Justifique.
- (f) O que significa a variável dual w_1 ?
- (g) Quanto você pagaria por uma unidade adicional do recurso R_3 ? Por quê?
- (h) Qual a faixa de variação do coeficiente do lucro do produto A na função objetivo tal que a solução ótima não mude?
- (i) Suponha que a disponibilidade do segundo recurso (b_2) aumentou de 80 para 90 unidades. A solução ótima muda? Se sim, qual a nova solução?
- (j) Qual a faixa de variação do primeiro recurso (b_1) para que a base ótima não mude?

ITENS NOVOS PARA A LISTA (MODIFICAÇÃO NA MATRIZ DE RESTRIÇÕES):

- (k) Se o número de horas máquina na produção do produto A for modificado para 3, a solução ótima muda? Em caso afirmativo, diga qual a nova solução ótima.
- (l) Qual a faixa de variação para o número de horas máquina na produção do

produto B de modo que a solução permaneça ótima?

- (m) Qual a faixa de variação para o número de horas de trabalho na produção do produto A de modo que a solução permaneça ótima?
- (n) Se o número de horas de trabalho na produção do produto B for modificado para 2, a solução ótima muda? Em caso afirmativo, diga qual a nova solução ótima.

Primal (max) \Rightarrow Dual (min)			
Variável	≥ 0	\geq	Restrição
	≤ 0	\leq	
	livre	$=$	
Restrição	\leq	≥ 0	Variável
	\geq	≤ 0	
	$=$	livre	
Vetor do lado direito das restrições		Coeficientes das variáveis na função objetivo	
Coeficientes das variáveis na função objetivo		Vetor do lado direito das restrições	
Dual (max) \Leftarrow Primal (min)			

Tabela 1: Tabela de conversão entre os problemas Primal e Dual

Fórmulas básicas

$$z = cx = c_N x_N + c_B x_B = \bar{z} - (z_N - c_N) x_N,$$

$$z_N - c_N = c_B B^{-1} N - c_N \text{ (vetor dos elementos da linha de } z \text{ no tableau);}$$

$$\bar{x}_B = B^{-1} b \text{ (valor de } x_B \text{ no tableau);}$$

$$Ax = Nx_N + Bx_B = b, \text{ onde:}$$

- A : matriz dos coeficientes das restrições do PPL original;
- N : bloco de A associado às variáveis não básicas do tableau;
- B : bloco de A associado às variáveis básicas do tableau;
- c : vetor-linha dos coeficientes das variáveis na função objetivo z ;
- x : vetor-coluna de todas as variáveis do PPL;
- b : vetor independente do lado direito das restrições do PPL original;
- c_N : bloco de c dos coeficientes das variáveis não básicas em z ;
- c_B : bloco de c dos coeficientes das variáveis básicas em z ;
- x_N : bloco de x das variáveis não básicas;
- x_B : bloco de x das variáveis básicas;
- $\bar{z} = c_B \bar{x}_B$ (valor de z no tableau atual);