Programação Linear - IME/UERJ

Lista de Exercícios Extra nº 3

Situações que podem ocorrer no Método Simplex

1. (Solução básica viável inexistente) Resolva pelo Método das Duas Fases

$$\begin{array}{lrl} \min z = & -3x_1 + 4x_2 & \\ \text{s.a.} & x_1 + \ \ x_2 & \leq \ \ 4 \\ & 2x_1 + 3x_2 & \geq 18 \\ & x_1 \ \ , \ \ \ x_2 & \geq \ \ 0 \end{array}$$

2. (Problema ilimitado) Resolva pelo Método Simplex

$$\begin{array}{lrl} \min z = & -x_1 - 3x_2 & \\ \text{s.a.} & x_1 - 2x_2 & \leq 4 \\ & -x_1 + \ \ x_2 & \leq 3 \\ & x_1 \ \ , \ \ \ x_2 & \geq 0 \end{array}$$

3. (Múltiplas soluções ótimas) Resolva pelo Método Simplex

$$\begin{array}{lrl} \min z = & -2x_1 - 4x_2 & \\ \text{s.a.} & x_1 + 2x_2 & \leq 4 \\ & -x_1 + \ \ x_2 & \leq 1 \\ & x_1 \ \ , \ \ \ x_2 & \geq 0 \end{array}$$

Obs.: Neste exercício, quando há uma solução ótima alternativa, definimos a solução ótima geral como

$$\alpha X_a + (1-\alpha)X_b \ \ , \ \ 0 \leq \alpha \leq 1,$$

onde $X_a = \begin{bmatrix} x_{1a} & x_{2a} \end{bmatrix}^T$ é a primeira solução ótima encontrada pelo método Simplex e $X_b = \begin{bmatrix} x_{1b} & x_{2b} \end{bmatrix}^T$ é a solução ótima alternativa quando a variável não básica x_j com $z_j - c_j = 0$ entra na base no tableau final do Simplex.

4. Seja um PPL dado por:

$$
\begin{array}{llcccccccccl}
\max z = & 11x_1 & + & 2x_2 & - & x_3 & + & 3x_4 & + 4x_5 + x_6 & & & \\
\text{s.a.} & 5x_1 & + & x_2 & - & x_3 & + & 2x_4 & + x_5 & & = & 12 \\
& -14x_1 & - & 3x_2 & + & 3x_3 & - & 5x_4 & & + x_6 & = & 2 \\
& 2x_1 & & + 0.5x_2 & - & 0.5x_3 & + & 0.5x_4 & & & \leq & 2.5 \\
& 3x_1 & & + 0.5x_2 & + & 0.5x_3 & + & 1.5x_4 & & & \leq & 3 \\
& x_1 & , & x_2 & , & x_3 & , & x_4 & , x_5 & , x_6 & \geq & 0
\end{array}
$$

(a) É possível encontrar uma solução ótima pelo método Simplex? Caso contrário, como você resolveria?

(b) Existe uma solução ótima alternativa para o problema? Justifique.

5. Os tableaus abaixo representam soluções ótimas para a Fase I de dois PPLs com a mesma função objetiva (F.O.): $\min z = -2x_1 - x_2 + x_3$, mas com diferentes conjuntos de restrições. As variáveis x_5 e x_6 são variáveis artificiais.

Em cada caso, caracterize o PPL original como inviável, ilimitado ou possuindo solução ótima. Quando for o último caso, explicite a solução.

Obs.: x_1^B e x_2^B representam as variáveis básicas que você terá que deduzir quais são do conjunto $\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$ através da análise do tableau.

(a)

	z^a	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
z^a	1	0	0	0	0	1	1	$0 = \bar{z}^a$
z	1	0	-4	0	-3	3	1	$12 = \bar{z}$
x_1^B	0	0	1	1	-1	-1	1	4
x_2^B	0	1	-1	0	-2	1	1	8

(b)

	z^a	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
z^a	1	0	0	0	0	1	1	$0 = \bar{z}^a$
z	1	0	-7	3	0	16	4	$6 = \bar{z}$
x_1^B	0	0	2	1	1	-3	2	1
x_2^B	0	1	-3	1	0	8	2	3

(c)

	z^a	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
z^a	1	0	1	1	1	0	3	$0 = \bar{z}^a$
z	1	0	1	5	6	0	2	$2 = \bar{z}$
x_1^B	0	1	1	2	3	0	1	1
x_2^B	0	0	-1	-1	-1	1	-2	0

(d)

	z^a	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
z^a	1	0	1	1	2	0	2	$-2 = \bar{z}^a$
z	1	0	-1	1	2	0	0	$4 = \bar{z}$
x_1^B	0	0	-1	-1	-2	1	-1	2
x_2^B	0	1	0	0	1	0	1	2