

PROGRAMAÇÃO LINEAR UERJ

01 - Introdução à Pesquisa Operacional e Programação Linear

Rodrigo Madureira
rodrigo.madureira@ime.uerj.br
IME-UERJ

Sumário

1 Pesquisa Operacional

2 Exemplo 1

3 Exemplo 2

4 Bibliografia

Pesquisa Operacional

Histórico

- **Origens:** final da 2a. Guerra Mundial (1945) - eficiência na utilização de equipamentos militares.
- **Objetivo:** Apresentar soluções ótimas de emprego de recursos disponíveis em pessoal e material, auxiliando os administradores de empresas na tomada de decisões.
- Algumas aplicações
 - ① Indústria e Agricultura
 - ★ Planejamento de produção
 - ★ Controle de estoques
 - ★ Transportes
 - ★ Atribuição de tarefas
 - ② Carteiras de investimento
 - ③ Dieta alimentar

Vertentes da Pesquisa Operacional

- ❶ **Programação Linear (PL)**
- ❷ Programação Inteira (PI)
- ❸ Programação Dinâmica
- ❹ Teoria das Filas
- ❺ Teoria dos Grafos
- ❻ Simulação
- ❼ Teoria dos Jogos

Problema de Programação Linear (PPL)

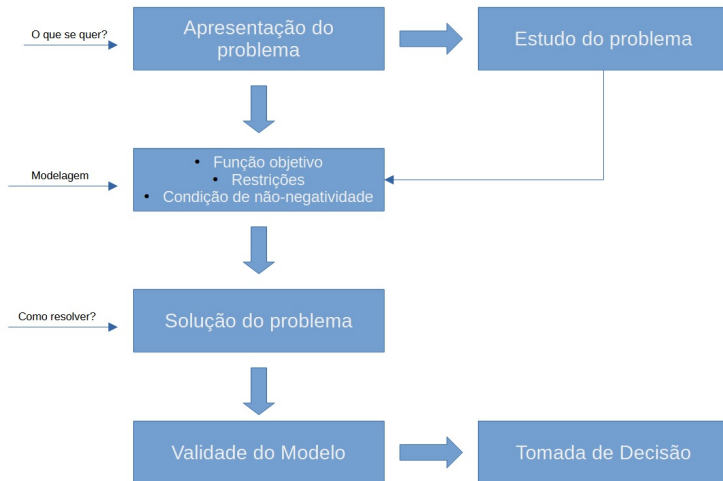


Figura: Planejamento em PL

Exemplo 1

A WINDOR GLASS Inc. dispõe de capacidade extra para produzir dois novos produtos. A demanda é muito maior que a capacidade disponível (toda produção poderá ser vendida). Pergunta-se: (a) o que produzir? (b) quanto produzir? (c) qual será o lucro? (d) qual o valor, em \$/hora, da capacidade disponível em cada setor produtivo? Os dados estão na tabela abaixo.

Setor Produtivo	Produto		Capacidade Disponível
	Janelas	Portas	
Montagem	1 hora/unid.	-	4.000 horas/mês
Laminação	-	2 hora/unid.	12.000 horas/mês
Corte	3 hora/unid.	2 hora/unid.	18.000 horas/mês
Lucro Unitário	\$ 3,00	\$ 5,00	

Figura: Exemplo 1

Exemplo 1

Setor Produtivo	Produto		Capacidade Disponível
	Janelas	Portas	
Montagem	1 hora/unid.	-	4.000 horas/mês
Laminação	-	2 hora/unid.	12.000 horas/mês
Corte	3 hora/unid.	2 hora/unid.	18.000 horas/mês
Lucro Unitário	\$ 3,00	\$ 5,00	

- **Variáveis de decisão:**

- ▶ x_1 : qtde. de janelas, em milhares de unidades;
- ▶ x_2 : qtde. de portas, em milhares de unidades;

- **Função objetivo** z : lucro total obtido com novos produtos.

- **Restrições**

- 1 disponibilidade do setor de montagem;
- 2 disponibilidade do setor de laminação;
- 3 disponibilidade do setor de corte;
- 4 quantidades não negativas.

- **Objetivo:** Maximizar o lucro total da empresa

Exemplo 1

Utilização mensal da fase de Montagem:

$$x_1 \leq 4.$$

Utilização mensal da fase de Laminação:

$$2x_2 \leq 12.$$

Utilização mensal da fase de Corte:

$$3x_1 + 2x_2 \leq 18.$$

Não se pode produzir quantidades negativas. Logo,

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

Lucro semanal

$$z = 3x_1 + 5x_2.$$

Exemplo 1

PPL - Exemplo 1

$$\max \quad z = 3x_1 + 5x_2$$

$$\begin{aligned} \text{s.a.} \quad x_1 &\leq 4 && \text{(Montagem - horas/mês)} \\ &2x_2 \leq 12 && \text{(Laminação - horas/mês)} \\ &3x_1 + 2x_2 \leq 18 && \text{(Corte - horas/mês)} \\ &x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Exemplo 1

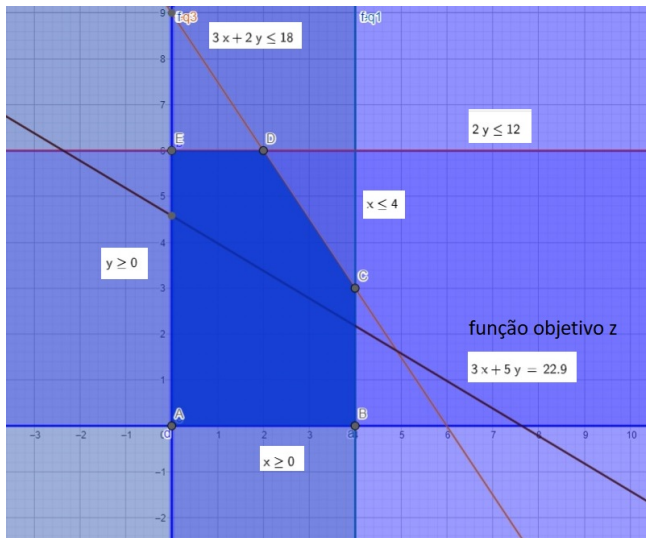


Figura: Gráfico - Exemplo 1

Exemplo 2

Considere 3 tipos de máquinas (A, B, C) que podem fabricar 4 produtos diferentes (1, 2, 3, 4). Suponha que cada produto deva ser tratado por cada uma dessas máquinas na ordem, isto é, primeiro por uma máquina do tipo A, em seguida por uma do tipo B e finalmente por uma do tipo C.

O tempo de ajuste de cada máquina é desconsiderado.

Tipo de máquina	Produtos				Capacidade Semanal Disponível
	1	2	3	4	
A	1,5 h/unid.	1 h/unid.	2,4 h/unid.	1 h/unid.	2.000
B	1 h/unid.	5 h/unid.	1 h/unid.	3,5 h/unid.	8.000
C	1,5 h/unid.	3 h/unid.	3,5 h/unid.	1 h/unid.	5.000
Lucro Unitário	\$ 5,24	\$ 7,30	\$ 8,34	\$ 4,18	

Figura: Exemplo 2

Exemplo 2

Tipo de máquina	Produtos				Capacidade Semanal Disponível
	1	2	3	4	
A	1,5 h/unid.	1 h/unid.	2,4 h/unid.	1 h/unid.	2.000
B	1 h/unid.	5 h/unid.	1 h/unid.	3,5 h/unid.	8.000
C	1,5 h/unid.	3 h/unid.	3,5 h/unid.	1 h/unid.	5.000
Lucro Unitário	\$ 5,24	\$ 7,30	\$ 8,34	\$ 4,18	

- **Variáveis de decisão:**

- ▶ x_j : Produção semanal do produto j em milhares de unidades, para $j = 1, 2, 3, 4$.

- **Função objetivo z :** lucro total obtido com novos produtos.

- **Restrições**

- 1 disponibilidade semanal da máquina do tipo A;
- 2 disponibilidade semanal da máquina do tipo B;
- 3 disponibilidade semanal da máquina do tipo C;
- 4 quantidades não negativas.

- **Objetivo:** Maximizar o lucro total da empresa

Exemplo 2

PPL - Exemplo 2

$$\max \quad z = 5,24x_1 + 7,30x_2 + 8,34x_3 + 4,18x_4$$

$$\text{s.a.} \quad 1,5x_1 + x_2 + 2,4x_3 + x_4 \leq 2 \quad (\text{Máq. A - horas/sem.})$$

$$x_1 + 5x_2 + x_3 + 3,5x_4 \leq 8 \quad (\text{Máq. B - horas/sem.})$$

$$1,5x_1 + 3x_2 + 3,5x_3 + x_4 \leq 5 \quad (\text{Máq. C - horas/sem.})$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$



Cunha, Sueli, **Introdução à Programação Linear**, Ed. Ciência Moderna, 2017.



Passos, Eduardo José P.F., **Programação Linear como Instrumento da Pesquisa Operacional**, Ed. Atlas, 2008.