

Universidade Federal do Rio de Janeiro



UNIVERSIDADE FEDERAL
DO RIO DE JANEIRO

Introdução à modelagem de incertezas

1^a Lista de Exercícios

Alunos	Rodrigo Malta Esteves
Professora	Thaís Cristina Oliveira da Fonseca
Horários	Sáb - 08:00-12:00

Rio de Janeiro, 2020

1 Lista

1.1 Exercício 1

Definimos **B** como o evento *retirar uma bola branca*, **V** como o evento *retirar uma bola vermelha*, **Ca** como o evento *obter cara no lançamento da moeda* e **Co** como o evento *obter coroa no lançamento da moeda*.

Temos como espaço amostral: $\Omega = (BCa, BCo, VB, VV)$.

1.2 Exercício 2

Como lançamos o dado até que uma face seja **5**, é possível que esse número nunca aconteça. Logo temos um espaço amostral infinito e enumerável. Definimos $\Omega = (1, 2, 3, \dots)$ como o espaço amostral e $A =$ “Sorteamos 5 pela primeira vez” o evento. Temos como resultados possíveis para o evento:

$$A = \{5, (1, 5), (2, 5), (3, 5), (4, 5), (6, 5), (1, 1, 5), (1, 2, 5), (2, 1, 5), \dots\}.$$

1.3 Exercício 3

Como tratamos de tempo, o espaço amostral será não-enumerável. Logo, $\Omega = (0, +\infty)$.

1.4 Exercício 4

```
n=1000
# Lancamento de dado honesto
dado4 = sample(1:6,size=n,replace=TRUE,prob=rep(1/6,6))
# Vetor lógico dos divisíveis por 3
divis <- c(dado4%%3 == 0)
# Vetor dos valores divisíveis por 3
resp4 <- dado4[divis==TRUE]
#Frequencia relativa -> NumeroDeLançamentos/N
table(resp4)/1000
```

Divisíveis	3	6
Freq. Rel.	0.160	0.156

1.5 Exercício 5

```
n=1000
# Lancamento de dois dados honestos
dado5 = sample(c(1:6,1:6),size=n,replace=TRUE,prob=rep(1/6,12))
# Vetor lógico dos divisíveis por 2
divis <- c(dado5%%2 == 0)
# Vetor dos valores divisíveis por 2
resp5 <- dado5[divis==TRUE]
#Frequencia relativa -> NumeroDeLançamentos/N
table(resp5)/1000
```

Divisíveis	2	4	6
Freq. Rel.	0.156	0.160	0.174

1.6 Exercício 6

Temos definidos os eventos A = Soma dos números obtidos é igual a 9 e B = Número do primeiro dado maior ou igual a 4. Descrevendo os eventos A , B , $A \cup B$, $A \cap B$ e A^c :

$$A = (\{3, 6\}, \{6, 3\}, \{4, 5\}, \{5, 4\})$$

$$B = (\{4, 1\}, \{4, 2\}, \{4, 3\}, \{4, 4\}, \{4, 5\}, \{4, 6\}, \{5, 1\}, \{5, 2\}, \{5, 3\}, \{5, 4\}, \{5, 5\}, \{5, 6\}, \\ \{6, 1\}, \{6, 2\}, \{6, 3\}, \{6, 4\}, \{6, 5\}, \{6, 6\})$$

$$A \cup B = (\{3, 6\}, \{4, 1\}, \{4, 2\}, \{4, 3\}, \{4, 4\}, \{4, 5\}, \{4, 6\}, \{5, 1\}, \{5, 2\}, \{5, 3\}, \{5, 4\}, \{5, 5\}, \{5, 6\}, \\ \{6, 1\}, \{6, 2\}, \{6, 3\}, \{6, 4\}, \{6, 5\}, \{6, 6\})$$

$$A \cap B = (\{4, 5\}, \{5, 4\}, \{6, 3\})$$

$$A^c = 1 - A = (\{1, 1\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{1, 5\}, \{1, 6\}, \{2, 1\}, \{2, 2\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{2, 5\}, \\ \{2, 6\}, \{3, 1\}, \{3, 2\}, \{3, 3\}, \{3, 4\}, \{3, 5\}, \{4, 1\}, \{4, 2\}, \{4, 3\}, \{4, 4\}, \{4, 6\}, \{5, 1\}, \{5, 2\}, \{5, 3\}, \\ \{5, 5\}, \{5, 6\}, \{6, 1\}, \{6, 2\}, \{6, 4\}, \{6, 5\}, \{6, 6\}).$$

Para esses eventos temos probabilidade:

$$p(A) = \sum_{n=1}^4 \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}.$$

$$p(B) = \sum_{n=1}^{18} \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{6}{36} + \frac{6}{36} + \frac{6}{36} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

$$p(A \cap B) = \sum_{n=1}^3 \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}.$$

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = \frac{1}{9} + \frac{1}{2} - \frac{1}{12} = \frac{19}{36}.$$

$$p(A^c) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}.$$

1.7 Exercício 7

Definimos **A** como o evento *nova campanha fica pronta antes do prazo estimado* e **B** como o evento *diretoria aprova a campanha*.

$$p(A) = 0.6, \quad P(B) = 0.5 \quad e \quad P(A \cap B) = 0.3$$

a) Probabilidade de pelo menos um dos objetivos seja atingido.

$$P(A \text{ ou } B) = P(A \cup B) = p(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.6 + 0.5 - 0.3 = 0.8$$

b) Probabilidade de que nenhum objetivo seja atingido.

$$P(\text{nem } A \text{ nem } B) = 1 - P(A \text{ ou } B) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.8 = 0.2$$