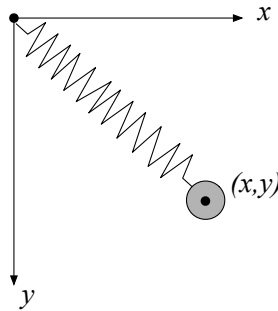


INF1608 – Análise Numérica

Lab 9: Simulação Massa-Mola com Verlet

Prof. Waldemar Celes
Departamento de Informática, PUC-Rio

Considere um corpo de massa m , conectado a um ponto fixo A , na posição $(0,0)$, por uma mola com coeficiente de rigidez k e comprimento de repouso r .



Sabe-se que, no instante $t = 0$, o corpo está na posição (x_0, y_0) com velocidade nula, e que as forças atuantes nesse corpo são:

- Força de gravidade (onde \mathbf{g} representa a aceleração da gravidade):

$$\mathbf{f}_g = m\mathbf{g}$$

- Força de vento, com decaimento exponencial com o tempo t (onde \mathbf{w} é a força de vento inicial):

$$\mathbf{f}_w = \mathbf{w} e^{-\frac{t}{20}}$$

- Força de mola (onde $\mathbf{x} = (x, y)$ representa a posição do corpo):

$$\mathbf{f}_k = -k(\|\mathbf{x}\| - r) \frac{\mathbf{x}}{\|\mathbf{x}\|}$$

Considere o método de integração de Verlet com amortecimento:

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i + (1 - \delta)(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{i-1}) + h^2 \frac{\mathbf{f}_i}{m}$$

onde δ é o coeficiente de amortecimento, m é a massa do corpo e \mathbf{f}_i é a força atuante no instante corrente t . A posição corrente é dada por \mathbf{x}_i e a posição anterior por \mathbf{x}_{i-1} . Como a velocidade inicial é nula, considera-se $\mathbf{x}_{i-1} = \mathbf{x}_i$ no início da simulação. O valor de \mathbf{x}_{i+1} é a posição do corpo no instante $t + h$.

Considerando os seguintes parâmetros:

$$\begin{aligned}\text{rigidez da mola: } k &= 0.3 \\ \text{comprimento de repouso da mola: } r &= 200 \\ \text{massa do corpo: } m &= 2.0 \\ \text{aceleração da gravidade: } \mathbf{g} &= [0.0, 9.8]^T \\ \text{força inicial de vento: } \mathbf{w} &= [10.0, 0.0]^T \\ \text{coeficiente de amortecimento: } \delta &= 0.002\end{aligned}$$

Pede-se:

1. Implemente uma função que receba como parâmetros o tempo t e a posição corrente do corpo (x, y) . A função deve calcular os valores da força total (gravidade + vento + mola) atuante e preencher os ponteiros também passados como parâmetros:

```
void forca (double t, double x, double y, double* fx, double* fy);
```

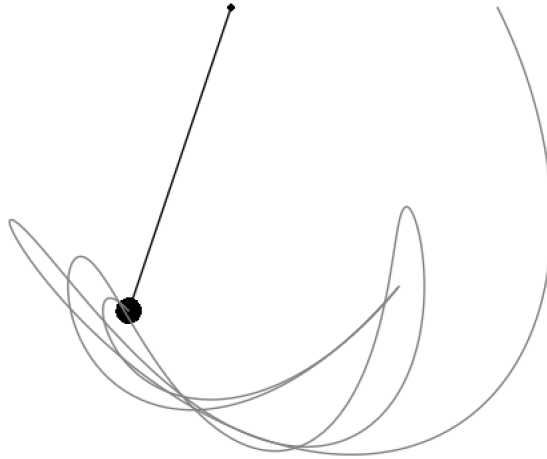
2. Usando o método de Verlet indicado acima, dada uma configuração no instante t , calcule a nova posição do corpo no instante $t + h$. A função deve receber como parâmetros o tempo corrente t , o passo de integração h , a posição corrente (x, y) e a posição anterior (x_p, y_p) . A função deve preencher a nova posição nos endereços de memória também passados como parâmetros e retornar o tempo atualizado $(t + h)$:

```
double evolui (double t, double h, double x, double y, double xp, double yp,
               double* xn, double* yn
               );
```

3. Usando a função `evolui`, escreva uma função que preencha um vetor de posições do corpo ao longo do tempo. Sua função recebe como parâmetros a posição inicial (x_0, y_0) , o tempo total de simulação t_{final} e o número de iterações n , fazendo o passo de integração valer $h = t_{final}/n$. A função deve preencher os vetores x e y , previamente alocados, de dimensão n , com as posições do corpo nos instantes $h, 2h, \dots, nh$.

```
void simula (double x0, double y0, double t_final, int n, double* x, double* y);
```

Para testar sua aplicação, considerando $h = 0.1$, saiba que o corpo, inicialmente em repouso, com a posição inicial dada por $(x, y) = (200, 0)$, descreve a trajetória ilustrada na figura abaixo até o tempo $t = 100$. Note como a força de vento inicial arrasta o corpo para a direita.



Salve as posições (x, y) computadas e use um programa de gráficos para visualizar a trajetória. Altere os parâmetros da simulação e veja se o comportamento é o esperado.

Agrupe os protótipos das funções pedidas em um módulo “massamola.h” e as implementações em um módulo “massamola.c”. Escreva o teste em outro módulo “main.c”.

Entrega: O código fonte deste trabalho (isto é, os arquivos “massamola.c”, “massamola.h” e “main.c”, e *eventuais códigos de laboratórios passados usados na solução*) devem ser enviados via página da disciplina no EAD. O prazo final para envio é **domingo, dia 22 de maio**.