INF1608 – Análise Numérica

# Lab 6: Derivação e Integração Numéricas

Prof. Waldemar Celes
Departamento de Informática, PUC-Rio

1. Escreva um módulo com as seguintes funções de derivação e integração:

   (a) A fórmula do método de *segunda ordem* para avaliação numérica da derivada de uma função $f(x)$ é dada por:

   $$f'(x) \approx F_n(h) = \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$$

   A extrapolação de Richardson resulta em um método de ordem $n+1$, avaliando duas vezes um método de ordem $n$.

   $$F_{n+1}(h) = \frac{2^n F_n(h/2) - F_n(h)}{2^n - 1}$$

   Essa extrapolação pode ser aplicada recursivamente. Assim, dado o método de ordem 2 descrito acima, podemos usar a extrapolação de Richardson para obter um método de ordem superior arbitrária $n > 2$.

   Implemente uma função (recursiva) que retorne o valor da derivada numérica correspondente a um método de ordem $n$ de uma função no ponto $x$, com passo $h$, tendo como base no método de segunda ordem, usando extrapolação de Richardson. O protótipo deve ser (com $n \geq 2$):

   ```
   double derivada (int n, double (*f) (double x), double x, double h);
   ```

   (b) A integração com a regra de Simpson no intervalo $[x_i, x_{i+1}]$ pode ser expressa por:

   $$\int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x)dx \approx \frac{h}{6}\left[f(x_i) + 4f(x_{i+0.5}) + f(x_{i+1})\right]$$

   onde:

   $$h = x_{i+1} - x_i$$

   Implemente uma função que calcule a **integral composta** do intervalo de $a$ a $b$ considerando $n$ passos de integração, isto é, considerando $h = (b-a)/n$. O protótipo da função deve ser:

   ```
   double simpson (double (*f) (double), double a, double b, int n);
   ```

2. Escreva um módulo de testes com as seguintes implementações:

   (a) Para testar a função que avalia a derivação numérica, considere a função $f(x) = \cos x - 2\sin x$, cuja derivada analítica é $f'(x) = -\sin x - 2\cos x$. Verifique o resultado do método numérico para diferentes ordens (diferentes valores de $n$) e diferentes passos $h$. Compare os valores obtidos com o valor da derivada analítica. Métodos de ordem superior tendem a retornar resultados numéricos mais precisos? Valores de $h$ menores tendem a resultar em derivadas mais precisas? Podemos reduzir arbitrariamente o valor de $h$?

   (b) Escreva um teste que use a regra de Simpson ($S$) compostas com $n = 16$ e $n = 32$ para achar soluções das integrais abaixo. Para cada integral, exiba os valores encontrados: $S_{n=16}$ e $S_{n=32}$.

$$\int_0^4 \frac{x\,dx}{\sqrt{x^2+9}} \qquad \int_1^3 x^2 \ln x\,dx \qquad \int_0^\pi x^2 \sin x\,dx$$

   Para verificação, os valores dessas integrais são, respectivamente, 2.0, 6.9986217091241 e 5.8696044010894. O tamanho do passo influencia na precisão do resultado?

Agrupe os protótipos das funções pedidas em um módulo "integral.h" e as implementações em um módulo "integral.c". Escreva o teste em outro módulo "main.c".

**Entrega:** O código fonte deste trabalho (isto é, os arquivos "integral.c", "integral.h" e "main.c", *e eventuais códigos de laboratórios passados usados na solução*) devem ser enviados via página da disciplina no EAD. O prazo final para envio é **domingo, dia 1º de maio**.