SERIE TEMA 6: "MATRICES Y DETERMINANTES"

1- Para las siguientes matrices

$$A=\begin{bmatrix}5 & a & 7\\ 0 & 3 & 6\\ 2 & -1 & -3\end{bmatrix};\quad B=\begin{bmatrix}-1 & 2 & -3\\ -2 & -1 & 0\\ b & 1 & 3\end{bmatrix};\quad C=\begin{bmatrix}1 & 2 & -1\\ -3 & 0 & c\\ 5 & 1 & 3\end{bmatrix}$$

determinar los valores a,b,c que verifican la igualdad $A+3B=2C$

2.- Para las siguientes matrices

$$A=\begin{bmatrix}2 & 1 & 1\\ 1 & 0 & 3\\ 0 & 1 & -1\end{bmatrix};\quad B=\begin{bmatrix}2 & 1\\ 1 & 0\\ 0 & 2\end{bmatrix};\quad C=\begin{bmatrix}1 & -1 & 3\\ 1 & 2 & -1\end{bmatrix}$$

calcular, de ser posible, AB, BA, BC, CB, ABC, CBA y BCA.

3.- Para las siguientes matrices

$$A=\begin{bmatrix}1 & 3 & -2\\ -1 & 2 & -1\\ 1 & 0 & 0\end{bmatrix};\quad B=\begin{bmatrix}b_{11} & 0 & 1\\ -1 & 2 & b_{23}\\ -2 & 3 & b_{33}\end{bmatrix}$$

Determinar los valores de b_{11}, b_{23} y b_{33} que satisfacen la igualdad $AB=I$.

4.- Para las matrices

$$A=\begin{bmatrix}5 & -1 & -1 & 1\\ -2 & 1 & 0 & 2\\ -2 & 0 & 1 & -1\end{bmatrix};\quad B=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 2 & 3 & 2\\ 2 & 2 & 3\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

Obtener el producto AB ¿Puede decirse que A es inversa de B ? ¿Por qué?

5.- Obtener, si existe, por medio del método de operaciones elementales, la inversa de las siguientes matrices

$$A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3 & 1\\ 1 & 3 & 3 & 2\\ 2 & 4 & 3 & 3\\ 1 & 1 & 1 & 1\end{bmatrix};\ B=\begin{bmatrix}0 & 1 & 1\\ 1 & -3 & -1\\ 1 & -1 & 1\end{bmatrix};\ C=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 0 & 2-i\\ 3 & 2\end{bmatrix}$$

6.- Determinar para qué valores de m la matriz $A=\begin{bmatrix}1 & 1 & m\\ m & 0 & -1\\ 6 & -1 & 0\end{bmatrix}$ no admite matriz inversa.

7.- Para qué valores de x la matriz $A=\begin{bmatrix}3 & x & x\\ 1 & -1 & 0\\ 3 & -2 & 0\end{bmatrix}$ no admite matriz inversa.

8.- Obtener la matriz que satisface la siguiente ecuación matricial

$$A^{-1}XB-B=-A^{-1}X$$

donde

$$A=\begin{bmatrix}1 & -1\\ 1 & 2\end{bmatrix}\quad ;\quad B=\begin{bmatrix}-1 & 1\\ 2 & 1\end{bmatrix}$$

9.- Descomponer la matriz $A=\begin{bmatrix} 1 & 9 & -5 \\ 8 & 8 & 13 \\ -3 & 10 & 5 \end{bmatrix}$ en la suma de la matriz identidad, una matriz simétrica y otra matriz triangular superior.

10.- Para la matriz triangular $A=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 8 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ determinar A^{-1}

11.- Sean las matrices $A=\begin{bmatrix} 1 & 0 & x \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, $C=\begin{bmatrix} 2 & 8 \\ 9 & 4x \end{bmatrix}$ y D, donde esta última es de orden 2 y tal que $tr(D)=-6$. Determinar el valor de x si $tr(AB)=tr(C+D)$

12.- Obtener la inversa de las siguientes matrices diagonales

$$A=\begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix};\quad B=\begin{bmatrix} -\frac{4}{5} & 0 & 0 \\ 0 & i & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix};\quad C=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};\quad D=\begin{bmatrix} \frac{3}{11} & 0 \\ 0 & \frac{12}{5} \end{bmatrix};\quad E=\begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$$

13.- Sea la matriz

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & m-2 & 0 & 30 \\ -1 & 0 & n-1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -m \end{bmatrix}$$

Obtener el conjunto de valores de m y el conjunto de valores de n tal que A sea singular y $trA=3$.

14.- Si $A=\begin{bmatrix} -1 & -2 & -3 \\ 3 & 2 & 1 \\ -3 & -2 & -1 \end{bmatrix}$, calcular $tr(A^2)$

15.- Determinar dos matrices diferentes de orden 2 tales que $tr(A)=tr(B)$

16.- Definir cuándo una matriz es triangular superior y al mismo tiempo triangular inferior

---

17.- Calcular la matriz transpuesta de:

$$a)\ A=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \quad ; \quad b)\ B=\begin{bmatrix} -2+3i & 8 & \frac{7}{12} \\ 0 & \frac{1}{4} & -2 \\ \frac{3}{4} & 0 & -i \end{bmatrix}$$

18.- Obtener las matrices conjugadas de:

$$a)\ A=\begin{bmatrix} i & i \\ i & -i \end{bmatrix};\quad b)B=\begin{bmatrix} i & 1-i & 0 \\ -i & 0 & 6 \\ 7-5i & 8 & 9i \end{bmatrix}$$

19.- Obtener la matriz conjugada-transpuesta de cada una de las siguientes matrices.

$$a)\ A=\begin{bmatrix} i & i \\ i & -i \end{bmatrix};\quad b)\ B=\begin{bmatrix} -2+3i & 8 & \frac{7}{12} \\ 0 & \frac{1}{4} & -2 \\ \frac{3}{4} & 0 & -i \end{bmatrix}$$

20.- Demostrar que toda matriz cuadrada multiplicada por su transpuesta es una matriz simétrica.

21.- Dada una matriz cuadrada A demostrar que $A-A^{*}$ es una matriz antihermitiana,

---

22- Determinar si las siguientes matrices son hermitianas o antihermitianas.

$$A=\begin{bmatrix} -i & -5 & -2-i \\ 5 & 3i & -i \\ 2-i & -i & 0 \end{bmatrix} B=\begin{bmatrix} -1 & 5 & 2+i \\ 5 & 3 & i \\ 2-i & -i & 0 \end{bmatrix} C=\begin{bmatrix} -i & 1+2i & 3-4i \\ -1+2i & 2i & 2i \\ -3-4i & 2i & 7i \end{bmatrix} D=\begin{bmatrix} 2 & -i & 2+i \\ i & 1 & -1-2i \\ 2-i & -1+2i & -4 \end{bmatrix}$$

23.- Obtener los valores de a y b para que la matriz **A** sea una matriz ortogonal

$$A=\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ a & -\frac{2}{\sqrt{6}} & b \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

24.- Para las siguientes matrices

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix},\quad C=\begin{bmatrix} i & -1 & 3 \\ -i & i & 4i \\ -2i & 2+i & -2i \end{bmatrix}$$

a) Verificar que $tr(AB)=tr(BA)$

b) Verificar que $(A+B)^T=A^T+B^T$

c) Verificar que $(AB)^T=B^TA^T$

d) Obtener una matriz antisimétrica a partir de A y A^T

e) Verificar que $\overline{A+C}=\overline{A}+\overline{C}$

f) Verificar que $(BC)^*=C^*B^*$

g) Obtener una matriz hermitiana a partir de C y C^*

25.- Sabiendo que $|A|=5$, calcular los determinantes de las matrices *B* y *C*.

$$A=\begin{bmatrix} x & y & z \\ 3 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}\quad B=\begin{bmatrix} 2x & 2y & 2z \\ \frac{3}{2} & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}\quad C=\begin{bmatrix} x & y & z \\ 3x+3 & 3y & 3z+2 \\ x+1 & y+1 & z+1 \end{bmatrix}$$

26.- Si el valor del determinante $A=\begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ u & v & w \end{vmatrix}=25$, calcular el valor de $B=\begin{vmatrix} 2a & 2c & 2b \\ 2u & 2w & 2v \\ 2p & 2r & 2q \end{vmatrix}$

27.- Demostrar sin desarrollar que los siguientes determinantes valen cero.

$$A=\begin{bmatrix}1 & a & b+c\\1 & b & a+c\\1 & c & a+b\end{bmatrix}\qquad B=\begin{bmatrix}a & 3a & 4a\\a & 5a & 6a\\a & 7a & 8a\end{bmatrix}\qquad C=\begin{bmatrix}1 & a & b+c\\1 & b & c+a\\1 & c & a+b\end{bmatrix}$$

28.- Aplicando las propiedades de los determinantes, calcular:

$$A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\4 & 5 & 6\\7 & 8 & 9\end{bmatrix}\qquad B=\begin{bmatrix}1 & 0 & 1\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\end{bmatrix}\qquad C=\begin{bmatrix}2 & 3 & 4\\2 & a+3 & b+4\\2 & c+3 & d+4\end{bmatrix}$$

29.- Calcular el valor del siguiente determinante por medio de cofactores.

$$A=\begin{bmatrix}4 & 5 & 7 & 2\\5 & 0 & 4 & 3\\9 & 0 & 5 & 0\\3 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}$$

30.- Obtener por medio de la Regla de Sarrus el determinante de la siguiente matriz

$$A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 3\\-4 & 5 & 2\\1 & -2 & 0\end{bmatrix}$$

31.- Calcular el determinante de la siguiente matriz por medio de cofactores.

$$A=\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 3 \\ -2 & 1 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

32.- Sea la matriz $A=\begin{bmatrix} 5 & 9 & 3 \\ 9 & 3 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

a) Obtener el determinante de A
b) Intercambiar el renglón 1 por el renglón 3 y obtener el determinante de la matriz
c) Multiplicar por 3 la columna 2 y calcular el determinante de la matriz
d) Sumar el renglón 2 al renglón 3 y calcular el determinante de la matriz
e) Multiplicar toda la matriz por 2 y calcular su determinante
f) Eliminar el renglón 2 de la matriz y en su lugar repetir el renglón 3 y calcular el determinante de la matriz
g) Sustituir la columna 3 por una columna de ceros y calcular el determinante de la matriz

---

33.- Calcular el determinante de la matriz *A* por el método de condensación.

$$A=\begin{bmatrix} -1 & 1 & -5 & -2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

34.- Sea la matriz

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & a & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Obtener:

a) el valor de $a \in \mathbb{R}$ para que el determinante de A sea 5.
b) la traza de la matriz A.

35.- Sea la matriz

$$A=\begin{bmatrix} a & 1 & 1 & 1 \\ a & a & 1 & 1 \\ a & a & a & 1 \\ a & a & a & a \end{bmatrix}$$

Obtener los valores de $a \in \mathbb{R}$ para que el determinante de A sea igual a cero.

36.- Sean la matriz $A=\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & m \end{bmatrix}$ y el $det(A)=-2$. Calcular el valor de la siguiente expresión

$$\left|2A^{-1}A^{T}\right|+\begin{vmatrix} 2a & c & 3b \\ 2d & f & 3e \\ 2g & m & 3h \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} a & b & b \\ d & e & e \\ g & h & h \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

37.- Calcular la matriz inversa de A por medio de la adjunta y resolver el siguiente sistema de ecuaciones lineales aplicando la fórmula $X = A^{-1}B$.

$$\begin{aligned} -x+3y-2z&=1 \\ x-2y+z&=-2 \\ 2x+2y-z&=-1 \end{aligned} \quad \Rightarrow Si\ A=\begin{bmatrix} -1 & 3 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix} \quad X=\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad B=\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

38.- Sea la matriz

$$F=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 4 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

a) Obtener la matriz adjunta de F.
b) A partir de la adjunta de F determinar el valor de su determinante.
c) Obtener la inversa de F a partir de su adjunta y su determinante.
d) A partir de la definición de adjunta de una matriz, explicar por qué las matrices cuyo determinante vale cero, no tienen inversa.

39.- Sean las matrices:

$$A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix} x \\ y \\ -2 \end{pmatrix}, \quad C=\begin{pmatrix} -x \\ 2 \\ z \end{pmatrix}$$

a) Obtener la inversa de la matriz A utilizando el método de la adjunta.
b) Determinar los valores de x, y, z para los cuales se cumple que $AB=C$.

40.- Haciendo uso de la matriz $A=\begin{bmatrix} -1 & 3 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ demostrar que

$$Si\ \det A \neq 0,\ entonces\ A[AdjA]=(\det A)I_n \Rightarrow A^{-1}=\frac{Adj\ A}{\det A}$$

$$y\ que\ A[Adj\ A]=(\det A)I_n \Rightarrow I_n=\frac{A[Adj\ A]}{(\det A)}$$

41.- Resolver el sistema de ecuaciones lineales usando Regla de Cramer

$$\begin{aligned} 2x-3y+z&=5\\ -x+y-2z&=3\\ x+2y-4z&=9 \end{aligned}$$

---

42. Resolver el sistema de ecuaciones lineales usando la regla de Cramer

$$\begin{aligned} 2x-3y+4z&=1\\ x+6z&=0\\ 3x-2y&=5 \end{aligned}$$

43.- Resolver el sistema de ecuaciones lineales usando la regla de Cramer

$$\begin{aligned} x+y+z+w&=0\\ y-z&=0\\ x+2z&=1\\ z+w&=1 \end{aligned}$$

44.- Obtener la matriz X que satisface la ecuación matricial

$$ABX-\left(\frac{1}{297}\det\left(AB\right)\,trC^{T}\right)D=XC^{T}$$

donde

$$A=\begin{pmatrix}1&1&-1\\3&-1&-4\\-1&0&2\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}2&2&5\\2&-1&-1\\1&1&4\end{pmatrix},\quad C=\begin{pmatrix}4&-1&-1\\-1&3&-1\\0&1&4\end{pmatrix}\ \ y\ \ D=diag\begin{pmatrix}-1&2&3\end{pmatrix}$$

45.- Obtener la matriz X que satisface la ecuación matricial

$$(trA)X + \frac{1}{\det B}(Adj\,B)A^{*} = B^{-1}AX - CX$$

donde

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ i & -1 \end{bmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -3i & 2 \end{bmatrix}$$

46.- Determinar la matriz X para la que se verifica:

$$A^2X = \frac{1}{2}(A + BC^T)$$

donde:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 6 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

47.- Si se sabe que D es una matriz ortogonal, determinar la matriz X que satisface la ecuación matricial

$$\frac{1}{2}\left(D^{-1}X^{-1}\right)^{-1} + \left(\det \bar{B}\right)C = -\frac{1}{2}XD + i\,tr(A)I$$

donde:

$$A = \begin{bmatrix} 4i & 3+5i \\ 2 & -5i \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -i & -1 \\ -1 & i \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$$

48.- Obtener la matriz X que satisface la siguiente ecuación matricial

$$A\left(B^T X\right)^T - C^* = \left(\det B\right)A^2 - X^T BA$$

donde

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad y \quad C = \begin{bmatrix} -1 & i \\ 0 & -8i \end{bmatrix}$$

49.- Obtener la matriz X que satisface la ecuación matricial

$$B^T AB + \frac{tr(C)}{\det\left(\mathrm{A}^{-1}\right)} X^T = C$$

donde

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2i & i \end{bmatrix} \quad y \quad C = \begin{bmatrix} 1+i & i \\ i & -i \end{bmatrix}$$

50.- Obtener la matriz X que satisface la ecuación matricial

$$A^* X = A^{-1} B + \det(A) I$$

donde

$$A = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad y \quad B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

51.- Determinar la matriz X que satisface la ecuación

$$XA^T + 3B = \left(\det(C)\right)A - \left(tr(B)\right)C^*$$

si,

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad y \quad C = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

52.- Determinar la matriz S que satisface la ecuación

$$C^T S = \left[\det(2C)\right](AB)^{-1} S - D$$

donde

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1+i \\ i & -2+i \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2-i & 1+i \\ i & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \quad y \quad D = \begin{pmatrix} 11 & 0 \\ 0 & 22 \end{pmatrix}.$$

RESPUESTAS

1) $a=-2,\ b=\frac{8}{3},\ c=3$

2) $AB=\begin{pmatrix}5 & 4\\ 2 & 7\\ 1 & -2\end{pmatrix},\ BA\ no\ existe,\ BC=\begin{pmatrix}3 & 0 & 5\\ 1 & -1 & 3\\ 2 & 4 & -2\end{pmatrix},\ CB=\begin{pmatrix}1 & 7\\ 4 & -1\end{pmatrix}$

$ABC=\begin{pmatrix}9 & 3 & 11\\ 9 & 12 & -1\\ -1 & -5 & 5\end{pmatrix},\ CBA\ no\ existe,\ BCA=\begin{pmatrix}6 & 8 & -2\\ 1 & 4 & -5\\ 8 & 0 & 16\end{pmatrix}$

3) $b_{11}=0,\ b_{23}=3,\ b_{33}=5$

4) $AB=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$

A no es la invesa de B. B no tiene inversa dado que no es una matriz cuadrada.

5) $A^{-1}=\begin{pmatrix}1 & -2 & 1 & 0\\ 1 & -2 & 2 & -3\\ 0 & 1 & -1 & 1\\ -2 & 3 & -2 & 3\end{pmatrix},\ B^{-1}\ no\ existe,\ C^{-1}\ no\ existe$

6) $m=\pm\sqrt{7}\,i$

7) $x=0$

8) $X=\begin{pmatrix}3 & -\frac{3}{2}\\ 0 & \frac{3}{2}\end{pmatrix}$

9) $A=\begin{pmatrix}1 & 9 & -5\\ 8 & 8 & 13\\ -3 & 10 & 5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 8 & -3\\ 8 & 7 & 10\\ -3 & 10 & 4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-1 & 1 & -2\\ 0 & 0 & 3\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$

10) $A^{-1}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ -8 & 1 & 0\\ 19 & -2 & 1\end{pmatrix}$

11) $x=3$

12) $A^{-1} = diag\left(\frac{1}{8}, -\frac{1}{3}\right),\ B^{-1} = diag\left(-\frac{5}{4}, -i, \frac{1}{7}\right),\ C^{-1}$ *no existe,*

$D^{-1} = diag\left(\frac{11}{3}, \frac{5}{12}\right),\ E^{-1} = diag\left(\frac{1}{8}, \frac{1}{8}, \frac{1}{8}\right)$

13) $m_1 = 0, m_2 = 2,\ n = 5$

14) $tr(A^2) = 8$

15) $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow tr(A) = tr(B) = 4$ (La respuesta no es única)

16) Una matriz es triangular superior e inferior si es diagonal.

17) $a) A^T = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix},\ b) B^T = \begin{pmatrix} -2+3i & 0 & \frac{3}{4} \\ 8 & \frac{1}{4} & 0 \\ \frac{7}{12} & -2 & -i \end{pmatrix}$

18) $a) \bar{A} = \begin{bmatrix} -i & -i \\ -i & i \end{bmatrix};\quad b) \bar{B} = \begin{bmatrix} -i & 1+i & 0 \\ i & 0 & 6 \\ 7+5i & 8 & -9i \end{bmatrix}$

19) $a) A^* = \begin{bmatrix} -i & -i \\ -i & i \end{bmatrix};\quad b) B^* = \begin{bmatrix} -2-3i & 0 & \frac{3}{4} \\ 8 & \frac{1}{4} & 0 \\ \frac{7}{12} & -2 & i \end{bmatrix}$

20) A criterio del profesor.

21) A criterio del profesor.

22) $A\, y\, C$ antihermitianas.

$B\, y\, D$ hermitianas.

23) $a = \frac{1}{\sqrt{3}},\ b = 0$

24) $a) tr(AB) = tr)BA) = 13$

$$b) (A+B)^T = A^T + B^T = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 0 & -2 & -2 \\ 2 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

$$c) (AB)^T = B^T A^T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & -2 \\ 4 & 1 & 11 \end{pmatrix}$$

$$d) \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$e) \overline{(A+C)} = \bar{A} + \bar{C} = \begin{pmatrix} 1-i & -1 & 4 \\ 1+i & -1-i & -4i \\ 2+2i & 1-i & 3+2i \end{pmatrix}$$

$$g) \begin{pmatrix} 0 & -1+i & 3+2i \\ -1-i & 0 & 2+3i \\ 3-2i & 2-3i & 0 \end{pmatrix}$$

$$f) (BC)^* = C^* B^* = \begin{pmatrix} i & -4i & 5i \\ 1-i & -3+i & 6-2i \\ 3+2i & 9+4i & 10i \end{pmatrix}$$

25) $\det(B) = 5, \ \det(C) = 5$

26) $\det(B) = 200$

27) A criterio del profesor.

28) $\det(A) = 0, \ \det(B) = 1, \ \det(C) = 2(ad - bc)$

29) $\det(A) = 90$

30) $\det(A) = 13$

31) $\det(A) = -8$

32) $a) \det(A) = 81, \ b) -81, \ c) 243, \ d) 81, \ e) 648 \ \ f) 0, \ g) 0$

33) $\det(A) = 280$

34) $a) a = \frac{3}{2}, \ b) \ tr(A) = \frac{7}{2}$

35) $a = 0, \ a = 1$

36) 4

37) $X = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

38) $a)\, Adj(F) = \begin{pmatrix} -4 & 2 & 2 \\ 8 & -4 & 2 \\ 5 & -1 & -1 \end{pmatrix}$

$b)\, \det(F) = 6$

$c)\, F^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{4}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{5}{6} & -\frac{1}{6} & -\frac{1}{6} \end{pmatrix}$

$d)\, F^{-1} = \frac{1}{\det(F)} Adj(F)$. Para que exista F^{-1} de la fórmula se deduce que $\det(F) \neq 0$

39) $a)\, A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

$b)\, x = 3,\ y = 2,\ z = 3$

40) $Adj(A) = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} = -3 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = (\det A) I_3$

$$A^{-1} = \frac{Adj(A)}{\det(A)} = -\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 3 & 5 & -1 \\ 6 & 8 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -1 & -\frac{5}{3} & \frac{1}{3} \\ -2 & -\frac{8}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

$$I_3 = \frac{Adj(A)}{\det(A)} = -\frac{1}{3} \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

41) $x=1,\ y=-2,\ z=-3$

42) $x=\dfrac{39}{19},\ y=\dfrac{11}{19},\ z=-\dfrac{13}{38}$

43) $x=-3,\ y=2,\ z=2,\ w=-1$

44) $X=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & 2 \\ -3 & -6 & 3 \end{pmatrix}$

45) $X=\begin{pmatrix} 2 & -2i \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

46) $X=\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 5 & \dfrac{3}{2} \end{pmatrix}$

47) $X=\begin{pmatrix} \dfrac{\sqrt{3}}{2} & \dfrac{1}{2} \\ -\dfrac{1}{2} & \dfrac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$

48) $X=\begin{pmatrix} 0 & -0.5-4,5i \\ 0 & 1+8.5i \end{pmatrix}$

49) $X=\begin{pmatrix} 4+3i & 2-i \\ 2+i & 1+i \end{pmatrix}$

50) $X=\begin{pmatrix} \sqrt{2} & 0 \\ \sqrt{2} & 0 \end{pmatrix}$

51) $X=\begin{pmatrix} 8 & -\dfrac{3}{2} \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$

52) $X=\begin{pmatrix} -2 & -6 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$