Delineamento em Blocos Casualizados

Rodrigo R. Pescim

Universidade Estadual de Londrina

09 de junho de 2020

Experimento em blocos casualizados são aqueles que levam em consideração os **3 princípios básicos** da experimentação, sendo que o **controle local** é realizado na sua forma mais simples e é chamado de **blocos**.

Sempre que **não houver homogeneidade** das condições experimentais, deve-se utilizar o princípio do **controle local**, estabelecendo, então, sub-ambientes homogêneos (blocos) e instalando, em cada um deles, todos os tratamentos, igualmente repetidos.

O delineamento em blocos casualizados é mais eficiente que o inteiramente ao acaso e, essa eficiência depende da uniformidade das unidades experimentais de cada bloco, podendo, inclusive, existir diferenças bem acentuadas de um bloco para outro.

Deve-se ressaltar que nem sempre bloco é sinônimo de repetição. O número de blocos e de repetições coincide apenas quando os tratamentos ocorrem uma única vez em cada bloco.

As principais **vantagens** desse delineamento são:

a) Controla as diferenças que ocorrem nas condições ambientais, de um bloco para outro;

b) Conduz a uma estimativa mais exata para a variância residual, uma vez que a variação ambiental entre blocos é isolada.

Em relação a outros delineamentos, o delineamento em blocos casualizados apresenta as seguintes **desvantagens**:

a) Pela utilização do princípio do controle local, há uma redução no número de graus de liberdade do resíduo;

b) A exigência de homogeneidade das unidades experimentais dentro de cada bloco limita o número de tratamentos, que não pode ser muito elevado.

Modelo Estatístico

- Suponha I tratamentos que serão comparados e J blocos.
- Suponha ainda que existe uma observação por tratamento em cada bloco e a ordem em que os tratamentos são atribuídos a cada um dos blocos é determinado **aleatoriamente**.
- Os dados seriam da forma:

Bloco 1	Bloco 2		Bloco J
y_{11}	y_{12}		y_{1J}
y_{21}	y_{22}		y_{2J}
y_{31}	y_{32}	$\cdots$	y_{3J}
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$
y_{I1}	y_{I2}		y_{IJ}

Modelo Estatístico

O modelo estatístico para este delineamento é representado por

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \epsilon_{ij}, \qquad \begin{cases} i = 1, 2, \ldots, I \\ j = 1, 2, \ldots, J \end{cases} \tag{1}$$

em que:

a) μ é a média geral (ou uma constante);

b) y_{ij} é o valor observado na unidade experimental que recebeu o i-ésimo tratamento no j-ésimo bloco;

c) τ_i é um parâmetro que representa o efeito do i-ésimo tratamento;

d) β_j é um parâmetro que representa o efeito do j-ésimo bloco;

e) ϵ_{ij} é um componente do erro aleatório, associado ao j-ésimo bloco e i-ésimo tratamento, tal que $\epsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$

Pode-se resumir as somas de quadrados da seguinte forma:

$$SQTotal = \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J} y_{ij}^2 - C \qquad SQTrat = \sum_{i=1}^{I} \frac{y_{i\cdot}^2}{J} - C$$

$$SQBlocos = \sum_{j=1}^{J} \frac{y_{\cdot j}^2}{I} - C \qquad SQRes = SQTotal - SQTrat - SQBlocos$$

Os cálculos são usualmente apresentados em uma tabela de variância, tal como a próxima Tabela.

Tabela 1: Quadro da análise de variância para DBC

C.V.	S.Q.	gl	Q.M.	F_{calc}	F_{tab}
Trat	$SQTrat$	$I-1$	$\frac{SQTrat}{I-1}$	$\frac{QMTrat}{QMRes}$	$F_{\alpha;I-1,(I-1)(J-1)}$
Blocos	$SQBlocos$	$J-1$	$\frac{SQBlocos}{J-1}$		
Res	$SQRes$	$(I-1)(J-1)$	$\frac{SQRes}{(I-1)(J-1)}$		
Total	$SQTotal$	$IJ-1$			

Exemplo 1: Um experimento foi realizado para determinar o efeito de quatro produtos químicos (tratamentos) diferentes sobre a resistência de um tecido. Esses produtos químicos são usados como parte do processo de acabamento sob prensagem permanente permanente. Cinco amostras de tecido (blocos) foram selecionadas e um planejamento em blocos casualizados foi realizado, testando cada tipo de produto químico uma vez, em uma ordem aleatória, em cada amostra de tecido.

Tabela 2: Valores de resistência

Blocos	Tratamentos				Totais
	PQ1	PQ 2	PQ 3	PQ 4	
Tecido 1	6,4	10,9	12,0	11,2	40,5
Tecido 2	6,2	11,6	10,9	11,6	40,3
Tecido 3	6,2	11,4	11,5	10,9	40,0
Tecido 4	7,1	10,4	11,1	12,1	40,7
Tecido 5	6,6	12,4	11,8	10,1	40,9
$\sum_{j=1}^{5} y_{ij}$	32,5	56,7	57,3	55,9	202,4
$\sum_{j=1}^{5} y_{ij}^2$	211,81	645,25	657,51	627,23	2.141,8

Antes de se proceder à análise de variância, pode-se utilizar o gráfico boxplot para a análise exploratória dos dados e, também, verificar se as exigências do modelo estão satisfeitas.
Homogeneidade de variâncias: A aplicação do teste de Bartlett é:

```
Bartlett test of homogeneity of variances
data:  resp by trat
Bartlett's K-squared = 2.5002, df = 3, p-value = 0.4753
```

mostrando que há homogeneidade de variâncias.

Normalidade dos resíduos: Usa-se o teste de Shapiro-Wilk, cujo resultado é:

```
Shapiro-Wilk normality test
data:  res
W = 0.9778, p-value = 0.9033
```

Teste de Aditividade de Tukey: Aplica-se para verificar se os efeitos principais são aditivos. Usa-se o pacote *dae*

```
mod1 <- aov(resp ~ trat + blocos + Error(blocos/trat), data = dat1)

tukey.1df(aov.obj = mod1, data = dat1, error.term = 'blocos:trat' )
```

e os resultados são:

```
$Tukey.SS
[1] 0.1536787
$Tukey.F
[1] 0.2978101
$Tukey.p
[1] 0.5961517
$Devn.SS
[1] 5.676321
```

mostrando que os efeitos principais são aditivos.

Logo, os pressupostos para a análise de variância foram verificados, ou seja, os dados apresentam homogeneidade de variâncias, têm distribuição que não difere da normal e os efeitos principais são aditivos. Pode-se, portanto, aplicar a metodologia discutida aos dados apresentados.

$$
\begin{aligned}
SQTotal &= \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J} y_{ij}^2 - C \\
&= \left(6,4^2 + 10,9^2 + \cdots + 10,1^2\right) - \frac{(202,4)^2}{4 \times 5} \\
{\color{red}SQTotal} &{\color{red}=} {\color{red}93,512} \\
SQTrat &= \sum_{i=1}^{I} \frac{y_{i\cdot}^2}{J} - C \\
&= \frac{1}{5}\left[55,9^2 + 56,7^2 + 57,3^2 + 32,5^2\right] - \frac{(202,4)^2}{4 \times 5} \\
{\color{red}SQTrat} &{\color{red}=} {\color{red}87,560}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
SQBlocos &= \sum_{j=1}^{J} \frac{y_{\cdot j}^2}{I} - C \\
&= \frac{1}{4}\left[40,5^2 + 40,3^2 + \cdots + 40,9^2\right] - \frac{(202,4)^2}{4 \times 5} \\
SQBlocos &= 0,122
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
SQRes &= SQTotal - SQTrat - SQBlocos \\
&= 93,512 - 87,560 - 0,122 \\
SQRes &= 5,83
\end{aligned}
$$

Tabela 3: Análise de variância no delineamento em blocos casualizados.

Causa de variação	S.Q.	g.l.	Q.M.	F_{calc}	F_{tab}	Pr(>F)
Blocos	0,122	4	0,030	0,0628	$3{,}2592^{ns}$	0,9918
Trat.	87,560	3	29,187	60,0755	$3{,}4903^{**}$	1,689e-07
Resíduos	5,830	12	0,486			

Como $F_{calc} > 3,49$, **rejeita-se** H_0, ou seja, pelo menos um dos tratamentos difere dos demais.

Como pelo menos duas das médias de tratamentos diferem entre si, é necessário aplicar o teste de Tukey para determinar qual o tratamento que difere dos demais.

Para obter o teste de Tukey diretamente do `R`, os comandos são:

```
>(tukey = TukeyHSD(mod,'trat', ord=T))
>par(mai=c(1,1,.7,.2))
>plot(tukey, las=1, col='blue')
```

Construindo-se a tabela das médias ordenadas em ordem decrescente, tem-se:

	Médias	
PQ 3	11,46	a
PQ 2	11,34	a
PQ 4	11,18	a
PQ 1	6,50	b

em que letras iguais indicam médias semelhantes.

Considerando um nível de significância de 5%, concluí-se que os produtos químicos diferem com relação a resistência do tecido. As diferenças entre as médias de tratamentos podem ser visualizadas na Figura de comparação das diferenças entre tratamentos pelo Teste de Tukey.

Exemplo 2:

- Um fabricante de dispositivo médico produz enxertos vasculares (veias artificiais).
- Estes enxertos são produzidos politetrafluoretileno (PTFE), resina combinados com um lubrificante para dentro de tubos.
- Frequentemente, alguns dos tubos em uma corrida de produção contêm pequenas saliências na superfície externa. Esses defeitos são conhecidos como "flicks". O defeito é a causa para rejeição da unidade.
- O desenvolvedor do produto responsável pelos enxertos vasculares suspeita que a pressão de extrusão afeta a ocorrência de movimentos e, portanto, tem a intenção de realizar um experimento para investigar essa hipótese. No entanto, a resina é fabricada por um fornecedor externo e é entregue ao fabricante do dispositivo médico em lotes.
- O engenheiro também suspeita que pode haver uma variação significativa de lote para lote. Portanto, o desenvolvedor do produto decide investigar o efeito de quatro diferentes níveis de pressão de extrusão em flicks usando um DBC, considerando lotes de resina como blocos.

Note que existem 4 níveis de pressão de extrusão (tratamentos) e 6 lotes de resina (blocos). A variável resposta é o rendimento, ou o percentual de tubos no ciclo de produção que não continha quaisquer flicks.

Lotes	Níveis de Pressão (Psi)				$y_{\cdot j}$
	8500	8700	8900	9100	
I	90.3	92.5	85.5	82.5	350.8
II	89.2	89.5	90.8	89.5	359.0
III	98.2	90.6	89.6	85.6	364.0
IV	93.9	94.7	86.2	87.4	362.2
V	87.4	87.0	88.0	78.9	341.3
VI	97.9	95.8	93.4	90.7	377.8
$y_{i\cdot}$	556.9	550.1	533.5	514.6	2155.1