TALLER MASA RESORTE

Aldair Florez
Jaret Diaz
Andres Sarmiento
Rodrigo Solano

2020
Bogotá D.C
UMNG

RESUMEN

Se quiere simular sistemas de masa y resorte, en 1 dimensión – 1 masa – 1 resorte, 2 dimensiones – 1 masa – 1 resorte y 2 dimensiones – 2 masas – 2 resortes. Para ello llevamos acabo una investigación acerca de las ecuaciones necesarias para poder crear un código que no va a permitir generar esta simulación con las físicas adecuadas.

Para resolver las ecuaciones de estos sistemas, hemos decidido optar por el método de RK4 (Runge Kutta de orden 4). Con el resultado que nos arroja este método, podemos hallar las posiciones de nuestras masas en cada uno de los sistemas masa – resorte. La complejidad la encontramos en implementar en código los posibles escenarios para esta simulación de las masas en los sistemas.

INTRODUCCIÓN

"Cuando se trata de deformar un sólido, este se opone a la deformación, siempre que ésta no sea demasiado grande"– ROBERT HOOKE. Nos acogemos a este enunciado ya que es la parte introductoria para poder resolver sistemas masa – resorte. La ley de Hooke establece la fuerza aplicada a un resorte es directamente proporcional a su deformación o elongación.

$$F = kx$$

Siendo *F* la fuerza, *x* la longitud de elongación y *k* es la famosa constante de resorte en medidas N/m (Newton / metros).

En base a esto quisimos realizar un sistema de simulación en la que se pudiera interactuar con la masa y el resorte. Es importante crear esta simulación para comprender más a fondo como es el funcionamiento real de un sistema masa – resorte como base a futuras simulaciones, por ejemplo, en video juegos.

OBJETIVOS

Desarrollar una simulación interactiva de un sistema masa – resorte aplicando las físicas y ecuaciones correspondientes.

Objetivos específicos.

1. Desarrollar la simulación masa resorte en Unity
2. Utilizar métodos de interacción como por ejemplo el mouse o teclado
3. Aplicar ecuaciones físicas del sistema correspondiente
4. Experimentar posibles situaciones de movimiento del resorte
5. Usar Runge Kutta para obtener datos de posiciones

METODO

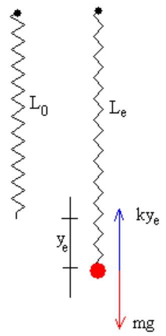
```
void runge()
{

    K1 = h * vy;
    L1 = h * func(t, pos.y, vy);
    K2 = h * (vy + (L1 / 2));
    L2 = h * func(t + (h / 2), pos.y + (K1 / 2), vy + (L1 / 2));
    K3 = h * (vy + (L2 / 2));
    L3 = h * func(t + (h / 2), pos.y + (K2 / 2), vy + (L2 / 2));
    K4 = h * (vy + L3);
    L4 = h * func(t + h, pos.y + K3, vy + L3);

    k1 = h * vx;
    l1 = h * func1(t, pos.x, vx);
    k2 = h * (vx + (l1 / 2));
    l2 = h * func1(t + (h / 2), pos.x + (k1 / 2), vx + (l1 / 2));
    k3 = h * (vx + (l2 / 2));
    l3 = h * func1(t + (h / 2), pos.x + (k2 / 2), vx + (l2 / 2));
    k4 = h * (vx + l3);
    l4 = h * func1(t + h, pos.x + k3, vx + l3);

    t = t + h;

    pos.y = pos.y + ((K1 + 2 * K2 + 2 * K3 + K4) / 6);
    vy = vy + ((L1 + 2 * L2 + 2 * L3 + L4) / 6);
    vy = vy * am;

    pos.x = pos.x + ((k1 + 2 * k2 + 2 * k3 + k4) / 6);
    vx = vx + ((l1 + 2 * l2 + 2 * l3 + l4) / 6);
    vx = vx * am;

    //RECALCULA
    L = Mathf.Sqrt(Mathf.Pow(Le - pos.y, 2) + Mathf.Pow(pos.x, 2));

}
```

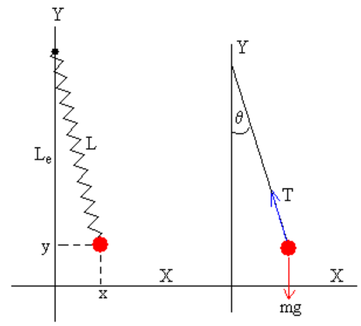
Se usa las ecuaciones de rungue kutta para calcular las posiciones que tomaría nuestra masa en relación con el resorte.

Ecuaciones de movimiento

Colocamos muelle elástico de constante k y longitud L_0 sin deformar en posición vertical, lo fijamos por el extremo superior y colocamos una partícula de masa m en su extremo libre inferior.

El muelle elástico se estira una longitud $y_e=mg/k$, la longitud del muelle es $L_e=L_0+y_e$.





Situamos el origen del sistema de coordenadas en la posición de la partícula en equilibrio. Desplazamos la partícula a la posición (x_0, y_0) y la soltamos. Cuando la partícula está en la posición (x, y), la longitud del muelle deformado es L, las fuerzas sobre la partícula son:

- La fuerza T que ejerce el muelle deformado
- El peso mg de la partícula

Aplicamos la segunda ley de Newton

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=-T\,\mathrm{sen}\,\theta$$
$$m\frac{d^2y}{dt^2}=T\cos\theta-mg$$

Sustituyendo $T=k(L-L_0)$, $mg=k(L_e-L_0)$, y teniendo en cuenta que sen$\theta=x/L$, y cos$\theta=(L_e-y)/L$, el sistema de ecuaciones diferenciales se escribe en función de la posición (x, y) de la partícula.

$$\frac{d^2x}{dt^2}=-\frac{k}{m}(L-L_0)\frac{x}{L}$$
$$\frac{d^2y}{dt^2}=\frac{k}{m}(L-L_0)\frac{(L_e-y)}{L}-\frac{k}{m}(L_e-L_0)$$

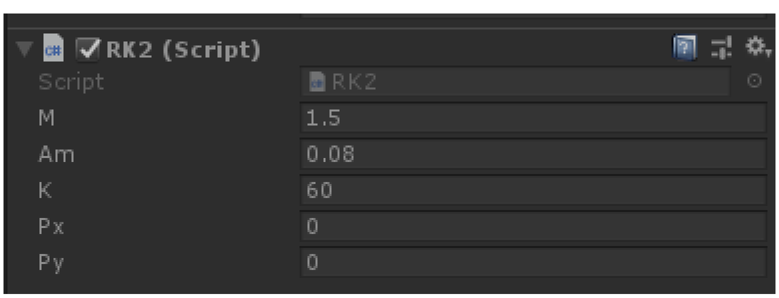
La longitud del muelle deformado es

$$L=\sqrt{(L_e-y)^2+x^2}$$

Es importante hacer notar, que la no linealidad de las ecuaciones diferenciales procede de la geometría no del muelle cuyo comportamiento se supone lineal.

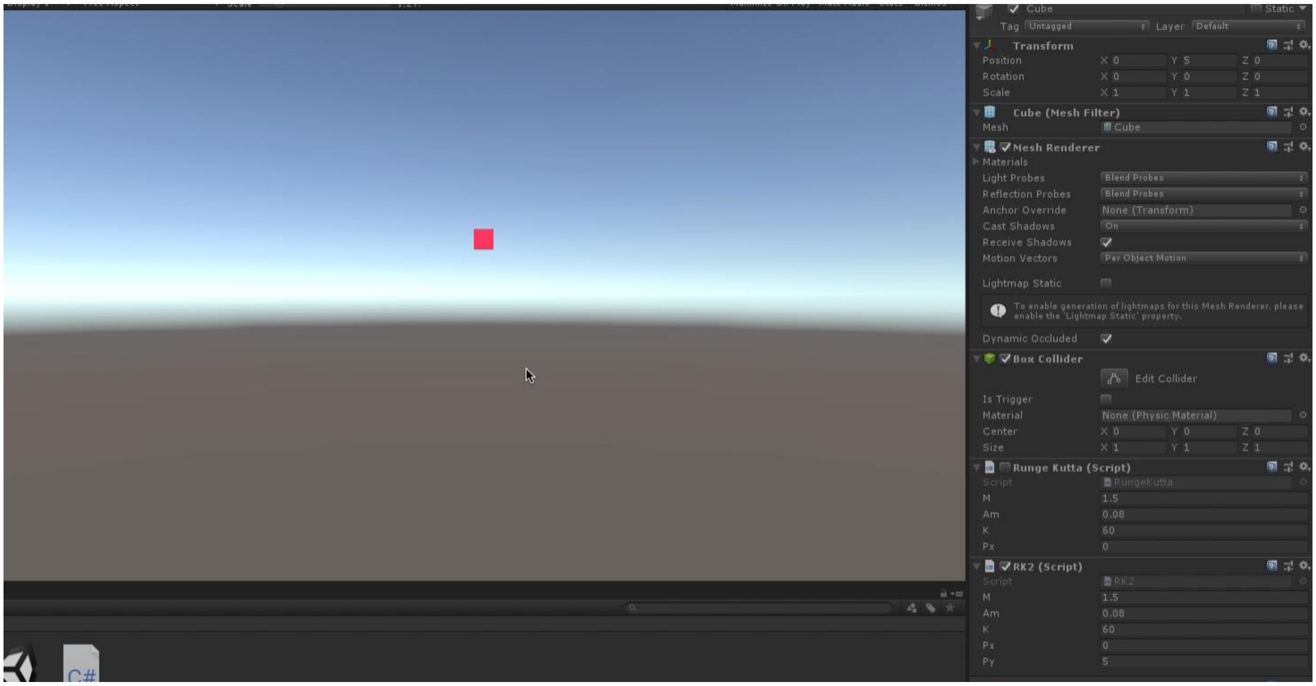
RESULTADOS

El siguiente es nuestro panel de control, donde colocamos nuestra masa, el coeficiente de amortiguamiento y las posiciones iniciales de nuestra masa y resorte (elongación)

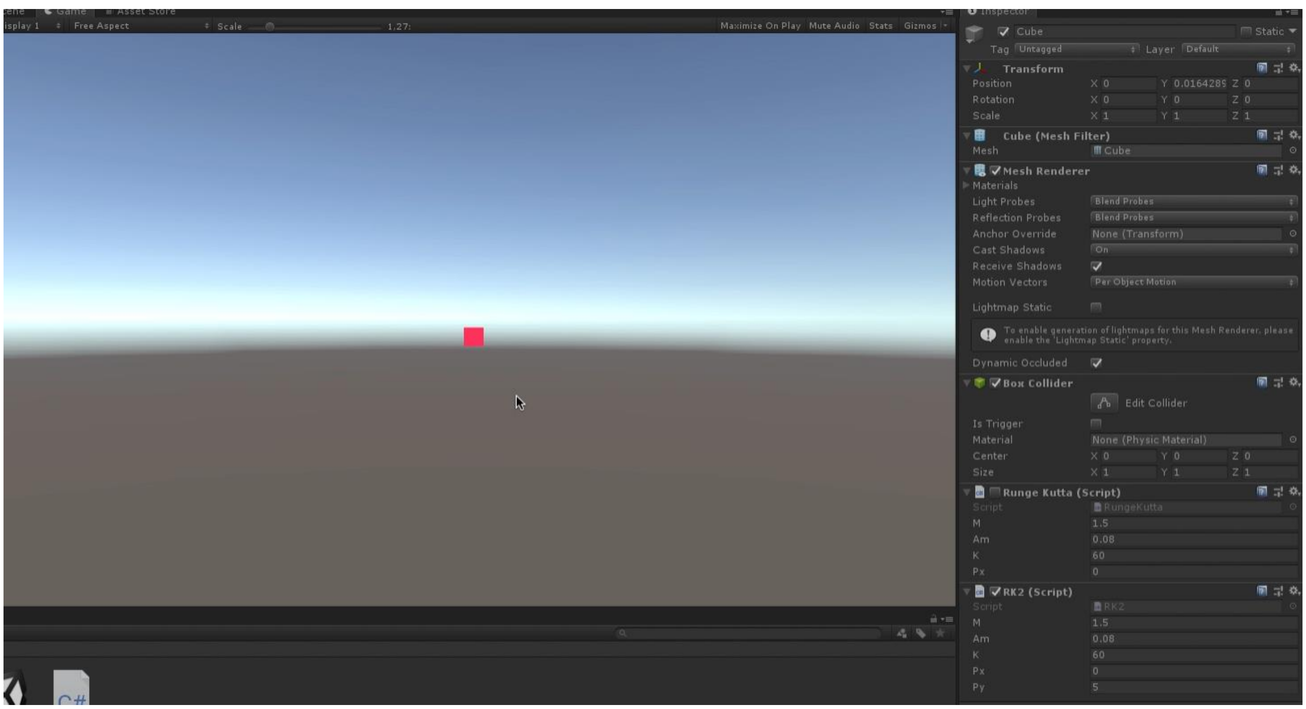


para la demostración agregamos en posición de x = 0 y en posición de y = 5 con la misma masa y el mismo coeficiente K

Posición inicial

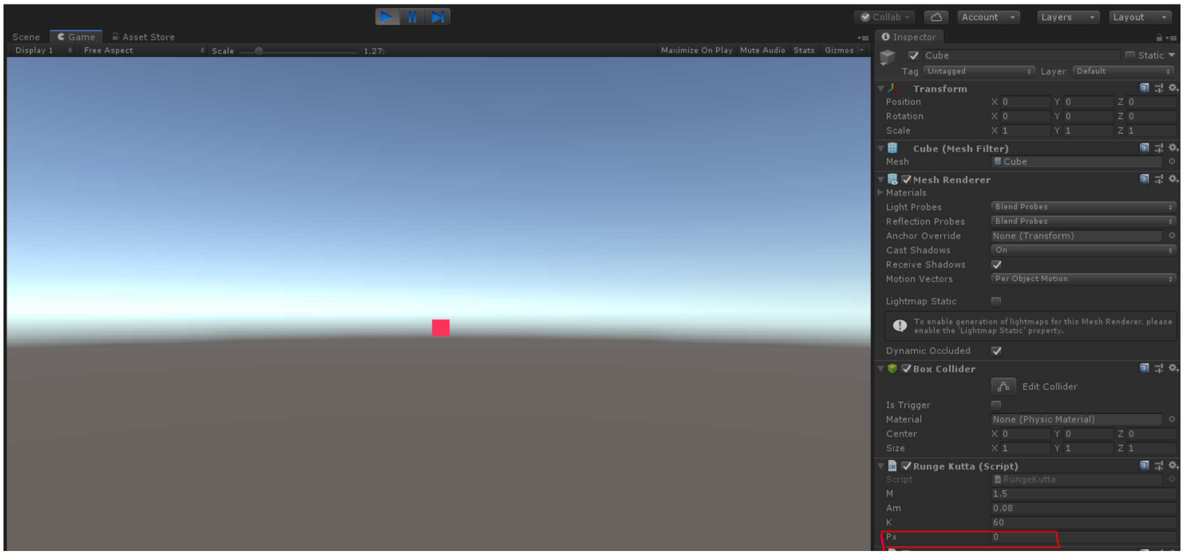


Posición final

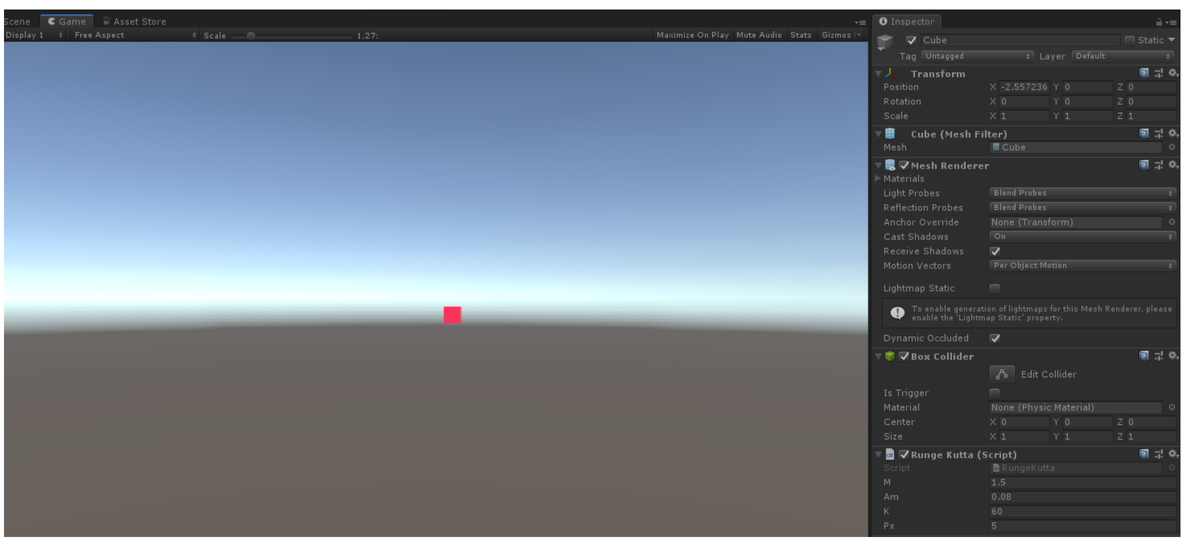


En sistema horizontal, simulando una elongación del resorte indicando las posiciones con el teclado, tenemos lo siguiente. Ajustando la elongación a 5 px

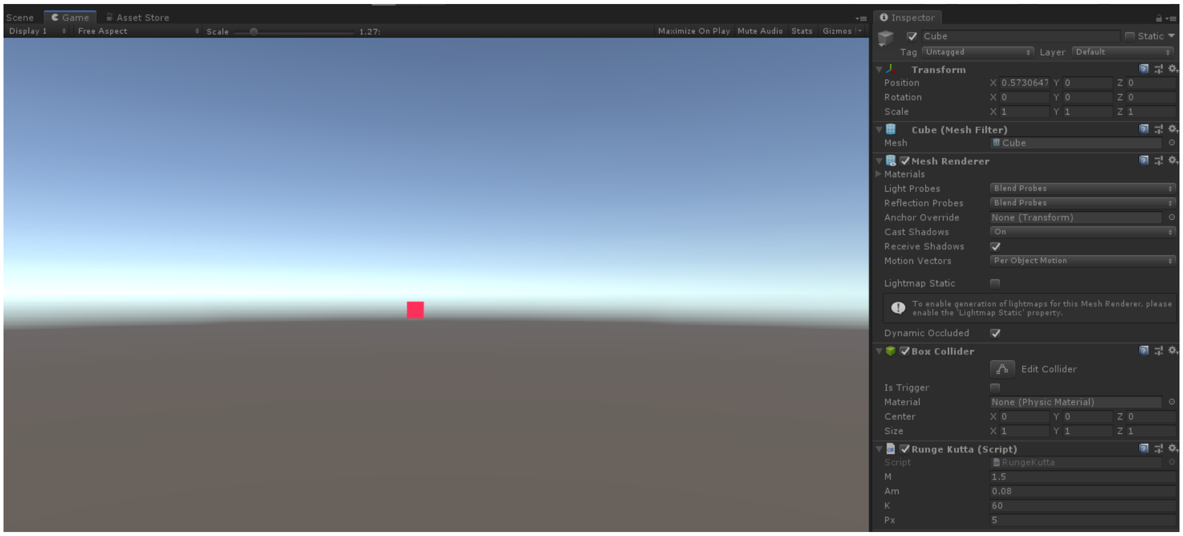
Posición inicial



Posición final



Nos damos cuenta como va oscilando en posición x



Este es un instante del movimiento.