

# UN MODELO DE OPTIMIZACION PRESUPUESTARIA PARA EL AMBITO INTERNO DE LA EMPRESA

Ricardo Hernández Diosdado

**Sumario:** Agregación en los modelos presupuestarios. El coste de producción por el método matricial en un sistema de costes predeterminados: matriz de interrelaciones del ámbito interno. Modelos de optimización presupuestaria en el ámbito interno. Aplicación a un caso práctico de la optimización del plan económico total de la empresa. Aplicación de la programación por objetivos a los modelos de simulación presupuestaria en el ámbito interno.

## 1. AGREGACION EN LOS MODELOS PRESUPUESTARIOS

Afirma el Prof. RICHARD MATTESSICH (1) que el presupuesto periódico se realiza combinando estimaciones por departamentos individuales en un proceso de agregación coordinada. El interés estriba en auxiliar a la dirección con un plan financiero para futuras actuaciones.

Así pues, la agregación —el grado de la misma— es la más importante diferencia entre los modelos de contabilidad ordinarios y los presupuestarios, más importante incluso que el aspecto temporal, factor asimismo que introduce una cualificada distinción entre ambos tipos de modelos.

Un sistema contable histórico registra cada hecho relevante en un asiento separado, mientras que un sistema presupuestario —similar a los sistemas macrocontables— recoge un agregado de muchos y parecidos hechos futuros como una única y global transacción. A consecuencia de tan alto nivel de agregación, se origina la desaparición eventual de muchas subcuentas en el modelo presupuestario, sin que esto suponga renunciar a la estructura básica contable del sistema. De este modo, la expresión “contabilidad para el futuro” parece quedar justificada.

---

(1) RICHARD MATTESSICH. “Budgeting Models and System Simulation”. *Accounting Review*. Vol. XXXVI núm. 3, Julio 1961, Págs. 384 y siguientes.

Continúa diciendo el citado autor que, en los presupuestos periódicos, admitimos que los flujos agregados previstos vienen ya dados como datos exógenos o podrían derivarse de tales datos mediante hipótesis presupuestarias e identidades contables.

En tales presupuestos intentamos proyectar y planificar los flujos entre el mayor número posible de cuentas financieras de la empresa.

Ciertamente, dados los datos exógenos y el conjunto de parámetros que han sido determinados empíricamente, estamos en condiciones de predecir las restantes transacciones agregadas; todo este proceso no es muy diferente, desde el punto de vista básico, del que se aplica a nivel macroeconómico en el análisis interindustrial. Efectivamente, el citado método se puede prestar a una mayor perfección a través de la programación lineal y de tal manera conseguir la determinación de una solución óptima. Si un sistema presupuestario se convierte en un modelo de programación lineal, todas o algunas de las ecuaciones pueden incluirse en la formulación del programa.

Ya hace bastante tiempo que se había apuntado la posibilidad de presentar la contabilidad en forma de un sistema de ecuaciones simultáneas definidas, razón por la cual hoy ya no sorprende en absoluto que el problema de realización de presupuestos (en el sentido más amplio de la palabra) se acometa matemáticamente desde distintos puntos de vista.

La más antigua manifestación, en tal sentido, es la construcción de modelos de flujos y corrientes para la empresa en su conjunto.

Un intento al respecto constituiría un auténtico "modelo de comportamiento", quedando restringido a la función de control de presupuesto. Tal intento está contenido en la primera parte de la Tesis de Andrew Stedry, titulada: "Budget Control and Cost Behavior", en la cual queda rigurosamente delimitada la diferencia entre labor presupuestaria con propósito de control y con propósito de planificación. El avance posterior se debe igualmente a Stedry en su misma tesis y consiste en elaborar un modelo de programación lineal con objeto de maximizar la función de beneficio de cada departamento. Tales modelos parciales pueden agregarse en un solo modelo.

No obstante, cabe pensar que el presupuesto de cada departamento se mantenga en la forma tradicional, mientras que solo la actividad presupuestaria en conjunto, es decir, a un nivel coordinativo o para toda la empresa, se sirva del modelo matemático. Surgen así múltiples alternativas posibles.

El propio MATTESSICH (2) tiene gran cuidado en delimitar la diferencia entre "modelos contables puros (aquellos que están basados en ecuaciones de definición) y modelos económicos"; aunque para ALLEN (3) "la total estructura de la contabilidad es un modelo económico". A pesar de todo no hay diferencia fundamental, afirma el mismo MATTESSICH (4), entre el modelo presupuestario y el resto de los modelos de simulación de la ciencia económico-empresarial. Y le interesa subrayar que en orden a entender la presentación de un modelo presupuestario en forma de símbolos no es preciso un conocimiento matemático muy riguroso, tan solo cierta familiaridad con el álgebra y, en todo caso, con las notaciones "sigma", para el caso de agregaciones o sumas que acontecen frecuentemente.

Por otro lado, la posibilidad de trasladar el modelo al lenguaje de los ordenadores, es relativamente sencilla. El Fortran, especialmente, no presenta ninguna dificultad.

## 2. EL COSTE DE PRODUCCIÓN POR EL METODO MATRICIAL EN UN SISTEMA DE COSTES PREDETERMINADOS: MATRIZ DE INTERRELACIONES DEL AMBITO INTERNO

Al igual que es posible determinar matricialmente el coste unitario de producción en un sistema de costes históricos o a posteriori puede efectuarse perfectamente en los sistemas de costes predeterminados, en los que, como es sabido, se efectúa un cálculo a priori que permite, mediante la elaboración de los presupuestos correspon-

(2) RICHARD MATTESSICH. "Mathematical Models in Business Accounting" *Accounting Review*. October 1958. Pág. 473.

(3) C.B. ALLEN. "Introduction to Model Building on Account Data". Citado por Mattessich en "Mathematical..." Pág. 472.

(4) RICHARD MATTESSICH. "Budgeting..." Pág. 388.



$GVF_{S_1}$ ,  $GVF_{S_2}$ ,  $GVF_{S_3}$ ,  $GVF_{S_4}$  y  $GVF_{S_5}$ .— Gastos Varios de Fabricación, que, al distribuirse entre los lugares de coste, corresponden, respectivamente, a las secciones principales 1 y 2 y auxiliares 3, 4 y 5.

$S_{11}$ .— Parte del coste total de la sección principal 1 que repercute en sí misma en la fase de redistribución.

$S_{12}$ .— Coste que la sección principal 2 recibe de la sección principal 1 en la fase de redistribución. Por el carácter de principales de ambas, su valor es nulo.

$S_{13}$ ,  $S_{14}$  y  $S_{15}$ .— Costes que las secciones auxiliares 3, 4 y 5 reciben de la sección principal 1 en la fase de redistribución.

$S_{21}$ .— Coste que la sección principal 1 recibe de la sección principal 2 en la fase de redistribución. Su valor es nulo.

$S_{22}$ .— Parte del coste total de la sección principal 2 que repercute en sí misma en la fase de redistribución.

$S_{23}$ ,  $S_{24}$  y  $S_{25}$ .— Costes que las secciones auxiliares 3, 4 y 5 reciben de la sección principal 2, en la fase de redistribución.

$S_{31}$  y  $S_{32}$ .— Costes que las secciones principales 1 y 2 reciben de la sección auxiliar 3 en la fase de redistribución. Sus valores son nulos.

$S_{33}$ .— Coste de la sección auxiliar 3 que repercute en sí misma en la fase de redistribución.

$S_{34}$  y  $S_{35}$ .— Costes que las secciones auxiliares 4 y 5 reciben de la sección auxiliar 3 en la fase de redistribución.

$S_{41}$ ,  $S_{42}$  y  $S_{43}$ .— Costes que las secciones 1, 2 y 3 reciben, respectivamente, de la sección auxiliar 4 en la fase de redistribución.

$S_{44}$ .— Coste de la sección auxiliar 4 que repercute en sí misma en la fase de redistribución.

$S_{45}$ .— Coste que la sección auxiliar 5 recibe de la sección auxiliar 4 en la fase de redistribución.

$S_{51}$ ,  $S_{52}$ ,  $S_{53}$  y  $S_{54}$ .— Costes que las secciones 1, 2, 3 y 4, respectivamente, reciben de la sección auxiliar 5 en la fase de redistribución.

$S_{55}$ .— Coste de la sección auxiliar 5 que repercute en sí misma en la fase de redistribución.

$S_{1p_1}$  y  $S_{1p_2}$ .— Costes totales de la sección principal 1 que inciden en los productos acabados 1 y 2 respectivamente.

$S_{2p_1}$  y  $S_{2p_2}$ .— Costes totales de la sección principal 2 que inciden en los productos acabados 1 y 2 respectivamente.

$S_{3p_1}$  y  $S_{3p_2}$ .— Costes totales de la sección auxiliar 3 que inciden en los productos acabados 1 y 2. Dado el carácter de auxiliar, su valor es nulo.

$S_{4p_1}$  y  $S_{4p_2}$ .— Costes totales de la sección auxiliar 4 que inciden en los productos acabados 1 y 2. Sus valores son nulos.

$S_{5p_1}$  y  $S_{5p_2}$ .— Costes totales de la sección auxiliar 5 que inciden en los productos acabados 1 y 2. Sus valores son nulos.

$Q_1 P_1$  y  $Q_2 P_2$ .— Valores en coste, respectivamente, de las ventas de los productos 1 y 2; ya que  $Q_1$  y  $Q_2$  son las unidades de cantidad vendidas de cada uno de los referidos productos y  $P_1$  y  $P_2$  los precios unitarios de coste de los mismos.

$Q_1 pv_1$  y  $Q_2 pv_2$ .— Valores en venta, respectivamente, de las ventas de los productos 1 y 2, ya que  $Q_1$  y  $Q_2$  son las cantidades vendidas de cada uno de los referidos productos y  $pv_1$  y  $pv_2$  son los precios unitarios de venta de los mismos.

- $M_i$ .—Materiales imputados al ámbito interno durante el periodo.
- $MOD_i$ .— Mano de Obra Directa imputada al ámbito interno durante el periodo.
- $MOI_i$ .— Mano de Obra Indirecta imputada al ámbito interno durante el periodo.
- $A_i$ .— Amortizaciones imputadas al ámbito interno durante el periodo.
- $GVF_i$ .— Gastos Varios de Fabricación imputados al ámbito interno durante el periodo.
- $M_p$ .— Existencia inicial (dato real conocido) de materiales al comienzo del periodo.
- $MOD_p$ .— Existencia inicial (dato real conocido) de Mano de Obra Directa al comienzo del periodo.
- $P_{1p}$  y  $P_{2p}$ .— Existencias iniciales (conocidas) de productos acabados 1 y 2 al comienzo del periodo.
- $M_f$ .— Existencia de Materiales al final del periodo.
- $P_{1f}$  y  $P_{2f}$ .— Existencias de productos acabados 1 y 2 al final del periodo.

### 3. MODELOS DE OPTIMIZACION PRESUPUESTARIA EN EL AMBITO INTERNO.

Partiendo de la "Matriz auxiliar" que hemos presentado en el apartado anterior y siguiendo el proceso de formación del coste del producto acabado en un sistema de costes orgánicos, sería posible elaborar un conjunto de modelos presupuestarios con una serie de objetivos a optimizar (maximizar o minimizar, según los casos). Todo ello mediante la aplicación de las técnicas de la programación lineal.

El primero de estos modelos podría ser el que vamos a explicitar a continuación, en el que la función objetivo a maximizar sería la que expresa la diferencia entre los ingresos por ventas en un periodo determinado, y el coste de las mismas para dos productos acabados diferentes, todo ello en términos de previsiones.

Sería pues:

$$\text{Max} \quad \left[ (Q_1 \text{ pv}_1 + Q_2 \text{ pv}_2) - (Q_1 P_1 + Q_2 P_2) \right]$$

en que:

$Q_1$  = cantidad vendida del producto 1 durante el periodo.

$Q_2$  = cantidad vendida del producto 2 durante el periodo.

Ambas constituirían datos conocidos al confeccionar el presupuesto, puesto que este se elaboraría precisamente en base a unas cantidades previstas de ventas que se tomarían como punto de partida para la fijación de las unidades a producir al mínimo coste posible, que nos proporcionará el máximo beneficio.

Por su parte:

$\text{pv}_1$  = precio de venta unitario del producto 1.

$\text{pv}_2$  = precio de venta unitario del producto 2,

serían igualmente datos conocidos para la confección del presupuesto, ya que  $Q_1 \text{ pv}_1 + Q_2 \text{ pv}_2$  nos proporcionará el montante de los ingresos por ventas para el periodo en cuestión, punto de partida del plan económico total de la empresa, pues como bien dice el Prof. SCHNEIDER: "como el resultado de la explotación de un periodo es igual a la diferencia, entre el volumen de ventas y los costes correspondientes, resulta que el volumen de ventas esperado es el punto de partida adecuado para cualquier plan económico total referido a un tiempo determinado. El volumen de ventas para un determinado producto es igual a la cantidad vendida de este producto, multiplicada por el precio de venta. La fijación del volumen de ventas

esperado necesita, pues, la contestación a la pregunta de qué cantidades de los diferentes productos podrán ser vendidas a diferentes precios" (5).

Asimismo,

$P_1$  = precio unitario de coste previsto del producto acabado 1

$P_2$  = precio unitario de coste previsto del producto acabado 2

que serían, precisamente, las variables que el modelo debería minimizar, ya que al ser el primer paréntesis de la función objetivo:

$$Q_1 p_{v1} + Q_2 p_{v2}$$

un dato en su conjunto, el maximizar tal función, equivale a minimizar el segundo paréntesis:

$$Q_1 P_1 + Q_2 P_2$$

y por tanto las variables del modelo:  $p_1$  y  $p_2$ .

Esta función objetivo que acabamos de proponer estaría sujeta a una serie de igualdades contables y ecuaciones de restricción.

Las primeras se originan en la "matriz auxiliar" expuesta en el apartado anterior, en la que se representan las interrelaciones contables y las existencias iniciales y finales y en otras premisas que nos vienen dadas al elaborar el presupuesto, todo ello siguiendo el proceso secuencial de formación del coste en un sistema orgánico, que consta de las siguientes fases:

a) Afectación de clases de costes directos a portadores de costes.

b) Distribución de clases de costes indirectos entre las secciones principales y auxiliares.

c) Redistribución del coste de las secciones auxiliares, mediante la liquidación interna de la estadística de costes, para ser absorbido por las principales.

d) Imputación del coste total de las secciones principales a los portadores de costes.

Las ecuaciones de restricción vienen originadas por las limitaciones que los factores financieros, técnicos y de otro tipo, introducen al elaborar el modelo presupuestario.

Estas igualdades y restricciones podrían ser, en nuestro modelo las siguientes:

a) Afectación de Clases de Costes Directos a Portadores de Costes.

$$M_{p1} = \alpha_1 (M_p + M_i - M_f) \quad [1]$$

$$M_{p2} = \alpha_2 (M_p + M_i - M_f) \quad [2]$$

$$MOD_{p1} = \beta_1 (MOD_p + MOD_i) \quad [3]$$

$$MOD_{p2} = \beta_2 (MOD_p + MOD_i) \quad [4]$$

b) Distribución de las Clases de Costes Indirectos entre las Secciones principales y auxiliares.

$$MOI_{S1} = \gamma_1 MOI_i \quad [5]$$

$$MOI_{S2} = \gamma_2 MOI_i \quad [6]$$

$$MOI_{S3} = \gamma_3 MOI_i \quad [7]$$

$$MOI_{S4} = \gamma_4 MOI_i \quad [8]$$

$$MOI_{S5} = \gamma_5 MOI_i \quad [9]$$

(5) ERICH SCHNEIDER. *Contabilidad Industrial*, ed. Aguilar, Madrid 1962. Págs. 141 y 142.

$$A_{S_1} = \pi_1 A_i \quad [10]$$

$$A_{S_2} = \pi_2 A_i \quad [11]$$

$$A_{S_3} = \pi_3 A_i \quad [12]$$

$$A_{S_4} = \pi_4 A_i \quad [13]$$

$$A_{S_5} = \pi_5 A_i \quad [14]$$

$$GVF_{S_1} = \epsilon_1 GVF_i \quad [15]$$

$$GVF_{S_2} = \epsilon_2 GVF_i \quad [16]$$

$$GVF_{S_3} = \epsilon_3 GVF_i \quad [17]$$

$$GVF_{S_4} = \epsilon_4 GVF_i \quad [18]$$

$$GVF_{S_5} = \epsilon_5 GVF_i \quad [19]$$

c) Redistribución por medio de la liquidación interna de la estadística de costes y absorción del coste de las secciones auxiliares por las principales y auxiliares.

$$S_{11} = a_{11} (MOI_{S_1} + A_{S_1} + GVF_{S_1}) \quad [20]$$

$$S_{21} = a_{21} (MOI_{S_2} + A_{S_2} + GVF_{S_2}) \quad [21]$$

$$S_{31} = a_{31} (MOI_{S_3} + A_{S_3} + GVF_{S_3}) \quad [22]$$

$$S_{41} = a_{41} (MOI_{S_4} + A_{S_4} + GVF_{S_4}) \quad [23]$$

$$S_{51} = a_{51} (MOI_{S_5} + A_{S_5} + GVF_{S_5}) \quad [24]$$

$$S_{12} = a_{12} (MOI_{S_1} + A_{S_1} + GVF_{S_1}) \quad [25]$$

$$S_{22} = a_{22} (MOI_{S_2} + A_{S_2} + GVF_{S_2}) \quad [26]$$

$$S_{32} = a_{32} (MOI_{S_3} + A_{S_3} + GVF_{S_3}) \quad [27]$$

$$S_{42} = a_{42} (MOI_{S_4} + A_{S_4} + GVF_{S_4}) \quad [28]$$

$$S_{52} = a_{52} (MOI_{S_5} + A_{S_5} + GVF_{S_5}) \quad [29]$$

$$S_{13} = a_{13} (MOI_{S_1} + A_{S_1} + GVF_{S_1}) \quad [30]$$

$$S_{23} = a_{23} (MOI_{S_2} + A_{S_2} + GVF_{S_2}) \quad [31]$$

$$S_{33} = a_{33} (MOI_{S_3} + A_{S_3} + GVF_{S_3}) \quad [32]$$

$$S_{43} = a_{43} (MOI_{S_4} + A_{S_4} + GVF_{S_4}) \quad [33]$$

$$S_{53} = a_{53} (MOI_{S_5} + A_{S_5} + GVF_{S_5}) \quad [34]$$

$$S_{14} = a_{14} (MOI_{S_1} + A_{S_1} + GVF_{S_1}) \quad [35]$$

$$S_{24} = a_{24} (MOI_{S_2} + A_{S_2} + GVF_{S_2}) \quad [36]$$

$$S_{34} = a_{34} (MOI_{S_3} + A_{S_3} + GVF_{S_3}) \quad [37]$$

$$S_{44} = a_{44} (MOI_{S_4} + A_{S_4} + GVF_{S_4}) \quad [38]$$

$$S_{54} = a_{54} (MOI_{S_5} + A_{S_5} + GVF_{S_5}) \quad [39]$$

$$S_{15} = a_{15} (MOI_{S_1} + A_{S_1} + GVF_{S_1}) \quad [40]$$

$$S_{25} = a_{25} (MOI_{S_2} + A_{S_2} + GVF_{S_2}) \quad [41]$$

$$S_{35} = a_{35} (MOI_{S_3} + A_{S_3} + GVF_{S_3}) \quad [42]$$

$$S_{45} = a_{45} (MOI_{S_4} + A_{S_4} + GVF_{S_4}) \quad [43]$$

$$S_{55} = a_{55} (MOI_{S_5} + A_{S_5} + GVF_{S_5}) \quad [44]$$

$$S_1 = S_{11} + S_{21} + S_{31} + S_{41} + S_{51} \quad [45]$$

$$S_2 = S_{12} + S_{22} + S_{32} + S_{42} + S_{52} \quad [46]$$

$$S_3 = S_{13} + S_{23} + S_{33} + S_{43} + S_{53} \quad [47]$$

$$S_4 = S_{14} + S_{24} + S_{34} + S_{44} + S_{54} \quad [48]$$

$$S_5 = S_{15} + S_{25} + S_{35} + S_{45} + S_{55} \quad [49]$$

d) Imputación o afectación del coste total de las secciones principales y auxiliares a los portadores.

$$S_{1p1} = h_1 S_1 \quad [50]$$

$$S_{1p2} = h_2 S_1 \quad [51]$$

$$S_{2p1} = i_1 S_2 \quad [52]$$

$$S_{2p2} = i_2 S_2 \quad [53]$$

$$S_{3p1} = j_1 S_3 \quad [54]$$

$$S_{3p2} = j_2 S_3 \quad [55]$$

$$S_{4p1} = \omega_1 S_4 \quad [56]$$

$$S_{4p2} = \omega_2 S_4 \quad [57]$$

$$S_{5p1} = \mu_1 S_5 \quad [58]$$

$$S_{5p2} = \mu_2 S_5 \quad [59]$$

Otras restricciones de tipo financiero, técnico etc.

$$M_f = \rho (M_i) \quad [60]$$

$$P_{1p} + P_1 \leq Q_1 \quad P_{v1} + P_{1f} \quad [61]$$

$$P_{2f} + P_2 \leq Q_2 \quad P_{v2} + P_{2f} \quad [62]$$

$$x_1 + x_{1p} = Q_1 + x_{if} \quad [63]$$

$$x_2 + x_{2p} = Q_2 + x_{2f} \quad [64]$$

$$P_1 = M_{P1} + MOD_{P1} + S_{1p1} + S_{2p1} \quad [65]$$

$$P_2 = M_{P2} + MOD_{P2} + S_{1p2} + S_{2p2} \quad [66]$$

$$P_1 = x_1 \cdot P_1 \quad [67]$$

$$P_2 = x_2 \cdot P_2 \quad [68]$$

$$P_{1f} = x_{1f} \cdot P_1 \quad [69]$$

$$P_{2f} = x_{2f} \cdot P_2 \quad [70]$$

$$P_{1p} = x_{1p} \cdot p^1 \quad [71]$$

$$P_{2p} = x_{2p} \cdot p^2 \quad [72]$$

$$x_1 P_1 + x_2 P_2 \leq Z \quad [73]$$

$$tp_{11} x_1 + tp_{12} x_2 + D_{p1} = C_{p1} \quad [74]$$

$$tp_{21} x_1 + tp_{22} x_2 + D_{p2} = C_{p2} \quad [75]$$

$$tm_{11} x_1 + tm_{12} x_2 + D_{m1} = C_{m1} \quad [76]$$

$$tm_{21} x_1 + tm_{22} x_2 + D_{m2} = C_{m2} \quad [77]$$

$$X_1 \geq 0 \quad [78]$$

$$X_2 \geq 0 \quad [79]$$

$$D_{p1} \geq 0 \quad [80]$$



$$D_{p2} \geq 0 \quad [81]$$

$$D_{m1} \geq 0 \quad [82]$$

$$D_{m2} \geq 0 \quad [83]$$

$$m_1 = \frac{y_{c1}}{x_1} \quad [84]$$

$$m_2 = \frac{y_{c2}}{x_2} \quad [85]$$

$$V_{m1} = \frac{M_{p1}}{x_1} \quad [86]$$

$$V_m = \frac{M_{p2}}{x_2} \quad [87]$$

$$V_{m1} = m_{1pc} \quad [88]$$

$$V_{m2} = m_{2pc} \quad [89]$$

$$(Cp_1 + Cp_2) hp = MOD_p + MOD_i + MOI_i \quad [90]$$

$$(Cm_1 + Cm_2) hm \leq A_i \quad [91]$$

$$MOI_i \leq \xi (MOD_p + MOD_i) \quad [92]$$

$$A_i \leq \Delta (MOD_p + MOD_i + MOI_i) \quad [93]$$

$$GVF_i \leq \lambda (MOI_i + A_i + GVF_i) \quad [94]$$

$$MOI_i \leq \delta A_i \quad [95]$$

$$GVF_i \leq \phi MOI_i \quad [96]$$

Independientemente de todo ello, se debe hacer uso de las hipótesis presupuestarias que hayan sido obtenidas de experiencias anteriores a través de estadísticas o por cualquier otro medio científico de estimación, que son igualmente conocidas al elaborar el presupuesto.

En nuestro modelo hemos considerado las siguientes:

$\alpha_1, \alpha_2$ .— Coeficiente de Materiales consumidos que se incorporan directamente a los productos acabados 1 y 2 respectivamente. Evidentemente, la suma de  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  es igual a la unidad.

$\beta_1, \beta_2$ .— Coeficiente de Mano de Obra Directa consumida que se incorpora a los productos acabados 1 y 2. La suma de  $\beta_1$  y  $\beta_2$  es igual a la unidad.

$\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$  y  $\gamma_5$ .— Coeficiente de Mano de Obra Indirecta consumida que llega a las secciones principales 1 y 2 y a las auxiliares 3, 4 y 5. Evidentemente la suma de todas las  $\gamma$  es igual a la unidad.

$\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4$  y  $\pi_5$ .— Coeficiente de Amortización consumida que llega a las secciones principales 1 y 2 y las auxiliares 3, 4 y 5. La suma de todas las  $\pi$  es igual a la unidad.

$\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \epsilon_4$  y  $\epsilon_5$ .— Coeficiente de Gastos Varios de Fabricación consumidos que llegan a las secciones principales 1 y 2 y a las auxiliares 3, 4 y 5. La suma de todas las  $\epsilon$  es igual a la unidad.

$a_{11}, a_{21}, a_{31}, a_{41}$  y  $a_{51}$ .— Coeficientes que expresan el tanto unitario de cesión de costes, a la sección principal 1, de las principales 1 y 2 y auxiliares 3, 4 y 5.

$a_{12}, a_{22}, a_{32}, a_{42}$  y  $a_{52}$ .— Coeficientes que expresan el tanto unitario de cesión de costes a la sección principal 2 de las principales 1 y 2 y auxiliares 3, 4 y 5.

$a_{13}, a_{23}, a_{33}, a_{43}$  y  $a_{53}$ .— Coeficientes que expresan el tanto unitario de cesión de costes a la sección auxiliar 3 de las principales 1 y 2 y auxiliares 3, 4 y 5.

$a_{14}, a_{24}, a_{34}, a_{44}$  y  $a_{54}$ .— Coeficientes que expresan el tanto unitario de cesión de costes a la sección auxiliar 4 de las principales 1 y 2 y auxiliares 3, 4 y 5.

$a_{15}, a_{25}, a_{35}, a_{45}$  y  $a_{55}$ .— Coeficientes que expresan el tanto unitario de cesión de costes a la sección auxiliar 5 de las principales 1 y 2 y auxiliares 3, 4 y 5.

Todos los coeficientes  $a_{ij}$  vienen dados por los valores resultantes de la operación de invertir la diferencia entre la matriz unidad y la que recoge los tantos unitarios de interrelación entre secciones, es decir  $(I - A)^{-1}$ .

$h_1, h_2$ .— Coeficiente del coste total de la sección principal 1 que se incorpora a los productos acabados 1 y 2. Evidentemente la suma de  $h_1$  y  $h_2$  es igual a la unidad.

$i_1, i_2$ .— Coeficiente del coste total de la sección principal 2 que se incorpora a los productos acabados 1 y 2. La suma de  $i_1$  e  $i_2$  es igual a la unidad.

$j_1, j_2$ .— Coeficiente del coste total de la sección auxiliar 3 que se incorpora al producto acabado 1, y al producto acabado 2, respectivamente. Evidentemente sus valores son cero.

$\omega_1, \omega_2$ .— Coeficiente del coste total de la sección auxiliar 4 que se incorpora a los productos acabados 1 y 2. Su valor es cero.

$\mu_1, \mu_2$ .— Coeficiente del coste total de la sección auxiliar 5 que se incorpora a los productos acabados 1 y 2. Su valor evidentemente es cero.

$\rho$ .— Relación lineal que liga el valor de las existencias finales de materiales con el valor de los materiales imputados durante el periodo.

$tp_{11}, tp_{12}$ .— Contribución de la sección principal 1 a los productos acabados 1 y 2 en horas/persona, por unidad de producto.

$tp_{21}, tp_{22}$ .— Contribución de la sección principal 2 a los productos acabados 1 y 2 en horas/persona, por unidad de producto.

$tm_{11}, tm_{12}$ .— Contribución de la sección principal 1 a los productos acabados 1 y 2 en horas/máquina, por unidad de producto.

$tm_{21}, tm_{22}$ .— Contribución de la sección principal 2 a los productos acabados 1 y 2 en horas/máquina, por unidad de producto.

$m_1, m_2$ .— Cantidades de material empleadas por unidad de producto acabado 1 y por unidad de producto acabado 2, respectivamente.

$pc$ .— Precio de adquisición de una unidad de material. Evidentemente  $(Vm_i = pc \cdot m_i)$ .

$hp$ .— Coste de una hora/persona.

$hm$ .— Coste de una hora/máquina.

$\xi$ .— Relación que liga la mano de obra directa imputada, más la que hay en existencia inicial, con la mano de obra indirecta.

$\Delta$ .— Relación que liga las amortizaciones con la suma de la mano de obra directa y la indirecta.

- $\lambda$  Relación que liga los gastos varios de fabricación con la suma de todos los costes indirectos (mano de obra indirecta, más amortizaciones, más gastos varios de fabricación).
- $\delta$  Relación que liga la mano de obra indirecta imputada con las amortizaciones imputadas.
- $\phi$  Relación que liga los gastos varios de fabricación imputados con la mano de obra indirecta imputada.

Conviene explicar a continuación el significado de las identidades y restricciones introducidas en el modelo, con el fin de precisar el proceso seguido, según un orden lógico, en la formación del coste de los productos acabados.

Las [ 1 ] y [ 2 ] expresan que los materiales que incorporan los productos acabados 1 y 2 ( $M_{P_1}$  y  $M_{P_2}$ ) es igual a los coeficientes  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  multiplicados por la suma de los materiales en existencia inicial, más los que se imputan durante el periodo, menos los que quedan en existencia final.

Las [ 3 ] y [ 4 ] expresan que la mano de obra directa que incorporan los productos acabados 1 y 2 ( $MOD_{P_1}$  y  $MOD_{P_2}$ ) es igual a los coeficientes  $\beta_1$  y  $\beta_2$  multiplicados, respectivamente, por la suma de la mano de obra en existencia inicial, más la mano de obra incorporada durante el periodo.

Las [ 5 ], [ 6 ], [ 7 ], [ 8 ] y [ 9 ] expresan que el valor de la mano de obra indirecta, que llega a las secciones principales 1 y 2 y a las auxiliares 3, 4 y 5 ( $MOI_{S_1}$ ,  $MOI_{S_2}$ ,  $MOI_{S_3}$ ,  $MOI_{S_4}$  y  $MOI_{S_5}$ ), es igual a un coeficiente  $\gamma$  multiplicado por el importe total de la mano de obra indirecta imputada ( $MOI_i$ ), que en el modelo que presentamos ha de ser igual a la consumida.

Las [ 10 ], [ 11 ], [ 12 ], [ 13 ] y [ 14 ] expresan que el valor de las amortizaciones que llegan a las secciones principales 1 y 2 y a las auxiliares 3, 4 y 5 ( $AS_1$ ,  $AS_2$ ,  $AS_3$ ,  $AS_4$  y  $AS_5$ ), es igual a un coeficiente  $\pi$  multiplicado por el importe total de las amortizaciones imputadas ( $A_i$ ), que en el modelo que presentamos han de ser igual a las consumidas.

Las [ 15 ], [ 16 ], [ 17 ], [ 18 ] y [ 19 ] expresan que el valor de los gastos varios de fabricación que llegan a las secciones principales 1 y 2 y a las auxiliares 3, 4 y 5 ( $GVF_{S_1}$ ,  $GVF_{S_2}$ ,  $GVF_{S_3}$ ,  $GVF_{S_4}$  y  $GVF_{S_5}$ ) es igual a un coeficiente  $\epsilon$  multiplicado por el importe total de los gastos varios de fabricación imputados ( $GVF_i$ ), que en el modelo que presentamos han de ser igual a los consumidos.

Las [ 20 ], [ 21 ], [ 22 ], [ 23 ] y [ 24 ] expresan que el coste que las secciones principales 1 y 2 y las auxiliares 3, 4 y 5 ceden a la sección principal 1 son iguales a unos coeficientes ( $a_{11}$ ,  $a_{21}$ ,  $a_{31}$ ,  $a_{41}$  y  $a_{51}$ ) multiplicados respectivamente por el importe total de los valores de la mano de obra indirecta, las amortizaciones y los gastos varios de fabricación que repercuten en cada una de las secciones. Los citados coeficientes toman los valores que en los elementos de la matriz  $(I - A)^{-1}$  corresponden al lugar representado por los respectivos subíndices de  $a_{ij}$ : el primero, la fila y el segundo, la columna.

Las [ 25 ], [ 26 ], [ 27 ], [ 28 ] y [ 29 ] expresan lo mismo que las anteriores para las cesiones a la sección principal 2.

Las [ 30 ], [ 31 ], [ 32 ], [ 33 ] y [ 34 ] expresan lo mismo que las anteriores para las cesiones a la sección auxiliar 3.

Las [ 35 ], [ 36 ], [ 37 ], [ 38 ] y [ 39 ] expresan lo mismo que las anteriores para las cesiones a la sección auxiliar 4.

Las [40], [41], [42], [43] y [44] expresan lo mismo que las anteriores para las cesiones a la sección auxiliar 5.

Las [45], [46], [47], [48] y [49] expresan que el coste total de las secciones principales 1 y 2 y auxiliares 3, 4 y 5, es igual a lo que cada sección se cede a si misma ( $S_{11}$ ,  $S_{22}$ ,  $S_{33}$ ,  $S_{44}$  y  $S_{55}$ ) más lo que cada una de las otras cede a las demás. Naturalmente ninguna sección principal cede costes a ninguna sección auxiliar, ni ninguna principal a otra principal, excepto a si misma, a la que cede todo su coste completo. De esta forma los valores de  $S_{21}$ ,  $S_{12}$ ,  $S_{13}$ ,  $S_{23}$ ,  $S_{14}$ ,  $S_{24}$ ,  $S_{15}$  y  $S_{25}$  son nulos.

Las [50], [51], [52], [53], [54], [55], [56], [57], [58] y [59], expresan que la afectación del coste de las secciones principales 1 y 2 y auxiliares 3, 4 y 5, a los productos acabados 1 y 2 ( $S_{1p_1}$ ,  $S_{1p_2}$ ,  $S_{2p_2}$ ,  $S_{3p_1}$ ,  $S_{3p_2}$ ,  $S_{4p_1}$ ,  $S_{4p_2}$ ,  $S_{5p_1}$  y  $S_{5p_2}$ ) son iguales a unos coeficientes ( $h$ ,  $i$ ,  $j$ ,  $\omega$ ,  $\mu$ ) multiplicados por el coste total de las citadas secciones. Evidentemente, las sumas de los coeficientes  $h_1$  y  $h_2$ , por una parte, e  $i_1$  e  $i_2$ , por otra, son iguales a la unidad, y además los coeficientes  $j_1$ ,  $j_2$ ,  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  tienen valores nulos, ya que las secciones auxiliares ceden sus costes a las secciones principales y no a los productos acabados.

La [60] indica que los materiales en existencia final son función lineal de los imputados.

Las [61] y [62] indican que la producción que había en existencia inicial de los productos acabados 1 y 2, más la del periodo, de los mismos, ha de ser menor o igual al valor de lo vendido  $Q_1 p_{v1}$  y  $Q_2 p_{v2}$  (a precio de venta) de tales productos, más las existencias finales de los mismos:  $P_{1f}$ ,  $P_{2f}$ .

Las [63] y [64] nos expresan que las cantidades producidas

en el periodo de los productos acabados 1 y 2, más las que había en existencia inicial de cada uno de ellos es igual a las ventas, más las que queden en existencia final.

Las [65] y [66] expresan que la producción obtenida durante el periodo de los productos acabados 1 y 2 es igual a los materiales que incorpora cada uno de dichos productos, más la mano de obra directa consumida por los mismos, más el coste que las secciones principales 1 y 2 entregan a los citados productos. Es decir la suma de los costes directos, más los indirectos, afectados a los productos acabados 1 y 2.

Las [67] y [68] indican que el valor de la producción realizada durante el periodo de los productos acabados 1 y 2, es igual a las cantidades producidas de cada uno de dichos productos por sus respectivos costes unitarios de producción.

Las [69] y [70] expresan que el valor de la producción en existencia final de los productos acabados 1 y 2, es igual a la cantidad en existencia final de cada uno de dichos productos, por sus respectivos costes unitarios de producción.

Las [71] y [72] expresan que el valor de la producción en existencia inicial de los productos acabados 1 y 2 es igual a las cantidades en existencia inicial de cada uno de dichos productos por sus respectivos costes unitarios de producción; con la diferencia de que en este caso los precios unitarios de producción:  $p'_1$  y  $p'_2$ , no tienen por que ser igual a los del periodo:  $p_1$  y  $p_2$ , sino que constituyen datos que se conocen al elaborar el presupuesto.

La [73] Indica que el total de las cantidades producidas del producto acabado 1 y del producto acabado 2, por sus precios de coste respectivos, ha de ser menor o igual que el importe  $Z$  de medios financieros que el presupuesto de tesorería pone a disposición del presupuesto de pro-

ducción, es decir el total coste de que se puede disponer para ser empleado en la producción.

Las [ 74 ] y [ 75 ] indican que el total de horas/persona por unidad de producto que las secciones principales 1 y 2 dedican a la producción del periodo de los productos acabados 1 y 2, multiplicados por las cantidades producidas de tales productos, más el total importe de la desocupación en horas/persona de cada una de las secciones principales es igual a la capacidad productiva de dichas secciones, expresada en horas/persona.

Las [ 76 ] y [ 77 ] indican que el total de horas/máquina por unidad de producto que las secciones principales 1 y 2 dedican a la producción del periodo de los productos acabados 1 y 2, multiplicados por las cantidades producidas de tales productos, más el total importe de la desocupación en horas/máquina de cada una de las secciones principales es igual a la capacidad productiva de dichas secciones, expresada en horas/máquina.

Las [ 78 ] y [ 79 ] indican que las cantidades producidas durante el periodo de cada uno de los productos acabados 1 y 2 han de ser iguales o mayores que cero.

Las [ 80 ], [ 81 ], [ 82 ] y [ 83 ] indican que la desocupación total en horas/persona y en horas/máquina, de las secciones principales 1 y 2 ha de ser igual o mayor que cero.

Las [ 84 ] y [ 85 ] indican que la cantidad unitaria de material que incorpora cada uno de los productos acabados 1 y 2, es igual a la cantidad total de material incorporada por cada uno de dichos productos ( $Y_{c1}$ ,  $Y_{c2}$ ), dividida por el número de unidades producidas, durante el periodo, de cada uno de ellos.

Las [ 86 ] y [ 87 ] indican que el valor del material que incorpora cada unidad de los productos acabados 1 y 2, es igual a los valores totales de material que incorpora cada

uno de los productos ( $M_{p_1}$ ,  $M_{p_2}$ ), divididos por el número de unidades producidas, durante el periodo, de cada uno de los productos.

Las [ 88 ] y [ 89 ] indican que el valor del material que incorpora cada unidad de los productos acabados 1 y 2 es igual a la cantidad unitaria de material por unidad de cada producto, multiplicado por el precio unitario de coste de dicho material. Evidentemente y según las 86, 87, 88 y 89, tendremos que:

$$M_{fi} = M_{pi} + M_{i_i} - P_i M$$

$$Mf_i = Mp_i + Mi_i - Vm_i \cdot x_i$$

$$Mf_i = Mp_i + Mi_i - pc \cdot m_i \cdot x_i$$

es decir: que:

$$Mp_i = Vm_i \cdot x_i = pc \cdot m_i \cdot x_i$$

siendo  $i = 1, 2$ .

La [ 90 ] indica que la suma de las capacidades productivas de las secciones principales 1 y 2, expresada en horas/persona, multiplicada por el coste unitario de la hora/persona, es igual, a la suma de la mano de obra directa en existencia inicial, más la mano de obra directa imputada durante el periodo, más la mano de obra indirecta igualmente imputada en el periodo.

La [ 91 ] indica que la suma de las capacidades productivas de las secciones principales 1 y 2, expresada en horas/máquina, multiplicada por el coste unitario de la hora/máquina, es menor o igual que el importe total de las amortizaciones imputadas en el periodo; por estar incluidas aquí también las posibles amortizaciones de cualquier otro activo fijo, aparte de la maquinaria.

La [ 92 ] expresa que la mano de obra indirecta imputada du-

rante el periodo, es menor o igual que un coeficiente multiplicado por la suma de toda la mano de obra directa, es decir, tanto la que hay en existencia inicial al principio del periodo como la imputada durante el mismo.

La [ 93 ] expresa que la amortización imputada durante el periodo ha de ser menor o igual que un coeficiente multiplicado por toda la mano de obra; es decir tanto la mano de obra directa en existencia inicial al principio del periodo, como la mano de obra directa imputada, así como la mano de obra indirecta imputada.

La [ 94 ] indica que los gastos varios de fabricación imputados durante el periodo han de ser menores o iguales que un coeficiente multiplicado por la suma de todos los costes indirectos, es decir por la suma de la mano de obra indirecta imputada, más amortizaciones imputadas, más los propios gastos varios de fabricación, igualmente imputados.

La [ 95 ] expresa que la mano de obra indirecta imputada durante el periodo es mayor o igual que un coeficiente multiplicado por la amortización imputada durante el mismo.

La [ 96 ] expresa que los gastos varios de fabricación imputados durante el periodo han de ser mayores o iguales que un coeficiente multiplicado por la mano de obra imputada durante el mismo, siendo esta mano de obra la indirecta.

#### 4. APLICACION A UN CASO PRACTICO DE LA OPTIMIZACION DEL PLAN ECONOMICO TOTAL DE LA EMPRESA

Basándonos en el modelo anteriormente descrito, vamos seguidamente a efectuar su aplicación a un ejemplo práctico. Para ello comenzaremos por indicar qué valores, de los datos o parámetros, nos vienen dados al elaborar el presupuesto y cuales corresponden a las hipótesis presupuestarias obtenidas de experiencias anteriores.

Para ello tomaremos los siguientes datos:

#### DATOS O PARAMETROS

$M_p$	=	100 Pesetas	$D_{m1}$	=	20 Horas
$MOD_p$	=	200 Pesetas	$D_{m2}$	=	40 Horas
$P_{1p}$	=	50 Pesetas	$Z$	=	4.000 Pesetas
$P_{2p}$	=	262 Pesetas	$P'_1$	=	50 Pesetas
$C_{p1}$	=	99,5 Horas	$P'_2$	=	262 Pesetas
$C_{p2}$	=	160 Horas	$P_{v1}$	=	60 Pesetas
$C_{m1}$	=	150 Horas	$P_{v2}$	=	300 Pesetas
$C_{m2}$	=	160 Horas	$Q_1$	=	17 U.C.
$D_{p1}$	=	9,5 Horas	$Q_2$	=	8 U.C.
$D_{p2}$	=	20 Horas			

#### HIPOTESIS PRESUPUESTARIAS

$\alpha_1$	=	0,5	$\gamma_4$	=	0,1
$\alpha_2$	=	0,5	$\gamma_5$	=	0,19
$\beta_1$	=	0,2	$\pi_1$	=	0,4
$\beta_2$	=	0,8	$\pi_2$	=	0,3
$\gamma_1$	=	0,31	$\pi_3$	=	0
$\gamma_2$	=	0,4	$\pi_4$	=	0,1
$\gamma_3$	=	0	$\pi_5$	=	0,2

$$\begin{aligned}
 \epsilon_1 &= 0,2 & a_{14} &= 0 \\
 \epsilon_2 &= 0,2 & a_{24} &= 0 \\
 \epsilon_3 &= 0,4 & a_{34} &= 0,240 / 0,96 \\
 \epsilon_4 &= 0 & a_{44} &= 1 / 0,96 \\
 \epsilon_5 &= 0,2 & a_{54} &= 0,40 / 0,96 \\
 a_{11} &= 1 & a_{15} &= 0 \\
 a_{21} &= 0 & a_{25} &= 0 \\
 a_{31} &= 0,504 / 0,96 & a_{35} &= 0,120 / 0,96 \\
 a_{41} &= 0,42 / 0,96 & a_{45} &= 0,1 / 0,96 \\
 a_{51} &= 0,36 / 0,96 & a_{55} &= 1/0,96 \\
 a_{12} &= 0 & h_1 &= 0,3 \\
 a_{22} &= 1 & h_2 &= 0,7 \\
 a_{32} &= 0,456 / 0,96 & i_1 &= 0,4 \\
 a_{42} &= 0,54 / 0,96 & i_2 &= 0,6 \\
 a_{52} &= 0,60 / 0,96 & j_1 &= 0 \\
 a_{13} &= 0 & j_2 &= 0 \\
 a_{23} &= 0 & \omega_1 &= 0 \\
 a_{33} &= 1 & \omega_2 &= 0 \\
 a_{43} &= 0 & \mu_1 &= 0 \\
 a_{53} &= 0 & \mu_2 &= 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \rho &= 1 / 7 & m_2 &= 4 \text{ U.C.} \\
 tp_{11} &= 3 \text{ Horas} & pc &= 5 \text{ Pesetas} \\
 tp_{12} &= 3 \text{ Horas} & h_p &= 10 \text{ Pesetas} \\
 tp_{21} &= 5 \text{ Horas} & h_m &= 1,5 \text{ Pesetas} \\
 tp_{22} &= 4 \text{ Horas} & \xi &= 0,2 \\
 tm_{11} &= 4 \text{ Horas} & \Delta &= 0,2 \\
 tm_{12} &= 5 \text{ Horas} & \lambda &= 0,13 \\
 tm_{21} &= 3 \text{ Horas} & \delta &= 0,6 \\
 tm_{22} &= 6 \text{ Horas} & \phi &= 0,25 \\
 m_1 &= 2 \text{ U.C.}
 \end{aligned}$$

Estos valores, una vez introducidos en el modelo descrito en el epígrafe anterior, harán que adopte la siguiente forma:

a) Afectación de Clases de Costes Directos a Portadores de Costes.

$$M_{P_1} = 0,5 (100 + M_i - M_f) \quad [1]$$

$$M_{P_2} = 0,5 (100 + M_i - M_f) \quad [2]$$

$$MOD_{P_1} = 0,2 (200 + MOD_i) \quad [3]$$

$$MOD_{P_2} = 0,8 (200 + MOD_i) \quad [4]$$

b) Distribución de las clases de Costes Indirectos entre las secciones principales y auxiliares.

$MOI_{S_1}$	=	0,31	$MOI_i$	[ 5 ]
$MOI_{S_2}$	=	0,4	$MOI_i$	[ 6 ]
$MOI_{S_3}$	=	0	$MOI_i$	[ 7 ]
$MOI_{S_4}$	=	0,1	$MOI_i$	[ 8 ]
$MOI_{S_5}$	=	0,19	$MOI_i$	[ 9 ]
$AS_1$	=	0,4	$A_i$	[ 10 ]
$AS_2$	=	0,3	$A_i$	[ 11 ]
$AS_3$	=	0	$A_i$	[ 12 ]
$AS_4$	=	0,1	$A_i$	[ 13 ]
$AS_5$	=	0,2	$A_i$	[ 14 ]
$GVF_{S_1}$	=	0,2	$GVF_i$	[ 15 ]
$GVF_{S_2}$	=	0,2	$GVF_i$	[ 16 ]
$GVF_{S_3}$	=	0,4	$GVF_i$	[ 17 ]
$GVF_{S_4}$	=	0	$GVF_i$	[ 18 ]
$GVF_{S_5}$	=	0,2	$GVF_i$	[ 19 ]

c) Redistribución por medio de la liquidación interna de la estadística de costes y absorción del coste de las secciones auxiliares por las principales y auxiliares.

$$S_{11} = 1 \quad (MOI_{S_1} + AS_1 + GVF_{S_1}) \quad [ 20 ]$$

$S_{21}$	=	0	$(MOI_{S_2} + AS_2 + GVF_{S_2})$	[ 21 ]
$S_{31}$	=	0,504/0,96	$(MOI_{S_3} + AS_3 + GVF_{S_3})$	[ 22 ]
$S_{41}$	=	0,42/0,96	$(MOI_{S_4} + AS_4 + GVF_{S_4})$	[ 23 ]
$S_{51}$	=	0,36/0,96	$(MOI_{S_5} + AS_5 + GVF_{S_5})$	[ 24 ]
$S_{12}$	=	0	$(MOI_{S_1} + AS_1 + GVF_{S_1})$	[ 25 ]
$S_{22}$	=	1	$(MOI_{S_2} + AS_2 + GVF_{S_2})$	[ 26 ]
$S_{32}$	=	0,456/0,96	$(MOI_{S_3} + AS_3 + GVF_{S_3})$	[ 27 ]
$S_{42}$	=	0,54/0,96	$(MOI_{S_4} + AS_4 + GVF_{S_4})$	[ 28 ]
$S_{52}$	=	0,60/0,96	$(MOI_{S_5} + AS_5 + GVF_{S_5})$	[ 29 ]
$S_{13}$	=	0	$(MOI_{S_1} + AS_1 + GVF_{S_1})$	[ 30 ]
$S_{23}$	=	0	$(MOI_{S_2} + AS_2 + GVF_{S_2})$	[ 31 ]
$S_{33}$	=	1	$(MOI_{S_3} + AS_3 + GVF_{S_3})$	[ 32 ]
$S_{43}$	=	0	$(MOI_{S_4} + AS_4 + GVF_{S_4})$	[ 33 ]
$S_{53}$	=	0	$(MOI_{S_5} + AS_5 + GVF_{S_5})$	[ 34 ]
$S_{14}$	=	0	$(MOI_{S_1} + AS_1 + GVF_{S_1})$	[ 35 ]
$S_{24}$	=	0	$(MOI_{S_2} + AS_2 + GVF_{S_2})$	[ 36 ]
$S_{34}$	=	0,24/0,96	$(MOI_{S_3} + AS_3 + GVF_{S_3})$	[ 37 ]
$S_{44}$	=	1/0,96	$(MOI_{S_4} + AS_4 + GVF_{S_4})$	[ 38 ]
$S_{54}$	=	0,40/0,96	$(MOI_{S_5} + AS_5 + GVF_{S_5})$	[ 39 ]



$$S_{15} = 0 \quad (MOI_{S_1} + A_{S_1} + GVF_{S_1}) \quad [40]$$

$$S_{25} = 0 \quad (MOI_{S_2} + A_{S_2} + GVF_{S_2}) \quad [41]$$

$$S_{35} = 0,12/0,96 \quad (MOI_{S_3} + A_{S_3} + GVF_{S_3}) \quad [42]$$

$$S_{45} = 0,1 / 0,96 \quad (MOI_{S_4} + A_{S_4} + GVF_{S_4}) \quad [43]$$

$$S_{55} = 1 / 0,96 \quad (MOI_{S_5} + A_{S_5} + GVF_{S_5}) \quad [44]$$

$$S_1 = S_{11} + S_{21} + S_{31} + S_{41} + S_{51} \quad [45]$$

$$S_2 = S_{12} + S_{22} + S_{32} + S_{42} + S_{52} \quad [46]$$

$$S_3 = S_{13} + S_{23} + S_{33} + S_{43} + S_{53} \quad [47]$$

$$S_4 = S_{14} + S_{24} + S_{34} + S_{44} + S_{54} \quad [48]$$

$$S_5 = S_{15} + S_{25} + S_{35} + S_{45} + S_{55} \quad [49]$$

d) Imputación o afectación del coste total de las secciones principales y auxiliares a los portadores.

$$S_{1p1} = 0,3 \quad S_1 \quad [50]$$

$$S_{1p2} = 0,7 \quad S_1 \quad [51]$$

$$S_{2p1} = 0,4 \quad S_2 \quad [52]$$

$$S_{2p2} = 0,6 \quad S_2 \quad [53]$$

$$S_{3p1} = 0 \quad S_3 \quad [54]$$

$$S_{3p2} = 0 \quad S_3 \quad [55]$$

$$S_{4p1} = 0 \quad S_4 \quad [56]$$

$$S_{4p2} = 0 \quad S_4 \quad [57]$$

$$S_{5p1} = 0 \quad S_5 \quad [58]$$

$$S_{5p2} = 0 \quad S_5 \quad [59]$$

Otras restricciones de tipo financiero, técnico etc.

$$M_f = 1 / 7 \quad M_i \quad [60]$$

$$P_1 - 50 \leq 1.020 + P_{1f} \quad [61]$$

$$P_2 - 262 \leq 2.400 + P_{2f} \quad [62]$$

$$x_1 = x_{1p} = 17 + x_{1f} \quad [63]$$

$$x_2 = x_{2p} = 8 + x_{2f} \quad [64]$$

$$P_1 = M_{P_1} + MOD_{P_1} + S_{1p1} + S_{2p1} \quad [65]$$

$$P_2 = M_{P_2} + MOD_{P_2} + S_{1p2} + S_{2p2} \quad [66]$$

$$P_1 = x_1 \cdot P_1 \quad [67]$$

$$P_2 = x_2 \cdot P_2 \quad [68]$$

$$P_{1f} = x_{1f} \cdot P_1 \quad [69]$$

$$P_{2f} = x_{2f} \cdot P_2 \quad [70]$$

$$50 = x_{1p} \cdot 50 \quad [71]$$

$$262 = x_{2p} \cdot 262 \quad [72]$$

$$x_1 \cdot P_1 + x_2 \cdot P_2 \leq 4.000 \quad [73]$$

$$3 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 + 9,5 = 99,5 \quad [74]$$

$$5 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 + 20 = 160 \quad [75]$$

$$4 \quad x_1 + 5 \quad x_2 + 20 = 150 \quad [76]$$

$$3 \quad x_1 + 6 \quad x_2 + 40 = 160 \quad [77]$$

$$x_1 \geq 0 \quad [78]$$

$$x_2 \geq 0 \quad [79]$$

$$10 \geq 0 \quad [80]$$

$$20 \geq 0 \quad [81]$$

$$20 \geq 0 \quad [82]$$

$$40 \geq 0 \quad [83]$$

$$2 = \frac{Y_{c1}}{x_1} \quad [84]$$

$$4 = \frac{Y_{c2}}{x_2} \quad [85]$$

$$Vm_1 = \frac{M_{p1}}{x_1} \quad [86]$$

$$Vm_2 = \frac{M_{p2}}{x_2} \quad [87]$$

$$Vm_1 = 2 \quad . \quad 5 \quad [88]$$

$$Vm_2 = 4 \quad . \quad 5 \quad [89]$$

$$(99,5 + 160) \quad 10 = 200 + MOD_1 + MOI \quad [90]$$

$$(150 + 160) \quad 1,5 \leq A_i \quad [91]$$

$$MOI_i \leq 0,2 \quad (200 + MOD_i) \quad [92]$$

$$A_i \leq 0,2 \quad (200 + MOD_i + MOI_i) \quad [93]$$

$$GVF_i \leq 0,13 \quad (MOI_i + A_i + GVF_i) \quad [94]$$

$$MOI_i \geq 0,6 \quad A_i \quad [95]$$

$$GVF_i \geq 0,25 \quad MOI_i \quad [96]$$

Quedando la función objetivo de la siguiente manera:

$$(17 \cdot 60 + 8 \cdot 300) - (17 p_1 + 8 p_2) = 3.420 - \\ - (17 p_1 + 8 p_2)$$

en la que, como decimos, se trata de buscar los valores de  $p_1$  y  $p_2$  que hagan mínima tal función, es decir que hagan mínimo el coste.

Se puede comprobar que el modelo obtenido contiene algunas ecuaciones no lineales, lo que hace compleja su resolución y lo aparta de un modelo de programación lineal, en el que deseamos encuadrarlo. Para eliminar este inconveniente, sería factible acudir a la resolución de algunas ecuaciones que nos permitieran obtener ciertos valores, los que, introducidos de nuevo en el modelo, permitirían eliminar aquellas funciones no lineales.

Posteriormente, es asimismo posible efectuar ciertas operaciones algebraicas (sustituciones de algunos valores) en el modelo, que reduzcan el número de incógnitas, así como eliminar aquellas ecuaciones cuyo valor, en este ejemplo concreto, es cero (por serlo algunos de los datos o las hipótesis presupuestarias) (6).

(6) Para un desarrollo detallado de tales operaciones vid. HERNANDEZ DIOSDADO, RICARDO. "Optimización Presupuestaria a Través del Balance y la Contabilidad Matricial", Málaga 1977. Págs. 437 y siguientes.

Una vez efectuado todo ello y tras su oportuno procesamiento en ordenador se han obtenido como solución (7) los siguientes valores.

$$\begin{aligned} p_1 &= 47,470259 & MOI_1 &= 278,999996 \\ p_2 &= 258,041222 & A_1 &= 465 \\ MOD_1 &= 2.116 & GVF_1 &= 69,749999 \end{aligned}$$

que proporcionan un valor mínimo para la función objetivo de 2.871,324188, resultado de multiplicar

$$(17 \cdot 47,470259) + (8 \cdot 258,041222)$$

que representa el total coste de los dos productos acabados.

El beneficio máximo vendría dado por la diferencia entre los ingresos por ventas y este coste mínimo, es decir:

$$3.420 - 2.871,324188 = 368,675812$$

Todo esto quiere decir que con las combinaciones, obtenidas en la solución, de: Mano de Obra Directa imputada, Mano de Obra Indirecta imputada, Amortizaciones imputadas y Gastos Varios de Fabricación imputados, se minimiza el coste unitario de los productos 1 y 2, que toman los valores:

$$\begin{aligned} p_1 &= 47,470259 \\ p_2 &= 258,041222 \end{aligned}$$

lo que hace mínima la función objetivo, la cual adquiere el valor antes indicado. Esto equivale, pues, a maximizar el beneficio en el valor expresado 368,675812.

(7) El procesamiento en ordenador y la solución citada han sido dadas por la Terminal del Centro de Proceso de Datos de la Universidad de Murcia, conectada al ordenador del Ministerio de Educación y Ciencia. El detalle de tal proceso y resolución pueden encontrarse en HERNANDEZ DIOSDADO, RICARDO. Obra citada. Pág. 466 y siguientes.

Consecuentemente se puede, según todo lo indicado, efectuar el plan total de la empresa de manera que se maximice el beneficio (o minimice el coste) con unas combinaciones de gastos productivos que deberán tomar los valores obtenidos en la solución expresada.

El resto de las incógnitas surge de la sustitución de los valores hallados en las ecuaciones que quedan. Dichas incógnitas tienen, una vez efectuadas las operaciones oportunas, los valores siguientes:

$$\begin{aligned} P_{1f} &= 189,88103 & GVF_{S_1} &= 13,95 \\ P_{2f} &= 774,12366 & GVF_{S_2} &= 13,95 \\ P_1 &= 949,40518 & GVF_{S_3} &= 27,90 \\ P_2 &= 2.580,41222 & GVF_{S_4} &= 13,95 \\ MOD_{P_1} &= 463,2 & S_{11} &= 286,44 \\ MOD_{P_2} &= 1.852,8 & S_{31} &= 14,647 \\ MOI_{S_1} &= 86,49 & S_{41} &= 32,549 \\ MOI_{S_2} &= 111,6 & S_{51} &= 59,985 \\ MOI_{S_4} &= 27,9 & S_{22} &= 265,05 \\ MOI_{S_5} &= 53,01 & S_{32} &= 13,252 \\ AS_1 &= 186 & S_{42} &= 41,85 \\ AS_2 &= 139,5 & S_{52} &= 98,231 \\ AS_4 &= 46,5 & S_{33} &= 27,9 \\ AS_5 &= 93 & & \end{aligned}$$

$S_{34}$	=	6,97	$S_3$	=	27,90
$S_{44}$	=	77,5	$S_4$	=	151,121
$S_{54}$	=	65,4875	$S_5$	=	177,861
$S_{35}$	=	3,487	$S_{1p_1}$	=	118,085
$S_{45}$	=	7,75	$S_{1p_2}$	=	285,535
$S_{55}$	=	166,625	$S_{2p_1}$	=	168,050
$S_1$	=	393,621	$S_{2p_2}$	=	252,075
$S_2$	=	420,127			

Así pues, conocidos los datos o parámetros y las hipótesis presupuestarias, ha sido posible determinar, a priori, cual sería la combinación óptima de factores productivos que nos hiciera mínimo el coste (o máximo el beneficio) para un determinado periodo.

##### 5. APLICACION DE LA PROGRAMACION POR OBJETIVOS A LOS MODELOS DE SIMULACION PRESUPUESTARIA EN EL AMBITO INTERNO

En los apartados anteriores hemos venido tratando únicamente el caso de que el objetivo a optimizar sea el beneficio (maximización de este o minimización del coste). Efectivamente, tal es el objetivo prioritario, por lo general, para toda empresa especulativa. Pero no ocurre así con las empresas administrativas, en que, tal vez exista prioridad para otros objetivos, v.g. la maximización de la producción, del bienestar, la minimización de desocupación de sectores, etc.

Aun dentro de las empresas lucrativas es factible que, junto a la maximización del beneficio, o con independencia de ello, se pretendan alcanzar otros objetivos, con prioridad al beneficio, en un

mismo plano de interés, o con un interés menos acusado; aunque no por ello se renuncie a alcanzar una cierta dosis de los mismos, y no obstante su posible repercusión en detrimento del máximo beneficio. Se buscaría, en este caso, un equilibrio en que se pudiera conseguir el óptimo de dos o más objetivos, de los que uno, o unos, podrían ser prioritarios y otros secundarios respecto a ellos.

Surgen así diversos casos a los que vamos a hacer breve y somera referencia en lo que se refiere a los modelos presupuestarios del ámbito interno.

Centrándonos en el caso de los objetivos múltiples, es decir en el supuesto de que exista más de un objetivo prioritario, supongamos que, en el ejemplo contemplado en apartados anteriores, deseáramos maximizar el beneficio (minimizar el coste); pero, al mismo tiempo, alcanzando un nivel de producción lo más aproximado posible a la cifra de venta, con objeto de dejar la mínima cantidad posible de productos en stock a final de periodo, por imperativo del presupuesto de inversiones y tesorería u otra causa. En tal caso podría plantearse el modelo modificándolo en la forma que exponemos a continuación, en que la función objetivo sería:

$$\text{Min } (F) = |Q_1 p_1 + Q_2 p_2| = |(Q_1 + Q_2) - (x_1 + x_2)|$$

en el que se ha tomado la función objetivo anterior (de minimización del coste) en valor absoluto y junto a ella, y también en valor absoluto, una nueva función objetivo (igualmente a minimizar), que expresa la diferencia entre el máximo que se desea producir (igual a las ventas del periodo, que son ya un dato presupuestario al comenzar el mismo) y lo que realmente se puede fabricar:  $x_1 + x_2$ , todo ello de cada uno de los dos productos en que se basa el presupuesto.

Sería posible ahora denominar:

$$Y_1^- = |(Q_1 + Q_2) - (x_1 + x_2)|$$

e

$$Y_2^+ = |x_1 p_1 + x_2 p_2 - 4.000|$$

en donde la variable  $Y_1^-$  expresa las desviaciones negativas, es decir por debajo del valor considerado como objetivo, respecto a las cantidades a producir, que son  $Q_1$  y  $Q_2$ .

La variables  $Y_2^+$  representa la desviación positiva respecto al coste mínimo que deseamos alcanzar y que el presupuesto de tesorería nos tenía ya limitado en el modelo anterior, al obligarnos a que la suma de las cantidades producidas por sus costes unitarios de producción no excedieran de 4.000 pesetas, si bien, en el ejemplo actual, en tal objetivo debe quedar la posible desviación, que puede hacer que incluso se excediera en algo esa cantidad prevista de medios financieros, aunque intentando aproximarse lo más posible a la cifra en cuestión.

Tal cambio de variables haría que nuestro modelo pudiera ahora presentarse de la siguiente forma:

$$\text{Min } (F) = Y_1^- + Y_2^+$$

en donde las restricciones serían las mismas del modelo, con las únicas diferencias de que la ecuación (73):

$$x_1 p_1 + x_2 p_2 \leq 4.000$$

desaparecería como restricción, así como aquellas otras que permitiesen determinar los valores de  $x_1$ ,  $x_2$ ; entrando a formar parte del mismo dos nuevas, que serían las siguientes:

$$x_1 + x_2 + Y_1^- = Q_1 + Q_2$$

$$x_1 p_1 + x_2 p_2 - Y_2^+ = 4.000$$

así como otras dos que hicieran las desviaciones mayores o iguales a cero:

$$Y_1^- \geq 0$$

$$Y_2^+ \geq 0$$

Por supuesto que, probablemente, los valores óptimos de los objetivos no serían los mismos y las combinaciones de valores variarían casi con toda seguridad, pero también es cierto que habríamos minimizado las posibles desviaciones y equilibrado ambos objetivos, alcanzado el óptimo posible de los dos al mismo tiempo.

Cabría, ciertamente, la posibilidad de profundizar en la consideración de las prioridades ordinales o ponderadas, así como el tratamiento de los casos en que existan pseudoobjetivos y subobjetivos, pero ello rebasaría el propósito que intentamos lograr en el presente trabajo, haciendo, al mismo tiempo, excesivamente extenso su contenido (8).

(8) El lector interesado en profundizar en el tema de la "programación por objetivos", puede consultar, entre otros:

YUJI IJIRI. "Management Goals and Accounting for Control". ed. North-Holland Publishing Company, 1965. Existe traducción española con el título "Análisis de Objetivos y Control de Gestión". ed. Ice, 1976.

A. CHARNES y W.W. COOPER. "Management Models and Industrial Applications of Linear Programming". ed. John Wiley & Sons, Inc. New York, 1967. Págs. 351 a 355.

DANIEL VILLALBA. "Programación por Objetivos". *Revista Española de Financiación y Contabilidad* núm. 8 Abril-Junio 1974.

RICARDO HERNANDEZ DIOSDADO. *Optimización Presupuestaria a través del Balance y la Contabilidad Matricial*. Málaga, 1977. Págs. 489 y siguientes.

En este último puede encontrarse, además, una enumeración —sin ánimo de exhaustividad— de posibles objetivos a optimizar en el ámbito interno, que podrían ser, entre otros:

- optimización (maximización) del beneficio o (minimización) del coste.
- optimización (maximización) de la producción del periodo.
- en caso de varios productos, maximización de la cantidad a producir de cada uno de ellos, como objetivos prioritarios, en forma ordinal o ponderada.
- optimización en relación con el presupuesto de suministros de las cantidades en stock para hacer éste mayor o menor según las necesidades.
- optimización de la ocupación de mano de obra, evitando que existan tiempos muertos, personal parado o en infrautilización; lo que podría combinarse con las horas extraordinarias (minimización o supresión de las mismas), los costes de inactividad del trabajo humano, las primas a la producción, los destajos etc.
- como objetivo social podría optimizarse el bienestar del personal en múltiples y variados aspectos.
- optimización de la ocupación del equipo productivo: maquinaria, instalaciones, etc., en relación con los presupuestos de inversiones, coste del equipo productivo, amortización del mismo, equilibrio entre amortizaciones técnicas y financieras, equilibrio entre costes necesarios y no necesarios.
- optimización del empleo de materiales en relación con sus precios y calidades; combinación de los mismos en los casos en que sean posibles cambios en las dosificaciones en que entren a formar parte de un producto, o en el que haya materiales sustitutivos a diferentes precios y calidades.
- en relación con el presupuesto de aprovisionamientos, podría optimizarse la cadencia de los mismos, de los stocks normal, medio y de seguridad; el volumen óptimo de pedido y por tanto el coste óptimo de mantenimiento del stock, etc.
- optimización de la cantidad o el valor de cualquier otra clase de coste o de diversas combinaciones de los mismos, bien en la relación entre fijos y variables, o en la de directos e indirectos, intrínsecos (o inventariables) y a reintegrar, etc.

en donde la variable  $Y_1^-$  expresa las desviaciones negativas, es decir por debajo del valor considerado como objetivo, respecto a las cantidades a producir, que son  $Q_1$  y  $Q_2$ .

La variables  $Y_2^+$  representa la desviación positiva respecto al coste mínimo que deseamos alcanzar y que el presupuesto de tesorería nos tenía ya limitado en el modelo anterior, al obligarnos a que la suma de las cantidades producidas por sus costes unitarios de producción no excedieran de 4.000 pesetas, si bien, en el ejemplo actual, en tal objetivo debe quedar la posible desviación, que puede hacer que incluso se excediera en algo esa cantidad prevista de medios financieros, aunque intentando aproximarse lo más posible a la cifra en cuestión.

Tal cambio de variables haría que nuestro modelo pudiera ahora presentarse de la siguiente forma:

$$\text{Min } (F) = Y_1^- + Y_2^+$$

en donde las restricciones serían las mismas del modelo, con las únicas diferencias de que la ecuación (73):

$$x_1 p_1 + x_2 p_2 \leq 4.000$$

desaparecería como restricción, así como aquellas otras que permitiesen determinar los valores de  $x_1$ ,  $x_2$ ; entrando a formar parte del mismo dos nuevas, que serían las siguientes:

$$x_1 + x_2 + Y_1^- = Q_1 + Q_2$$

$$x_1 p_1 + x_2 p_2 - Y_2^+ = 4.000$$

así como otras dos que hicieran las desviaciones mayores o iguales a cero:

$$Y_1^- \geq 0$$

$$Y_2^+ \geq 0$$

Por supuesto que, probablemente, los valores óptimos de los objetivos no serían los mismos y las combinaciones de valores variarían casi con toda seguridad, pero también es cierto que habríamos minimizado las posibles desviaciones y equilibrado ambos objetivos, alcanzado el óptimo posible de los dos al mismo tiempo.

Cabría, ciertamente, la posibilidad de profundizar en la consideración de las prioridades ordinales o ponderadas, así como el tratamiento de los casos en que existan pseudoobjetivos y subobjetivos, pero ello rebasaría el propósito que intentamos lograr en el presente trabajo, haciendo, al mismo tiempo, excesivamente extenso su contenido (8).

(8) El lector interesado en profundizar en el tema de la "programación por objetivos", puede consultar, entre otros:

YUJI IJIRI. "Management Goals and Accounting for Control". ed. North-Holland Publishing Company, 1965. Existe traducción española con el título "Análisis de Objetivos y Control de Gestión", ed. Ice, 1976.

A. CHARNES y W.W. COOPER. "Management Models and Industrial Applications of Linear Programming". ed. John Wiley & Sons, Inc. New York, 1967. Págs. 351 a 355.

DANIEL VILLALBA. "Programación por Objetivos". *Revista Española de Financiación y Contabilidad* núm. 8 Abril-Junio 1974.

RICARDO HERNANDEZ DIOSDADO. *Optimización Presupuestaria a través del Balance y la Contabilidad Matricial*. Málaga, 1977. Págs. 489 y siguientes.

En este último puede encontrarse, además, una enumeración —sin ánimo de exhaustividad— de posibles objetivos a optimizar en el ámbito interno, que podrían ser, entre otros:

- optimización (maximización) del beneficio o (minimización) del coste.
- optimización (maximización) de la producción del periodo.
- en caso de varios productos, maximización de la cantidad a producir de cada uno de ellos, como objetivos prioritarios, en forma ordinal o ponderada.
- optimización en relación con el presupuesto de suministros de las cantidades en stock para hacer éste mayor o menor según las necesidades.
- optimización de la ocupación de mano de obra, evitando que existan tiempos muertos, personal parado o en infrautilización; lo que podría combinarse con las horas extraordinarias (minimización o supresión de las mismas), los costes de inactividad del trabajo humano, las primas a la producción, los destajos etc.
- como objetivo social podría optimizarse el bienestar del personal en múltiples y variados aspectos.
- optimización de la ocupación del equipo productivo: maquinaria, instalaciones, etc., en relación con los presupuestos de inversiones, coste del equipo productivo, amortización del mismo, equilibrio entre amortizaciones técnicas y financieras, equilibrio entre costes necesarios y no necesarios.
- optimización del empleo de materiales en relación con sus precios y calidades; combinación de los mismos en los casos en que sean posibles cambios en las dosificaciones en que entren a formar parte de un producto, o en el que haya materiales sustitutivos a diferentes precios y calidades.
- en relación con el presupuesto de aprovisionamientos, podría optimizarse la cadencia de los mismos, de los stocks normal, medio y de seguridad; el volumen óptimo de pedido y por tanto el coste óptimo de mantenimiento del stock, etc.
- optimización de la cantidad o el valor de cualquier otra clase de coste o de diversas combinaciones de los mismos, bien en la relación entre fijos y variables, o en la de directos e indirectos, intrínsecos (o inventariables) y a reintegrar, etc.