

MODELO MATEMÁTICO DINÁMICO DE DISTRIBUCIÓN DE PRODUCTOS A NIVEL
NACIONAL CON DECISIONES DE LOCALIZACIÓN, SISTEMA DE INVENTARIOS
MULTI-ESLABONES Y DECISIONES DE CROSS-DOCKING

JUAN JOSE BRAVO BASTIDAS
JAIME FELIPE BRAVO BASTIDAS

UNIVERSIDAD DEL VALLE
ESCUELA DE INGENIERÍA INDUSTRIAL Y ESTADÍSTICA
PROGRAMA DE MAGISTER EN INGENIERÍA DE SISTEMAS
SANTIAGO DE CALI

2003

MODELO MATEMÁTICO DINÁMICO DE DISTRIBUCIÓN DE PRODUCTOS A NIVEL
NACIONAL CON DECISIONES DE LOCALIZACIÓN, SISTEMA DE INVENTARIOS
MULTI-ESLABONES Y DECISIONES DE CROSS-DOCKING

JUAN JOSE BRAVO BASTIDAS
JAIME FELIPE BRAVO BASTIDAS

Tesis de grado presentada como requisito parcial para optar al título de
Magíster en Ingeniería de Sistemas

Director
Carlos Julio Vidal Holguín, PhD.
Universidad del Valle

UNIVERSIDAD DEL VALLE
ESCUELA DE INGENIERÍA INDUSTRIAL Y ESTADÍSTICA
PROGRAMA DE MAGISTER EN INGENIERÍA DE SISTEMAS
SANTIAGO DE CALI

2003

NOTA DE ACEPTACIÓN

Presidente del Jurado

Jurado

Jurado

Santiago de Cali, Agosto del 2003

DEDICATORIA

A Mady, mi esposa, a quien quiero tanto, por su grandísima paciencia y constante apoyo permitiendo dedicarme durante interminables jornadas diarias, en aislamientos continuos frente al computador, día tras día, mes tras mes.

A Dios, por darme fortaleza en las largas jornadas de estudio, por ahuyentar el cansancio en mis ojos al permitirme leer, leer y leer, por aclarar mi mente y dar vitalidad a mis manos para la redacción y transcripción de este documento, y por darme paciencia en los momentos difíciles de solitaria concentración.

A mis padres, porque fueron ellos quienes inculcaron el sentido de la responsabilidad, perseverancia y disposición a los grandes retos, valores sin los cuales éste trabajo no hubiera podido ser realizado.

Juan José.

Ofrezco éste trabajo a Dios para que a través de los finos lazos de la vida y el destino fluya esta información y logre su cometido.

También dedico éste trabajo a las cuatro personas más importantes de mi vida:

Mi Hijo, que me ha enseñado lo milagroso que es la vida y lo bendecido que he sido por él.

A mi Esposa, que con su paciencia y su amor me ha dado la fuerza espiritual para la lucha.

A mi Madre, que me enseñó a dar siempre mi mejor esfuerzo y entender que dando es que se recibe.

A mi Padre, que me enseñó que en la sencillez está lo grandioso del ser humano.

Jaime Felipe.

AGRADECIMIENTOS

Queremos expresar nuestros más sinceros agradecimientos a:

Los profesores **CARLOS JULIO VIDAL, PhD.**, Director del Proyecto, y **GERARDO MOTOA, PhD.**, Evaluador, por su tiempo dedicado a la revisión tanto del anteproyecto previamente presentado como del presente documento, así como sus sugerencias iniciales para el acotamiento del tema de tesis.

El Ingeniero Industrial y profesor **HECTOR HERNAN TORO** por su valioso apoyo y sugerencias en la parte final de la tesis durante el proceso de estructuración de las Bases de Datos y en el desarrollo inicial de la codificación de las ecuaciones en lenguaje de modelación con software especializado.

El profesor **BERNARDO PEREZ C., PhD.**, Director de Posgrados de la EIIE, por su confianza en esta investigación.

A los ejecutivos del Area de Logística de la Empresa que cooperó con el proyecto, que permitieron el acceso a diversa información para la validación del mismo pero cuyos nombres se omiten por motivos de confidencialidad.

CONTENIDO

RESUMEN	
ABSTRACT	Pag.
INTRODUCCION	
2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	21
3. JUSTIFICACIÓN	24
4. OBJETIVOS	30
4.1. OBJETIVO GENERAL	30
4.2. OBJETIVOS ESPECIFICOS	30
5. MARCO TEORICO	31
5.1. LA CADENA DE SUMINISTRO (SC)	31
5.1.1. El Objetivo de una SC	32
5.1.2. Procesos de una SC	33
5.1.2.1. Punto de vista cíclico	33
5.1.2.2. Punto de vista pull/push	35
5.1.3. Factores que inciden en el diseño de la SC	37
5.1.4. Estrategia Competitiva: distribución de bajo costo	40
5.2. DEBILIDADES DE LOS SISTEMAS DE INFORMACION MRPII/ERP	43
5.3. MODELACION DINAMICA DE CADENAS DE SUMINISTRO	48
5.3.1. La necesidad de lo dinámico	48
5.3.2. Optimización estratégica y táctica de cadenas de suministro	51
5.3.2.1. Optimización Estratégica de la SC	51
5.3.2.2. Optimización Táctica de la SC	54
5.3.2.3. Optimización Estratégica-Táctica de la SC	56
5.3.3. Modelo Dinámico de la SC de Dogan	57
5.3.4. Modelo Dinámico de la SC de Arntzen, Brown, Harrison y Trafton	61
5.3.5. Acerca del uso actual de la modelación dinámica de la SC	64
5.4. MODELO DE OPTIMIZACION DE LA SC DE VIDAL	67
5.5. EL CROSS DOCKING	70
5.5.1. Características esenciales del cross docking	76
5.5.2. Comportamiento de los costos de distribución en el cross docking	77
6. FORMULACION DEL MODELO	79
6.1. INTRODUCCIÓN	80
6.2. NOTACIÓN	85
6.2.1. Conjuntos e Indices	85
6.2.2. Parámetros y Variables	87
6.3. FORMULACION VERBAL DEL MODELO	97
6.4. DESCRIPCION DEL MODELO	99
6.4.1. Análisis de restricciones en plantas	99
6.4.1.1. Balance de Materiales	99
6.4.1.2. Capacidad de Producción	101
6.4.2. Análisis de restricciones en CD's y BI's	102
6.4.2.1. Restricciones para relaciones mutuamente excluyentes entre variables	102
6.4.2.2. Restricciones de capacidad de despacho y recepción	111
6.4.2.3. Políticas de Inventarios	113
6.4.2.3.1. Política de Inventarios Cíclicos en CD's	113
6.4.2.3.2. Política de Inventarios Cíclicos en "Agencias Distribuidoras"	114

	Pag.
6.4.2.3.3. Política de Inventarios Cíclicos en “Centros de Cross_Docking”	114
6.4.2.4. Restricciones de Demanda	116
6.4.2.5. Ecuaciones de Balance en CD's	117
6.4.2.6. Ecuaciones de Balance en BI's	122
6.4.2.7. Ecuaciones de Balance Total	125
6.4.3. Análisis de la ecuación de costos (Función Objetivo)	127
6.4.3.1. Costos de Compra e Inventarios de materias primas en Plantas	127
6.4.3.2. Costos de Inventarios de Seguridad	127
6.4.3.2.1. Aspectos Generales	127
6.4.3.2.2. Determinación de los Niveles y Costos de Inventarios de Seguridad CD's y BI's	133
6.4.3.2.3. Inventarios de Seguridad en Plantas	135
6.4.3.2.4. Repercusiones de las Unidades de Tiempo del Lead Time en las ecuaciones de costos	136
6.4.3.3. Niveles de Inventario Cíclico	138
6.4.3.4. Niveles de Inventario en Tránsito	139
6.4.3.5. Costos de Transporte Outbound	140
6.4.3.6. Costos Variables de Manipulación en CD's y BI's	142
6.5. FORMULACION MATEMÁTICA	144
6.5.1. Función Objetivo	144
6.5.2. Restricciones Básicas	148
6.5.3. Restricciones para flujos mutuamente excluyentes	151
6.5.4. Otras Relaciones	152
7. EXPERIENCIA DE APLICACION DEL MODELO	153
7.1. RESEÑA DE LA EMPRESA	153
7.2. SISTEMA DE DISTRIBUCIÓN	155
7.2.1. Características básicas de la distribución a nivel nacional	155
7.2.2. Consideraciones especiales para la aplicación del modelo	157
7.3. FLUJO DE PRODUCTOS PROPUESTOS EN LA APLICACIÓN	162
8. EXPERIENCIA COMPUTACIONAL	164
8.1. VALIDACIÓN DEL MODELO	165
8.1.1. Validación de la Estructura del Modelo	165
8.1.2. Validación de la Información de Salida (Output) del Modelo	168
8.1.2.1. Análisis de los Productos CLASE A	171
8.1.2.2. Análisis de los Productos CLASE B	174
8.1.2.3. Análisis de los Productos CLASE C	176
8.2. ANALISIS DE LA SOLUCION OPTIMA	180
8.2.1. Comparación de la Configuración Actual con la Optima	180
8.2.2. Comparación entre los Costos Totales Optimos	181
8.2.3. Comparación entre la Producción Nacional Mensual Optima	182
8.2.4. Comparación entre los Despachos Anuales Nacionales de BI's	183
8.2.5. Comparación entre los Costos Logísticos Anuales	184
8.2.6. Comparación de las Capacidades Anuales en Plantas	186
8.3. EXPERIMENTOS ADICIONALES	188
8.3.1. Impacto en el Costo Total Anual de los Cambios en la Políticas de Inventarios	189
8.3.2. Cambio en el aumento de los Costos de Transporte desde y hacia “Centros de Cross_Docking”	190
9. CONCLUSIONES GENERALES DE LA INVESTIGACIÓN	194
10. EXTENSIONES	196
10.1. EXTENSIONES EN CUANTO A AVANCES EN EL ESTADO DEL ARTE	196
10.1.1. Programación Estocástica	196
10.1.1.1. Relación entre los modelos dinámicos y los modelos estocásticos	199
10.1.1.2. Optimización Estocástica de Cadenas de Suministro	202

	Pag.
10.1.2. Descomposición de Benders	206
10.1.2.1. Aplicación de la teoría de Benders en modelos dinámicos	209
10.1.2.2. Utilidad de las particiones de Benders en los procesos de planificación	212
10.2. EXTENSIONES EN CUANTO A LA VARIABILIDAD DEL LEAD TIME	213
GLOSARIO	215
BIBLIOGRAFIA	217
ANEXOS	225

LISTA DE TABLAS

	Pag.
TABLA 8.1 - Clasificación de los Productos de La Empresa según su participación en el movimiento anual de ventas en cartones/año.	167

LISTA DE FIGURAS

	Pag.
FIGURA 5.1 – Etapas clásicas de la cadena de suministros (SC).	31
FIGURA 5.2 – Ciclos de la SC.	32
FIGURA 5.3 – Cadena de Suministro típica.	36
FIGURA 5.4 – Cadena de Suministro Justo a Tiempo.	37
FIGURA 5.5 –Relación entre tiempo deseado de respuesta y número de Localizaciones.	38
FIGURA 5.6 – Integración de los sistemas de gestión empresarial. Sistemas ERP.	43
FIGURA 5.7 – Esquema de la SC estudiado por Dogan.	58
FIGURA 5.8 - Relación estricta de flujos de materiales y productos. Modelo Vidal.	67
FIGURA 5.9- Operaciones Ideales en un centro de cross docking .	70
FIGURA 5.10 – Operaciones aceptables en un centro de cross docking.	71
FIGURA 5.11 – Diferentes estrategias de distribución .	72
FIGURA 5.12 – Relación entre niveles de inventarios y “justo a tiempo”.	73
FIGURA 6.1 – Configuración general de la cadena de suministro a modelar	79

	Pag.
FIGURA 6.2 – Rutas posibles generales de distribución de productos	79
FIGURA 6.3 – Relación de variables implicadas en decisiones de cross docking.	103
FIGURA 6.4 – Flujos correspondientes entre “Agencias Distribuidoras”	108
FIGURA 6.5 – Flujos correspondientes entre una “Agencia Distribuidora” y un “Centro de Cross_Docking”.	109
FIGURA 6.6 – Flujos correspondientes entre Centros de Distribución.	119
FIGURA 6.7 – Análisis de un centro de distribución K y el flujo de producto p en una red simple de distribución.	130
FIGURA 6.8 – Relación de Flujos en Centros de Distribución.	133
FIGURA 7.1 – Esquema de distribución de “La Empresa”.	155
FIGURA 7.2 – Sistema de distribución a considerar .	159
FIGURA 7.3 – Flujos permisibles de productos_ caso de aplicación	163
FIGURA 8.1. –Lista de Chequeo para la Validación de la Estructura del Modelo.	166
FIGURA 8.2. –Curvas Comparativas para el producto 10901.	171
FIGURA 8.3. – Curvas Comparativas para el 10111.	172
FIGURA 8.4. – Curvas Comparativas para el 10601.	173

	Pag.
FIGURA 8.5. – Curvas Comparativas para el 10108.	174
FIGURA 8.6. – Curvas Comparativas para el 10307.	175
FIGURA 8.7. – Curvas Comparativas para el 10306.	175
FIGURA 8.8. – Curvas Comparativas para el 10107.	176
FIGURA 8.9. – Curvas Comparativas para el 10303.	177
FIGURA 8.10. – Curvas Comparativas para el 11001.	178
FIGURA 8.11. – Comparación de Costos Totales en Millones de Pesos.	181
FIGURA 8.12. – Comparación de la Producción Anual Nacional en cartones/mes.	182
FIGURA 8.13. – Comparación de Despachos Nacionales de BI en unidades de peso.	183
FIGURA 8.14. – Comparación de Costos Logísticos Anuales con la Configuración Actual y la Optima.	184
FIGURA 8.15. – Comparación de Costos de Inventarios Cíclicos y en Tránsito con la Configuración Actual y la Optima.	185
FIGURA 8.16. –Capacidad Adicional de Planta requerida en la Configuración Optima.	186
FIGURA 8.17. – Capacidad Adicional de Planta requerida en la Configuración Actual.	187

	Pag.
FIGURA 8.18. –Requerimientos de Capacidad Adicional para el producto 11002.	188
FIGURA 8.19. –Comparación de Costos Logísticos Mensuales según políticas de inventarios, “sin cross_docking”.	189
FIGURA 8.20. – Comparación de Costos Logísticos Mensuales Con y Sin cross_docking.	192
FIGURA 8.21. –Discriminación de los Costos Logísticos.	193
FIGURA 8.22. –Comparación de Costos Logísticos Anuales por BI y CD.	193
FIGURA 10.1 –Relación entre modelos determinísticos y estocásticos	202
FIGURA 10.2 – Operatividad de la Descomposición de Benders	212

LISTA DE ANEXOS

	Pag.
ANEXO A – La distribución probabilística gamma	225
ANEXO B – El concepto de desviación estándar total	231
ANEXO C – Modelo Matemático Implementado	235
ANEXO D – Software OPL	243
ANEXO E – Tabla de Fletes. Resolución 3000 del 19 de Mayo del 2003	245
ANEXO F – Tiempos de Transporte – horas empleadas promedio por ruta.	246

RESUMEN

La presente investigación aborda la problemática de la distribución física de productos a nivel de un país, con aplicación preferente a las industrias asociadas a productos de consumo masivo, con el fin de apoyar los procesos encaminados a la minimización de costos logísticos de comercialización.

Se desarrolló un modelo matemático dinámico, con un horizonte de planeación de 12 meses, determinístico, asumiendo sistemas de distribución multi-eslabones, con decisiones de inventarios, flujos de productos, localización de bodegas y cross docking.

El modelo se aplicó a una empresa multinacional colombiana con asiento en el Valle del Cauca, generándose a través de él configuraciones alternativas de la red de distribución respecto a la actual, cada una valorada según los costos totales anuales transporte, inventarios y almacenamiento.

ABSTRACT

The present investigation face the problem of physical distribution of goods to level of a country, with preferable application to the industries associated with goods of massive consumption, with the purpose of supporting the processes guided to the minimization of distribution logistics costs.

A dynamic mathematical model was developed, with a planning horizon of 12 months, deterministic, assuming multi-echelon distribution systems, with decisions of inventories, product flows, warehouses location and cross docking.

The model was applied to a Colombian multinational company with headquarters in Valle del Cauca. It was generated through the model alternative configurations of the distribution network regarding the current one, each one valued according to transportation, inventories and warehousing annual total costs.

INTRODUCCIÓN

Es sorprendente observar como las organizaciones se enfrascan en las situaciones o problemáticas de corto plazo que ocupan la mente de los directivos. Las decisiones estratégicas o de impacto en el largo plazo que van a garantizar la continuidad de las organizaciones en nuestro medio dejan de tener importancia cuando lo “Urgente” no da espacio a lo “Realmente importante”. La visión y la planeación a largo plazo reciben una ocupación mínima y generalmente las decisiones en estos ámbitos se toman sin una estructura de soporte lo suficientemente científica y analítica como para minimizar el riesgo. La problemática de las cadenas de abastecimiento también adolece de este fenómeno siendo que es una verdad cada vez más sentida, y que es precisamente aquí en donde las compañías pueden encontrar factores claves de éxito.

Esta área es aún un territorio en el que falta mucho por decir y por probar, y en donde se quiere contribuir a aumentar el bagaje de las organizaciones y la experiencia en el manejo de todo el concepto de la Investigación de Operaciones aplicada a las cadenas de abastecimiento y comprobar la efectividad que este tipo de herramientas tiene en la consecución de objetivos corporativos de una compañía.

Las gerencias logísticas deben romper esquemas en las organizaciones, desde el mismo modo en que miden la gestión de sus directivos. Así por ejemplo se observa

que por el hecho de mostrar resultados favorables en su área a través de indicadores como los de eficiencia y costos, se afectan otros intereses mucho más impactantes en los resultados globales de la cadena de abastecimiento. La eficiencia en producción y la flexibilidad son dos objetivos que muchas veces se tornan contradictorios; a mayor flexibilidad mejores posibilidades de disminuir inventarios pero a su vez mayores posibilidades de incurrir en sobrecostos de producción y de disminuir la eficiencia de los procesos, y viceversa.

La conciencia corporativa debe velar por sopesar muchas veces objetivos contradictorios en pos de los beneficios de la organización, y para el caso del ejemplo anterior se puede demostrar que los costos de inventario son onerosos frente a los costos de flexibilidad y por tanto disminuir la eficiencia es preferible a llenarse de inventario, para el caso de una empresa en particular. Existen muchos otros casos¹, mejorar el servicio al cliente frente a los costos que ello implica, o mejorar la velocidad de respuesta aumentando el número de bodegas, puntos de venta o fuerza de venta, cambiar la ubicación de una planta o montar otra nueva. En todo caso las compañías deben tener muy claro qué es lo que quieren y qué están dispuestas a sacrificar para lograr sus objetivos, lo que conlleva a sopesar y cuantificar de alguna manera los costos y los riesgos, situación que en la mayoría de los casos se torna complicada y difícil. La gerencia logística de nuestras empresas debe empezar a reevaluar su visión de los procesos y pasar de una gerencia reactiva a una gerencia

¹ Ver: BALLOU, Ronald H. Business Logistics Management. Fourth Edition. Prentice Hall. 1999. Pag. 39.

estratégica, que involucre la investigación científica como parte de los proyectos que garantizarán la continuidad de la organización.

La logística de distribución, que es nuestra área objeto de estudio, es un subsistema de la cadena que si bien deja por fuera todo el componente de suministros, planeación de materiales y desarrollo de proveedores, recoge e involucra toda la problemática que impacta más directamente al protagonista principal de la industria en general: el cliente.

Es necesario observar que, a pesar de existir grandes avances en la modelación de sistemas logísticos producción-distribución², no existe en la literatura suficiente investigación en cuanto a modelos dinámicos que involucren multi-periodos y multi-productos dentro del alcance de la modelación para sistemas de distribución ó redes de distribución. Estos modelos dinámicos han demostrado ser bastante difíciles de resolver, y preferentemente se han abordado a través de técnicas de descomposición,

²Pueden leerse los artículos:

EKSIOGLU, Burak. *Global Supply Chain Models*. Industrial and Systems Engineering Department. University of Florida. Sep 30 -2000. pp. 1-4

VIDAL, C.J. y Goetschalckx, M. *Modeling the Impact of Uncertainties on Global Logistics Systems*, Journal of Business Logistics, Vol. 21, No. 1, 95 – 120, Abril de 2000.

GOETSCHALCKX, M., Vidal, C. J., y Dogan, K., *Designing Global Supply Chain Systems*, European Journal of Operational Research, Vol. 143, No. 1, 1–18, 2002.

VIDAL, C.J. y Goetschalckx, M. *A Global Supply Chain Model with Transfer Pricing and Transportation Cost Allocation*, European Journal of Operational Research, Vol. 129, 134 – 158, 2001.

TORO, H. *Modelación Matemática de la Cadena de Abastecimiento en busca de Localización Eficiente de Plantas y/o Centros de Distribución*. Tesis como requerisito parcial para obtener el título de Ingeniero Industrial. Universidad del Valle. 2001.

afirmandose en Dogan et. al.³ que la técnica de descomposición o particiones de Benders ha resultado ser la más apropiada.

Dicho problema dinámico, que definiremos más adelante, tiene algunos antecedentes conocidos, que corresponden a los trabajos de Dogan et al. (1999)⁴, resolviendo el problema con descomposición de Benders, Arntzen et. al. (1995)⁵, quienes usaron métodos de solución no tradicionales entre los cuales mencionan las restricciones elásticas, la factorización de filas, la solución de problemas en cascada, etc., Cohen et. al. (1989)⁶, quienes utilizaron el enfoque de descomposición jerárquica y Huchzermeier et al. (1996)⁷, quienes también usaron el enfoque jerárquico. De los anteriores trabajos, los dos primeros serán estudiados más adelante con cierto detalle.

En la presente tesis se pretenderá construir un modelo dinámico de distribución de productos, considerando 12 meses en el horizonte de planeación, con sistemas de distribución-inventarios de dos eslabones en la Cadena de Suministro y decisiones de localización y cross docking, asociado al caso colombiano y aplicado específicamente al caso de las empresas distribuidoras de productos de consumo masivo, que permita planear de una manera táctica-estratégica la red logística.

³ DOGAN, K., Goetschalckx, M. *A primal decomposition method for the integrated design of multi-period production – distribution systems*. IIE Transactions No. 31. 1999. pp. 1027-1028.

⁴ DOGAN, K., et. al., *ibid.*, pp. 1028-1036.

⁵ ARNTZEN, B., Brown, G., Harrison, T., y Trafton, L. *Global Supply Chain Management at Digital Equipment Corporation*. Interfaces, vol. 25, No. 1, Enero 1995. pp. 69-93.

⁶ COHEN, M., Fisher, M., y Jaikumar, R. *International Manufacturing and Distribution Networks: A normative model Framework*. Elsevier Science Publishers, North-Holland, Amsterdam, 1989. pp. 67 – 93.

⁷ HUCHZERMEIER, A., y Cohen, M. *Valuing Operational Flexibility under exchange rate risk*. Operations Research, vol. 44, No. 1, Enero 1996. pp. 100 – 113.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Actualmente en las organizaciones existen numerosas señales o síntomas en los sistemas de distribución que invitan a reflexionar sobre la existencia de serias problemáticas de fondo que impiden ser cada vez más eficientes⁸. Con esto se hace referencia al mantenimiento de altos inventarios, al incumplimiento o retrasos en las entregas de pedidos, a los excesivos costos que sobrepasan los presupuestos, a la confusión en los procesos de preparación de pedidos de clientes, etc. Se perciben problemas que con el pasar del tiempo ya dejan de ser problemas para convertirse en el caos común de todos los días⁹.

Es sabido que los costos logísticos de distribución abarcan un monto bastante alto respecto a los costos totales de una organización¹⁰, pero cuando el sistema de distribución es ineficiente y problemático estos costos empiezan a ser una seria preocupación. Todas las organizaciones en aras de la búsqueda de competitividad, pretenden disminuir sus costos de distribución ó trabajar con alta eficiencia, gran agilidad y al mínimo costo. Para lograr estas metas hay que enfrentarse a los problemas actuales, y estos problemas están arraigados al interior de un sistema complejo. ¿Qué soluciones pueden tener esos problemas? Generalmente, los

⁸ NAPOLITANO, M. *Using Modeling to Solve Warehousing Problems*. Warehousing Education and Research Council. Illinois, 1998. pp. 20-21

⁹ Para observar los problemas cotidianos de los sistemas de información actuales en el manejo de los datos de inventarios en los sistemas de producción-almacenamiento, ver:

HSIANG, T. *The Illusion of Power*. ORMS Today, Vol. 28, N. 1. Edición de Febrero 2001. Informs.

¹⁰ BALLOU, R., op cit., pp. 11-12

encargados del desempeño del Sistema de Distribución plantean o proponen soluciones. Pero ¿cómo han encontrado esas soluciones? Es usual que las soluciones sean intuitivas, con bases totalmente subjetivas, sin bases cuantitativas formales¹¹. De antemano no existe plena confianza en ninguna solución propuesta, dado que su confiabilidad es difícil de demostrar por lo complejo del sistema. Es por ello que cualquier solución subjetiva que se implemente para mejorar el sistema actual, no dejará de ser un experimento riesgoso. De hecho, la solución o mejora puede fallar, pero ¿qué otra alternativa tienen las empresas para evitar equivocarse al querer mejorar un sistema de tan alta complejidad y de tan múltiples influencias en diversas áreas de toda la organización como lo es el sistema de distribución?

Las equivocaciones en este caso pueden costar muchísimo dinero y quizás empeorar la situación presente. Las decisiones en distribución como la de ubicación de una nueva bodega o traslado de una bodega ya existente pueden desbordar las finanzas de una empresa en caso de no tenerse el conocimiento necesario de las variables involucradas en el proceso.

En la mente no solo de los encargados del Proceso de Distribución sino también de los Gerentes y Presidentes de las diferentes organizaciones, están los deseos de mejorar, minimizar costos, ser más rentables, más eficientes, pero simultáneamente está la imposibilidad de ser claros en las estrategias de mejoramiento dada la aparente in-demostrabilidad de la confiabilidad de las posibles soluciones que se proponen.

¹¹ Para ver una disertación sobre la complejidad de los sistemas de almacenamiento asociados a los sistemas de distribución, y al poco empleo de modelos cuantitativos en la solución de problemas en logística, ver: NAPOLITANO, M., op. cit., pp. 2-3.

Esta confusión, que está asociada con inversiones de muchos millones de pesos anuales en la empresas, es la que se abordará en esta investigación con el ánimo de buscar herramientas confiables de estudio y experimentación que sirvan de apoyo a las empresas colombianas en sus procesos de desarrollo competitivo.

Finalmente, puede decirse que la problemática anteriormente reseñada se observa con mayor ahínco en aquellas industrias dedicadas a la distribución de productos de consumo masivo¹², tal y como en la justificación de este proyecto se explica con mayor claridad.

Formulación del Problema:

La pregunta que se busca responder es la siguiente:

¿De qué manera, se puede construir un modelo general dinámico de distribución de productos, aplicable al caso colombiano, que permita la experimentación hacia la búsqueda de un sistema de distribución mejorado, enfatizando en decisiones de localización óptima de bodegas y posibilidades de cross docking en sistemas distribución-inventarios de dos eslabones?

Esta pregunta se puede desglosar de la siguiente manera:

¹² Puede considerarse aquí el concepto del Comité de Logística de la Andi Regional Valle, respecto a la gran actividad que en distribución de productos a nivel nacional e internacional tienen las empresas dedicadas a la venta de productos de consumo masivo.

- a) Qué variables, del total de variables que intervienen en el proceso de distribución, son pertinentes de analizar y qué relaciones fundamentales hay entre ellas considerando decisiones de localización de bodegas?
- b) Cómo afecta al proceso de distribución las variables asociadas al cross docking?
- c) Cómo construir de la mejor manera y matemáticamente la función general de costos que permita comparar un sistema de distribución frente a otro, de tal manera que se pueda escoger el “mejor”?
- d) Qué restricciones fundamentales considerar?
- e) Cómo se podría aplicar un modelo matemático dinámico general de distribución de productos al caso colombiano?
- f) Qué bondades presentaría el modelo construido en lo que respecta al apoyo a las decisiones gerenciales en distribución, partiendo de las soluciones arrojadas y de estudios de sensibilidad?

3. JUSTIFICACION

Existen varias preguntas que se deben responder en este marco de la justificación: ¿porqué estudiar los sistemas de distribución de productos, con cierta orientación hacia el caso de productos de consumo masivo? ¿Por qué hacer un modelo de programación matemática dinámica?.

Dentro del sistema logístico de las organizaciones aparece en un plano de vital importancia el subsistema de distribución de productos. El cómo distribuir los productos, por cuáles canales distribuirlos, cómo llegar más rápido y al menor costo hasta los clientes, etc., son todas ellas preguntas necesarias de responder pero a su vez difíciles de abordar cuando el sistema se vuelve complejo. Pero: ¿a qué se considera un sistema de distribución complejo? Podría decirse que a aquel cuyo comportamiento es difícil de predecir, cuyos problemas son difíciles de erradicar, son sistemas en donde la efectividad de ciertos mejoramientos propuestos son difíciles de demostrar¹³. La distribución de productos a gran escala ha demostrado ser un sistema complejo, de comportamiento aleatorio, lo cual contrasta con los deseos de las empresas de poder predecirlo a través de alguna herramienta¹⁴.

Es claro que nuestras empresas no cuentan por sí mismas con el tiempo para desarrollar investigaciones que propendan por un sistema logístico de distribución competitivo, pero también es claro que las universidades a través de sus procesos de investigación orientados hacia la problemática industrial que se percibe, pueden dar un gran apoyo con miras a fortalecer los indicadores de competencia y productividad de aquellas, y eso es lo que se pretende con esta investigación.

¹³ MORIN, E. *Orden, Desorden, Complejidad*. Ponencia en el Symposium Internacional “Disorder and Order” dictado en la Universidad de Stanford, 1981. Citado en el libro: “Ciencia con Conciencia” del mismo autor., pp. 97-110. El Dr. Morin es también autor del libro “Introducción al Pensamiento Complejo”.

¹⁴ Pueden verse adicionalmente el siguiente texto: SHI, L., Chen, C., y Yucsan, E. *Simultaneous Simulation Experiments and Nested Partition for Discrete Resource Allocation in Supply Chain Management*. Proceedings of the 1999 Winter Simulation Conference. Informs. pp. 395-396.

Dentro de los Sistemas Logísticos de Distribución se destacan a nivel mundial aquellos relacionados con productos de consumo masivo. Estos productos son aquellos que se consumen en gran cantidad y de manera diaria o cotidiana por las familias en cualquier parte del mundo. Son por ejemplo los jabones, el shampoo, los alimentos: carnes, dulces, pan, enlatados, etc. Todos ellos se encuentran generalmente en las tiendas y supermercados a lo largo y ancho de cada ciudad, pero para que puedan estar en las estanterías de dichas tiendas, los fabricantes han tenido que diseñar estrategias complejas de distribución. Un fabricante cuya planta de procesamiento esté en la ciudad de Bogotá, tendrá que debatir diversas complejidades asociadas a la distribución nacional de sus productos: ¿donde colocar bodegas intermedias que permitan minimizar los costos de transporte?, ¿el sistema actualmente empleado de distribución será el mas eficiente y rentable? ¿qué escenario de distribución podría ser el mejor? ¿Es rentable distribuir productos en Barranquilla desde Bogotá?, ¿Es viable exportar con la estructura actual de distribución?, etc.

Se aprecia que el estudio de la distribución de productos de consumo masivo amerita un absoluto cuidado, aún más si se pretende analizar la disminución de costos logísticos de distribución unido esto a un aumento de eficiencia y de rentabilidad en una organización.

Se puede observar que la necesidad de tener un buen abastecimiento de este tipo de productos puede hacer pensar en la ubicación de Centros de Distribución o Bodegas en múltiples localizaciones dentro de un mismo país, aspecto que de no controlarse y analizarse cuantitativamente puede ocasionar un desplome financiero dramático en cualquier empresa.

¿Porqué hacer un modelo matemático de programación dinámica?

Como se explicará extensamente en el marco teórico, la modelación dinámica cada vez toma más fuerza como herramienta para abordar problemas reales en logística. Con el pasar del tiempo, las poderosas herramientas de software proporcionan confianza al solucionar modelos de gran complejidad con componentes dinámicos y probabilísticos en tiempos de computación razonables. Los supuestos de los modelos estáticos (demandas uniformes en el tiempo, niveles de inventarios invariables, no necesidad de lo dinámico en toma de decisiones estratégicas, etc) pueden ahora formar parte de los modelos sin mayores inconvenientes, siendo posible hoy en día mejorarlos y acercarlos a lo que sería un comportamiento industrial aún más realista.

En distribución, las decisiones de localización y construcción de bodegas o centros de distribución se consideran decisiones estratégicas o de largo plazo. Para tomar estas decisiones se han construido modelos determinísticos de 1 período de tiempo (generalmente 1 año), haciéndole posteriormente sensibilidades a dicho modelo para inferir cuáles serían las decisiones óptimas que arrojaría para los años siguientes, cambiando los parámetros iniciales para considerar los efectos de la incertidumbre. Se conocen los modelos desarrollados por Vidal¹⁵ en 1998 y Toro¹⁶ en el 2001, ambos aplicables al caso colombiano. A pesar de que en la presente tesis el modelo a construir considera como horizonte un año para éste tipo de decisiones estratégicas y

¹⁵ VIDAL, C. J. *A Global Supply Chain Model with Transfer Pricing and Transportation Cost Allocation*. Thesis in partial fulfillment of the requirements for the degree Doctor of Philosophy in Industrial Engineering, Georgia Institute of Technology, Mayo de 1998. pp. 50-102

¹⁶ TORO, H. *Modelación Matemática de la Cadena de Abastecimiento en Busca de Localización Eficiente de Plantas y/o Centros de Distribución*. Tesis como requisito parcial para obtener el título de Ingeniero Industrial. 2001.

de otras del mismo tipo como el cross docking, lo ideal es considerar varios años ó el efecto de la temporalidad para dichas decisiones dada la importancia que tienen y su impacto en la organización (Ver marco teórico).

De otro lado, para el análisis de los niveles de inventarios asociados a demandas no uniformes es necesario la consideración del efecto del tiempo como se explica más adelante en el marco teórico, y éste es el caso especial de gran cantidad de productos del sector de consumo masivo (ciertos productos alimenticios, ciertos productos farmacéuticos, etc), así como de otros productos de menor demanda (Análisis Táctico de los niveles de inventarios).

Un modelo dinámico general con un vector de variables de estado \mathbf{x}_t y un vector de variables de decisión \mathbf{u}_t puede tener una estructura similar a la siguiente:

$$\text{Minimizar } Z = \sum_{t=1}^T (\mathbf{c}_t \mathbf{x}_t + \mathbf{d}_t \mathbf{u}_t)$$

$$\text{Sujeta a: } \mathbf{A}_t \mathbf{x}_t = \mathbf{b}_t - \mathbf{E}_{t-1} \mathbf{x}_{t-1} - \mathbf{B}_t \mathbf{u}_t \quad t = 1, \dots, T$$

$$\mathbf{G}_t \mathbf{u}_t = \mathbf{g}_t \quad t = 1, \dots, T$$

Donde : \mathbf{A}_t , \mathbf{E}_t , \mathbf{B}_t y \mathbf{G}_t , son matrices de coeficientes, \mathbf{b}_t y \mathbf{g}_t son vectores de recursos, \mathbf{c}_t y \mathbf{d}_t son vectores de costos, y $t = 1, \dots, T$ corresponde a los T intervalos de tiempo a considerarse dentro del horizonte de planeación del modelo dinámico.

Es claro que la solución de modelos similares asumen información de cada período t, trabajándose entonces con datos futuros presupuestados o pronosticados. Esto para

muchas empresas podría verse como un gran inconveniente, ya que en muchas organizaciones el asumir como determinísticos ciertos datos referentes a dos, tres o más años hacia el futuro puede parecer un método bastante fuera de lo real, si se asocia por obvias razones con la incertidumbre macroeconómica de los llamados países en desarrollo que incluye a Colombia.

A pesar de esto, el partir de apropiadas metodologías de generación de información puede minimizar esta razonable preocupación.

4. OBJETIVOS

4.1. Objetivo General

Diseñar un modelo de programación matemática dinámica representativo de los sistemas de distribución de productos a nivel nacional, asociado a la industria de productos de consumo masivo, y considerando decisiones de localización de bodegas y cross docking partiendo de sistemas distribución – inventarios de dos eslabones.

4.2. Objetivos Específicos

- a) Determinar las variables de estado y la variables de decisión, así como los parámetros característicos de un modelo dinámico de distribución.
- b) Construir un modelo de programación matemática dinámica general que represente la realidad de los sistemas de distribución de productos, con posibilidades de cross docking y de asignación de bodegas a sitios geográficos candidatos, con base en la operación de un sistema de distribución – inventarios de dos eslabones.
- c) Analizar la aplicación del modelo en el entorno colombiano.
- d) Solucionar el modelo con software especializado, interpretar los resultados, discutir la sensibilidad, y sacar conclusiones de utilidad práctica.

5. MARCO TEORICO

5.1. LA CADENA DE SUMINISTROS

Una Cadena de Suministro (también llamada Cadena de Abastecimiento, Supply Chain, ó simplemente “SC” por sus siglas en inglés), consiste en todas las etapas involucradas, directa o indirectamente, en la satisfacción del requerimiento de un cliente. El gerenciamiento de la SC incluye entonces todas las actividades necesarias para llevar un producto hasta el cliente final, en el momento adecuado, con estándares óptimos de calidad, a un precio razonable, empleando tiempos de servicio óptimos y al menor costo posible. Una Cadena típica puede involucrar una variedad de etapas como las mostradas en la Figura 5.1. Cada etapa no necesariamente debe estar presente en la Cadena.

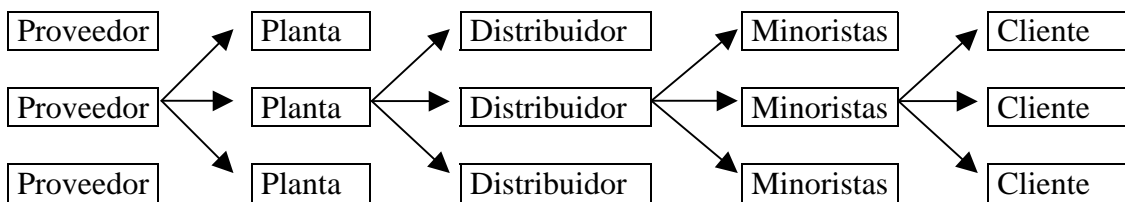


Figura 5.1. Etapas Clásicas de la Cadena de Suministro

El diseño apropiado de la SC dependerá tanto de las necesidades del cliente como del rol que jueguen cada una de las etapas para cubrir dichas necesidades. En algunos casos un fabricante puede responder a pedidos de clientes de manera directa, tal como el caso de Dell Computers, que trabaja con base en ordenes de producción. Dell no tiene Distribuidores ni Tiendas Minoristas en su SC, manejando un sistema Justo a Tiempo. En otros casos, los fabricantes no responden a las ordenes de clientes directamente, manteniendo un inventario de productos con los cuáles se deben satisfacer dichas ordenes.

5.1.1. El Objetivo de una SC

El objetivo de cualquier SC es maximizar el Valor Agregado Total. El “valor” que genera una SC es la diferencia entre la ganancia obtenida al vender un producto a un cliente y la cuantificación monetaria del esfuerzo que invierte la SC para satisfacer dicho requerimiento. El concepto de “valor” esta asociado directamente al de “utilidad”: la diferencia entre los ingresos generados y los costos totales asociados a la SC involucrados en la producción y distribución de los productos. El éxito de la Cadena de Suministros de una corporación debería ser medido por el “valor” que genera la Cadena y no por las utilidades que se generan en cada etapa de manera

aislada, ya que se ha comprobado que al intentar maximizar utilidades de cada etapa aisladamente ocasiona una reducción del Valor Generado por la SC a nivel global¹⁷.

Para medir el valor de la SC el paso lógico siguiente sería entonces buscar las fuentes de ingresos y costos. Para cualquier SC hay solamente una fuente de ingresos ó de Flujo de Caja Positivo: el cliente.

De otro lado, todos los flujos de información, de productos, o de dinero generan costos dentro de la Cadena. Esto sugiere por lo tanto que el manejo apropiado de estos flujos es la clave para el éxito de una Cadena de Abastecimiento. Lo que se conoce como “Gerencia de la Cadena de Suministro” ó *Supply Chain Management* involucra entonces la gerencia de los flujos entre y dentro de las etapas que pertenecen a una SC con el fin de maximizar la utilidad total ó minimizar los costos totales.

5.1.2. Procesos de una SC

5.1.2.1. Punto de vista cíclico

Desde este punto de vista los procesos en una SC se dividen en una serie de ciclos, cada uno ejecutado en la interface entre dos etapas sucesivas.

¹⁷ MARIÑO, N. *Optimos Globales y Cadenas de Suministro*. Series de Gerencia Empresarial. Diario “La República”. Administración de la Cadena de Suministros , pp.4-5. Febrero, 2003.

Obsérvese la figura 5.2.

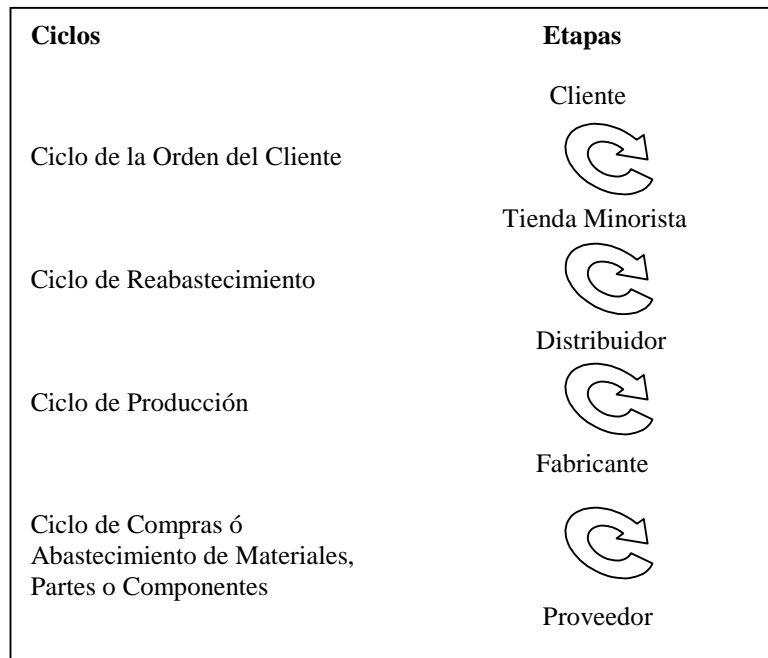


Figura 5.2. Ciclos de la SC (Fuente: Chopra et al, p. 8)

En una SC de cinco etapas, aparecen cuatro ciclos, los cuáles no tendrán que aparecer claramente separados como en la figura anterior.

Este punto de vista es de utilidad cuando se consideran decisiones operacionales, dado que quedan especificados claramente los roles y responsabilidades de cada miembro de la Cadena. El entendimiento de los ciclos provee claridad, por ejemplo, cuando se pretende instalar un sistema de información de soporte para las operaciones logísticas.

5.1.2.2. Punto de vista Pull/Push

Todos los procesos en una SC caen en una de dos categorías, que dependen del tiempo de su respuesta en relación a la demanda del cliente.

Procesos Pull: Su respuesta se inicia a partir de la orden de un cliente.

Procesos Push: Son aquellos que responden con anticipación a la recepción de la orden de un cliente.

Cuando se ejecuta un proceso Pull la demanda se conoce con certeza (proceso reactivo), mientras que al ejecutar un proceso Push la demanda no se conoce y se trabaja con un pronóstico (proceso especulativo). Retomando el ejemplo de Dell, se ha identificado que todos los procesos antes del ensamblaje de un computador son procesos Push, y todos los procesos posteriores incluyendo el ensamblaje final son iniciados en respuesta a la orden de un cliente y son por tanto procesos Pull. En la figura 5.3 se muestra el comportamiento típico de una cadena de suministro que trabaja con inventarios, con la mayoría de sus procesos enmarcados dentro del sistema Push. De otro lado, en la figura 5.4 se observa la característica eminentemente Pull de empresas que trabajan con metodologías Justo a Tiempo, sin significativos inventarios de producto terminado como en el caso de la empresa Dell, referida anteriormente.

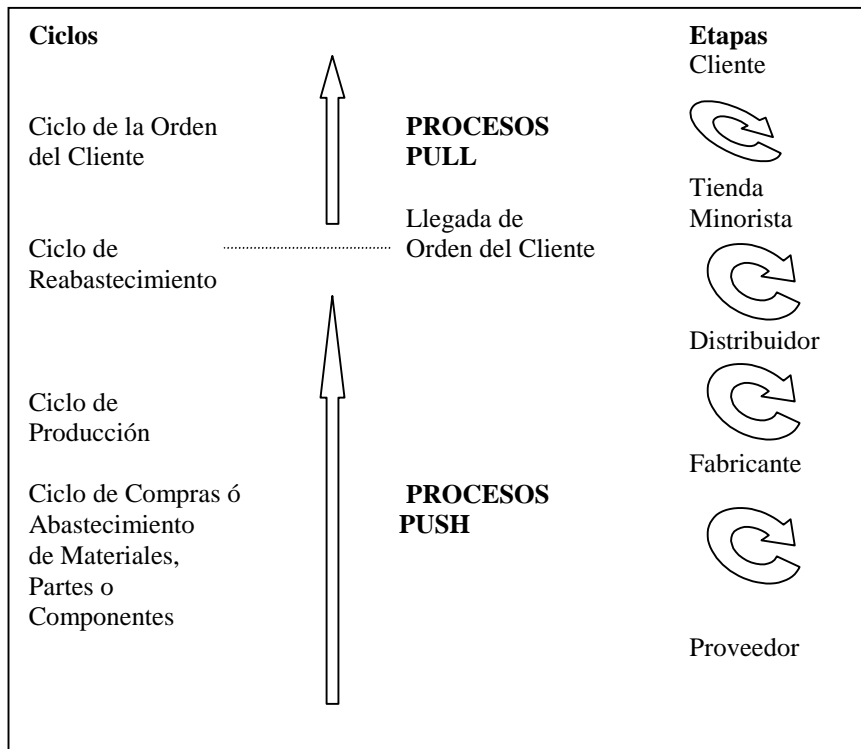


Figura 5.3. Cadena de Suministro Típica

Una distinción clara entre las dos Cadenas de Suministro de las figuras 5.3 y 5.4 es que aquella que trabaja Justo a Tiempo tiene menos etapas y más procesos Pull que la Cadena Típica, teniendo este hecho un impacto significativo en la Gestión y el éxito de la SC. La tendencia debe ser entonces ir simplificando las etapas que separan al fabricante del cliente aumentando la presencia de los procesos Pull, y paralelamente, ya que la planta de manufactura deberá ser cada vez mas rápida y eficiente, ir agilizando el ciclo de negociación con proveedores para tender hacia un abastecimiento de materias primas Justo a Tiempo.

Este punto de vista es muy útil cuando se consideran decisiones estratégicas relacionadas con el diseño de Cadena.

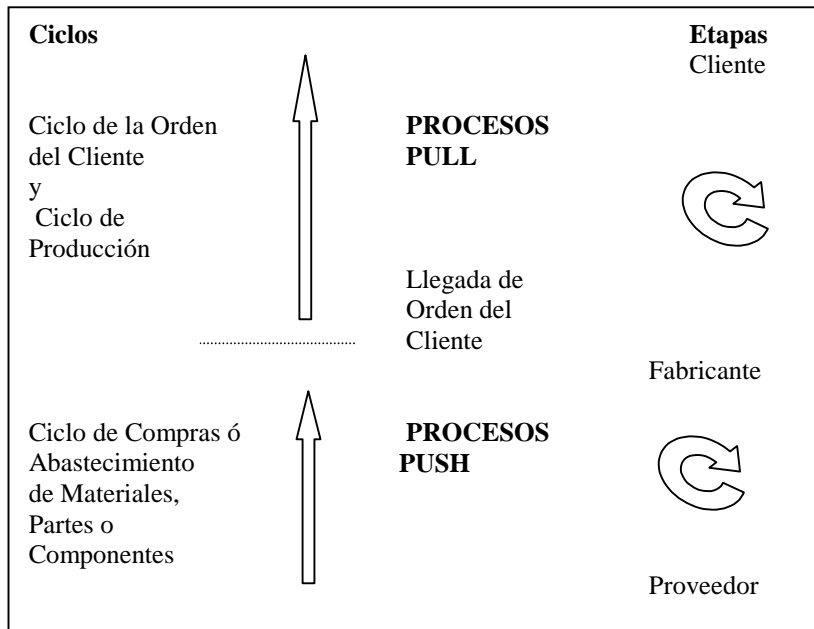
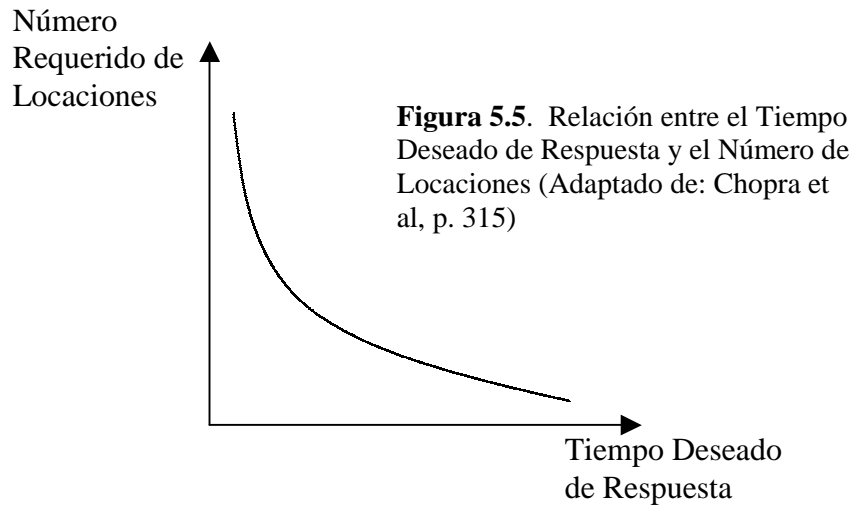


Figura 5.4. Cadena de Suministro Justo a Tiempo. (Fuente: Chopra et al, p. 15)

5.1.3. Factores que inciden en el diseño de la SC

Existen diversos factores que influyen las decisiones del diseño de la Cadena de Suministros, existiendo [según Chopra et al, p. 305] factores estratégicos, tecnológicos, macroeconómicos, políticos, de infraestructura y competitivos, además del tiempo de respuesta al cliente y los costos logísticos.

Se hará un énfasis en los dos últimos factores. Las empresas deben considerar el tiempo de respuesta deseado a los clientes cuando están diseñando su SC. Empresas cuyos clientes toleran largos tiempos de respuesta requiere de pocas locaciones (Ver figura 5.5).



En contraste con lo anterior, las empresas cuyos clientes valoran los tiempos cortos de respuesta necesitan localizarse cerca de ellos. Estas empresas deben tener muchas locaciones (plantas, bodegas, centros de atención) y cada una con baja capacidad para minimizar el impacto de los costos y gozar de un buen nivel de servicio. Ahora bien, si una compañía está enviando productos directamente al cliente, sin la necesidad de bodegas intermedias, para tener un tiempo de respuesta pequeño debe contar con sistemas eficientes de transporte para así evitar la necesidad de más locaciones. Esto último de hecho incrementa el costo de transporte pero mejora el tiempo de servicio.

Esta claro que las empresas también deben considerar los costos de transporte, inventarios y los costos fijos de las locaciones cuando están diseñando su SC.

Cuando se incrementa el número de plantas y/o bodegas, el inventario y su costo asociado también se incrementa. Para disminuir los costos de inventarios las

empresas tratan de consolidar y limitar el número de instalaciones a lo largo de su cadena.

En el caso de una planta de producción, los costos de transporte Inbound son los costos en que se incurre en el transporte de materias primas desde los proveedores. Los costos de transporte outbound son aquellos representativos de la distribución de productos finales. El costo de transporte outbound por unidad tiende a ser más alto que el inbound, ya que en general los lotes de materias primas tienden a ser más grandes.

Además de los costos de transporte e inventarios, están los costos operativos de las instalaciones, todos los cuáles en conjunto representan los costos logísticos que son un factor decisivo en el diseño de la red de suministros. Cada empresa debe tener el menor número de instalaciones que minimicen los costos logísticos totales. Al adicionar una instalación se incrementan los costos, pero si se decide hacerlo tiene que ser porque el incremento en los ingresos producto de una mejor respuesta al cliente es mayor que el incremento en costos producto de una instalación adicional.

5.1.4. Estrategia Competitiva – Distribución de Bajo Costo¹⁸

En 1980, Michael Porter publicó su libro *Competitive Strategy* que fué el producto de cinco años de trabajo en investigación industrial y que marcó en su momento un hito en la conceptualización y práctica en el análisis de las empresas y sus competidores. Porter identificó tres estrategias genéricas que podían usarse individualmente ó en conjunto, para crear en el largo plazo una posición defendible que sobrepasara el desempeño de los competidores en una industria.

Estas tres estrategias genéricas fueron: a) Liderazgo en Costos b) Diferenciación c) Enfoque.

Se hablará aquí de manera breve de lo que se conoce como estrategia genérica de Liderazgo en Costos. Esta fué una estrategia muy popular en la década de los 70's, debido al concepto muy arraigado de la curva de experiencia, que ha permitido buscar oportunidades de reducción de costos. Mantener el costo más bajo frente a los competidores y lograr un volumen alto de ventas era el tema central de la estrategia. Por lo tanto la calidad, el servicio, la reducción de costos mediante una mayor experiencia, la construcción eficiente de economías de escala, el rígido control de costos y muy particularmente de los costos variables, eran materia de estudio constante.

¹⁸ Escrito con base en el documento Internet:
[3w3search.comhttp://www.3w3search.com/Edu/Merc/Es/GMerc057.htm](http://www.3w3search.com/Edu/Merc/Es/GMerc057.htm)

Si la empresa tenía una posición de costos bajos, se esperaba que esto la condujera a obtener utilidades por encima del promedio de la industria y la protegiera de las cinco fuerzas competitivas (competidores potenciales, clientes, productos sustitutos, proveedores y competencia directa en el sector).

Llevada al extremo, esta estrategia significaba tener los costos más bajos del sector: ser líder en costos. Se pensaba que una vez la empresa había adquirido la posición de liderazgo, ésta podía ser sostenible en el tiempo. El liderazgo en costos se concibe a través de una inversión constante de capital, con habilidad en la ingeniería de procesos, con la supervisión de la mano de obra, con sistemas de distribución de productos de bajo costo y con productos diseñados para facilitar su fabricación.

Pero Porter en su obra *The Competitive Advantage of Nations* de 1990 reconoce para las nuevas circunstancias del mercado la inestabilidad de éstas tres estrategias genéricas, y la necesidad de modelos más dinámicos para concebir la ventaja competitiva.

Las tres estrategias genéricas mencionadas, pertenecen a los modelos estáticos de estrategia que describen a la competencia en un momento específico. Fueron útiles cuando en el mundo los cambios se daban lentamente y cuando el objetivo era sostener una ventaja competitiva. La realidad es que las ventajas sólo duran hasta que los competidores las copian o las superan. Copiadas o superadas, las ventajas se convierten en un costo. El copiador o el innovador sólo podrá explotar su ventaja durante un espacio de tiempo limitado, antes que sus competidores reaccionen.

Cuando los competidores reaccionan, la ventaja original empieza a debilitarse y se necesita una nueva iniciativa. Era necesario pensar en otras estrategias.

En las investigaciones realizadas por Porter se encuentran dos estrategias competitivas nuevas que atañen a los sistemas logísticos de producción – distribución. Una se refiere a las Economías de Localización (Estrategia Global) y otra a los ya mencionados Sistemas de Distribución de Productos de Bajo Costo. Las Economías de Localización se establecen como aquellas que surgen del desarrollo de una actividad de creación de valor en el sitio óptimo para el desarrollo de una actividad, en cualquier parte del mundo que se pueda realizar, debido a una disminución de los costos de transporte, entre otros factores de localización.

Se observa entonces con cierta claridad la estrategia del adecuado gerenciamiento de la Cadena Logística de Suministros, ó lo conocido hoy en día como *Supply Chain Management*. Esta estrategia debe ser dinámica, de constante revisión. Hay que considerar que el rompimiento de las barreras comerciales entre los países refuerzan la necesidad de dejar de pensar que por el hecho de tener en cierto momento el mejor sistema de distribución de productos, la mayor cobertura del mercado y la mayor eficiencia en producción, una empresa tenga que seguir indefinidamente con dicha posición de liderazgo en el mercado.

5.2. DEBILIDADES DE LOS SISTEMAS DE INFORMACION MRPII Y ERP

En la década de los 90 aparecieron los llamados sistemas integrados de gestión empresarial ó ERP (Enterprise Resources Planning) que pueden verse como una extensión de los sistemas de gestión de producción MRPII (Manufacturing Resources Planning) que a su vez surgieron en la década de los 80 como una evolución de los sistemas MRP (Material Requirements Planning) que habían nacido en la década de los 70¹⁹.

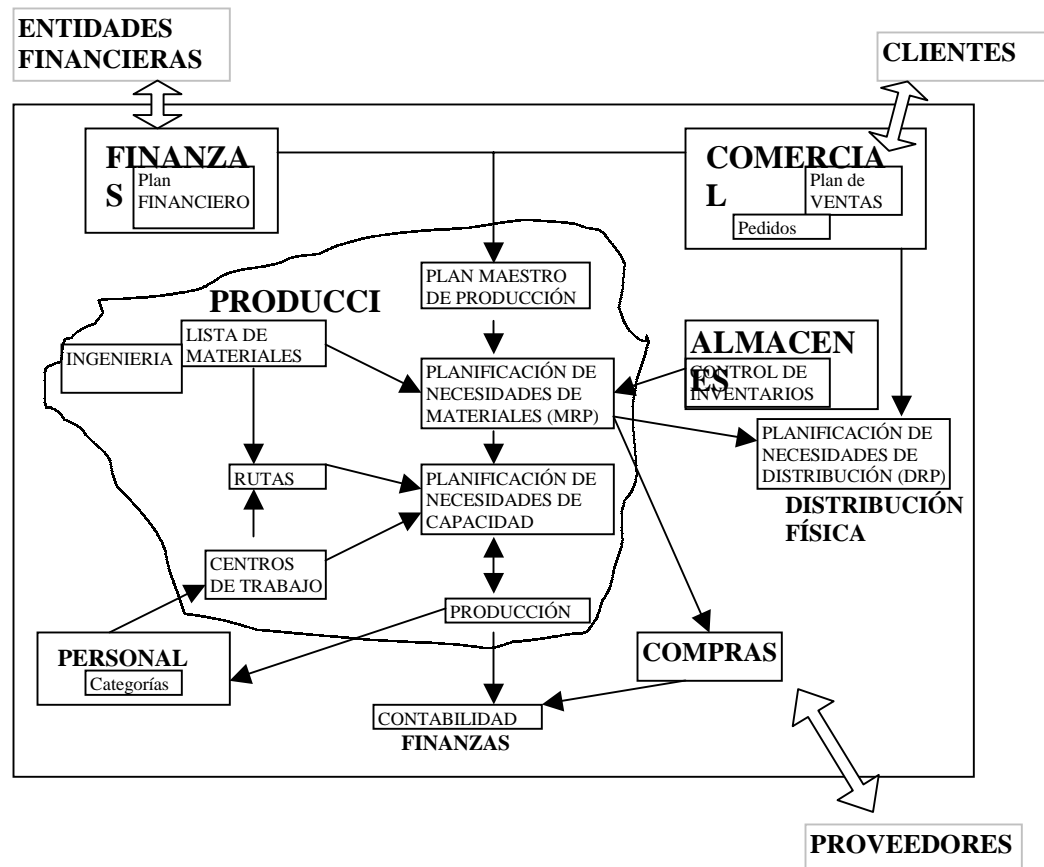


Figura 5.6. Integración de los Sistemas de Gestión Empresarial. Sistemas ERP. (Fuente: DELGADO, et al, p. 57).

¹⁹ DELGADO, J. y Marín, F. *Evolución en los Sistemas de Gestión Empresarial. Del MRP al ERP.* Revista: Economía Industrial. No. 331, vol. 1, 2000. p. 52.

Los componentes de un software integrado de gestión ERP son en general aquellos mostrados en la figura 5.6. Actualmente, según los resultados de la “Matriz Boston” que establece un ranking de los sistemas (software) ERP que se ofrecen en el mercado²⁰, el sistema SAP es el de mayor cobertura (12% del mercado) y el de mejores aplicaciones en la industria hoy por hoy.

Sin embargo, la pregunta natural que se le hace a los sistemas ERP actuales es ¿Dichos softwares facilitan los procesos de optimización? ¿optimizan la gestión de inventarios? ¿optimizan la gestión de distribución? ¿Es necesario construir y solucionar modelos matemáticos que propendan por la optimización de la gestión de distribución?

A continuación se hace una breve reseña de la investigación realizada en este sentido por Thomas Hsiang, PhD, director de Ciencias Gerenciales del Sensient Technologies Corporation de Milwaukee, con la colaboración de los profesores John Liu y D.Q. Yao de la Escuela de Negocios de la Universidad de Wisconsin²¹. El Dr. Hsiang comprobó que los sistemas MRPII y ERP comerciales carecen de “inteligencia” para optimizar las operaciones de reabastecimiento de inventarios en la cadena logística de suministro. Dice: “todos los sistemas actualmente en el mercado son simplistas hasta el punto de ser ingenuos”. En su experiencia con el uso de sistemas MRPII y ERP ha detectado serias debilidades de estos sistemas, que contradicen lo dicho por sus

²⁰ *Life cycles for Business Applications and ERP systems*. <http://www.erpevaluation.com>. 29 de Marzo. 2003.

²¹ HSIANG, Thomas. *The Illusion of Power*. En: ORMS Today, Vol. 28, N. 1. Edición de Febrero 2001. Informs.

vendedores quienes afirman que estos software optimizan la producción y la gestión de inventarios.

Las debilidades encontradas fueron entre otras las siguientes:

- Los parámetros de planeación, tales como tamaños de lote, lead times e inventarios de seguridad, son críticos para el manejo de los inventarios. Aquí hay dos problemas: primero, estos importantes parámetros son arbitrariamente colocados y son raramente validados. Una razón para esto es que no hay una metodología que pueda emplearse para validar u “optimizar” estos parámetros. Además, si estos parámetros pudieran ser validados, la naturaleza dinámica de los negocios dictamina la necesidad de monitorear la demanda y los cambios que ocasiona ella en los parámetros mencionados. Según Hsiang, eso raramente se hace en la práctica. Afirma que a medida que la mayoría de proveedores dicen vender módulos adicionales para “optimización”, estos son inadecuados.
- Capacidad “Infinita”: los sistemas comerciales MRPII/ERP asumen ingenuamente, según Hsiang, una capacidad infinita de producción, y no permite desarrollar la natural competencia que tienen los productos por una capacidad realmente limitada. Esto hace que estos sistemas no tengan poder para optimizar mezcla de productos que proporcionaría una escogencia inteligente de cual producto fabricar para maximizar la productividad. Consecuentemente, los sistemas MRPII/ERP frecuentemente generan escenarios no-realistas de producción, que resultan en excesivos inventarios, sub-utilización de recursos y un pobre servicio al cliente.

Hsiang llega a la conclusión de que el remedio para estas grandes debilidades es “adicionar inteligencia” a los sistemas MRPII/ERP existentes, con herramientas tecnológicas dedicadas a solucionar necesidades de optimización. Estas herramientas abarcan la construcción de modelos matemáticos y el uso de hojas electrónicas.

Puede decirse que las observaciones de Hsiang, aunque interesantes, se ajustan a sistemas de manufactura discreta, pero se presenta aquí otro comentario relativo a manufactura continua en lo que respecta a la optimización. El Dr. Gerry Cleaves, considerado un experto en la planeación de la SC para la industria química, con más de diez años de experiencia en el desarrollo de software para planeación de la Cadena Logística de Suministros y más de veinte años en el desarrollo y mercadeo de soluciones empresariales, afirma: “Hoy, gran cantidad de proveedores de soluciones para la SC ofrecen herramientas de optimización como parte de su paquete de software (refiriéndose a los sistemas de gestión empresarial ERP); sin embargo, la mayoría están basados en supuestos derivados de la industria de manufactura discreta. Estas soluciones simplemente no se ajustan a la industria química (...) por lo tanto, se requiere de modelos especializados de optimización”²².

Tanto en sistemas de manufactura discreta como continua, los expertos han llegado a la conclusión de que los sistemas MRPII/ERP, a pesar de ser unos extraordinarios “sistemas de información” empresarial, con manejo de reportes y de bases de datos

²² CLEAVES, G. *Supply Chain Planning Optimization in the Chemical Industry*. AtlanTec, Inc. 2002. p. 3.

útiles para el día a día de la industria en general, no pueden verse como herramientas de optimización, y lo que hacen es, como su nombre lo indica, “informar” y facilitar datos de una manera bastante eficiente.

5.3. MODELACION DINAMICA DE CADENAS DE SUMINISTRO

5.3.1. La necesidad de lo dinámico

En julio de 1998 se presentó un estudio que comprendía un análisis crítico, profundo y realista de la SC. Se resaltó la importancia de los aspectos dinámicos y de la modelación dinámica de cadenas logísticas de suministros. En este marco teórico se presenta brevemente ciertos aspectos mencionados en dicho estudio de gran relevancia para el presente trabajo de tesis.

Se afirma en el estudio lo siguiente²³:

“El comportamiento dinámico de todo el sistema que comprende la Cadena de Suministro resulta de la interacción y retroalimentación entre los diversos subsistemas que la componen. (...) Esta retroalimentación modifica la dinámica de los subsistemas, modificaciones que pueden asociarse con diferentes escalas de tiempo que van desde segundos a meses ó años. (...) Los fenómenos que ocurren en las cadenas de abastecimiento no son bien entendidos y en muchos casos no han sido identificados todavía. Un ejemplo de un fenómeno bien entendido y estudiado es el de la amplificación de la demanda. Aquí, mínimas variaciones de la demanda ocasionan grandes variaciones en los subsistemas de producción. Este fenómeno es causado por la inevitable brecha dentro de la SC que hay entre las políticas

²³ Backx, T., Bosgra, O., y Marquardt, W. *Towards Intentional Dynamics in Supply Chain Conscious Process Operations*. Invited paper. FOCAPO. Julio, 1998, p. 15.

típicamente empleadas de control de inventarios y de tratamiento de ordenes de clientes”. Los autores del artículo hablan además de la simplicidad de los modelos actualmente empleados y la ausencia en ellos de la dinámica intrínseca que caracteriza el comportamiento de una Cadena de Suministro. El efecto de las decisiones gerenciales desde la perspectiva temporal no parece ser considerado en los modelos actuales.

Continúan diciendo:

“Los modelos disponibles de Cadenas de Abastecimiento son en cierto grado de naturaleza heurística, siendo necesario direccionar el aspecto relacionado con la modelación dinámica de la SC. (...) Un factor principal que debe resultar del análisis dinámico de la SC es ganar más entendimiento de la causalidad y de las relaciones causa-efecto de las decisiones que se tomen en la Cadena. Esto puede resultar en la habilidad para establecer un modelo dinámico no-lineal híbrido de tiempo continuo y eventos discretos teniendo una estructura que fije el carácter de las interrelaciones entre las variables y los fenómenos que ocurren en la Cadena. Este entendimiento es esencial para un diseño confiable de una estructura formal de decisión que ayude a mejorar la eficiencia global de una Cadena Logística de Suministro”²⁴.

Se observa entonces la necesidad de analizar porqué se ha llegado en determinadas circunstancias a un estado final dado un estado inicial en diferentes escalas de tiempo, conociéndose ésto como análisis causa-efecto.

²⁴ Op. cit., p. 28.

“Se necesitan suavizar los aspectos dinámicos de la SC lo cual ayudaría a evitar oscilaciones excesivas en los niveles de inventarios y en la capacidad de producción, evitándose el fenómeno de amplificación de la demanda a pesar de que se tengan sistemas de producción Justo a Tiempo. Esto requiere un flujo coordinado de productos a lo largo de la cadena de suministros sin niveles de producción excesivos”. “(...) Las mayores limitaciones de las operaciones de las Cadenas de Suministro son debidas a sus características dinámicas y de estado-estable. Estas características deben ser tenidas en cuenta”²⁵

En el documento referenciado se destaca como un enfoque simplista el tratar de modelar la SC a través de la metodología de modelos dinámicos industriales propuestos por Forrester (dinámica de sistemas) pero sin embargo apoya el enfoque sistémico para el análisis dinámico de la Cadena. También dice que “los modelos de optimización combinatoria que emplean estos enfoques son herramientas extremadamente útiles para asistir a la síntesis profunda y eficiente de una Cadena de Suministros”²⁶, refiriéndose a la utilidad de modelos matemáticos dinámicos de optimización.

²⁵ Op cit., p.17.

²⁶ Ibid., p.5.

5.3.2. Optimización Estratégica y Táctica de Cadenas de Suministro

Se reconocen dos niveles de optimización en lo que respecta a la SC²⁷: la *optimización táctica*, que busca la optimalidad en el corto plazo, y la *optimización estratégica* de largo plazo que busca desarrollar planes óptimos que puedan ser traducidos a políticas que guíen las operaciones tácticas de la compañía. La optimización estratégica debe basarse en supuestos reales de operación del negocio porque de lo contrario los planes finalmente fallarán. Y la optimización táctica debe tener correspondencia con los planes estratégicos y políticas de la empresa, ya que de lo contrario se obtendrían óptimos locales que atentarían contra el esfuerzo de la optimización estratégica que tiene un alcance global. Ambos tipos de optimización se suponen soportados por modelos matemáticos representativos de las actividades de la SC, conteniendo los principales componentes generadores de costos dentro de la Cadena.

5.3.2.1. Optimización Estratégica de la SC²⁸

Las decisiones estratégicas tienen el mayor potencial de impacto sobre el incremento de la utilidades de la empresa. La programación lineal ha sido frecuentemente usada en los procesos de planeación y de asignación de recursos a la empresa. Se intenta aquí responder preguntas como por ejemplo: ¿dónde localizar una nueva planta?,

²⁷ Cleaves, G., Op. cit., p.4.

²⁸ Esta sección se escribió con el apoyo de: Ibid., pp. 4-6.

¿cuáles nuevos productos ó familia de productos introducir?, etc. Aún después de responder estas preguntas, hay mucho por averiguar en el camino de la optimización estratégica: ¿cuáles productos deberían fabricarse?, ¿cuáles puntos de suministro se necesitan y cuáles son redundantes?, ¿cuáles plantas y líneas de producción ofrecen la mayor rentabilidad?, si las condiciones del mercado cambian: ¿qué plan es el mejor?. En el dominio de lo estratégico se pueden considerar también el abrir o cerrar bodegas, líneas de producción ó aún plantas enteras de manufactura: ¿cuáles bodegas e instalaciones de reempaque deben continuar con la empresa por su mayor generación de beneficios? ¿cuáles deberían ser cerradas?.

Para resolver estos problemas, el pronóstico de demanda de los clientes se combina con la capacidad y costo de producción, así como con las rutas de distribución y sus costos, para determinar los puntos óptimos de producción y los canales de distribución para todos los productos. Incluyendo los costos fijos de cada instalación en la Cadena de Suministro, de tal forma que con ellos se penalice el flujo de producto a través de un punto de la Cadena, el modelo de optimización puede determinar cuál de los puntos que son redundantes en dicha Cadena desembocarían en los mayores ahorros de costos si se llegaran a cerrar, sin verse afectado el nivel de servicio al cliente. De otro lado, si nuevas plantas o bodegas son necesarias, el mismo modelo puede seleccionar de entre varias alternativas la ubicación que represente el mínimo costo logístico global.

Dónde localizar una nueva planta ó línea de producción, dado que corresponde a una decisión de grandes inversiones, es aconsejable manejarla incluyendo el factor de riesgo [Cleaves, G., p.5-6]. Aquí el mejor enfoque es desarrollar ciertos escenarios que representen la proyección de la demanda bajo diferentes condiciones económicas y competitivas, y bajo distintos niveles de inversión. Usando las técnicas de programación estocástica²⁹, la combinación óptima que resulte entre los escenarios y los niveles de inversión será aquella que permita balancear el riesgo. Con la optimización estocástica es posible evaluar un rango de planes de contingencias para encontrar qué estrategia proporciona la máxima utilidad sobre una gama de escenarios. Pero cuando las condiciones son relativamente estables, puede prescindirse de la inclusión del factor riesgo dentro de la escogencia del óptimo.

En la optimización estratégica se consideran en el horizonte del modelo períodos largos de tiempo, mínimo de un año y con cifras agregadas. Por tanto podrían considerarse uno ó mas años dentro de la estructura del modelo, convirtiéndose en un *modelo estratégico estático* (un año) ó *dinámico* (varios años). Los modelos estratégicos estáticos se han estudiado con más profundidad, por estar directamente ligados a los modelos lineales determinísticos, fácilmente solucionables hoy en día y alimentados con información conocida relativamente estable. Los modelos estratégicos dinámicos son en esencia estocásticos, ya que la información del segundo, tercer o más años corresponden en la práctica a posibles escenarios hacia el

²⁹ En el capítulo 9 de ésta tesis, se puede mirar la relación entre los modelos de programación dinámica y aquellos de programación estocástica.

futuro, son datos que los gobierna la incertidumbre y están asociados a probabilidades de ocurrencia.

Si una empresa considera que las variables exógenas de índole macroeconómico y competitivo, van a ocasionar cambios en el panorama del sector económico en que la empresa se encuentra, las decisiones estratégicas que se deseen tomar casi necesariamente deben apoyarse en los modelos estratégicos dinámicos ó en modelos de programación estocástica.

5.3.2.2.Optimización Táctica de la SC

En el dominio de lo táctico, que es el corto plazo, se actúa asumiendo ciertas políticas estratégicas de la empresa. Se parte de restricciones ya establecidas como la capacidad de producción que es relativamente fija, el pronóstico de demanda que es relativamente sólido, precios de materias primas que se pueden asumir estáticos. Los canales de distribución y tamaños de flotas de vehículos están generalmente bien establecidos. Algunas de las decisiones tácticas de importancia son por ejemplo:

- Optimización del destino de los inventarios: balanceo entre el servicio al cliente y los niveles de inventarios. Se identifica cuánto inventario debería mantenerse y cómo debería distribuirse en la red de bodegas del sistema de distribución.
- Optimización táctica del transporte: asume los clientes, las bodegas y las plantas como fijas, y se preocupa por determinar qué bodegas deben suplir a cuál cliente y con qué producto específico.

Se observa que el flujo de productos y la asignación de inventarios a bodegas corresponden a decisiones tácticas, dada una política estratégica de la compañía.

Al analizar los flujos y los niveles de inventario de un producto ó línea de productos en una Cadena de Suministro, debe observarse el grado de estabilidad de la demanda del producto a lo largo del año. Con productos de demanda no-estable, con picos de demanda y con temporadas de baja demanda, es pertinente analizar qué política óptima de inventario tener. Seguramente, el inventario óptimo a mantener en un determinado mes no será igual al óptimo nivel de inventario que se deberá mantener en el mes siguiente. Podría decirse, por ejemplo, que una política óptima de inventarios en un año, debería corresponder a la sumatoria de los efectos de sub-políticas óptimas mensuales. El analizar un mes no bastaría ya que se sabe que la política de un mes afectaría la siguiente. Se necesitaría evaluar el efecto encadenado de los inventarios mes a mes a través de un *modelo dinámico táctico*. Este modelo permitiría realizar análisis causa-efecto, es decir, determinar qué efecto ocasiona la política de inventarios de un mes en los meses siguientes.

De otro lado, si la demanda de un producto ó línea de productos es estable ó uniforme a lo largo del año, bastaría con analizar un período corto de tiempo para determinar su política óptima de inventarios en toda la cadena. Aquí un *modelo estático táctico* sería suficiente.

5.3.2.3.Optimización Estratégica-Táctica de la SC

Es razonable y lógico pensar en una optimización de la Cadena de Suministros en dos fases. Primero, se diseña un modelo matemático de optimización estratégica. Este modelo determinará la configuración óptima de la cadena en cuanto a la localización óptima de plantas y bodegas. Y como una segunda fase, partiendo de una configuración definida de la Cadena, se construye un modelo de optimización táctica de flujos y niveles de inventarios. Al enfoque anteriormente descrito se le denomina enfoque jerárquico (hierarchical approach). Surge la inquietud de porqué no se diseña un único modelo integrado cuya solución permita decisiones táctico-estratégicas y que arroje tanto la configuración óptima de la red además de los flujos y niveles óptimos de inventarios de productos a considerar en dicha red logística.

Esta inquietud fue abordada y explicada en un estudio publicado en el año 2002, cuya conclusión fue la siguiente³⁰:

“Las decisiones simultáneas sobre localización de instalaciones, líneas de producción y programación de inventarios puede generar significativos ahorros comparado con el proceso de decisión secuencial en donde primero se localizan las instalaciones y luego se determinan los flujos tácticos producción-distribución-inventarios”.

³⁰ GOETSCHALCKX, M., Vidal, C.J., y Dogan, K. *Modeling and Design of Global Logistics Systems: a review of integrated strategic and tactical models and design algorithms*. European Journal of Operational Research. Vol, 143. 2002. pp. 15-16

Previa a esta afirmación, dicho estudio comenta que los ahorros que genera esta integración se justifican cuando la demanda de los productos varía con respecto al tiempo³¹, según aplicaciones del modelo que realizaron los autores en la práctica.

Esto quiere decir que, el modelo de optimización de una Cadena de Suministro para productos con patrones de demanda distintos por período de tiempo debería ser, por ejemplo, y dada ésta y otras conclusiones anteriores, un único *modelo matemático estratégico estático (a un año)* y *táctico dinámico (meses, semanas, etc)*. Y si, además de considerar lo anterior, la empresa desea tomar decisiones estratégicas con cierta incertidumbre respecto al futuro, entonces debería idealmente construirse y solucionarse un único *modelo matemático estratégico dinámico (varios años)* y *táctico dinámico (meses ó semanas)*.

5.3.3. Modelo Dinámico de Optimización de la SC de Dogan

A raíz de la tesis doctoral de Koray Dogan en 1996³², en 1999 él y su advisor publicaron un artículo que contiene la esencia de dicho trabajo. Con base en este artículo³³ se esbozará la idea general del modelo dinámico de la Cadena de Suministros que se logró construir y solucionar. En la Figura 5.7 se observa la

³¹ Op. cit., p.15.

³² Tesis realizada en el Georgia Institute of Technology que no se tiene a la mano pero cuyo título se sabe que es: *A primal decomposition scheme for the design of strategic production-distribution systems*.

³³ DOGAN, K. y Goetschalckx, M. *A primal decomposition method for the integrated design of multi-period production-distribution systems*. IIE Transactions, vol. 31, 1999. pp.1027-1036.

estructura de la SC estudiada por Dogan considerando la red producción-distribución dentro de un país.

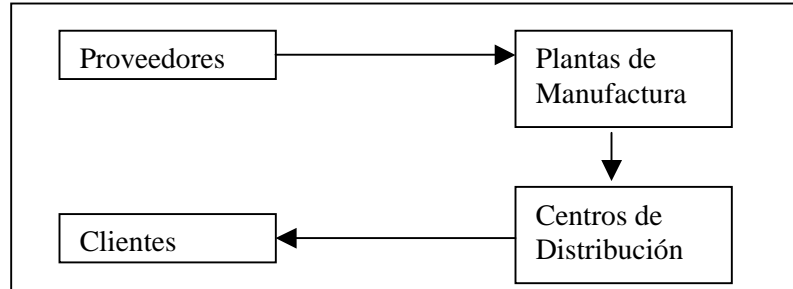


Figura 5.7. Esquema de la SC estudiado por Dogan.

Las citas textuales que se presentarán del artículo corresponden a la traducción inglés-español realizada por los autores del presente trabajo de tesis.

Se afirma en dicho artículo:

“Las decisiones estratégicas de la Cadena de Suministro típicamente involucran un horizonte de tiempo de más de un año, y determinan la ubicación de instalaciones, la configuración de instalaciones de manufactura y distribución, y la selección de los canales de distribución. (...) Las decisiones tácticas típicamente se consideran con un horizonte de tres meses a un año y determinan la mezcla y los niveles de producción en cada planta, los niveles de inventarios, la asignación de clientes, y las actividades de transporte” [Dogan et al. p.1027].

Dicen, respecto al objeto de su estudio: “Estudiamos el diseño integrado de cadenas de suministro estratégicas y la determinación de asignaciones tácticas producción-distribución en el caso de demandas de clientes con variaciones estacionales. Dado un

grupo de proveedores potenciales, potenciales instalaciones de manufactura y centros de distribución con múltiples posibles configuraciones, y clientes con demandas estacionales, el objetivo es determinar la configuración de los sistemas producción-distribución con el menor costo de abastecimiento, producción, transporte, inventarios y de instalaciones tal que se pueda cubrir la demanda estacional de los clientes”[Dogan et al. p.1027].

Se construyó un modelo a un año, dividido éste en cuatro períodos representativos de las cuatro estaciones características de los países alejados de la franja ecuatorial, a saber: primavera, otoño, verano, invierno. Las decisiones de flujos de productos en los canales de distribución, los niveles de producción en cada planta, la cantidad de materia prima a comprar y los niveles de inventarios en los centros de distribución se consideraron como decisiones tácticas a tomar en cada período “t” del modelo (cada uno con duración de tres meses). De otro lado, las decisiones de localización de plantas y de líneas de producción se consideraron decisiones estratégicas por su gran costo e impacto, y por tanto no se hicieron dependientes del período “corto” t.³⁴

En la formulación del modelo matemático, a pesar de considerarse el minimizar la sumatoria de los costos de compras de materias primas, los costos fijos y variables de manufactura, los costos fijos y variables de operación de las instalaciones, los costos

³⁴ En Dogan et al., en la página 1030 se muestran las variables de decisión del modelo, aquellas de carácter táctico sub-indexadas por “t” y aquellas de carácter estratégico sin este subíndice. Ejm: Variable X_{tpij} = cantidad de producto p a embarcar a través de canal de transporte ij durante el período t .

de bodegaje, costos de transporte, costos del inventario cíclico y los costos del inventario en tránsito, no considera el efecto ó impacto de los costos de los inventarios de seguridad [Dogan et al. p.1027] en la toma de decisiones táctico-estratégicas, ni tampoco las restricciones de lista de materiales ó “bill of materials” [Dogan et al p.1036], ambos aspectos de cierta relevancia práctica en una Cadena de Abastecimiento.

Como resultado del estudio se construyó un modelo dinámico táctico-estratégico considerando el enfoque integrado en vez de el jerárquico, y se aplicó realmente a una industria de bebidas en la cual el modelo propuso ahorros cercanos a 8,3 millones de dólares anuales. Se comprobó que el enfoque integrado propuso decisiones con un 2% más de ahorros para la empresa que la mejor solución propuesta por el enfoque de decisiones jerárquico (secuencial). [Dogan et al. p.1035].

El modelo integrado resultante, que se aplicó al análisis de Cadenas de Suministro dentro de un único país, se solucionó a través de la metodología de descomposición de Benders³⁵, que se ha comprobado gozar de gran eficiencia para la solución de modelos dinámicos de gran escala. [Dogan et al. p.1028]

³⁵ Ver las siguientes referencias sobre la aplicación de Descomposición Anidada de Benders (Nested Benders Decomposition) en la solución de modelos dinámicos:
VELÁSQUEZ, J. M. *Generalized Dual Dynamic Programming Theory*. Annals of Operations Research No. 117, pp. 21-31. 2002.
BRAVO, J.J. *Teoría de la Descomposición de Modelos Matemáticos Optimizables*. Universidad del Valle. Marzo 2003. Cali.

5.3.4. Modelo Dinámico de la SC de Arntzen, Brown, Harrison y Trafton

En el año de 1995 se publicó un interesante artículo que esbozaba un caso real de aplicación de optimización de la SC a gran escala en la empresa Digital Equipment Corporation (DEC). Al modelo se le denominó “Global Supply Chain Model” ó GSCM, e involucró toda la red mundial de producción-distribución de DEC³⁶.

Esta sección se escribirá con base en este artículo, cuyas citas textuales son traducciones de los autores de la presente tesis.

En el artículo se comenta que la infraestructura de DEC incluía 33 plantas de manufactura localizadas en 13 países [Arntzen et al. p.81], y 34 centros de servicio [Arntzen et al p.83] estratégicamente localizados en diversos países. Esta estructura había probado ser muy exitosa por casi 20 años en donde DEC creció rápidamente llegando a ser una compañía líder en ventas de computadores en el mundo. A raíz de la crisis de 1991, en la cual hubo un cambio brusco en la demanda de computadores, la empresa estaba de frente a la problemática de tener que distribuir un producto nuevo (computadores de menor tamaño y más ágiles) y para el cual había que diseñar una infraestructura apropiada, seguramente diferente a la que en el momento tenían. [Arntzen et al. pp. 70-71].

³⁶ ARNTZEN, B., Brown, G., Harrison, T., y Trafton, L. *Global Supply Chain Management at Digital Equipment Corporation*. Interfaces, vol. 25, No. 1, Enero 1995. pp. 69-93.

Los autores dicen: “Nosotros adoptamos un punto de vista estratégico tanto para los procesos de manufactura como para los procesos logísticos” [Arntzen et al. p.74].

Ante este nuevo producto que exigían los clientes, en lugar de los productos anteriormente ofrecidos, “las decisiones que en DEC se debían tomar respecto a la estrategia global de manufactura eran:

- Cuántas plantas eran ahora necesarias, dónde localizarlas, y qué tecnología y capacidad debería tener cada una?.
- Qué grado de ‘integración vertical’ era mejor?.
- Debería un producto ser fabricado en una planta, en dos plantas, ó tres?.

(...)

En cuánto al diseño de la red logística debían decidir:

- Cuántos centros de distribución debían haber, dónde deberían quedar localizados, y qué métodos de distribución y capacidad debería tener cada uno?
- Cuáles centros de distribución deberían servir a qué clientes para cada tipo de producto?”. [Arntzen et al. pp. 71-72]

Para responder estas preguntas se construyó un modelo matemático estratégico-dinámico de la SC. Este modelo [descrito en Arntzen et al. pp.85-90] considera un horizonte de “t” períodos de análisis. La localización de instalaciones no la hicieron dependiente de cada período de tiempo. En cambio, los niveles de inventarios, los niveles de producción y los flujos de productos a lo largo de los canales de

distribución si se presenta en el modelo como dependientes del tiempo. Dado el punto de vista estratégico que dicen los autores considerar, es razonable asumir los períodos de tiempo como ‘años’. Si es así, podría verse como una deficiencia del modelo el hecho de considerar las decisiones acerca de flujos, de niveles de producción e inventarios como decisiones estratégicas. Los autores del artículo reconocen: “El examinar varios factores, tales como los inventarios, los patrones de ordenes de clientes, cambios en los costos laborales, (...) generalmente ocasionan que los tomadores de decisiones adopten soluciones un poco distintas de la sugerencia óptima del GSCM. Sin embargo, la solución del GSCM es una ‘mejor práctica’ para medir los efectos sobre el costo al manipular estos factores.” [Arntzen et al. p.81]. Pero además se observa que el modelo no consideró el efecto de los *inventarios de seguridad* en las decisiones estratégicas a tomar, lo cuál podría considerarse como un factor ausente ocasionador de posibles confusiones, a menos que el sistema opere en general como un justo a tiempo, que no es precisamente lo que se analizaba.

Respecto a los métodos de solución del GSCM dicen: “(...) se emplearon algunos métodos de solución no-tradicionales, incluyendo restricciones elásticas, factorización de filas, solución de problemas en cascada, (...)”. [Arntzen et al. p.90]. Se comenta finalmente en el artículo que las sugerencias del GSCM fueron implementadas con éxito por DEC a lo largo de 3-4 años, y lograron los siguientes resultados, por demás bastante significativos:

- El número de plantas fué reducida de 33 a 12. Como resultado, DEC en 1995 consistía en 12 plantas ubicadas en 7 países, a raíz de la implementación.

- Se redujeron los costos anuales de manufactura en US\$225 millones, y los costos totales de logística se redujeron en US\$200 millones a 1995.
- El número de centros de servicio fue reducido de 34 a 17, reduciéndose el nivel de activos de la empresa en US\$34 millones y disminuyendo en US\$81 millones los costos operativos anuales.

5.3.5. Acerca del Uso Actual de la Modelación Dinámica de la SC

Generalmente se suele afirmar que en la práctica difícilmente se aplican modelos de cierta complejidad como aquellos dinámicos o estocásticos. En esta sección, como parte vital de este trabajo de tesis, se expondrán las percepciones del Dr. Laureano Escudero, presidente de la Asociación Europea de Sociedades de Investigación de Operaciones-EURO, respecto a los beneficios de las aplicaciones de estos modelos en el sector industrial europeo.

Los comentarios del Dr. Escudero que vienen a continuación corresponden a la introducción de su conferencia dictada en el marco de II Congreso Colombiano de Investigación de Operaciones del año 2002³⁷.

En su exposición se presentaron diversos casos reales de aplicación que correspondían, entre otros, a los siguientes sectores: “(...) logística en automoción, logística en la producción de petróleo y productos petro-químicos, planificación del

³⁷ ESCUDERO, L. *Beneficios de algunas aplicaciones de la Investigación Operativa en el Sector Industrial Europeo*. Resumen de Ponencia. II Congreso Colombiano de Investigación de Operaciones. Sept. 2002.

mantenimiento de unidades de producción, planificación de la producción, ejecución de proyectos, *distribución de materias primas y productos*, expansión de la capacidad productiva, planificación de inversiones públicas y otros”. Y comenta: “Muchas de estas aplicaciones pueden extenderse fácilmente a otros sectores industriales y otros entornos geográficos”.

Las herramientas que se usaron para resolver estos casos fueron: “programación lineal, programación 0-1 mixta, programación reticular, programación no-lineal, programación estocástica, redes neuronales artificiales, regresión multivariante, análisis de conglomerados y simulación”. Un aspecto importante de todos los casos es su componente dinámico como lo expone el profesor Escudero: “las aplicaciones objeto de este trabajo tienen muchas características en común. En primer lugar, el tipo de problemas a abordar pertenece a los dominios de *planificación estratégica*, *planificación táctica* y *secuenciación de operaciones* en muchas aplicaciones. Estos problemas son *dinámicos*, i.e., problemas con condiciones y funciones de mérito propios para cada período en el horizonte temporal considerado. Sus correspondientes modelos uni-período están relacionados entre sí, debido a elementos inter-temporales, tales como stock de productos y materias primas, backlog de productos, transporte con duración multi-período, disponibilidades presupuestarias y rendimientos multi-período, ejecución de proyectos con duración multi-período, etc”. Y continúa más adelante: “Otra característica muy frecuente en este tipo de aplicaciones es la *incertidumbre* en la realización de ciertos parámetros a considerar en la toma de decisiones, fundamentalmente, debido al *carácter dinámico de los problemas* a

abordar. Muy frecuentemente, los parámetros inciertos son la demanda y precio futuros de los productos, el costo y disponibilidad de las materias primas, el costo del dinero, el costo y disponibilidad de otros recursos productivos, etc. La consideración del riesgo que conlleva la toma de decisiones en entornos inciertos requiere el análisis en el propio modelo de *escenarios representativos* de las posibles realizaciones de los parámetros inciertos”.

Otros casos reales de aplicación los expone el mismo Dr. Escudero en un artículo cuyo título traducido al español es: “Intentando Capturar el Comportamiento Dinámico”³⁸. Una de las aplicaciones expuestas en el artículo es el de una empresa que desarrolló un modelo multi-período de producción-distribución con incertidumbre (llamado en el artículo: Supply Chain Management Under Uncertainty ó Gerencia de la Cadena de Suministro bajo Incertidumbre). Escudero afirma: “La planeación logística (compras, producción, localización de instalaciones y planeación de distribución) es uno de los aspectos comunes de todas las aplicaciones. Además, todas tienen un componente dinámico, por ejemplo, la mayoría de las restricciones y variables están indexadas con el tiempo a lo largo de un horizonte de planeación”.

Lo anterior aclara la importancia en la práctica de lo dinámico y de lo estocástico, lo cual debe conducir como es lógico a profundizar las bases teóricas de la modelación dinámica y de la estocástica, que como se verá al final de la tesis, en el capítulo 10, gozan de una estrecha e interesante relación.

³⁸ ESCUDERO, L. *Trying to Capture Dynamic Behavior. A whirlwind tour of industrial applications of mathematical programming*. Revista: ORMS Today. Vol 29, No. 2, Abril 2002, pp. 46-49

5.4. MODELO DE OPTIMIZACION DE LA SC DE VIDAL

En el año de 1998, el profesor Carlos Julio Vidal en su disertación doctoral expuso un modelo de optimización de la cadena global de abastecimiento apropiado para implementarse en una corporación multi-nacional³⁹. Las citas textuales de este documento que se señalarán corresponden a la traducción hecha por los autores de la presente tesis.

El sistema logístico a modelar consistió en una serie de proveedores, plantas, centros de distribución y clientes localizados en distintos países. Estos componentes del sistema logístico eran todos de propiedad de una única corporación matriz, con cierto grado de integración vertical. Los flujos de materias primas y productos terminados se consideraron estrictamente como lo muestra la figura 5.8.

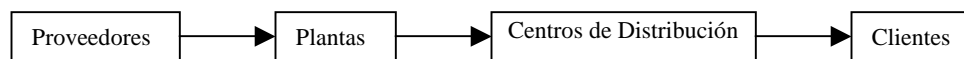


Figura 5.8. Relación estricta de flujos de materiales y productos. Modelo Vidal.

El autor comenta: “Para lograr el modelo más simple, el flujo de productos entre plantas, entre centros de distribución, y entre plantas y clientes (envíos directos) no han sido incluidos. No obstante, su consideración en el modelo solamente requiere la definición de apropiadas variables y es una adecuada extensión.” [Vidal, p.80]

³⁹ VIDAL, C. J. *A Global Supply Chain Model with Transfer Pricing and Transportation Cost Allocation*. Tesis de Doctorado, School of Industrial and Systems Engineering, Georgia Institute of Technology, Atlanta, GA, USA, Junio de 1998.

Más tarde se realiza ésta extensión, basada plenamente en ésta tesis doctoral, pero aplicada a un modelo asociado a una Cadena de Abastecimiento Regional (un país)⁴⁰.

El modelo resultante de Vidal es definido como multi-producto y de un período (estático).

Respecto a las características del modelo, el autor dice: “las limitaciones de capacidad de bodegas y manipulación de productos no se consideraron dado que en realidad existen muchas opciones para el suministro de servicios de almacenamiento (operadores logísticos de almacenamiento, por ejemplo)”. [Vidal, p.79]. “El modelo considera costos de inventario en tránsito, costos de inventario cíclico, y costos de inventarios de seguridad para determinar el mejor modo de transporte a usar en cada canal de distribución.” [Vidal, p.81].

En el texto de la mencionada disertación doctoral se afirma: “Vidal y Goetschalckx han desarrollado las expresiones para los costos de inventarios consideradas aquí”[Vidal, p. 90]. Estas expresiones que fueron desarrolladas antes del mencionado proyecto doctoral fueron publicadas tiempo después en una revista especializada⁴¹.

Dichas expresiones que relacionan el tiempo de reabastecimiento de productos ó ‘lead time’ (que incluye tiempos de transporte) con el inventario de seguridad, serán tenidas en consideración durante el presente proyecto de tesis. La razón por la cual estas expresiones fueron cuidadosamente estudiadas radicó en que uno de los análisis

⁴⁰ TORO, H. *Modelación Matemática de la Cadena de Abastecimiento en Busca de Localización Eficiente de Plantas y/o Centros de Distribución*. Tesis de Pregrado en Ingeniería Industrial. Universidad del Valle. 2001.

⁴¹ VIDAL, C.J. y Goetschalckx, M. *Modeling the Impact of Uncertainties on Global Logistics Systems*. Journal of Business Logistics, Vol. 21, No. 1, 95 – 120, Abril de 2000.

fundamentales a realizar en el proyecto doctoral era la asignación de costos de transporte entre subsidiarias de una misma corporación y la selección de los modos de transporte, aspectos interrelacionados con los costos de inventarios.

En general, el objetivo del modelo fue maximizar la utilidad global después de impuestos de una corporación multinacional, maximizando la sumatoria de las utilidades después de impuestos de los proveedores, plantas y centros de distribución de propiedad de la corporación.

Se involucraron consideraciones de tipo macroeconómico que afectan las relaciones de comercialización entre los países, como por ejemplo los impuestos y aranceles. Además se incluyó el análisis de precios de transferencias, que corresponde a los precios que se negocian para la compra y venta de productos entre subsidiarias de una misma corporación.

El impacto de este modelo en el incremento de la utilidad de una corporación, al analizar las políticas de precios de transferencia a través de él, fue medido con éxito obteniéndose significativos porcentajes de incremento. Este modelo fue aplicado exitosamente a un caso real de la industria manufacturera de la región andina y Centroamérica.

5.5. EL CROSS DOCKING⁴²

Algunos definen cross-docking, como el movimiento de estibas completas desde un camión en el muelle de recepción directamente hacia un camión en el muelle de despacho sin permitir en ningún momento que la carga toque el piso de la instalación. Esta definición es bastante estricta y supone una operación con las características que se muestran en la siguiente figura.

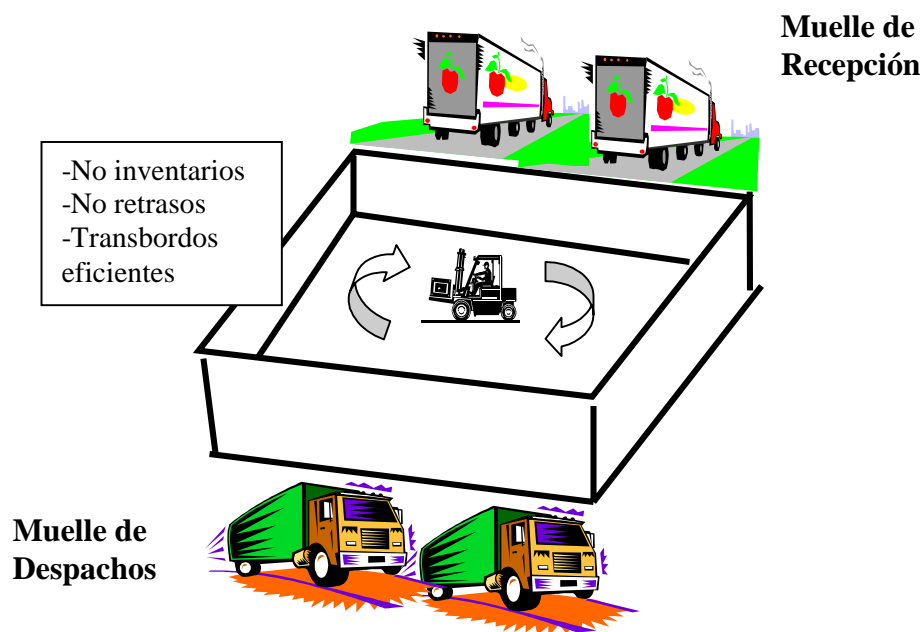


Figura 5.9. Operaciones Ideales en un Centro de Cross Docking.
[Adaptado de: Napolitano, p. 74].

⁴² Esta sección se escribió con el pleno apoyo de la siguiente referencia:
NAPOLITANO, M. *Making the Move to Cross Docking. A practical guide to planning, designing and implementing cross dock operation*. Publicado por el Warehousing Education and Research Council. Illinois, 2000.

Pero una definición mas ajustada a la realidad podría ser la siguiente: “Cross Docking es definido como un proceso en donde un producto es recibido en una instalación, ocasionalmente es agrupado con otros productos que van hacia el mismo destino, y entonces la carga es embarcada a la más temprana oportunidad, sin almacenar la carga por largo tiempo, requiriéndose un conocimiento avanzado del producto que llega, su destino, y un sistema de administración de rutas de tal manera que el producto sea despachado lo mas rápido posible”. (Napolitano, p.6). En actividades de cross docking puede ser permisible cierta cantidad mínima de inventario como mas adelante se comentará. Véase la figura 5.10.

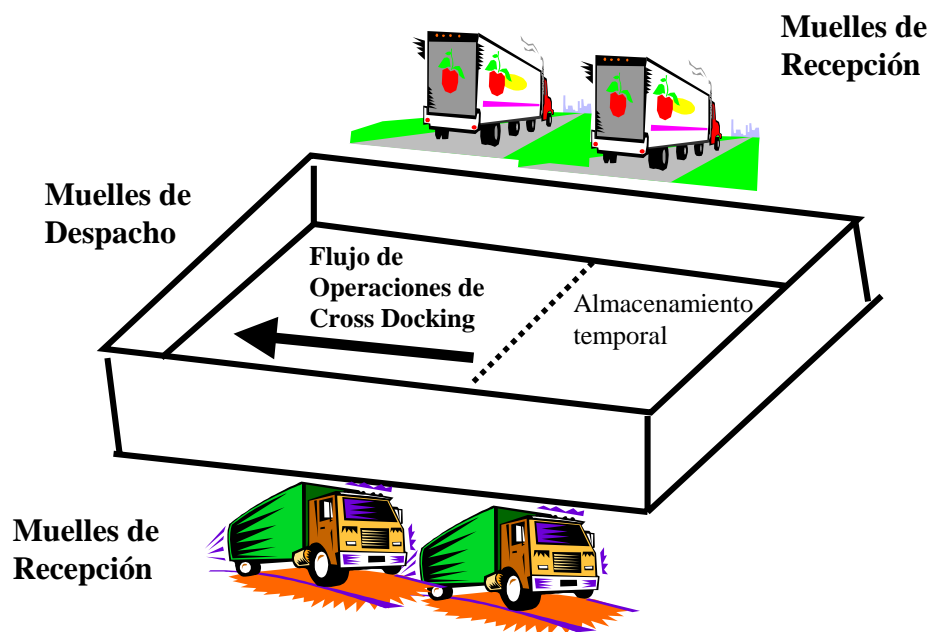


Figura 5.10. Operaciones Aceptables en Cross Docking. [Adaptado de: Napolitano, p. 84]

El Cross Docking está estrechamente ligado al concepto de JIT ó Justo a Tiempo como se verá posteriormente cuando se hable de sus características especiales. Pero se invita a observar inicialmente cómo viene a ser el cross docking parte de una estrategia de distribución. Véase la Figura 5.11.

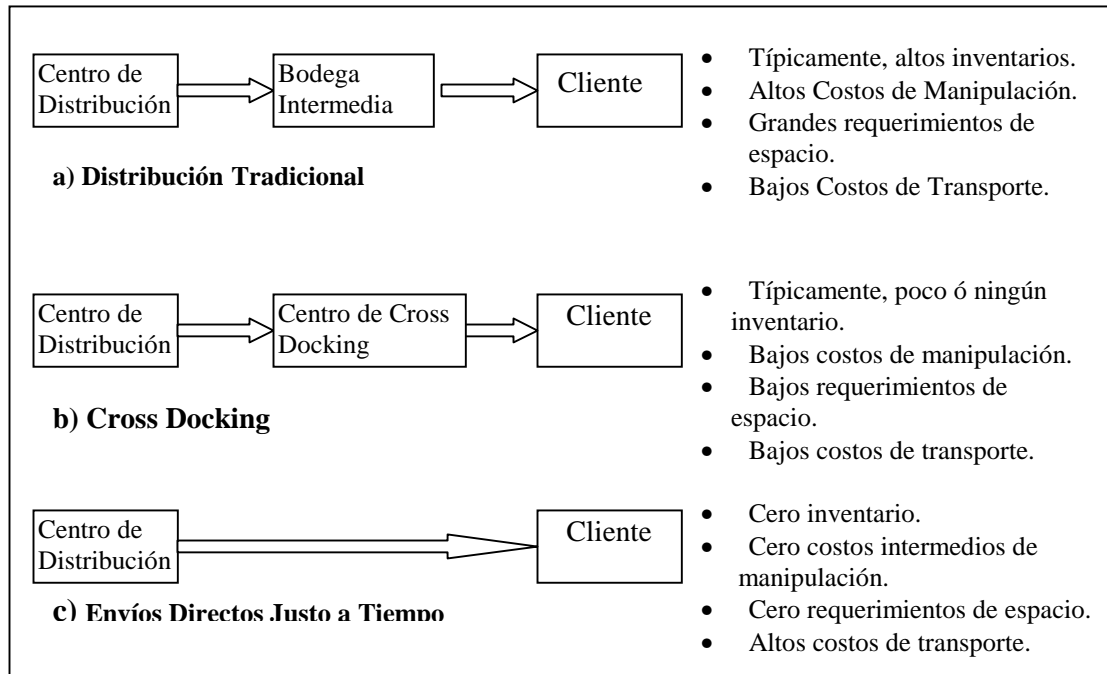


Figura 5.11. Diferentes estrategias de distribución [Adaptado de: Napolitano, p.17]

Haciendo referencia a la figura 5.11, se verifica la existencia de tres posibles opciones para mover productos desde un centro de distribución hacia el cliente:

- a) **El método tradicional:** el producto es enviado por el centro de distribución, recibido por una bodega de menor tamaño (agencia distribuidora) localizada en cercanías a un grupo de clientes, y es allí almacenado como inventario para posteriormente, cuando sea solicitado, ser seleccionado y embarcado hacia el cliente.

- b) **El Cross Docking:** el producto es enviado por el centro de distribución, recibido por un “centro de cross_docking” localizado en cercanías a un grupo de clientes, y es allí consolidado (si es necesario) y embarcado hacia el cliente lo mas pronto posible.
- c) **El Envío directo** (*drop ship* ó *direct store delivery*): el producto viaja directamente desde el centro de distribución hacia el cliente.

Al comparar el método tradicional con el cross-docking, se sabe que en ocasiones hay necesidad de tener inventario para ciertos productos, asociados éstos a demandas con altas variaciones estacionales y comportamiento no predecible. De hecho, el tener productos con demanda totalmente determinística ó predecible es bastante raro en el mundo de los negocios. Sin embargo, en muchas ocasiones los inventarios son usados para cubrir ineficiencias en la Cadena de Suministro. Obsérvese ahora la figura 5.12.

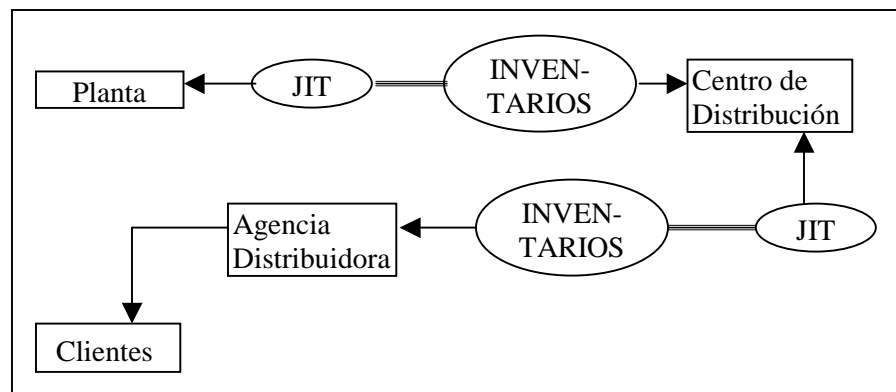
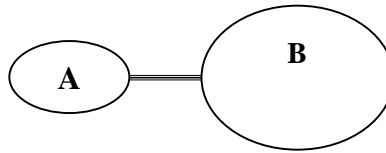
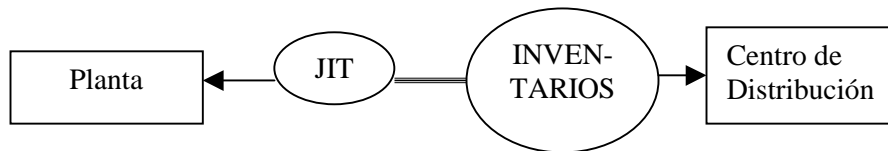


Figura 5.12. Relación entre Niveles de Inventarios y Justo a Tiempo.

A nivel general, el nivel de inventarios y el Justo a Tiempo pueden relacionarse con un diagrama de bombas de aire interconectadas por un ducto:

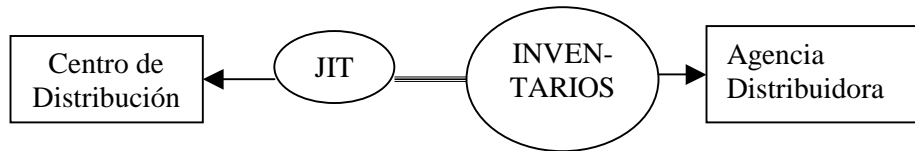


Al apretar la bomba B en algún grado, la bomba A se inflará inmediatamente, y viceversa. Si la bomba A simboliza el grado de JIT en las operaciones de un eslabón de la cadena de suministro y la B simboliza los niveles inventarios en el siguiente eslabón, podremos entonces apreciar la utilidad de este diagrama. Se analizará la relación entre plantas y centros de distribución:



El disminuir los inventarios en algún grado en el centro de distribución, hace incrementar inmediatamente el nivel de JIT requerido en las operaciones de la planta, esto con el fin de sostener cierto nivel de servicio al cliente que antes era mantenido con el inventario. Pero el mayor nivel de JIT en la planta exige mayor eficiencia en las operaciones, transporte más ágil y oportuno, ágiles sistemas de preparación de órdenes y de consolidación de carga. Viéndolo en el sentido opuesto, a mayor ineficiencias en la planta, mayores demoras, menor agilidad en la preparación de ordenes y en el transporte y por lo tanto menor nivel de JIT. Este menor nivel de JIT se traduce necesariamente en mayores niveles de inventarios en el centro de distribución, y esto con el fin de cubrir la incertidumbre que generan las operaciones en la planta y que se refleja en toda la cadena de suministro.

Observando la relación entre los Centros de Distribución y las Agencias Distribuidoras pueden llegarse a conclusiones similares:



El análisis anterior permite afirmar que para disminuir los inventarios en la Agencia Distribuidora hasta un mínimo permisible, de tal manera que pueda convertirse en “centro de cross_docking”, es necesario que el eslabón anterior ó centro de distribución opere con la metodología JIT en un alto nivel. Por lo tanto, el cross docking requiere que la Cadena de Suministros trabaje eficientemente.

Técnicamente, el mejor sistema de distribución corresponde a una combinación de éstas estrategias (Napolitano, p.19). El objetivo es determinar el apropiado nivel de flujo para cada estrategia: qué productos y en qué cantidad deben moverse por cross-docking, cuáles productos y cuánto de ellos deben fluir en la cadena de suministros con estrategias de almacenamiento con agencias distribuidoras, y cuánto de qué productos deben fluir directamente hacia el cliente.

Es posible que una Agencia Distribuidora maneje ciertos productos con base en cross docking (con poco ó ningún inventario, operaciones de recepción y despacho interconectadas y respuesta ágil al cliente) y otros con base únicamente en inventarios.

En el presente trabajo de tesis se analizará el caso de ciertos productos para que el modelo determine si deben distribuirse a través de Agencias Distribuidoras con inventarios ó a través de centros de cross_docking.

5.5.1. Características esenciales del Cross Docking⁴³

- a) El tiempo que la mercancía permanece en la zona de recepción y/o despacho debe ser mínimo. Algunos expertos opinan que, dado que ciertos retrasos entre la recepción y el despacho de la mercancía pueden ser inevitables, se acepta hasta tres (3) días de inventario como característico de un sistema cross docking. Pero el aspecto clave es que la mercancía esté el menor tiempo posible en las instalaciones desde que sea recibida.
- b) Después de recibida la mercancía, ésta debe ir directamente al muelle de despacho ó colocarse en una zona de almacenaje temporal hasta que sea despachada, pero nunca debe colocarse en una zona de inventario de reserva (no debe haber inventario de seguridad).
- c) Debe existir un sistema que asegure el eficiente y efectivo intercambio físico de productos y de información (coordinación). Un sistema ideal debería ser capaz de procesar el pedido que llega y la ruta de ese pedido hacia el siguiente destino de la SC, aún antes de recibir el producto físicamente.

5.5.2. Comportamiento de los Costos de Distribución en el Cross Docking⁴⁴

⁴³ Op. cit., pp. 6-7.

Para determinar los efectos en los costos de la SC que ocasiona la estrategia de cross docking, debe tenerse en cuenta que, partiendo de la existencia de una operación en alto grado eficiente, con cierto nivel de características JIT, cada componente de la red comprometida en el proceso de cross docking deberá apoyar en máxima medida a su siguiente eslabón dentro del sistema de distribución. Así, en una relación como la 5.11-b, el centro de distribución debe agregar valor a la mercancía a transportar hacia el centro de cross docking, de tal manera que a éste último le corresponda invertir el menor tiempo posible en actividades relacionadas con consolidación, re-empaques, re-estibado, almacenajes temporales, etc. Además, la frecuencia del transporte outbound desde el CD podría incrementarse como consecuencia de la necesidad de enviar de una manera rápida y en camiones de menor tamaño la mercancía, la cual estaría en cierto modo consolidada para facilitar los procesos posteriores en el centro de cross docking. Llegada la mercancía al siguiente eslabón, sus costos de manipulación serían los mínimos posibles y el enfoque se centraría principalmente en medios de transporte ágiles y oportunos hacia el cliente

Respecto a la estrategia de distribución tradicional (figura 5.11-a) el cross docking parece ocasionar:

- a) Incremento de los costos de manipulación en el Centro de Distribución.
- b) Incremento de los costos de transporte outbound desde el CD hacia el “centro de cross_docking”.

⁴⁴ Op. cit., pp. 111-112

- c) Disminución de los costos de manipulación e inventarios en el “centro de cross_docking”.
- d) Aumento de costos de transporte outbound desde el centro de cross docking hacia los clientes.

En realidad, los costos de transporte dependen del tipo de transportador empleado (privado, operador de transporte, ó contratos independientes de transporte). Se puede pensar que el cross docking puede o no afectar los costos de transporte. El mismo número de cartones se moverán, la misma carga se creará a raíz de la demanda. Pero no es en la cantidad de carga sino en el *tiempo* que el cross docking tiene un impacto. Por ejemplo, en lugar de tener múltiples camiones despachándose una vez al mes hacia cierto destino, los camiones podrían ahora mover carga una vez a la semana, dependiendo de la programación de envíos hacia el cliente. En muchos casos, los camiones requieren ser enviados con mayor frecuencia y con pequeñas cantidades, haciendo ésto esperar un subsiguiente incremento de los costos de transporte.

6. FORMULACION DEL MODELO

El modelo a ser estudiado en la presente tesis, consta de la siguiente configuración general.

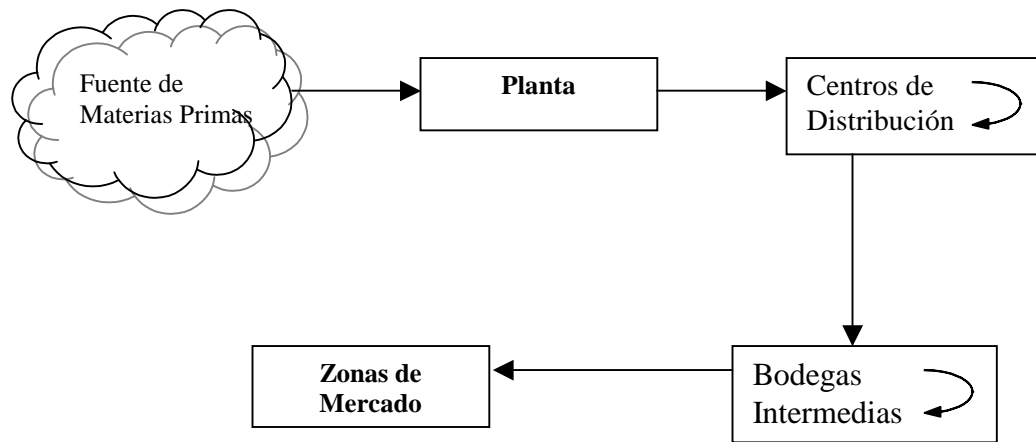


Figura 6.1. Configuración general de la Cadena de Suministro a modelar

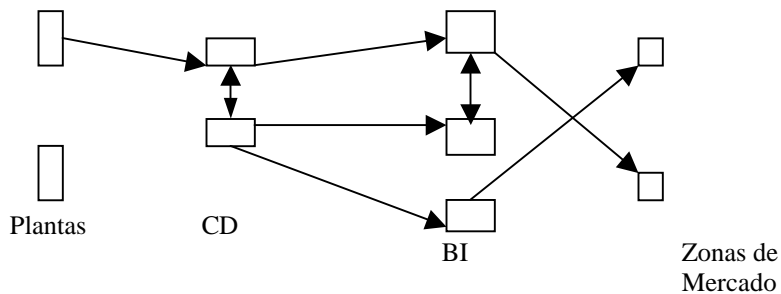


Figura 6.2. Rutas posibles generales de distribución de productos

6.1. INTRODUCCION

El modelo que en el presente capítulo se explica corresponde a un modelo estratégico a un año y táctico-dinámico con un período de planeación de 12 meses. Presenta además las siguientes características y supuestos:

- Se considera un proceso de distribución de dos eslabones (two-echelon distribution system). El primer eslabón lo constituyen los Centros de Distribución (CD's), los cuáles son de gran magnitud y tienen considerable cantidad de inventario. Y en un segundo eslabón están las Bodegas Intermedias (BI), que son de menor magnitud y tienen menos cantidad de inventario. Se observa que se manejan también dos eslabones de inventarios (two-echelon inventory system).
- Se parte de una infraestructura de plantas y centros de distribución ya establecida y se busca la localización eficiente de bodegas intermedias. Dada la estructura del modelo, es de relativa sencillez agregar decisiones de localización de centros de distribución y de plantas.
- La capacidad de los proveedores para fabricar las materias primas se considera suficiente, y en general no se le hace seguimiento a cada proveedor, asumiéndose datos “promedio” en relación a ellos. El motivo de esto es el hecho de que el modelo analizado se enfoca en el proceso de distribución física de productos

terminados más que en el seguimiento a las materias primas. Así, por ejemplo, se asume un costo promedio de obtención de la materia prima, independiente del proveedor. De igual manera, se asume un tiempo ó *lead time* “promedio” de reabastecimiento de cada material desde la fuente de materias primas hasta las plantas. A pesar de lo anterior, es perfectamente viable y en general sencillo complementar el modelo hacia el abastecimiento de materias primas e incluir el seguimiento a proveedores de manera explícita.

- Las plantas de manufactura le envían productos terminados únicamente a los Centros de Distribución y no se consideran ni envíos entre plantas y bodegas intermedias ni entre plantas y clientes, esto por la característica del sistema de distribución de la empresa de referencia que se tomó para este estudio.
- Una Bodega Intermedia ó BI es un “ente” que el modelo permite que sea visto de dos maneras posibles y mutuamente excluyentes entre sí: **a)** como una “agencia distribuidora” con niveles moderados de inventarios cíclicos y de seguridad para abastecer la demanda, ó **b)** como un “centro de cross_docking” con mínimos niveles de inventario cíclicos (idealmente cero), sin inventarios de seguridad y con una infraestructura ágil para despachos continuos. El modelo decidirá cuál es la manera menos costosa de ver a una BI candidata.

- El modelo permite envío de productos desde un centro de distribución hacia: **a)** otros centros de distribución (traslado de productos entre centros de distribución), y **b)** bodegas intermedias. No se permiten flujos directos entre centros de distribución y clientes.
- Es permisible el flujo de productos entre las mismas bodegas intermedias pero considerando ciertas restricciones. El modelo permite flujos desde una bodega intermedia BI_1 hacia una BI_2 (flujo entre bodegas intermedias) siempre y cuando BI_1 no haya sido catalogada por el modelo como un “centro de cross-docking”. Una BI que sea catalogada por el modelo como “centro de cross-docking” únicamente podrá enviar productos hacia los clientes, esto por la agilidad con que estos centros deben responder a la demanda dado que cuentan con poco inventario.
- Se considera explícitamente los inventarios cíclicos como variables del modelo tanto para los centros de distribución como para las bodegas intermedias, y se define de manera separada las políticas de inventarios tanto para centros de distribución como para “centros de cross_docking” y “agencias distribuidoras”.
- Los *Lead Times* se asumen constantes a lo largo del horizonte de planeación, no variando éstos con el tiempo. Véase en el capítulo 9 las extensiones de esta tesis referentes a la conveniencia de variar los *lead times* con respecto al tiempo.

- Se considera como único modo de transporte el terrestre (no se incluye las decisiones de selección de modos de transporte), y no se incluyó las decisiones de selección de tipos de camiones. Estas adiciones al modelo podrían ser posibles en estudios posteriores para aplicaciones específicas, no obstante la existencia en la actualidad de resoluciones gubernamentales de fletes de transporte terrestre independientes del tipo de camión.
- Para la evaluación de la pertinencia de flujos de productos entre los mismos centros de distribución y entre las mismas bodegas intermedias, se consideró que los lead times y los costos de transporte son iguales si se desea enviar producto desde un punto A hacia un punto B, ó inversamente desde B hacia A. Este supuesto se consideró una buena aproximación a la realidad, existiendo en la práctica ciertas variaciones en los lead times y fletes de transporte al desear enviar productos desde la ciudad A a la ciudad B y luego desde la ciudad B a la ciudad A, variaciones que se consideraron despreciables para efectos del modelo.
- El modelo no tuvo en cuenta de manera explícita consideraciones de tipo financiero relativas a impuestos y beneficios tributarios típicos de procesos de comercialización. Además, no se considera explícitamente la modelación del riesgo, aunque como se menciona en la sección 9.2., esto podría incluirse.

- El alcance del modelo es a nivel de un país, y por tanto no se considera la exportación de productos ó la distribución física internacional. Se busca entonces la minimización de los costos de Producción-Distribución en un país, haciendo énfasis en los costos de inventarios, transporte y manipulación de productos.
- En los subconjuntos de la sección 6.2.1. se notará que hay dos de ellos afectados por la variable tiempo: **a)** las zonas geográficas de mercado a ser atendidas por una bodega intermedia en cierto período de tiempo: aspecto de utilidad si se quiere que el modelo optimice los flujos de productos considerando que en determinado mes, a causa de cierto comportamiento de la demanda de acuerdo al pronóstico, una bodega intermedia pueda apoyar las labores de ventas en determinada zona de mercado, y **b)** La materias primas a ser compradas por una planta en cierto período de tiempo: lo cual es útil para definir políticas de compras de materias primas por volumen, en donde en determinados meses y no en todos se compra cierto tipo de materiales. Aquí, como se definieron estos dos subconjuntos, los demás pueden generalizarse con respecto a cada período de tiempo si se desea, pero se optó por omitir las demás posibilidades de subconjuntos en vista de su no-extensiva utilidad práctica.

6.2. NOTACION

6.2.1. Conjuntos e Indices

Conjuntos Principales

C = Conjunto de zonas geográficas de mercado, indexadas por l .

CD = Conjunto de Centros de Distribución, indexados por k .

BI = Conjunto de Bodegas Intermedias, indexadas por i .

PL = Conjunto de Plantas de Manufactura, indexadas por j .

PT = Conjuntos de productos terminados, indexados por p .

MP = Conjunto de materias primas, indexadas por r .

T = Conjunto de períodos de tiempo, indexados por t .

Subconjuntos

$C(i, t)$ = Conjunto de zonas de mercado que pueden ser abastecidas por la bodega intermedia $i \in BI$ en el período $t \in T$; $C(i, t) \subseteq C$.

$CD(i)$ = Conjunto de centros de distribución que pueden abastecer la bodega intermedia $i \in BI$; $CD(i) \subseteq CD$.

$CD'(k)$ = Conjunto de centros de distribución que pueden abastecer al centro de . distribución $k \in CD$; $CD'(k) \subseteq CD$.

- $CD''(k)$ = Conjunto de centros de distribución que pueden recibir productos desde el centro de distribución $k \in CD$; $CD''(k) \subseteq CD$.
- $CD(j)$ = Conjunto de Centros de Distribución que puede recibir productos desde la planta $j \in PL$.
- $BI(l)$ = Conjunto de bodegas intermedias que pueden abastecer la zona de mercado $l \in C$; $BI(l) \subseteq BI$.
- $BI(k)$ = Conjunto de bodegas intermedias que pueden recibir productos desde el centro de distribución $k \in CD$; $BI(k) \subseteq BI$.
- $BI'(i)$ = Conjunto de bodegas intermedias que pueden abastecer a la bodega intermedia $i \in BI$; $BI'(i) \subseteq BI$.
- $BI''(i)$ = Conjunto de bodegas intermedias que pueden recibir productos desde la bodega intermedia $i \in BI$; $BI''(i) \subseteq BI$.
- $PL(p)$ = Conjunto de plantas que pueden fabricar el producto terminado $p \in PT$; $PL(p) \subseteq PL$.
- $PL(k)$ = Conjunto de plantas que pueden enviar productos terminados hacia el centro de distribución $k \in CD$; $PL(k) \subseteq PL$.
- $PT(j)$ = Conjunto de productos terminados que pueden ser fabricados en la planta $j \in PL$; $PT(j) \subseteq PT$.
- $PT(r)$ = Conjunto de productos terminados que usan la materia prima $r \in MP$; $PT(r) \subseteq PT$.
- $MP(j, t)$ = Conjunto de materias primas que la planta $j \in PL$ desea adquirir en el período $t \in T$; $MP(j, t) \subseteq MP$.

6.2.2. Parámetros y Variables

Parámetros

- $COSTMP_{jr}$ = Costo promedio unitario de la materia prima $r \in MP(j, t)$ puesta en la planta $j \in PL$ (incluye el valor promedio de compra y costo promedio de transporte y manipulación desde la fuente de materias primas hasta el muelle de recepción en la planta); [\$/unidad de r]
- H = Costo de oportunidad / mantenimiento de inventarios [%/año]
- $TENV_{jr}$ = Tiempo promedio entre despachos de la materia prima $r \in MP(j, t)$ desde la fuente de materias primas hasta la planta $j \in PL$; [unidades de tiempo].
- $TENV_{jk}$ = Tiempo promedio entre despachos del producto terminado $p \in PT$ desde la planta $j \in PL(p)$ hasta el centro de distribución $k \in CD(j)$; [unidades de tiempo].
- CSF = Factor de inventario cíclico [generalmente con valor de 0.5].
- $FISMP_{jrt}$ = Factor de inventario de seguridad de la materia prima $r \in MP(j, t)$ en la planta $j \in PL$ en el tiempo $t \in T$.
- $FISPT_{jpt}$ = Factor de inventario de seguridad del producto terminado $p \in PT(j)$ en la planta $j \in PL(p)$ en el tiempo $t \in T$.

- $FISPT_{kpt}$ = Factor de inventario de seguridad del producto terminado $p \in PT$ en el centro de distribución $k \in CD$ en el tiempo $t \in T$.
- $FISPT_{ipt}$ = Factor de inventario de seguridad del producto terminado $p \in PT$ en la bodega intermedia (“agencia distribuidora”) $i \in BI$ en el tiempo $t \in T$.
- $FPESO_p$ = Factor de peso por unidad de $p \in PT$; [unidades de peso / unidad de p].
- Q_{rp} = Cantidad de materia prima $r \in MP$ necesaria para fabricar una unidad de $p \in PT(r)$; [unidades de r / unidad de p].
- $CAPROD_{jpt}$ = Capacidad de producción en la planta $j \in PL$ del producto $p \in PT(j)$ en el tiempo $t \in T$; [unidades de peso / unidad de tiempo].
- $CAPDESP_{kt}$ = Capacidad de despacho del centro de distribución $k \in CD$ en el tiempo $t \in T$, considerando todos los productos; [unidades de peso / unidad de tiempo].
- $CAPDESP_{it}$ = Capacidad de despacho de la bodega intermedia $i \in BI$ en el tiempo $t \in T$, considerando todos los productos; [unidades de peso / unidad de tiempo].
- $CAPREP_{it}$ = Capacidad de recepción de la bodega intermedia $i \in BI$ en el tiempo $t \in T$, considerando todos los productos; [unidades de peso / unidad de tiempo].

- $VIPT_{kp}$ = Valor unitario del inventario de producto terminado $p \in PT$ en el centro de distribución $k \in CD$, para cualquier $t \in T$; [\$/ unidad de p].
- $VIPT_{ip}$ = Valor unitario del inventario de producto terminado $p \in PT$ en la bodega intermedia $i \in BI$, para cualquier $t \in T$; [\$/ unidad de p].
- $VIPT_{jp}$ = Valor unitario del inventario de producto terminado $p \in PT$ en la planta $j \in PL(p)$, para cualquier $t \in T$; [\$/ unidad de p].
- $VIMP_{jr}$ = Valor unitario del inventario de materia prima $r \in MP(j, t)$ en la planta $j \in PL$, para cualquier $t \in T$; [\$/ unidad de r].
- LT_{jr} = Tiempo promedio de reposición de la materia prima $r \in MP(j, t)$ en la planta $j \in PL$ desde la fuente de materias primas; [unidades de tiempo].
- $LT_{kk^*} = LT_{k^*k}$ = Tiempo promedio de reposición de productos desde el centro de distribución $k \in CD$ hacia el centro de distribución $k^* \in CD''(k)$; [unidades de tiempo].
- LT_{ki} = Tiempo promedio de reposición de productos desde el centro de distribución $k \in CD$ hacia la bodega intermedia $i \in BI(k)$; [unidades de tiempo].
- LT_{il} = Tiempo promedio de reposición de productos desde la bodega intermedia $i \in BI$ hacia la zona de mercado $l \in C(i, t)$; [unidades de tiempo].

$LT_{ii^*} = LT_{i^*i}$ =Tiempo promedio de reposición de productos entre la bodegas intermedia $i \in BI$ y la $i^* \in BI''(i)$; [unidades de tiempo].

LT_{jk} = Tiempo promedio de reposición de productos desde la planta $j \in PL$ hacia el centro de distribución $k \in CD(j)$; [unidades de tiempo].

LT_j = Tiempo promedio de reabastecimiento de productos desde la línea de fabricación hasta el sitio de almacenamiento de producto terminado en la planta $j \in PL$; (tiempo de ciclo de una orden de producción) [unidades de tiempo].

$CTRPT_{kk^*} = CTRPT_{k^*k}$ = Costo promedio de transporte de producto terminado $p \in PT$ enviados desde el centro de distribución $k \in CD$ hacia el centro de distribución $k^* \in CD''(k)$; [\$/ unidad de peso].

$CTRPT_{ki}$ = Costo promedio de transporte de producto terminado $p \in PT$ desde el centro de distribución $k \in CD$ hacia la bodega intermedia (“agencia distribuidora”) $i \in BI(k)$; [\$/ unidad de peso].

$CTRPT_{il}$ = Costo promedio de transporte de producto terminado $p \in PT$ desde la bodega intermedia $i \in BI$ hacia la zona de mercado $l \in C(i,t)$, siempre que la BI sea considerada por el modelo como “agencia distribuidora”; [\$/ unidad de peso].

$CTRPT_{ii^*} = CTRPT_{i^*i}$ = Costo promedio de transporte de producto terminado $p \in PT$ desde la bodega intermedia $i \in BI$ hacia la bodega intermedia $i^* \in BI''(i)$; [\$/ unidad de peso].

$CTRPT_{jk}$	= Costo promedio de transporte de producto terminado $p \in PT$ desde la planta $j \in PL$ hacia el centro de distribución $k \in CD(j)$; [\$/ unidad de peso].
$FTRKI$	= Factor aplicable al Costo promedio de transporte $CTRPT_{ki}$, en caso de que la bodega intermedia $i \in CD$ sea considerada por el modelo como un “centro de cross-docking”.
$FTRIL$	= Factor aplicable al Costo promedio de transporte $CTRPT_{il}$, en caso de que la bodega intermedia $i \in BI$ sea considerada por el modelo como un “centro de cross-docking”.
$CVMAN_{kp}$	= Costo variable de manipulación del producto terminado $p \in PT$ en el centro de distribución $k \in CD$; [\$/ unidad de p].
$CVMAN_{ip}$	= Costo variable de manipulación del producto terminado $p \in PT$ en la bodega intermedia $i \in BI$, considerando el caso de una “agencia distribuidora”; [\$/ unidad de p].
$FCROSS$	= Factor aplicable al costo variable de manipulación $CVMAN_{ip}$ siempre que la bodega intermedia $i \in BI$ en cuestión la considere el modelo como “centro de cross-docking”.
CF_{kt}	= Costo fijo del centro de distribución $k \in CD$ en el tiempo $t \in T$; [\$/ unidad de tiempo].
CF_{it}	= Costo fijo de la bodega intermedia $i \in BI$ en el tiempo $t \in T$; [\$/ unidad de tiempo].

- CF_{jt} = Costos Fijos de la planta $j \in PL$ en el tiempo $t \in T$; [\$/ unidad de tiempo].
- CVP_{jp} = Costo variable de fabricación del producto terminado $p \in PT$ en la planta $j \in PL(p)$, para cualquier $t \in T$; [\$/ unidad de p].
- $DEMANDA_{lpt}$ = Pronóstico de la demanda del producto terminado $p \in PT$ en la zona de mercado $l \in C$ en el tiempo $t \in T$; [\$/ unidad de p].
- L_SUP = Límite superior que representa, en comparación con los datos del modelo, un número real positivo muy grande.
- $INVINI_{kp}$ = Inventario Inicial del producto $p \in PT$ en el período $t = 1$ en el centro de distribución k ; [unidades de p].
- $INVINI_{ip}$ = Inventario Inicial del producto $p \in PT$ en el período $t = 1$ en la bodega intermedia i ; [unidades de p].
- $Días_CD$ = Número de días a considerar en las políticas de niveles de inventarios en centros de distribución.
- $Días_BI$ = Número de días a considerar en las políticas de niveles de inventarios en bodegas intermedias que el modelo considere como “agencias distribuidoras”.
- $Min_Días$ = Límite Inferior del número de días a considerar en las políticas de niveles de inventarios en bodegas intermedias que el modelo considere como “centro de cross docking”.

$Max_Días$ = Límite Superior del número de días a considerar en las políticas de niveles de inventarios en bodegas intermedias que el modelo considere como “centro de cross docking”.

P_EXTOT = Costo de Penalización por cada unidad de la variable $extot_{pt}$ que arroje la solución óptima del modelo; [\$].

$P_CAPADIPL$ = Costo de Penalización por cada unidad de la variable $capadipl_{jpt}$ que arroje la solución óptima del modelo; [\$].

Variables de Flujo

s_{jrt} = Cantidad de materia prima $r \in MP(j, t)$ a adquirir por la planta $j \in PL$ en el período $t \in T$.

x_{jkpt} = Cantidad de producto terminado $p \in PT$ a fabricar en la planta $j \in PL(p)$ y embarcar hacia el centro de distribución $k \in CD(j)$ en el período $t \in T$.

$y_{k^*kpt}^a$ = Cantidad de producto terminado $p \in PT$ a enviar hacia el centro de distribución $k \in CD$ desde el centro de distribución $k^* \in CD'(k)$ en el período $t \in T$; $k \neq k^*$.

$y_{kk^*pt}^b$ = Cantidad de producto terminado $p \in PT$ a enviar desde el centro de distribución $k \in CD$ hacia el centro de distribución $k^* \in CD''(k)$ en el período $t \in T$; $k \neq k^*$.

y_{kipt}^c = Cantidad de producto terminado $p \in PT$ a enviar desde el centro de distribución $k \in CD$ a la “agencia distribuidora” $i \in BI(k)$ en el período $t \in T$.

w_{kipt}^a = Cantidad de producto terminado $p \in PT$ a embarcar desde el centro de distribución $k \in CD$ hacia el “centro de cross-docking” $i \in BI(k)$ en el período $t \in T$.

w_{ilpt}^b = Cantidad de producto terminado $p \in PT$ a embarcar desde la “agencia distribuidora” $i \in BI$ hacia la zona de mercado $l \in C(i, t)$ en el período $t \in T$.

w_{ilpt}^c = Cantidad de producto terminado $p \in PT$ a embarcar desde el “centro de cross-docking” $i \in BI$ hacia la zona de mercado $l \in C(i, t)$ en el período $t \in T$.

$g_{ii^*pt}^a$ = Cantidad de producto terminado $p \in PT$ a embarcar desde la “agencia distribuidora” $i \in BI$ hacia la “agencia distribuidora” $i^* \in BI'(i)$ en el período $t \in T$.

$g_{ii^*pt}^{ac}$ = Cantidad de producto terminado $p \in PT$ a embarcar desde la “agencia distribuidora” $i \in BI$ hacia el “centro de cross-docking” $i^* \in BI'(i)$ en el período $t \in T$.

$g_{i^*ipt}^b$ = Cantidad de producto terminado $p \in PT$ a embarcar hacia la “agencia distribuidora” $i \in BI$ desde la “agencia distribuidora” $i^* \in BI'(i)$ en el período $t \in T$.

$g_{i^*ipt}^{bc}$ = Cantidad de producto terminado $p \in PT$ a embarcar hacia el “centro de cross-docking” $i \in BI$ desde la “agencia distribuidora” $i^* \in BI'(i)$ en el período $t \in T$.

Variables de Estado

h_{kpt}^a = Nivel de inventario de producto terminado $p \in PT$ en el centro de distribución $k \in CD$ al final del período $t \in T$; [unidades de p].

h_{ipt}^b = Nivel de inventario de producto terminado $p \in PT$ en la “agencia distribuidora” $i \in BI$ al final del período $t \in T$; [unidades de p].

h_{ipt}^{bc} = Nivel de inventario de producto terminado $p \in PT$ en el “centro de cross-docking” $i \in BI$ al final del período $t \in T$; [unidades de p].

$excd_{kpt}$ = exceso del producto terminado $p \in PT$ por encima de la política de inventarios de dicho producto en el centro de distribución $k \in CD$ en el tiempo $t \in T$; [unidades de p].

$exbi_{ipt}$ = exceso del producto terminado $p \in PT$ por encima de la política de inventarios de dicho producto en la “agencia distribuidora” $i \in BI$ en el tiempo $t \in T$; [unidades de p].

$extot_{pt}$ = exceso total del producto terminado $p \in PT$ por encima de las políticas de inventarios del sistema para ese producto en el tiempo $t \in T$; [unidades de p].

$capadipl_{jpt}$ = capacidad adicional de producción a considerar por encima de la capacidad de producción pre-establecida en la planta $j \in PL$ para el producto terminado $p \in PT$ en el tiempo $t \in T$; [unidades de peso].

z_i = Variable binaria de localización de la bodega intermedia $i \in BI$: “1” si se decide abrir, “0” de lo contrario.

$a1_i, a2_i$ = Variables binarias asociadas a la definición de una bodega intermedia $i \in BI$, bien sea como “agencia distribuidora” ($a1_i = 1$ y $a2_i = 0$) ó como “centro de cross-docking” ($a1_i = 0$ y $a2_i = 1$).

$facajuste_{ip}$ = Factor de ajuste al inventario inicial ($INVINI_{ip}$) del periodo $t = 1$ del producto $p \in PT$ aplicado únicamente a “centros de cross-docking”. Es un número dentro del intervalo [0-1].

6.3. FORMULACION VERBAL DEL MODELO MATEMATICO

FUNCION OBJETIVO

Minimizar Costos Totales Producción-Distribución =

Costo Asociados en Plantas
+ Costos en Centros de Distribución
+ Costos en Bodegas Intermedias =

Costo de compra de materias primas en Plantas

+ Costo de Inventario de Materias Primas Plantas
+ Costos Variables de Producción
+ Costos de inventario de producto terminado en Plantas
+ Costos fijos en plantas
+ Costos de transporte producto terminado hacia CD's
+ Costos de inventarios de producto terminado en CD's
+ Costos de transporte outbound en CD's
+ Costos variables de manipulación en CD's
+ Costos Fijos en CD's
+ Costos de inventarios de producto terminado en BI's
+ Costos de transporte outbound en BI's
+ Costos variables de manipulación en BI's
+ Costos fijos en BI's

Restricciones

En plantas:

Explosión de Materiales ó ‘Bill of Materials’

Capacidad de Producción

En Centros de Distribución:

Capacidad de Despacho

Ecuación de Balance

Política de Inventarios

En Bodegas Intermedias:

Capacidad de Despacho

Capacidad de Recepción

Ecuación General de Balance

Política de Inventarios

Generales:

Demanda

Balance Total: Producción-Inventarios-Demanda

Restricciones para flujos y/o relaciones Mutuamente Excluyentes

Restricciones lógicas de correspondencia entre flujos

Restricciones de no-negatividad

Otras restricciones para el fortalecimiento de la formulación

6.4. DESCRIPCION DEL MODELO

Para facilidad en la explicación se iniciará la descripción del modelo partiendo del análisis de las restricciones tanto de plantas como de CD's y BI's. Posteriormente se analizará la función objetivo ó ecuaciones de costos.

6.4.1. Análisis de Restricciones en Plantas

6.4.1.1. Balance de Materiales en Plantas ó '*Bill of Materials*'

A pesar de que no se consideran explícitamente los proveedores en el modelo, si se considera el flujo de materias primas desde los proveedores hasta las plantas. Se invita a ver la ecuación 6.1 usada en la presente tesis para establecer el balance de materiales.

$$\sum_{k \in CD(j)} \sum_{p \in PT(r) \cap PT(j)} Q_{rp} \times x_{jkpt} = s_{jrt} \quad j \in PL, t \in T, r \in MP(j, t) \quad (6.1)$$

La restricción representada en esta ecuación considera una de dos posibles situaciones: **a)** la no existencia física en la planta ni de inventario de materias primas ni de productos terminados *al final* de cada período, ó **b)** la existencia de inventarios al final de cada período pero sin significativa variación en sus niveles período a período. Lo anterior se afirma puesto que la existencia de inventarios en plantas con

variaciones significativas desencadenaría en la modificación de la modelación del balance de materiales y se requeriría de más variables, como se explica a continuación.

La ecuación 6.1. puede tener la siguiente interpretación. Primero se puede recordar que x_{jkpt} corresponde al flujo outbound desde la planta j hacia el centro de distribución k de un producto p en un período t . Asumiendo que lo que se produce en una planta en un determinado período es enteramente trasladado hacia el CD, entonces x_{jkpt} también corresponde a la cantidad producida en el período t de determinado producto p . Dado lo anterior, surge esta interpretación: la cantidad de materia prima r adquirida en un período t por la planta j (s_{jrt}) es igual a la cantidad de material consumido en el proceso productivo durante el mismo período.

Ahora, para ilustración y con el ánimo de plasmar otras estrategias de modelación, se analizará el caso de balance con inventarios variables en plantas.

Considérese a II_{rt} y IF_{rt} el inventario inicial y final de la materia prima r en el período t y a II_{pt} y IF_{pt} el inventario inicial y final del producto terminado p en el período t en cierta planta de producción. En este caso, el flujo outbound de la planta sería igual a:

$$x_{jkpt} = (\text{Producción de } p \text{ en } t) + II_{pt} - IF_{pt}$$

Despejando la cantidad producida:

$$\text{Producción de } p \text{ en } t = x_{jkpt} - II_{pt} + IF_{pt}$$

Obsérvese ahora la siguiente ecuación:

$$s_{jrt} + II_{rt} - IF_{rt} = \text{Cantidad de } r \text{ consumida en la planta } j \text{ en el período } t.$$

Lo anterior podría traducirse, a algo semejante a la relación 6.1., de la siguiente manera:

$$\sum_{k \in CD(j)} \sum_{p \in PT(r) \cap PT(j)} Q_{rp} \times (x_{jkpt} + IF_{pt} - II_{pt}) = s_{jrt} + II_{rt} - IF_{rt} \quad j \in PL, t \in T, r \in MR(j, t) \quad (6.2)$$

Se observa por la ecuación demostrativa 6.2 que los inventarios iniciales y finales tienen cierta repercusión en la modelación de las ecuaciones de balance de materiales en plantas. No obstante, la ecuación 6.1 no descarta la presencia de inventario físico de materias primas y producto terminado *durante* un período t , aspecto que se considera en el presente modelo, no como una restricción dado que el interés principal está en modelar inventarios en bodegas de comercialización más que en las plantas, pero sí se tiene en consideración esos costos de inventarios dentro de los costos totales del sistema logístico producción-distribución como se observará posteriormente.

6.4.1.2. Capacidad de Producción

El modelo asegura que una planta j deba fabricar cierto producto p en un tiempo t dependiendo de su capacidad de producción. En general, dado que el modelo no contiene restricciones sobre las compras de materias primas, s_{jrt} , el flujo x_{jkpt} es restringido, en primera instancia, por la capacidad de la línea de producción p .

$$\sum_{k \in CD(j)} FPESO_p \times x_{jkpt} \leq CAPROD_{jpt} + capadipl_{jpt} \quad j \in PL, \quad t \in T, \quad p \in PT(j) \quad (6.3)$$

Obsérvese en la ecuación 6.3 la variable $capadipl_{jpt}$. Esta variable, altamente penalizada en caso de ser utilizada a través del parámetro $P_CAPADIPL$, sólo se podrá utilizar en casos estrictamente necesarios ante agotamiento de la capacidad pre-establecida de producción. Su finalidad es presentar alternativas para la negociación de más capacidad de producción para abastecer plenamente la demanda y favorecer el cumplimiento de las políticas de inventarios del sistema para cierto producto p en determinado tiempo t .

Por otra parte, por ser la restricción del tipo “menor o igual”, se considera la posibilidad de tener holgura de capacidad ó capacidad no-utilizada en determinado tiempo t .

6.4.2. Análisis de Restricciones en CD's y BI's

6.4.2.1. Restricciones para relaciones mutuamente excluyentes entre variables.

Sea BI-AD una Bodega Intermedia considerada “agencia distribuidora” y BI-C un “centro de cross-docking”. Los Centros de Distribución deben considerar si deciden mirar a una Bodega Intermedia, con la cual van a establecer relaciones comerciales, como BI-AD ó como BI-C.

Obsérvese la figura 6.3 en la cual se muestra una relación típica entre un CD y una BI, de acuerdo a los supuestos de la presente tesis. El CD tiene dos opciones iniciales en dicha relación: **a)** enviar producto a dicha BI, ó **b)** no enviar producto a esa BI dado que, para el

modelo, es mejor no contar con esa bodega intermedia (se elimina dicha BI del modelo asignándole a su variable binaria de localización el valor de cero).

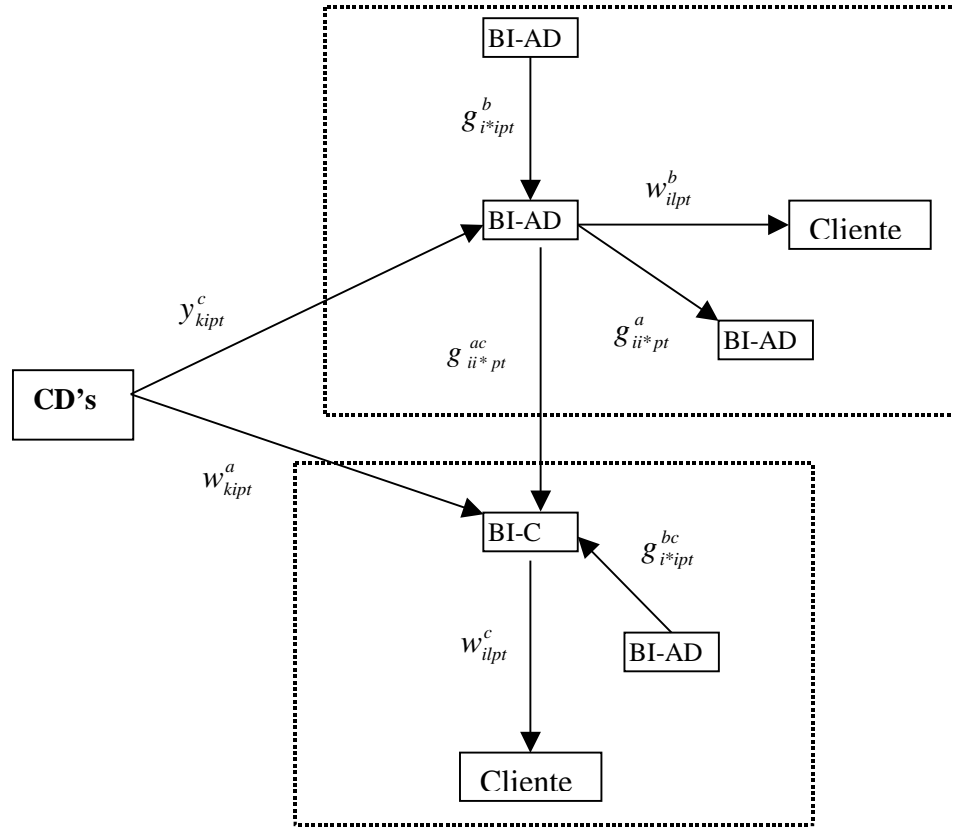


Figura 6.3. Relaciones de variables implicadas en decisiones asociadas a cross docking.

Ahora bien, partiendo de que en el modelo un centro de distribución a optado por establecer relaciones con una bodega intermedia (la BI decide abrirse), dicho CD tiene de nuevo dos opciones: **a)** considerar a la bodega intermedia como una “agencia distribuidora”, caso en el cual le enviará un flujo de productos representado por la variable y_{kipt}^c , ó **b)** considerar a la bodega intermedia como un “centro de cross-

docking”, en cuyo caso le enviará un flujo de productos representado por la variable w_{kpt}^a . Como se puede observar, las dos variables mencionadas deben ser mutuamente excluyentes al asociarlas a una bodega intermedia específica, de tal manera que una BI sea catalogada definitivamente como de un tipo ó de otro para todos los períodos en consideración.

Para favorecer que ellas fueran mutuamente excluyentes se consideró el apoyo de dos variables binarias:

$a1_i$ = binaria de definición de una BI como “agencia distribuidora”.

$a2_i$ = binaria de definición de una BI como “centro de cross_docking”

Relacionándolas de la siguiente manera:

$$a1_i + a2_i = 1; \quad \forall i \in BI \quad (6.4)$$

Nótese que éstas binarias no dependen del tiempo, queriendo esto decir que una bodega intermedia $i \in BI$ tendría un único valor para $a1_i$ y $a2_i$ a lo largo del modelo. Se estableció entonces diferentes relaciones de mutua exclusión que se explicarán por partes.

$$y_{kpt}^c \leq L_SUP \times a1_i \quad i \in BI, k \in CD, p \in PT, t \in T \quad (6.5)$$

Véase la inecuación 6.5. El trabajo de la binaria es aquí el siguiente:

Considérese la relación entre un CD y una BI. Sea la situación de una bodega intermedia con $a1_i = 0$. Si a esta bodega el modelo le ha definido ese valor para dicha binaria, entonces el lado derecho de la inecuación 6.5 se volverá inmediatamente cero, y la variable y_{kpt}^c tomará el valor de “cero” en cualquier caso. Por la ecuación

6.4 se deduce entonces que para esa BI $a2_i = 1$ y que la bodega intermedia no fué catalogada por el modelo como “agencia distribuidora” mas sí como “centro de cross-docking”. Por la figura 6.3 se debe esperar entonces que en este ejemplo sea permisible el flujo w_{kipt}^a desde dicho CD a esa BI. Se muestra ahora el siguiente par de inecuaciones para efectos de comparación y explicación:

$$\begin{aligned} y_{kipt}^c &\leq L_SUP \times a1_i & i \in BI, k \in CD, p \in PT, t \in T \\ w_{kipt}^a &\leq L_SUP \times a2_i & i \in BI, k \in CD, p \in PT, t \in T \end{aligned} \quad (6.6)$$

Obsérvese que, simultáneamente, mientras no se permite flujo hacia la bodega intermedia por medio de la variable y_{kipt}^c dado que $a1_i = 0$, la variable w_{kipt}^a puede tomar valores “mayores o iguales a cero” limitada por el valor L_SUP , puesto que $a2_i = 1$. Dicho de otra forma, si una bodega intermedia es catalogada por el modelo como “centro de cross-docking” todos los centros de distribución pueden enviarle productos *únicamente* por intermedio del flujo w_{kipt}^a , e inversamente, si una bodega intermedia es catalogada como “agencia distribuidora” los centros de distribución deben relacionarse con ella *únicamente* a través del flujo y_{kipt}^c .

Pero puede ser que la bodega intermedia de este ejemplo decida el modelo cerrarla ($z_i = 0$). En este caso, a pesar de que de acuerdo a la ecuación 6.4 una de las dos binarias debe ser “1” y la otra “0” para una bodega intermedia específica, así ella esté cerrada, en las inecuaciones 6.6 se observa que es permisible que ambos flujos, tanto y_{kipt}^c como w_{kipt}^a pueden ser simultáneamente iguales cero, siendo apenas lógico que no

deba haber flujo de productos desde algún centro de distribución hacia una bodega intermedia que no existe.

Al observar una bodega intermedia todos los CD deben escoger uno de dos caminos representados en la figura 6.3, quedando entonces definitivamente catalogada una BI ó bien como “agencia distribuidora” ó bien como “centro de cross docking”, aspecto que se deberá tener en cuenta para la determinación de los siguientes flujos desde dicha BI en consideración.

Nótese que si la BI se considera “agencia distribuidora” entonces es permisible que desde ella se envíen productos a otras BI. Estos flujos no pueden ocurrir si la BI se considera un “centro de cross docking”.

Existen dos grupos de flujos:

- Los flujos de productos w_{kipt}^a, w_{ilpt}^c , y g_{i*ipt}^{bc} que son característicos de centros de cross docking”.
- Los flujos de productos $y_{kipt}^c, w_{ilpt}^b, g_{ii*pt}^a, g_{ii*pt}^{ac}, g_{i*ipt}^b$ que son característicos de “agencias distribuidoras”.

Los dos grupos de flujos anteriores deben ser por tanto mutuamente excluyentes con el ánimo de separar los resultados que arroje cada estrategia. Se muestran a continuación las siguientes relaciones de mutua exclusión que parten del mismo principio antes explicado.

$$\begin{aligned} w_{ilpt}^b &\leq L_SUP \times a1_i & i \in BI, l \in C, p \in PT, t \in T \\ w_{ilpt}^c &\leq L_SUP \times a2_i & i \in BI, l \in C, p \in PT, t \in T \end{aligned} \quad (6.7)$$

En las inecuaciones 6.7 se puede observar que para una bodega intermedia que se catalogue como “agencia distribuidora” ($a1_i = 1$ y $a2_i = 0$), el flujo de productos hacia las zonas de mercado será exclusivamente manejado a través de la variable w_{ilpt}^b . Inversamente, para una bodega intermedia que se catalogue como “centro de cross-docking” ($a1_i = 0$ y $a2_i = 1$), el flujo de productos hacia las zonas de mercado será exclusivamente manejado a través de la variable w_{ilpt}^c .

$$g_{ii^*pt}^a + g_{ii^*pt}^{ac} \leq L_SUP \times a1_i \quad i \in BI, i^* \in BI''(i), p \in PT, t \in T \quad (6.8)$$

Por otra parte, se invita a observar los flujos entre bodegas intermedias que aparecen en la inecuación 6.8 de mutua exclusión.

Se puede notar que si una bodega intermedia es catalogada como “agencia distribuidora” ($a1_i = 1$ y $a2_i = 0$) se hacen permisibles los flujos $g_{ii^*pt}^a$ y $g_{ii^*pt}^{ac}$, que se tratan de los flujos de productos desde esa bodega hacia otras bodegas intermedias. Si se tratara de un “centro de cross-docking” ($a1_i = 0$ y $a2_i = 1$) es fácil observar que estos flujos hacia otras bodegas no existirían, aspecto que se cumple de acuerdo a los supuestos del modelo.

Ahora se muestran las inecuaciones 6.9.

$$\begin{aligned} g_{ii^*pt}^a &\leq L_SUP \times a1_{i^*} & i \in BI, i^* \in BI''(i), p \in PT, t \in T \\ g_{ii^*pt}^{ac} &\leq L_SUP \times a2_{i^*} & i \in BI, i^* \in BI''(i), p \in PT, t \in T \end{aligned} \quad (6.9)$$

Nótese que no solamente $g_{ii^*pt}^a$ existe si la bodega intermedia “i” es “agencia distribuidora” por la relación 6.8 ($a1_i = 1$) sino que también debe existir la condición de que la bodega “i*” sea también una “agencia distribuidora” ($a1_{i^*} = 1$).

De otro lado, $g_{ii^*pt}^{ac}$ igualmente debe cumplir otra condición además de que la bodega intermedia “i” sea “agencia distribuidora” ($a1_i = 1$), y es que la bodega “i*” sea “centro de cross-docking” ($a2_{i^*} = 1$). De lo contrario tomarán el valor de cero.

Respecto a los flujos de productos $g_{i^*ipt}^b$ y $g_{i^*ipt}^{bc}$, se verá que ambos tienen una relación directa con $g_{ii^*pt}^a$ y $g_{ii^*pt}^{ac}$ respectivamente, tal y como se explica a continuación.

Considérese las “agencias distribuidoras” i e i* relacionadas en la siguiente figura:



Figura 6.4. Flujos correspondientes entre “agencias distribuidoras”.

Para la “agencia distribuidora” i de la figura 6.4, la flecha que sale de ella hacia la “agencia distribuidora” i* se simboliza con la variable $g_{ii^*pt}^a$ por definición. Así mismo, para la “agencia distribuidora” i*, la flecha que llega a ella desde la “agencia

distribuidora” i se debe simbolizar con la variable $g_{ii^*pt}^b$ por definición. Por lo tanto, para dos “agencias distribuidoras” bajo relación comercial, debe cumplirse la siguiente igualdad:

$$g_{ii^*pt}^a = g_{ii^*pt}^b \quad i \in BI; i^* \in BI''(i); p \in PT; t \in T; i \neq i^* \quad (6.10)$$

Pero por estar $g_{ii^*pt}^a$ plenamente definida en las restricciones de exclusión anteriores, es correcto también expresar la igualdad 6.10 de la siguiente manera:

$$g_{ii^*pt}^a = g_{ii^*pt}^b \quad i \in BI; i^* \in BI; p \in PT; t \in T; i \neq i^* \quad (6.11)$$

La ecuación 6.11 es preferible respecto a la 6.10, ya que asegura que las “ i^* ” que pertenezcan al complemento de $BI''(i)$, que tienen a $g_{ii^*pt}^a = 0$, tengan igualmente a $g_{ii^*pt}^b = 0$.



Figura 6.5. Flujos correspondientes entre una “agencia distribuidora” y un “centro de cross-docking”.

Para la “agencia distribuidora” i de la figura 6.5, la flecha que sale de ella hacia el “centro de cross-docking” i^* se simboliza con la variable $g_{ii^*pt}^{ac}$ por definición. Así mismo, para el “centro de cross-docking” i^* , la flecha que llega a él desde la “agencia distribuidora” i se debe simbolizar con la variable $g_{ii^*pt}^{bc}$ por definición. Por

lo tanto, para la relación comercial representada en la figura 6.5, debe cumplirse la siguiente igualdad:

$$g_{ii^*pt}^{ac} = g_{ii^*pt}^{bc} \quad i \in BI; i^* \in BI''(i); p \in PT; t \in T; i \neq i^* \quad (6.12)$$

Igualmente, por estar $g_{ii^*pt}^{ac}$ plenamente definida en las restricciones de exclusión anteriores, es correcto también expresar la igualdad 6.12 de la siguiente manera:

$$g_{ii^*pt}^{ac} = g_{ii^*pt}^{bc} \quad i \in BI; i^* \in BI; p \in PT; t \in T; i \neq i^* \quad (6.13)$$

La ecuación 6.13 es preferible respecto a la 6.12, ya que asegura que los “centros de cross-docking” que pertenezcan al complemento de $BI''(i)$, que tienen a $g_{ii^*pt}^{ac} = 0$, tengan igualmente a $g_{ii^*pt}^{bc} = 0$.

Como conclusión, si entre la relación de un CD con una BI, se escoge el flujo de productos y_{kipt}^c , entonces la BI se ha considerado “agencia distribuidora” y por tanto los flujos w_{kipt}^a , w_{ilpt}^c se harán “cero” pudiendo tener en cambio los flujos w_{ilpt}^b , $g_{ii^*pt}^a$, $g_{ii^*pt}^{ac}$ y $g_{i^*ipt}^b$ valores “mayores o iguales que cero”. Inversamente, si se escoge el flujo w_{kipt}^a , entonces los flujos y_{kipt}^c , w_{ilpt}^b , $g_{ii^*pt}^a$, $g_{ii^*pt}^{ac}$ y $g_{i^*ipt}^b$ se harán “cero” y en cambio el flujo w_{ilpt}^c podría ser “mayor o igual a cero” permitiéndose también en este caso la existencia de la variable $g_{i^*ipt}^{bc}$ que corresponde al ingreso de productos desde alguna “agencia distribuidora”, recordándose aquí la figura 6.3.

6.4.2.2. Restricciones de Capacidad de Despacho y Recepción

En los centros de distribución, la modelación de la capacidad de despacho se establece de manera sencilla, en donde el peso total despachado *en un periodo* t correspondientes a los flujos outbounds de un CD, no debe exceder al peso máximo permisible a despachar desde dichos centros.

$$\sum_{p \in PT} \sum_{i \in BI(k)} FPESO_p \times (y_{kipt}^c + w_{kipt}^a) + \sum_{p \in PT} \sum_{\substack{k^* \in CD'(k) \\ k \neq k^*}} FPESO_p \times y_{kk^*pt}^b \leq CAPDESP_{kt} \quad k \in CD, t \in T \quad (6.14)$$

En la restricción 6.14 se observa la existencia de flujos mutuamente excluyentes, de tal manera que la capacidad de despacho considera de manera discriminada el efecto que sobre dicha capacidad tienen los despachos dirigidos hacia “centros de cross-docking” y aquellos dirigidos hacia “agencias distribuidoras”.

En las bodegas intermedias, en cambio, hay cierta variación. Aquí, dado que se está frente a la decisión de abrir o cerrar una bodega intermedia, existiendo una variable binaria estratégica z_i , se evalúa la capacidad de despacho por período en caso de que dicha bodega intermedia decida abrirse ($z_i = 1$). Para ilustración, se mostrará la siguiente restricción que permite modelar la capacidad de despacho en BI's:

$$\sum_{p \in PT} \sum_{\substack{i^* \in BI'(i) \\ i \neq i^*}} FPESO_p \times (g_{ii^*pt}^a + g_{ii^*pt}^{ac}) + \sum_{p \in PT} \sum_{l \in C(i,t)} FPESO_p \times (w_{ilpt}^b + w_{ilpt}^c) \leq CAPDESP_t \times z_i$$

$$i \in BI; t \in T \quad (6.15)$$

En la relación 6.15 se observa que si la Bodega Intermedia se decide cerrar ($z_i = 0$), entonces todos los flujos outbounds desde dicha bodega “ i ”, en cualquier período de tiempo, para todos los productos p , y hacia cualquier destino deben ser también igual a cero, como debe esperarse. Además, puede notarse que existen flujos mutuamente excluyentes, de tal manera que esta restricción evalúa la capacidad de despacho de la bodega intermedia bien sea ésta considerada por el modelo como “agencia distribuidora” ó como “centro de cross-docking”.

Además, para asegurar que para una BI los flujos inbound sean “cero” cuando la bodega se cierre ó “mayores o iguales a cero” cuando la bodega se abra, se estableció la siguiente relación de capacidad de recepción de productos:

$$\sum_{p \in PT} \sum_{k \in CD(i)} FPESO_p \times (y_{kipt}^c + w_{kipt}^a) + \sum_{p \in PT} \sum_{\substack{i^* \in BI'(i) \\ i \neq i^*}} FPESO_p \times (g_{i^*ipt}^b + g_{i^*ipt}^{bc}) \leq CAPREP_{it} \times z_i$$

$$i \in BI; t \in T \quad (6.16)$$

6.4.2.3. Políticas de Inventarios

Se incluyó en el modelo la posibilidad de establecer políticas de inventario en “días de demanda”. Se consideró la opción de establecer políticas separadas tanto para centros de distribución como para “agencias distribuidoras” y “centros de cross-docking”.

6.4.2.3.1. Políticas de Inventarios Cíclicos en Centros de Distribución

Se parte aquí, por facilidad en la explicación, de que los períodos de tiempo corresponden a meses cada uno de ellos de 30 días, haciendo la salvedad de que, en general, los períodos pueden representar en la práctica cualquier unidad de tiempo. Se muestran aquí las ecuaciones 6.17 y 6.18.

$$h_{kpt-1}^a = (Días_CD/30) \times \sum_{i \in BI(k)} (y_{kipt}^c + w_{kipt}^a) \quad k \in CD; p \in PT; \{t \in T / t \geq 2\} \quad (6.17)$$

$$h_{kpt}^a = (Días_CD/30) \times \sum_{i \in BI(k)} (y_{kipt-11}^c + w_{kipt-11}^a) \quad k \in CD; p \in PT; \{t \in T / t = 12\} \quad (6.18)$$

En general, se tuvo que construir dos ecuaciones, una para los meses de enero a noviembre (6.17) y otra para diciembre (6.18) ya que la primera ecuación, por su estructura, no contiene la política del último mes. La demanda de un CD se observa

representada por las variables y_{kipt}^c ó w_{kipt}^a , y las ecuaciones anteriores pueden interpretarse de esta forma:

“el inventario de un producto p en un centro de distribución k al final del período $t-1$ es igual a “ $Días_CD$ ” días de demanda del período t ” ó “el inventario al final de un período es igual a “ $Días_CD$ ” días de demanda del período siguiente”.

6.4.2.3.2. Políticas de Inventarios Cíclicos en “agencias distribuidoras”

En este caso la demanda de éstos entes está representada por la variable w_{ilpt}^b y los días de demanda en la política lo representa el parámetro “ $Días_AD$ ” como lo muestran las siguientes ecuaciones:

$$h_{ipt-1}^b = (Días_AD / 30) \times \sum_{l \in C(i,t)} w_{ilpt}^b \quad i \in BI; p \in PT; \{t \in T / t \geq 2\}$$

$$h_{ipt}^b = (Días_AD / 30) \times \sum_{l \in C(i,t)} w_{ilpt-11}^b \quad i \in BI; p \in PT; \{t \in T / t = 12\}$$

6.4.2.3.3. Políticas de Inventarios Cíclicos en “centros de cross-docking”

Aquí la demanda para un centro de cross-docking de un producto en un período de tiempo está representada por la variable w_{ilpt}^c . Se ha comentado que idealmente los centros de cross-docking no deben tener ningún tipo de inventario, pero lo usual es que sea permisible “poco inventario”, dado que, como se comentó anteriormente, el nivel de eficiencia JIT no es fácil de alcanzar. Es por ello que se ha modelado la

posibilidad de tener inventario cíclico en centros de cross-docking y los días de demanda en la política lo representan dos parámetro: a) “*Mín_días*”, que es el mínimo número de días de demanda a considerar como política, y b) “*Max_días*” que corresponde al número máximo de días de demanda a tener en cuenta en la política.

Se muestran aquí las relaciones equivalentes a la política:

$$\begin{aligned}
 h_{ipt-1}^{bc} &\geq (Min_días / 30) \times \sum_{l \in C(i,t)} w_{ilpt}^c & i \in BI; p \in PT; \{t \in T / t \geq 2\} \\
 h_{ipt}^{bc} &\geq (Min_dias / 30) \times \sum_{l \in C(i,t)} w_{ilpt-11}^c & i \in BI; p \in PT; \{t \in T / t = 12\} \\
 h_{ipt-1}^{bc} &\leq (Max_días / 30) \times \sum_{l \in C(i,t)} w_{ilpt}^c & i \in BI; p \in PT; \{t \in T / t \geq 2\} \\
 h_{ipt}^{bc} &\leq (Max_dias / 30) \times \sum_{l \in C(i,t)} w_{ilpt-11}^c & i \in BI; p \in PT; \{t \in T / t = 12\}
 \end{aligned} \tag{6.19}$$

Note que la variable h_{ipt}^{bc} utilizada para el seguimiento de los inventarios cíclicos en “centros de cross-docking” se hace de manera implícita mutuamente excluyente con la variable h_{ipt}^b que se utiliza para rastrear el comportamiento de este tipo de inventarios en “agencias distribuidoras”.

Es bueno destacar que todas las políticas de inventarios son viables de establecerlas de manera general como lo muestran las desigualdades 6.19, es decir, con un mínimo y un máximo.

6.4.2.4. Restricciones de Demanda

La demanda de los productos se permite que tenga variaciones período a período. La ecuación de demanda considera que únicamente las bodegas intermedias pueden abastecer los clientes ó zonas agregadas de mercado, y está restringida por producto, por período y por zona, como se muestra a continuación:

$$\sum_{i \in BI(l)} \{w_{ilpt}^b + w_{ilpt}^c\} = DEMANDA_{lpt} \quad p \in PT; l \in C; t \in T \quad (6.20)$$

De nuevo se observan en la ecuación 6.20 dos variables mutuamente excluyentes que representan los flujos de productos hacia las zonas de mercado desde bodegas intermedias, bien sean éstas “agencias distribuidoras” (w_{ilpt}^b) ó “centros de cross docking” (w_{ilpt}^c).

La idea general de esta restricción es forzar el cumplimiento de la demanda, y dado que ésta debe cumplirse estrictamente, se desea saber cuál es la reacción de la cadena de suministros ante este requerimiento.

6.4.2.5. Ecuaciones de Balance en CD's

A nivel general, cuando la demanda de los productos de una empresa no presenta mayores variaciones en cada período de tiempo, ó si ella es uniforme, es de esperarse que los niveles de inventarios al final de cada período sean bajos (aunque eventualmente podrían ser altos ante ineficiencias en la respuesta del sistema de producción) y relativamente iguales (condición más característica de demanda uniforme). En estos casos no se observaría necesario colocar como variable del problema a los inventarios, dado que la misma uniformidad de la demanda al comparar períodos de tiempo convertirían a los inventarios en parámetros casi fijos, determinísticos, más no variables. Con demandas variables en el tiempo, como ocurre en una gran cantidad de experiencias prácticas, los niveles de inventarios deben entrar en escena de cierta forma óptima, dependiendo de la situación que se presente.

Se maneja en esta tesis la ecuación clásica de balance:

$$\boxed{\text{Flujo Entrante} + \text{Inventario Inicial} = \text{Flujo Saliente} + \text{Inventario Final}} \quad (6.21)$$

No se tuvo en cuenta el efecto del flujo (mantenimiento, manipulación y transporte) de productos defectuosos o inservibles dentro de la red logística de productos en el sistema de distribución. En otras palabras, no se considera la modelación de lo que se conoce como Logística Reversiva⁴⁵. Esto correspondería a una adecuada extensión al presente modelo.

⁴⁵ Puede verse el extenso concepto de Logística Reversiva en: CORREA, C.J., y Montoya, G.A. *Diagnóstico y propuesta de mejoramiento de la gestión del sistema de logística reversiva para el*

Por definición de las variables y por la relación 6.21, la ecuación de balance para cada CD debería construirse así:

$$\sum_{\substack{k^* \in CD(k) \\ k \neq k^*}} y_{k^*kpt}^a + \sum_{j \in PL(p) \cap PL(k)} x_{jkpt} + INVINI_{kp} = \sum_{\substack{k^* \in CD^*(k) \\ k \neq k^*}} y_{kk^*pt}^b + \sum_{i \in BI(k)} (y_{kipt}^c + w_{kipt}^a) + h_{kpt}^a$$

$$k \in CD, p \in PT, \{t \in T / t = 1\}$$

$$\sum_{\substack{k^* \in CD(k) \\ k \neq k^*}} y_{k^*kpt}^a + \sum_{j \in PL(p) \cap PL(k)} x_{jkpt} + h_{kpt-1}^a = \sum_{\substack{k^* \in CD^*(k) \\ k \neq k^*}} y_{kk^*pt}^b + \sum_{i \in BI(k)} (y_{kipt}^c + w_{kipt}^a) + h_{kpt}^a \quad (6.22)$$

$$k \in CD, p \in PT, \{t \in T / t \geq 2\}$$

Las ecuaciones 6.22 presentan flujos outbound mutuamente excluyentes que permiten considerar todas las posibles relaciones entre un CD y el siguiente eslabón de la Cadena de Suministros. Se considera explícitamente el parámetro de inventarios iniciales por producto ($INVINI_{kp}$) por cada centro de distribución, y es por ello que se divide el balance en dos partes: aquella que estudia el balance del primer período, dada la situación inicial de inventarios, y la otra parte que estudia el balance del flujo de productos en los demás períodos.

El modelo permite flujos entre centros de distribución ($y_{k^*kpt}^a$ y $y_{kk^*pt}^b$) como se comentó en la sección 6.3, y aquí a continuación se analiza esta relación de flujos.

Considérense los centros de distribución “ k ” y “ k^* ” relacionados en la figura 6.6:

.



Figura 6.6. Flujos correspondientes entre centros de distribución.

Para el centro de distribución k , la flecha que sale de él hacia k^* se simboliza con la variable $y_{kk^*pt}^b$ por definición. Así mismo, para el centro de distribución k^* la flecha que llega a él desde el centro de distribución k se simboliza con la variable $y_{kk^*pt}^a$ por definición. Por lo tanto, para dos centros de distribución relacionados, debe cumplirse la siguiente igualdad:

$$y_{kk^*pt}^b = y_{kk^*pt}^a \quad k \in CD; k^* \in CD; p \in PT; t \in T; k \neq k^*$$

Aparentemente, en las ecuaciones 6.22 hay una total concordancia, pero se invita a ver con más detalle dichas relaciones. Partiendo de que la demanda se ha establecido con una restricción de “igualdad” y que las políticas de inventarios están también restringidas con “igual”, es lógico establecer que en el período $t = 1$ pueden haber inconvenientes del siguiente tipo:

Si en el lado izquierdo de la ecuación existe, para un producto, un inventario inicial ($INVINI_{kp}$) demasiado alto, y además, en el lado izquierdo, la demanda del período es pequeña (flujos outbound pequeños) y la demanda del período siguiente también (política de inventarios pequeña) es imposible que la ecuación pueda balancearse. Estos casos especiales en los modelos dinámicos se resumen en lo que se ha

denominado la “teoría de los excesos”⁴⁶. En la presente tesis se aplicará la teoría de los excesos que se considera de utilidad en balances con variables restringidas.

La naturaleza mas global del balance representado en las ecuaciones 6.22, debería ser “ \geq ” en vez de “ $=$ ”, ya que el lado izquierdo podría ser en la práctica “mayor ó igual” al derecho. Tanto con la igualdad como con la desigualdad, la demanda y las políticas de inventarios se estarían cumpliendo. Sin embargo, al colocar “ $=$ ” es posible encontrar inconvenientes como los antes mencionados y además otros a veces “insospechados” para el analista⁴⁷. Al incluir la desigualdad para relajar el balance, surgen los “excesos”, y es aquí que se construye la siguiente ecuación general de balance en CD’s:

$$\sum_{\substack{k^* \in CD^*(k) \\ k \neq k^*}} y_{k^*kpt}^a + \sum_{j \in PL(p) \cap PL(k)} x_{jkpt} + INVINI_{kp} - excd_{kpt} = \sum_{\substack{k^* \in CD^*(k) \\ k \neq k^*}} y_{kk^*pt}^b + \sum_{i \in BI(k)} (y_{kipt}^c + w_{kipt}^a) + h_{kpt}^a$$

$$k \in CD, p \in PT, \{t \in T / t = 1\}$$

$$\sum_{\substack{k^* \in CD^*(k) \\ k \neq k^*}} y_{k^*kpt}^a + \sum_{j \in PL(p) \cap PL(k)} x_{jkpt} + h_{kpt-1}^a + excd_{kpt-1} - excd_{kpt} = \sum_{\substack{k^* \in CD^*(k) \\ k \neq k^*}} y_{kk^*pt}^b + \sum_{i \in BI(k)} (y_{kipt}^c + w_{kipt}^a) + h_{kpt}^a$$

$$k \in CD, p \in PT, \{t \in T / t \geq 2\}$$

(6.23)

⁴⁶En la presente tesis no se hará un discernimiento sobre los “excesos”, mas sí serán aplicados en el modelo. Para observar un análisis extenso de los “Excesos en modelos dinámicos” puede estudiarse la siguiente bibliografía:

BRAVO, J.J. *Modelos Estratégico-Dinámicos en Gestión de Inventarios*. Universidad del Valle. Marzo 2003. Cali.

⁴⁷ Ibid., p.20.

Pueden observarse las nuevas variables de exceso que aparecen en el balance, y representan la cantidad adicional de producto que existe en la bodega en un período de tiempo respecto a la política de inventarios pre-establecida para dicho período.

Nótese que el exceso de un período viene a convertirse en producto disponible para el período siguiente. Es decir, en cada período, el inventario real disponible sería equivalente a la sumatoria del inventario que exista como política y el exceso en ese mes, en caso de que éste último exista.

Lógicamente los excesos deben penalizarse⁴⁸, ya que lo que se busca es que el balance no haga uso de ellos y “cuadre” sin problemas, de tal manera que si los usa sea sólo en los casos estrictamente necesarios. La penalización de cada unidad de exceso en centros de distribución se realiza a través de la penalización de la variable $extot_{pt}$ de la restricción de Balance Total como se explicará posteriormente.

⁴⁸ Op. cit., p. 25

6.4.2.6. Ecuación de Balance en Bodegas Intermedias

Partiendo del mismo principio anterior de los “excesos”, y adicionando otros aspectos especiales que posteriormente se explicarán, se establecieron las siguientes ecuaciones para el balance en BI's:

$$\begin{aligned} & \sum_{k \in CD(i)} (y_{kipt}^c + w_{kipt}^a) + \sum_{\substack{i^* \in BI'(i) \\ i \neq i^*}} (g_{i^*ipt}^b + g_{i^*ipt}^{bc}) + INVINI_{ip} \times (a1_i + facajuste_{ip}) - exbi_{ipt} \\ &= \sum_{l \in C(i,t)} (w_{ilpt}^b + w_{ilpt}^c) + \sum_{\substack{i^* \in BI''(i) \\ i \neq i^*}} (g_{ii^*pt}^a + g_{ii^*pt}^{ac}) + h_{ipt}^b + h_{ipt}^{bc} \end{aligned} \quad (6.24)$$

$$i \in BI, p \in PT, \{t \in T / t = 1\}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{k \in CD(i)} (y_{kipt}^c + w_{kipt}^a) + \sum_{\substack{i^* \in BI'(i) \\ i \neq i^*}} (g_{i^*ipt}^b + g_{i^*ipt}^{bc}) + h_{ipt-1}^b + h_{ipt-1}^{bc} + exbi_{ipt-1} - exbi_{ipt} \\ &= \sum_{l \in C(i,t)} (w_{ilpt}^b + w_{ilpt}^c) + \sum_{\substack{i^* \in BI''(i) \\ i \neq i^*}} (g_{ii^*pt}^a + g_{ii^*pt}^{ac}) + h_{ipt}^b + h_{ipt}^{bc} \end{aligned} \quad (6.25)$$

$$i \in BI, p \in PT, \{t \in T / t \geq 2\}$$

$$\sum_{p \in PT} facajuste_{ip} \leq L_SUP \times a2_i \quad i \in BI \quad (6.26)$$

$$facajuste_{ip} \leq 1 \quad i \in BI, p \in PT \quad (6.27)$$

$$exbi_{ipt} \leq L_SUP \times a1_i \quad i \in BI, p \in PT, t \in T \quad (6.28)$$

$$z_i \geq a1_i \quad i \in BI \quad (6.29)$$

Se nota en las ecuaciones 6.24 y 6.25, además de las variables de exceso, varios conjuntos de variables mutuamente excluyentes. Pero lo realmente distinto en estas ecuaciones es el término $INVINI_{ip} \times (a1_i + facajuste_{ip})$ en la ecuación 6.24. Como

apoyo a éste término se construyeron las restricciones 6.26 a 6.29. Se intentará a continuación plasmar una adecuada explicación a lo anterior.

Las ecuaciones 6.24 y 6.25 corresponden a un balance general aplicable tanto a “agencias distribuidoras” como a “centros de cross-docking”. En realidad se comportan como ecuaciones de balance para estudiar dos entes “distintos”. Operan de la siguiente forma: por las relaciones de mutua exclusión entre variables y según la restricción 6.26, al tratarse de una “agencia distribuidora” ($a1_i=1$ y $a2_i=0$) las ecuaciones 6.24 y 6.25 se convierten realmente en:

$$\begin{aligned} \sum_{k \in CD(i)} y_{kip}^c + \sum_{\substack{i^* \in BI'(i) \\ i \neq i^*}} g_{i^*ip}^b + INVINI_{ip} - exbi_{ip} &= \sum_{l \in C(i,t)} w_{ilp}^b + \sum_{\substack{i^* \in BI''(i) \\ i \neq i^*}} (g_{i^*pt}^a + g_{i^*pt}^{ac}) + h_{ipt}^b \\ i \in BI, p \in PT, \{t \in T / t = 1\} \\ \sum_{k \in CD(i)} y_{kip}^c + \sum_{\substack{i^* \in BI'(i) \\ i \neq i^*}} g_{i^*ip}^b + h_{ipt-1}^b + exbi_{ipt-1} - exbi_{ipt} &= \sum_{l \in C(i,t)} w_{ilp}^b + \sum_{\substack{i^* \in BI''(i) \\ i \neq i^*}} (g_{i^*pt}^a + g_{i^*pt}^{ac}) + h_{ipt}^b \\ i \in BI, p \in PT, \{t \in T / t \geq 2\} \end{aligned}$$

Pero al tratarse de un “centro de cross docking” surgen automáticamente las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} \sum_{k \in CD(i)} w_{kip}^a + \sum_{\substack{i^* \in BI'(i) \\ i \neq i^*}} g_{i^*ip}^{bc} + INVINI_{ip} \times facajuste_p &= \sum_{l \in C(i,t)} w_{ilp}^c + h_{ipt}^{bc} \\ i \in BI, p \in PT, \{t \in T / t = 1\} \\ \sum_{k \in CD(i)} w_{kip}^a + \sum_{\substack{i^* \in BI'(i) \\ i \neq i^*}} g_{i^*ip}^{bc} + h_{ipt-1}^{bc} &= \sum_{l \in C(i,t)} w_{ilp}^c + h_{ipt}^{bc} \\ i \in BI, p \in PT, \{t \in T / t \geq 2\} \end{aligned}$$

Se destaca en éstas últimas ecuaciones la ausencia de excesos a causa de la restricción 6.28 que los habilita sólo para las “agencias distribuidoras”. La ausencia de excesos en “centros de cross-docking” es absorbido por “cierta” libertad en sus políticas de inventarios. Sin embargo, en el período $t=1$ podrían existir inconvenientes de balanceo en casos de cross-docking ante la ausencia de excesos e inventarios iniciales ($INVINI_{ip}$) demasiado altos. Es por ello que existe la variable $facajuste_{ip}$ que indicará en qué medida ese inventario inicial será necesario para abastecer la demanda y cumplir las políticas de inventarios en los “centros de cross-docking”. Esta variable no se penaliza en la función objetivo, ésto para procurar que el modelo la use libremente y de acuerdo a sus necesidades, pero sí se restringe a valores entre 0 y 1 según la relación 6.27 (convirtiéndose así en una proporción).

Hasta aquí no se ha escrito acerca de las BI's que se deban cerrar. Si para una BI cualquiera, $z_i = 0$, se sabe por secciones anteriores que tanto $a1_i$ como $a2_i$ pueden hacerse igual a “1” y la otra por tanto “0”. Pero para favorecer el funcionamiento de las ecuaciones de balance de BI's, dado que todos los flujos de productos son cero cuando una BI se cierra, el término $INVINI_{ip}$ debe automáticamente anularse para no ocasionar infactibilidad. Para ello se estableció la relación 6.29, que hace que cuando una bodega se cierre ($z_i = 0$) entonces $a1_i = 0$ y con ello $facajuste_{ip}$ se volverá “cero” de manera inmediata.

Se recalca que el presente modelo no considera la decisión de “qué hacer” con los inventarios iniciales ($INVINI_{ip}$) en caso de que la BI decida cerrarse, aspecto que podría ser objeto de extensiones a la presente tesis.

6.4.2.7. Ecuación de Balance Total

Con el ánimo de asociar los niveles de producción y los niveles de inventarios de la red de distribución con la demanda, se formuló la ecuación de balance total necesaria para encadenar todos los eslabones.

Este balance se hizo para cada producto en cada período de tiempo, de tal manera que la producción total más los inventarios iniciales del sistema (suma que genera la cantidad disponible para vender en el período) fuera igual a la demanda del período más los inventarios finales. Aquí se muestran las ecuaciones de balance total:

$$\sum_{j \in PL(p)} \sum_{k \in CD(j)} x_{jkpt} + \sum_{k \in CD} INVINI_{kp} + \sum_{i \in BI} INVINI_{ip} \times (a1_i + facajuste_{ip}) - extot_{pt} =$$

$$\sum_{l \in C} DEMANDA_{lpt} + \sum_{k \in CD} h_{kpt}^a + \sum_{i \in BI} (h_{ipt}^b + h_{ipt}^{bc})$$

$$p \in PT; \{t \in T / t = 1\}$$

$$\sum_{j \in PL(p)} \sum_{k \in CD(j)} x_{jkpt} + \sum_{k \in CD} h_{kpt-1}^a + \sum_{i \in BI} (h_{ipt-1}^b + h_{ipt-1}^{bc}) + extot_{pt-1} - extot_{pt} =$$

$$\sum_{l \in C} DEMANDA_{lpt} + \sum_{k \in CD} h_{kpt}^a + \sum_{i \in BI} (h_{ipt}^b + h_{ipt}^{bc})$$

$$p \in PT; \{t \in T / t \geq 2\}$$

Nótense aquí la presencia de los inventarios iniciales en $t = 1$ ($INVINI_{kp}$, $INVINI_{ip}$) tal y como se usaron en los balances anteriores tanto para CD's como para BI's. Además, se presenta la variable de “exceso total” $extot_{pt}$. Esta variable de “exceso total” se penaliza a través del parámetro P_EXTOT , y dicha penalización involucra de manera indirecta la penalización de las variables $exbi_{ipt}$ y $excd_{kpt}$, ya que por ser éste

el “Balance Total” del modelo dinámico debe cumplirse de manera implícita la siguiente relación⁴⁹:

$$extot_{pt} = \sum_{k \in CD} excd_{kpt} + \sum_{i \in BI} exbi_{ipt} \quad p \in PT, \quad t \in T \quad (6.30)$$

De no cumplirse la relación implícita 6.30, el modelo posiblemente tendrá fallas en su estructura⁵⁰.

⁴⁹ Op. cit., p25

⁵⁰ Ibid., p.25.

6.4.3. Análisis de las Ecuaciones de Costos (Función Objetivo)

6.4.3.1. Costo de Compra y de Inventario de Materias Primas en Plantas

Se consideraron los costos anuales por compra de materias primas asumiendo un *costo de compra promedio* por unidad de materia prima r . Al no tener en cuenta de manera explícita a cada proveedor, se asume con cierta confianza que es posible en la práctica asociar el precio de una unidad de materia prima r a un único valor promedio representativo. Este valor promedio se asume en el modelo que incluye el costo de transporte hasta la planta (costo unitario del producto “puesto en la planta”). Este último hecho permite modelar los costos de inventarios de materias primas sin incluir los costos acarreados por movimiento del inventario en tránsito desde el proveedor a la planta.

Se tuvo en cuenta, para la modelación tanto el inventario cíclico de materias primas como el de seguridad. La estructura de los costos de inventarios se explicará en detalle mas adelante.

6.4.3.2. Costos de Inventarios de Seguridad

6.4.3.2.1. Aspectos Generales

En Vidal [1998, p.90] se presenta la siguiente expresión para el valor esperado y la desviación estándar de la demanda durante el lead time de reaprovisionamiento,

asumiendo la demanda como determinística⁵¹.

$$E(x) = E(T) D \quad (6.31)$$

$$\sigma_x = \sigma_T D \quad (6.32)$$

Donde:

- $D =$ Demanda [unidades / unidad de tiempo];
- $T =$ Lead Time de Reaprovisionamiento [unidades de tiempo];
- $x =$ Demanda total sobre el Lead Time de reaprovisionamiento [unidades].
- $\sigma_T =$ Desviación estándar del lead time.

Con el apoyo de la fórmula 6.32 se puede definir el inventario de seguridad como:

$$IS = FIS \sigma_T D \quad (6.33)$$

Donde FIS corresponde al factor de inventario de seguridad, que se representa con un valor entre cero (0) y uno (1) y el cual puede manejar la gerencia según desee establecer cierto nivel de servicio. Por ejemplo, Si $FIS = 1$ entonces la empresa deseará tener inventario de seguridad que abarque plenamente la variabilidad de la demanda durante el Lead Time, lo cual correspondería a un nivel de servicio del 100%. Un valor inferior a 1 significaría por tanto un nivel de servicio inferior al 100%, con cierta probabilidad de *stockouts* o faltantes en inventarios.

Para el cálculo de σ_T , se asumirá en esta tesis que el Lead Time se comporta según la distribución probabilística gamma con parámetro $\beta=1$, siendo ésta la distribución

⁵¹ La justificación del uso de las ecuaciones 6.31 a 6.33 relativas a los inventarios de seguridad pueden verse en: VIDAL, C. J. *A Global Supply Chain Model with Transfer Pricing and Transportation Cost Allocation*. Tesis de Doctorado, School of Industrial and Systems Engineering, Georgia Institute of Technology, Atlanta, GA, USA, Junio de 1998, pp. 90-94.

más ampliamente utilizada para representar la variabilidad del lead time⁵². Surge entonces la siguiente ecuación:

$$\sigma_T = \sqrt{E(T)} \quad (6.34)$$

Por tanto, sustituyendo la ecuación 6.34 en la 6.33 el inventario de seguridad quedaría expresado de la siguiente forma:

$$IS = FIS \sqrt{E(T)} D \quad (6.35)$$

Dada la ecuación 6.35 para definir los niveles de inventarios de seguridad en bodegas, se analizará seguidamente cómo aplicarlo al modelo matemático dinámico de la presente investigación.

Análisis General de la Ecuación 6.35

Se analizará primeramente un caso sencillo, estático, para efectos de ganar entendimiento en el manejo de la ecuación, y de esta manera construir la fórmula que aproxime de la mejor manera el nivel de inventario de seguridad según las condiciones del presente modelo. Se presenta la figura 6.7.

⁵² Para una explicación extendida acerca de la relación entre la distribución gamma y el lead time ver Anexo A.

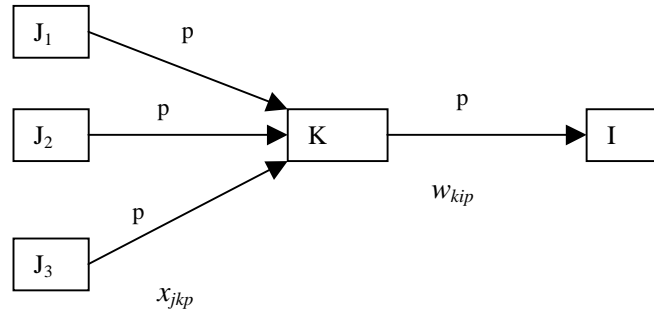


Figura 6.7. Análisis de un centro de distribución **K** y el flujo del producto **p** en una red simple de abastecimiento.

Sean las plantas J_1 , J_2 y J_3 que envían un producto p hacia el centro de distribución K , el cual abastece de ese mismo producto a la bodega intermedia I . Como apoyo, aparecen en la figura 6.7 los “flujos del producto” p desde cada planta J hasta K ($x_{j kp}$) y desde K hacia I (w_{kip} = demanda de K).

Con base en la ecuación 6.35, y aprovechando la definición de los conjuntos, subconjuntos y parámetros hecha en la sección 6.2.1, se puede modelar a un nivel general el nivel de inventario de seguridad en un Centro de Distribución K considerando todos los productos, y teniendo en cuenta todos los destinos, en el caso estático (sin el subíndice “ t ”) de la siguiente manera:

$$\sum_{i \in BI(k)} \sum_{p \in PT} \sum_{j \in PL(p) \cap PL(k)} \left[FISPT_{kp} \sqrt{LT_{jk}} \right] w_{kip} \quad k \in CD \quad (6.36)$$

Si se detalla la ecuación 6.36, se puede verificar que, al analizar el caso de un producto específico p_1 , ésta considera, para el cálculo del inventario de seguridad de dicho producto, los Lead Times de todas las plantas que pueden proveerlo. Se supondrá para ilustración, con base en la figura 6.7, que $x_{j_k p} = 0$ para el flujo de p_1 desde la planta J_1 hasta el centro de distribución K . En este caso, el inventario de seguridad del producto p_1 en K , no debería estar influenciado por el Lead Time desde esa planta J_1 . Por lo anterior, no parece ideal que se tengan en cuenta los Lead Times de todas las posibles plantas proveedoras cuando puede que no todas participen en el flujo de p_1 hacia K . Puede notarse aquí la influencia del flujo inbound o “de llegada” con el inventario de seguridad en K . Esto hace surgir la siguiente inquietud: ¿Cómo se vincula el flujo inbound $x_{j_k p}$ en las decisiones de niveles de inventarios de seguridad en la ecuación 6.36?

Aquí se presenta una posible solución. Considérese para K la siguiente relación:

$$y_{j_k p} = \text{Mínimo} (x_{j_k p} ; 1) \quad p \in PT, j \in PL(p)$$

En este caso $y_{j_k p}$ será igual a “0” si $x_{j_k p} = 0$, y será “1” de lo contrario, para cada p y cada planta J candidata a proveerlo.

La ecuación 6.36 queda de la siguiente forma:

$$\sum_{i \in BI(k)} \sum_{p \in PT} \sum_{j \in PL(p) \cap PL(k)} \left[FISPT_{kp} \sqrt{LT_{jk}} \right] \times w_{kip} \times y_{j_k p} \quad k \in CD \quad (6.37)$$

Esta última ecuación es no-lineal (bi-lineal) y asegura que solamente se tengan en cuenta, para el cálculo de inventarios de seguridad, los Lead Times de las plantas que sean efectivamente proveedoras de p_1 hacia K.

El inconveniente es la no-linealidad, razón por la cual se hizo un segundo análisis que resultó en una ecuación lineal de fácil manejo. Se mostrará el proceso.

De acuerdo a la siguiente ecuación clásica de balance en el centro de distribución K, sin considerar la existencia de inventarios finales, ni excesos, ni tampoco flujos entre centros, y de acuerdo a la figura 6.7:

$$\sum_{j \in PL(p) \cap PL(k)} x_{jkp} = \sum_{i \in BI(k)} w_{kip} \quad k \in CD, p \in PT$$

es posible reemplazar la ecuación 6.36 por la siguiente para K:

$$\sum_{p \in PT} \sum_{j \in PL(p) \cap PL(k)} \lfloor FISPT_{kp} \sqrt{LT_{jk}} \rfloor x_{jkp} \quad k \in CD \quad (6.38)$$

Pero la ecuación 6.38 resulta ser equivalente a la ecuación 6.37, sólo que ésta es lineal y no posee variables binarias.

Con base en esta ecuación 6.38 se ahondará en la aplicación práctica de los niveles de inventarios de seguridad para el caso específico del modelo dinámico objeto de estudio.

6.4.3.2.2. Determinación de los niveles y costos de inventarios de seguridad en CD's y BI's

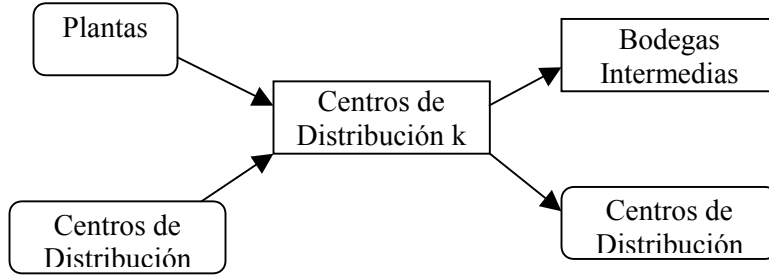


Figura 6.8. Relación de flujos de Centros de Distribución

Analizando primeramente los centros de distribución, se partirá de la ecuación de balance en $t=1$:

$$\sum_{\substack{k^* \in CD'(k) \\ k \neq k^*}} y_{k^*kpt}^a + \sum_{j \in PL(p) \cap PL(k)} x_{jkpt} + INVINI_{kp} - excd_{kpt} = \sum_{\substack{k^* \in CD''(k) \\ k \neq k^*}} y_{kk^*pt}^b + \sum_{i \in BI(k)} (y_{kipt}^c + w_{kipt}^a) + h_{kpt}^a$$

$k \in CD, p \in PT, \{t \in T / t = 1\}$

(6.39)

Reordenando la ecuación 6.39, la demanda de un centro de distribución la muestra el lado derecho de la siguiente ecuación para $t=1$:

$$\sum_{\substack{k^* \in CD'(k) \\ k \neq k^*}} y_{k^*kpt}^a + \sum_{j \in PL(p) \cap PL(k)} x_{jkpt} + (INVINI_{kp} - h_{kpt}^a - excd_{kpt}) = \sum_{\substack{k^* \in CD''(k) \\ k \neq k^*}} y_{kk^*pt}^b + \sum_{i \in BI(k)} (y_{kipt}^c + w_{kipt}^a)$$

$k \in CD, p \in PT, \{t \in T / t = 1\}$

(6.40)

Ahora se puede escribir el nivel de inventarios de seguridad anual para cada centro de distribución k de la siguiente manera, según la ecuación 6.38:

$$\sum_{p \in PT} \sum_{t \in T} FISPT_{kpt} \times \left[\sum_{\substack{k^* \in CD'(k) \\ k \neq k^*}} (y_{k^*kpt}^a \times \sqrt{LT_{k^*k}}) + \sum_{j \in PL(p) \cap PL(k)} (x_{jkpt} \times \sqrt{LT_{jk}}) + \right. \\ \left. (INVINI_{kp} - h_{kpt}^a - excd_{kpt}) \times DTLT_k \right] \\ k \in CD \quad (6.41)$$

Donde $DTLT_k$ es la *desviación estándar total* del lead time de reaprovisionamiento de productos en el centro de distribución k ⁵³.

Con el apoyo de las ecuaciones de balance en CD's para los otros periodos resulta la siguiente relación para los niveles de inventarios de seguridad anual en cada centro de distribución.

$$\sum_{p \in PT} \sum_{t \in T} FISPT_{kpt} \times \left[\sum_{\substack{k^* \in CD'(k) \\ k \neq k^*}} (y_{k^*kpt}^a \times \sqrt{LT_{k^*k}}) + \sum_{j \in PL(p) \cap PL(k)} (x_{jkpt} \times \sqrt{LT_{jk}}) + \right. \\ \left. (h_{kpt-1}^a + excd_{kpt-1} - h_{kpt}^a - excd_{kpt}) \times DTLT_k \right] \\ k \in CD \quad (6.42)$$

La sumatoria de las relaciones 6.41 y 6.42 arrojarían entonces la cantidad de inventarios de seguridad al año en un centro de distribución, y cada una tiene la misma aplicabilidad que la ecuación 6.38.

Partiendo de los niveles de inventarios de seguridad antes definidos, se establecen las ecuaciones de costos que se muestran mas adelante en la sección 6.5.

Similarmente, para aquellas bodegas intermedias que el modelo catalogue como “agencias distribuidoras” se hace el mismo proceso (no considerándose el

⁵³ La explicación de la Desviación Estándar Total se puede ver en el Anexo B.

mantenimiento de inventarios de seguridad en centros de cross-docking), quedando definido finalmente el costo de los inventarios de seguridad anual en “agencias distribuidoras” de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
& + \sum_{i \in BI} \sum_{p \in PT} \sum_{t=1}^T VIPT_{ip} \times H \times FISPT_{ipt} \times \left[\sum_{k \in CD(i)} (y_{kipt}^c \sqrt{LT_{ki}}) + \right. \\
& \left. \sum_{\substack{i^* \in BI'(i) \\ i \neq i^*}} (g_{i^*ipt}^b \sqrt{LT_{i^*i}}) + (INVINI_{ip} \times a1_i - h_{ipt}^b - exbi_{ipt}) \times DTLT_i \right] \\
& + \sum_{i \in BI} \sum_{p \in PT} \sum_{t>1}^T VIPT_{ip} \times H \times FISPT_{ipt} \times \left[\sum_{k \in CD(i)} (y_{kipt}^c \sqrt{LT_{ki}}) + \right. \\
& \left. \sum_{\substack{i^* \in BI'(i) \\ i \neq i^*}} (g_{i^*ipt}^b \sqrt{LT_{i^*i}}) + (h_{ipt-1}^b + exbi_{ipt-1} - h_{ipt}^b - exbi_{ipt}) \times DTLT_i \right]
\end{aligned}$$

6.4.3.2.3. Inventarios de Seguridad en Plantas

Materias Primas

Observando la ecuación 6.38, y partiendo de la ecuación Balance de Materiales de la sección 6.5, se puede establecer que con la demanda de materias primas, que es equivalente a los flujos s_{jrt} , se pueden determinar los niveles de inventario de seguridad de materiales correspondientes a todas las plantas:

$$\sum_{j \in PL} \sum_{t \in T} \sum_{r \in MP(j,t)} s_{jrt} \times [FISMP_{jrt} \times \sqrt{LT_{jr}}]$$

Productos Terminados

Aquí, los niveles de inventario de seguridad para todas las plantas se modelan aplicando la ecuación 6.35:

$$\sum_{j \in PL} \sum_{k \in CD(j)} \sum_{t \in T} \sum_{p \in PT(j)} x_{jkpt} \times [FISPT_{jpt} \times \sqrt{LT_j}]$$

6.4.3.2.4. Repercusiones de la unidad de tiempo del Lead Time en las ecuaciones de costos.

En la práctica, en gestión de transporte las unidades del Lead Time suelen estar generalmente definidas en *días* más no en *meses* como debería requerirse en este caso, al considerar tanto los períodos de tiempo como los flujos de productos en meses.

En las fórmulas anteriores de inventarios de seguridad se destaca la presencia de la desviación estándar del Lead Time como \sqrt{LT} , de acuerdo a un comportamiento gamma como se pudo comentar. Ahora bien, si en la Base de Datos que alimentará al modelo se tiene la información de los Lead Time en DIAS, entonces el modelo tomará esta información y hará cálculos como los del siguiente ejemplo:

Lead Time = **1 día**

Desviación Estándar del Lead Time = **1 día**

En éste ejemplo, la interpretación del Lead Time y su desviación no parece tener mayores problemas.

Ahora se invita a suponer que la información de los Lead Time en la Base de Datos se ha proporcionado en MESES. Para el mismo ejemplo anterior, se muestran aquí los resultados que utilizaría el modelo para el cálculo de costos de inventarios:

Lead Time = 1 día = **0,033 meses**

Desviación Estándar del Lead Time = **0,18 meses** \approx 5,5 días

Se observa aquí bastante distancia del valor de la desviación respecto a la media al compararlo con los resultados obtenidos al manejar la información original en DIAS.

Estas son las repercusiones, en cuanto al valor de la desviación estándar, que desencadenaría el hecho de colocar como información de entrada para el modelo, el Lead Time en meses, cuando las unidades reales de aplicación son en días.

Para subsanar posibles inconvenientes de unidades, se ha concluido que en la base de datos que alimente el modelo matemático, la información de los lead time debe colocarse en las *unidades reales de aplicación*, es decir, aquellas que tengan pleno sentido para la empresa que lo vaya a implementar. Las adecuaciones de las unidades de tiempo del Lead Time deberán hacerse en las mismas ecuaciones de costos, tal y como se muestra en las ecuaciones de la sección 6.5 donde se asume lo siguiente:

Unidad real de aplicación para el Lead Time = DIAS

Períodos de Tiempo del modelo dinámico = MESES.

1 MES = 30 DIAS

En general, esto se asume para las siguientes secciones a partir de aquí.

6.4.3.3. Niveles de Inventario Cíclico

En Plantas

El nivel de inventario cíclico en todas las plantas, tanto de materias primas como de producto terminado se modeló partiendo de las siguientes relaciones:

$$\sum_{j \in PL} \sum_{t \in T} \sum_{r \in MP(j,t)} s_{jrt} \times [TENV_{jr} \times CSF] \quad (\text{Materias Primas}) \quad (6.43)$$

$$\sum_{j \in PL} \sum_{k \in CD(j)} \sum_{t \in T} \sum_{p \in PT(j)} x_{jkpt} \times [TENV_{jk} \times CSF] \quad (\text{Producto Terminado}) \quad (6.44)$$

Las relaciones dentro de las sumatorias tanto de la ecuación 6.43 como de la 6.44 son equivalentes a la cantidad de inventario promedio $Q/2$, siendo:

$$Q = \frac{\text{Demanda}}{\text{Frecuencia de Despachos}}$$

$$\text{Frecuencia de Despachos} = \left[\frac{1}{\text{Tiempo entre envíos}} \right]$$

$$Q = \text{Demanda} * \text{Tiempo entre envíos}$$

Por su parte, el CSF, que significa factor de Inventario Cíclico (“Ciclic Stock Factor” por sus siglas en inglés), al hacerlo igual 0.5 hace que:

$$Q/2 = \text{Demanda} * \text{Tiempo entre envíos} * \text{CSF}$$

Al detallar la relación para las materias primas, la demanda de materiales en un período equivale a las compras, ésto debido a la restricción de “Balance de Materiales”.

En Centros de Distribución y Bodegas Intermedias

El nivel de inventario cíclico promedio a mantener en cada período de tiempo se maneja como una variable de estado del modelo, de gran relevancia para la red de distribución, y digna de ser monitoreada a través del tiempo. Estas son $h_{kpt}^a, h_{ipt}^b, h_{ipt}^{bc}$.

Las relaciones de costos de inventarios cíclicos, partiendo de los niveles de inventarios, se muestran en la sección 6.5.

6.4.3.4. Niveles de Inventario en Tránsito

En general, los niveles de inventario en tránsito se determinan por la siguiente relación:

Nivel de Inventario en Tránsito = (Demanda x Lead Time del Transporte Outbound)

Aplicado a Plantas

$$\sum_{j \in PL} \sum_{k \in CD(j)} \sum_{t \in T} \sum_{p \in PT(j)} x_{jkpt} \times \left[\frac{LT_{jk}}{30} \right] \quad (6.45)$$

Aplicado a Centros de Distribución

$$\sum_{k \in CD} \sum_{p \in PT} \sum_{t \in T} \left[\sum_{\substack{k^* \in CD''(k) \\ k \neq k^*}} (y_{kk^*pt}^b \times \frac{LT_{kk^*}}{30}) + \sum_{i \in BI(k)} \frac{LT_{ki}}{30} \times (y_{kipt}^c + w_{kipt}^a) \right] \quad (6.46)$$

Note que en la relación 6.46 existen flujos mutuamente excluyentes, relaciones que se explicaron en detalle en secciones precedentes.

Aplicado a Bodegas Intermedias

$$\sum_{i \in BI} \sum_{p \in PT} \sum_{t \in T} \left[\sum_{\substack{i^* \in BI''(i) \\ i \neq i^*}} \frac{LT_{ii^*}}{30} \times (g_{ii^*pt}^a + g_{ii^*pt}^{ac}) + \sum_{l \in C(i,t)} \frac{LT_{il}}{30} \times (w_{ilpt}^b + w_{ilpt}^c) \right] \quad (6.47)$$

De nuevo, en ésta relación 6.47, que define niveles de inventario en tránsito, existen flujos mutuamente excluyentes.

6.4.3.5. Costos de Transporte Outbound

Los costos de transporte se modelan de la siguiente manera:

Costo de Transporte =

Unidades Transportadas x Peso/Unidad x Tarifa de Transporte/Unidad de Peso

Aplicado a Plantas

$$\sum_{j \in PL} \sum_{k \in CD(j)} \sum_{t \in T} \sum_{p \in PT(j)} CTRPT_{jk} \times FPESO_p \times x_{jkpt} \quad (6.48)$$

Aplicado a Centros de Distribución

$$\sum_{k \in CD} \sum_{p \in PT} \sum_{t \in T} FPESO_p \times \left[\sum_{\substack{k^* \in CD''(k) \\ k \neq k^*}} CTRPT_{kk^*} \times y_{kk^*pt}^b + \sum_{i \in BI(k)} CTRPT_{ki} \times (y_{kipt}^c + FTRKI \times w_{kipt}^a) \right] \quad (6.49)$$

En la relación 6.49 los flujos mutuamente excluyentes están relacionados con distintos parámetros de costos de transporte, favoreciéndose en la modelación el hecho de que las operaciones de cross docking puedan generar costos de transporte más elevados desde los centros de distribución que aquellos que se manejarían al relacionarse el CD con una “agencia distribuidora”.

En general, se entiende que los costos de transporte en cross-docking pueden aumentar en un factor $FTRKI$ respecto a los costos tradicionales. Este factor es igual a:

$$FTRKI = (1 + \% \text{ incremento})$$

Bodegas Intermedias

$$\sum_{i \in BI} \sum_{p \in PT} \sum_{t \in T} FPESO_p \times \left[\sum_{\substack{i^* \in BI''(i) \\ i \neq i^*}} CTRPT_{ii^*} \times (g_{ii^*pt}^a + g_{ii^*pt}^{ac}) + \sum_{l \in C(i,t)} CTRPT_{il} \times (w_{ilpt}^b + FTRIL \times w_{ilpt}^c) \right] \quad (6.50)$$

Los flujos mutuamente excluyentes de esta relación se explican por sí mismos dados los análisis de la sección 6.4.2.1. y de la definición de parámetros de la sección 6.2.2. En la relación 6.50 se asume que los costos de transporte desde i hasta l pueden sufrir un incremento representado por el factor $FTRIL$. De similar forma, este factor es igual a:

$$FTRIL = (1 + \% \text{ incremento}).$$

6.4.3.6. Costos Variables de Manipulación en CD's y BI's

La relación fundamental empleada corresponde a:

Costos Variables de Manipulación = Unidades Manipuladas x Costo por Unidad Manipulada

Aplicación en Centros de Distribución

$$\sum_{k \in CD} \sum_{p \in PT} \sum_{t \in T} CVMAN_{kp} \times \left[\sum_{\substack{k^* \in CD^u(k) \\ k \neq k^*}} y_{kk^*pt}^b + \sum_{i \in BI(k)} (y_{kipt}^c + w_{kipt}^a) \right] \quad (6.51)$$

Obsérvese en la relación 6.51 la presencia de los flujos mutuamente excluyentes, según el centro de distribución tenga relación de envío de productos bien sea con “agencias distribuidoras” ó con “centros de cross-docking”.

Aplicación en Bodegas Intermedias

$$\sum_{i \in BI} \sum_{p \in PT} \sum_{t \in T} CVMAN_{ip} \times \left[\sum_{l \in C(i,t)} (w_{ilpt}^b + FCROSS \times w_{ilpt}^c) + \sum_{\substack{i^* \in BI^u(i) \\ i \neq i^*}} (g_{ii^*pt}^a + g_{ii^*pt}^{ac}) \right] \quad (6.52)$$

En la relación 6.52 los flujos de cross-docking se separan de aquellos correspondientes a las “agencias distribuidoras”, de tal manera que puedan asignársele costos de manipulación menores por la presencia menor de inventario.

En cross-docking, los costos variables de manipulación tradicionales son afectados por un porcentaje *FCROSS* que se asume de disminución. Esto favorece en gran manera los procesos de experimentación en cuanto a las variaciones posibles de dichos costos, y la determinación del impacto en los costos totales (ahorros posibles) que podrían desencadenar pequeñas variaciones (análisis de perturbaciones ó variaciones infinitesimales).

En general: $FCROSS = (1 - \% \text{ disminución})$.

6.5. FORMULACION MATEMATICA

De acuerdo a la Formulación Verbal del Modelo de la sección 6.3 se escribirán las ecuaciones correspondientes para cada elemento de la Cadena de Suministro modelada con los períodos de tiempo en meses y las unidades de tiempo reales de aplicación del lead time en días.

6.5.1. Función Objetivo

Minimizar:

Costo de compra de materias primas en Plantas:

$$\sum_{j \in PL} \sum_{t \in T} \sum_{r \in MP(j,t)} COSTMP_{jr} \times s_{jrt} \quad (6.53)$$

Costo de Inventario de Materias Primas Plantas:

$$+ \sum_{j \in PL} \sum_{t \in T} \sum_{r \in MP(j,t)} VIMP_{jr} \times H \times s_{jrt} \times \left[TENV_{jr} \times CSF + FISMP_{jrt} \times \frac{\sqrt{LT_{jr}}}{30} \right] \quad (6.54)$$

Costos Variables de Producción:

$$+ \sum_{j \in PL} \sum_{k \in CD(j)} \sum_{t \in T} \sum_{p \in PT(j)} CVP_{jp} \times x_{jkpt} \quad (6.55)$$

Costos de inventario de producto terminado en Plantas:

$$+ \sum_{j \in PL} \sum_{k \in CD(j)} \sum_{t \in T} \sum_{p \in PT(j)} VIPT_{jp} \times H \times x_{jkpt} \times \left[TENV_{jk} \times CSF + FISPT_{jpt} \times \frac{\sqrt{LT_j}}{30} + \frac{LT_{jk}}{30} \right] \quad (6.56)$$

Costos fijos en plantas:

$$+ \sum_{j \in PL} \sum_{t \in T} CF_{jt} \quad (6.57)$$

Costos de transporte producto terminado hacia CD's:

$$+ \sum_{j \in PL} \sum_{k \in CD(j)} \sum_{t \in T} \sum_{p \in PT(j)} CTRPT_{jk} \times FPESO_p \times x_{jkpt} \quad (6.58)$$

Costos de inventario cíclico y en tránsito de producto terminado en CD's:

$$+ \sum_{k \in CD} \sum_{p \in PT} \sum_{t \in T} VIPT_{kp} \times H \times \left[h_{kpt}^a + \sum_{\substack{k^* \in CD''(k) \\ k \neq k^*}} (y_{kk^*pt}^b \times \frac{LT_{kk^*}}{30}) + \sum_{i \in BI(k)} \frac{LT_{ki}}{30} \times (y_{kipt}^c + w_{kipt}^a) \right] \quad (6.59)$$

Costo de Inventario de Seguridad en CD's:

$$+ \sum_{k \in CD} \sum_{p \in PT} \sum_{\substack{t \in T \\ t > 1}} VIPT_{kp} H \times FISPT_{kpt} \times \left[\sum_{\substack{k^* \in CD'(k) \\ k \neq k^*}} (y_{k^*kpt}^a \times \frac{\sqrt{LT_{k^*k}}}{30}) + \sum_{j \in PL(p) \cap PL(k)} (x_{jkpt} \times \frac{\sqrt{LT_{jk}}}{30}) + (INVINI_{kp} - h_{kpt}^a - excd_{kpt}) \times DTLT_k \right] \quad (6.60)$$

$$+ \sum_{k \in CD} \sum_{p \in PT} \sum_{\substack{t \in T \\ t > 1}} VIPT_{kp} H \times FISPT_{kpt} \times \left[\sum_{\substack{k^* \in CD'(k) \\ k \neq k^*}} (y_{k^*kpt}^a \times \frac{\sqrt{LT_{k^*k}}}{30}) + \sum_{j \in PL(p) \cap PL(k)} (x_{jkpt} \times \frac{\sqrt{LT_{jk}}}{30}) + (h_{kpt-1}^a + excd_{kpt-1} - h_{kpt}^a - excd_{kpt}) \times DTLT_k \right] \quad (6.61)$$

Costos de transporte outbound en CD's:

$$+ \sum_{k \in CD} \sum_{p \in PT} \sum_{t \in T} FPESO_p \times \left[\sum_{\substack{k^* \in CD''(k) \\ k \neq k^*}} CTRPT_{kk^*} \times y_{kk^*pt}^b + \sum_{i \in BI(k)} CTRPT_{ki} \times (y_{kipt}^c + FTRKI \times w_{kipt}^a) \right] \quad (6.62)$$

Costos variables de manipulación en CD's:

$$+ \sum_{k \in CD} \sum_{p \in PT} \sum_{t \in T} CVMAN_{kp} \times \left[\sum_{\substack{k^* \in CD''(k) \\ k \neq k^*}} y_{kk^*pt}^b + \sum_{i \in BI(k)} (y_{kipt}^c + w_{kipt}^a) \right] \quad (6.63)$$

Costos Fijos en CD's:

$$+ \sum_{k \in CD} \sum_{t \in T} CF_{kt} \quad (6.64)$$

Costos de inventario cíclico y en tránsito en BI's:

$$+ \sum_{i \in BI} \sum_{p \in PT} \sum_{t \in T} VIPT_{ip} \times H \times \left[h_{ipt}^b + h_{ipt}^{bc} + \sum_{\substack{i^* \in BI''(i) \\ i \neq i^*}} (g_{ii^*pt}^a \times \frac{LT_{ii^*}}{30} + g_{ii^*pt}^{ac} \times \frac{LT_{ii^*}}{30}) + \right. \\ \left. \sum_{l \in C(i,t)} \frac{LT_{il}}{30} \times (w_{ilpt}^b + w_{ilpt}^c) \right] \quad (6.65)$$

Costos de Inventarios de Seguridad en BI's:

$$+ \sum_{i \in BI} \sum_{p \in PT} \sum_{t=1} VIPT_{ip} \times H \times FISPT_{ipt} \times \left[\sum_{k \in CD(i)} (y_{kipt}^c \frac{\sqrt{LT_{ki}}}{30}) + \right. \\ \left. \sum_{\substack{i^* \in BI'(i) \\ i \neq i^*}} (g_{ii^*ipt}^b \frac{\sqrt{LT_{ii^*}}}{30}) + (INVINI_{ip} \times a1_i - h_{ipt}^b - exbi_{ipt}) \times DTLT_i \right] \quad (6.66)$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{i \in BI} \sum_{p \in PT} \sum_{t \in T} VIPT_{ip} \times H \times FISPT_{ipt} \times \left[\sum_{k \in CD(i)} (y_{kipt}^c \frac{\sqrt{LT_{ki}}}{30}) + \right. \\
& \left. \sum_{\substack{i^* \in BI'(i) \\ i \neq i^*}} (g_{i^*ipt}^b \frac{\sqrt{LT_{i^*i}}}{30}) + (h_{ipt-1}^b + exbi_{ipt-1} - h_{ipt}^b - exbi_{ipt}) \times DTLT_i \right] \quad (6.67)
\end{aligned}$$

Costos de transporte outbound en BI's:

$$\begin{aligned}
& + \sum_{i \in BI} \sum_{p \in PT} \sum_{t \in T} FPESQ_p \times \left[\sum_{\substack{i^* \in BI''(i) \\ i \neq i^*}} CTRPT_{i^*} \times (g_{ii^*pt}^a + g_{ii^*pt}^{ac}) + \sum_{l \in C(i,t)} CTRPT_{il} \times (w_{ilpt}^b + FTRIL \times w_{ilpt}^c) \right] \quad (6.68)
\end{aligned}$$

Costos variables de manipulación en BI's:

$$\begin{aligned}
& + \sum_{i \in BI} \sum_{p \in PT} \sum_{t \in T} CVMAN_{ip} \times \left[\sum_{l \in C(i,t)} (w_{ilpt}^b + FCROSS \times w_{ilpt}^c) + \sum_{\substack{i^* \in BI''(i) \\ i \neq i^*}} (g_{ii^*pt}^a + g_{ii^*pt}^{ac}) \right] \quad (6.69)
\end{aligned}$$

Costos fijos en BI's:

$$+ \sum_{i \in BI} \sum_{t \in T} CF_{it} \times z_i \quad (6.70)$$

Costos de Penalización de Excesos y Capacidades Adicionales:

$$\sum_{p \in PT} \sum_{t \in T} P_EXTOT \times extot_{pt} + \sum_{j \in PL} \sum_{t \in T} \sum_{p \in PT(j)} P_CAPADIPL \times capadipl_{jpt} \quad (6.71)$$

6.5.2. Restricciones Básicas

En Plantas

Explosión de Materiales ó ‘Bill of Materials’:

$$\sum_{k \in CD(j)} \sum_{p \in PT(r) \cap PT(j)} Q_{rp} \times x_{jkpt} = s_{jrt} \quad j \in PL, t \in T, r \in MP(j, t) \quad (6.72)$$

Capacidad de Producción:

$$\sum_{k \in CD(j)} FPESO_p \times x_{jkpt} \leq CAPROD_{jpt} + capadipl_{jpt} \quad j \in PL, t \in T, p \in PT(j) \quad (6.73)$$

En Centros de Distribución

Capacidad de Despacho:

$$\sum_{p \in PT} \sum_{i \in BI(k)} FPESO_p \times (y_{kipt}^c + w_{kipt}^a) + \sum_{p \in PT} \sum_{\substack{k^* \in CD''(k) \\ k \neq k^*}} FPESO_p \times y_{kk^*pt}^b \leq CAPDESP_{kt} \quad k \in CD, t \in T$$

(6.74)

Ecuación de Balance:

$$\sum_{\substack{k^* \in CD'(k) \\ k \neq k^*}} y_{kk^*pt}^a + \sum_{j \in PL(p) \cap PL(k)} x_{jkpt} + INVINI_{kp} - excd_{kpt} = \sum_{\substack{k^* \in CD''(k) \\ k \neq k^*}} y_{kk^*pt}^b + \sum_{i \in BI(k)} (y_{kipt}^c + w_{kipt}^a) + h_{kpt}^a$$

$$k \in CD, p \in PT, \{t \in T / t = 1\}$$

(6.75)

$$\sum_{\substack{k^* \in CD'(k) \\ k \neq k^*}} y_{kk^*pt}^a + \sum_{j \in PL(p) \cap PL(k)} x_{jkpt} + h_{kpt-1}^a + excd_{kpt-1} - excd_{kpt} = \sum_{\substack{k^* \in CD''(k) \\ k \neq k^*}} y_{kk^*pt}^b + \sum_{i \in BI(k)} (y_{kipt}^c + w_{kipt}^a) + h_{kpt}^a$$

$$k \in CD, p \in PT, \{t \in T / t \geq 2\}$$

Política de Inventarios por período (mes) en días:

$$h_{kpt-1}^a = (Días_CD/30) \times \sum_{i \in BI(k)} (y_{kipt}^c + w_{kipt}^a) \quad k \in CD, p \in PT; \{t \in T / t \geq 2\}$$

$$h_{kpt}^a = (Días_CD/30) \times \sum_{i \in BI(k)} (y_{kipt-11}^c + w_{kipt-11}^a) \quad k \in CD, p \in PT; \{t \in T / t = 12\} \quad (6.76)$$

En Bodegas Intermedias

Capacidad de Despacho:

$$\sum_{p \in PT} \sum_{\substack{i^* \in BI^m(i) \\ i \neq i^*}} FPESO_p \times (g_{ii^*pt}^a + g_{ii^*pt}^{ac}) + \sum_{p \in PT} \sum_{l \in C(i,t)} FPESO_p \times (w_{ilpt}^b + w_{ilpt}^c) \leq CAPDESP_{it} \times z_i$$

(6.77)

Capacidad de Recepción:

$$\sum_{p \in PT} \sum_{k \in CD(i)} FPESO_p \times (y_{kipt}^c + w_{kipt}^a) + \sum_{p \in PT} \sum_{\substack{i^* \in BI^l(i) \\ i \neq i^*}} FPESO_p \times (g_{i^*ipt}^b + g_{i^*ipt}^{bc}) \leq CAPREP_{it} \times z_i \quad i \in BI; t \in T$$

(6.78)

Ecuaciones de Balance:

$$\begin{aligned} & \sum_{k \in CD(i)} (y_{kipt}^c + w_{kipt}^a) + \sum_{\substack{i^* \in BI^l(i) \\ i \neq i^*}} (g_{i^*ipt}^b + g_{i^*ipt}^{bc}) + INVINI_{ip} \times (a1_i + facajuste_{ip}) - exbi_{ipt} \\ &= \sum_{l \in C(i,t)} (w_{ilpt}^b + w_{ilpt}^c) + \sum_{\substack{i^* \in BI^m(i) \\ i \neq i^*}} (g_{ii^*pt}^a + g_{ii^*pt}^{ac}) + h_{ipt}^b + h_{ipt}^{bc} \end{aligned}$$

(6.79)

$$\begin{aligned} & \sum_{k \in CD(i)} (y_{kipt}^c + w_{kipt}^a) + \sum_{\substack{i^* \in BI^l(i) \\ i \neq i^*}} (g_{i^*ipt}^b + g_{i^*ipt}^{bc}) + h_{ipt-1}^b + h_{ipt-1}^{bc} + exbi_{ipt-1} - exbi_{ipt} \\ &= \sum_{l \in C(i,t)} (w_{ilpt}^b + w_{ilpt}^c) + \sum_{\substack{i^* \in BI^m(i) \\ i \neq i^*}} (g_{ii^*pt}^a + g_{ii^*pt}^{ac}) + h_{ipt}^b + h_{ipt}^{bc} \end{aligned}$$

(6.80)

Política de Inventarios por Período (mes) en días para “Agencias Distribuidoras”:

$$\begin{aligned} h_{ipt-1}^b &= (Días_AD / 30) \times \sum_{l \in C(i,t)} w_{ilpt}^b & i \in BI; p \in PT; \{t \in T / t \geq 2\} \\ h_{ipt}^b &= (Días_AD / 30) \times \sum_{l \in C(i,t)} w_{ilpt-11}^b & i \in BI; p \in PT; \{t \in T / t = 12\} \end{aligned}$$

(6.80)

Política de Inventarios por Período (mes) en días para “Centros de Cross-Docking”:

$$\begin{aligned}
 h_{ipt-1}^{bc} &\geq (Min_días / 30) \times \sum_{l \in C(i,t)} w_{ilpt}^c & i \in BI; p \in PT; \{t \in T / t \geq 2\} \\
 h_{ipt}^{bc} &\geq (Min_dias / 30) \times \sum_{l \in C(i,t)} w_{ilpt-11}^c & i \in BI; p \in PT; \{t \in T / t = 12\} \\
 h_{ipt-1}^{bc} &\leq (Max_días / 30) \times \sum_{l \in C(i,t)} w_{ilpt}^c & i \in BI; p \in PT; \{t \in T / t \geq 2\} \\
 h_{ipt}^{bc} &\leq (Max_dias / 30) \times \sum_{l \in C(i,t)} w_{ilpt-11}^c & i \in BI; p \in PT; \{t \in T / t = 12\}
 \end{aligned} \tag{6.81}$$

Generales

Demanda

$$\sum_{i \in BI(l)} \{w_{ilpt}^b + w_{ilpt}^c\} = DEMANDA_{lpt} \quad p \in PT; l \in C; t \in T \tag{6.82}$$

Balance Total: Producción – Inventarios – Demanda

$$\begin{aligned}
 &\sum_{j \in PL(p)} \sum_{k \in CD(j)} x_{jkpt} + \sum_{k \in CD} INVINI_{kp} + \sum_{i \in BI} INVINI_{ip} \times (a1_i + facajuste_{ip}) - extot_{pt} = \\
 &\sum_{l \in C} DEMANDA_{lpt} + \sum_{k \in CD} h_{kpt}^a + \sum_{i \in BI} (h_{ipt}^b + h_{ipt}^{bc}) \\
 &p \in PT; \{t \in T / t = 1\}
 \end{aligned} \tag{6.83}$$

$$\begin{aligned}
 &\sum_{j \in PL(p)} \sum_{k \in CD(j)} x_{jkpt} + \sum_{k \in CD} h_{kpt-1}^a + \sum_{i \in BI} (h_{ipt-1}^b + h_{ipt-1}^{bc}) + extot_{pt-1} - extot_{pt} = \\
 &\sum_{l \in C} DEMANDA_{lpt} + \sum_{k \in CD} h_{kpt}^a + \sum_{i \in BI} (h_{ipt}^b + h_{ipt}^{bc}) \\
 &p \in PT; \{t \in T / t \geq 2\}
 \end{aligned}$$

Restricciones lógicas de correspondencia entre flujos:

$$y_{kk^*pt}^b = y_{kk^*pt}^a \quad k \in CD; k^* \in CD; p \in PT; t \in T; k \neq k^* \quad (6.84)$$

$$g_{ii^*pt}^a = g_{ii^*pt}^b \quad i \in BI; i^* \in BI; p \in PT; t \in T; i \neq i^* \quad (6.85)$$

$$g_{ii^*pt}^{ac} = g_{ii^*pt}^{bc} \quad i \in BI; i^* \in BI; p \in PT; t \in T; i \neq i^* \quad (6.86)$$

Restricciones de no-negatividad:

$$\begin{aligned} s_{jrt} &\geq 0 & j \in PL; t \in T; r \in MP(j, t) \\ x_{jkpt} &\geq 0 & j \in PL; k \in CD(j); p \in PT(j); t \in T \\ y_{k^*kpt}^a &\geq 0 & k \in CD; k^* \in CD'(k); p \in PT; t \in T; k \neq k^* \\ y_{k^*kpt}^b &\geq 0 & k \in CD; k^* \in CD''(k); p \in PT; t \in T; k \neq k^* \\ y_{kipt}^c, w_{kipt}^a &\geq 0 & k \in CD; i \in BI(k); p \in PT; t \in T \\ w_{ilpt}^b, w_{ilpt}^c &\geq 0 & i \in BI; t \in T; l \in C(i, t); p \in PT \\ g_{i^*ipt}^b, g_{i^*ipt}^{bc} &\geq 0 & i \in BI; i^* \in BI'(k); p \in PT; t \in T; i \neq i^* \\ g_{ii^*pt}^a, g_{ii^*pt}^{ac} &\geq 0 & i \in BI; i^* \in BI''(k); p \in PT; t \in T; i \neq i^* \\ h_{kpt}^a, excd_{kpt} &\geq 0 & k \in CD; p \in PT; t \in T \\ h_{ipt}^b, h_{ipt}^{bc}, exbi_{ipt} &\geq 0 & i \in BI; p \in PT; t \in T \\ extot_{pt}, capadipl_{jpt} &\geq 0 & j \in PL; p \in PT(j); t \in T \\ z_i, a1_i, a2_i &\Rightarrow \text{binarias}[0-1] & i \in BI \end{aligned} \quad (6.87)$$

6.5.3. Restricciones para el tratamiento de Flujos Mutuamente Excluyente

$a1_i$ = binaria asociada a “agencias distribuidoras”

$a2_i$ = binaria asociada a “centros de cross-docking”

$$a1_i + a2_i = 1 \quad i \in BI \quad (6.88)$$

Definición de Flujos Principales

$$\begin{aligned}
 y_{kipt}^c &\leq L_SUP \times a1_i & i \in BI, k \in CD, p \in PT, t \in T \\
 w_{ilpt}^b &\leq L_SUP \times a1_i & i \in BI, l \in C, p \in PT, t \in T \\
 w_{kipt}^a &\leq L_SUP \times a2_i & i \in BI, k \in CD, p \in PT, t \in T \\
 w_{ilpt}^c &\leq L_SUP \times a2_i & i \in BI, l \in C, p \in PT, t \in T
 \end{aligned} \tag{6.89}$$

Definición de Flujos entre Bodegas Intermedias

$$\begin{aligned}
 g_{ii^*pt}^a + g_{ii^*pt}^{ac} &\leq L_SUP \times a1_i & i \in BI, i^* \in BI''(i), p \in PT, t \in T \\
 g_{ii^*pt}^a &\leq L_SUP \times a1_{i^*} & i \in BI, i^* \in BI''(i), p \in PT, t \in T \\
 g_{ii^*pt}^{ac} &\leq L_SUP \times a2_{i^*} & i \in BI, i^* \in BI''(i), p \in PT, t \in T \\
 g_{i^*ipt}^b &\leq L_SUP \times a1_i & i \in BI, i^* \in BI'(i), p \in PT, t \in T \\
 g_{i^*ipt}^{bc} &\leq L_SUP \times a2_i & i \in BI, i^* \in BI'(i), p \in PT, t \in T
 \end{aligned} \tag{6.90}$$

6.5.4. Otras Relaciones

Relación de Exclusión de Excesos en Cross Docking

$$exbi_{ipt} \leq L_SUP \times a1_i \quad i \in BI, p \in PT, t \in T \tag{6.91}$$

Restricción para el uso exclusivo de la variable “ $facajuste_{ip}$ ” en Cross Docking

$$\sum_{p \in PT} facajuste_{ip} \leq L_SUP \times a2_i \quad i \in BI \tag{6.92}$$

Restricción para limitar la variable “ $facajuste_{ip}$ ”

$$facajuste_{ip} \leq 1 \quad i \in BI, p \in PT \tag{6.93}$$

Relación entre las variables “ z_i ” y “ $a1_i$ ” para coordinar el Balance en BI's

$$z_i \geq a1_i \quad i \in BI \tag{6.94}$$

7. EXPERIENCIA DE APLICACION DEL MODELO

El modelo de la sección 6.5 fue aplicado al caso de una empresa multi-nacional colombiana con sede principal en el Valle del Cauca. Dicha empresa, que se denominará “La Empresa” por efectos de estricta confidencialidad, produce y comercializa productos alimenticios de consumo masivo y, a través de su red de distribución, comercializa y distribuye productos de consumo masivo producidos por otras empresas que carecen de sistemas de distribución con amplia cobertura.

A continuación se presentará cierta reseña de la empresa, las características de su sistema de distribución, y la adaptación del modelo a éste caso específico. Se aclara que se omite a lo largo de la presente sección el tipo de productos comercializados, ya que sería equivalente a mencionar el nombre de la empresa, aspecto éste que se desea reservar.

7.1. RESEÑA DE LA EMPRESA

La empresa fue fundada en el año de 1928 en la ciudad de Cali. Se inició con un equipo importado de Norteamérica, cuya capacidad de producción diaria era de 800 libras de producto. A través del tiempo, la empresa ha hecho importantes cambios en

sus instalaciones, hechos que han contribuido a maximizar su producción y ampliar su cobertura.

En 1932 la empresa construyó nuevas instalaciones industriales e incrementó la producción a 3.000 libras diarias, cantidad superada en 1956, cuando se realizó una gran ampliación que permitió aumentar la producción a 15.000 libras diarias.

Ante la necesidad de darle al consumidor productos de la más alta calidad, en 1968, la empresa crea una nueva fábrica, con la cual se atendió la creciente demanda internacional, obteniendo importantes divisas para el país en las exportaciones.

Estos cambios, permitieron que en la actualidad se cuente con los equipos más técnicos y avanzados del sector, capaces de atender una producción diaria de 600.000 libras. Las exportaciones se iniciaron en 1965 y hoy llega a mas de 30 países en los cinco continentes entre los que se cuentan: Estados Unidos, Centro América y el Caribe, España, Australia, Japón e Inglaterra, entre otros.

Su excelente distribución ha sido una ventaja competitiva y una barrera para los nuevos competidores y productos importados, esto también ha facilitado el manejo de su portafolio y la distribución de otros tipos de productos de reconocidas marcas pertenecientes a otras empresas. La empresa cuenta con su propia red de distribución que abarca la totalidad del país y asegura a sus clientes una entrega oportuna y segura.



La estructura adoptada es una organización plana de tipo matricial, con Unidades de Negocio y Unidades de Apoyo y Servicios.

7.2. SISTEMA DE DISTRIBUCION

7.2.1. Características básicas de la distribución a nivel nacional

La empresa cuenta en la actualidad a nivel nacional con más de 127.000 clientes, y ofrece una completa estructura para comercialización y distribución de productos de consumo masivo, la cual permite un excelente cubrimiento del mercado Colombiano. Cuenta en la actualidad con una fuerza de ventas con casi 700 personas, un parque automotor suficiente para movilizar 850 toneladas simultáneamente, bodegas ubicadas estratégicamente a lo largo y ancho del territorio nacional con un área para almacenamiento superior a los 30.000 metros cuadrados, y tecnología de punta (Palm Tops, EDI, Plataforma SAP, Mapas Digitales), lo que permite ofrecer un amplio cubrimiento del mercado nacional con altos niveles de eficiencia y responsabilidad, según lo señalado en el portafolio de la empresa.

La empresa cuenta con un sistema similar al siguiente:

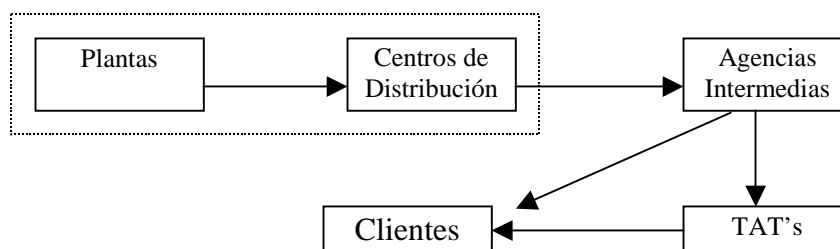
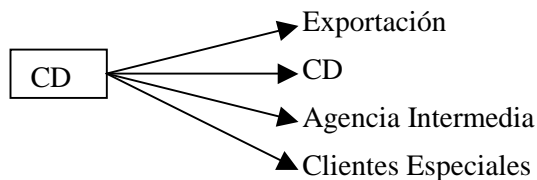


Figura 7.1. Esquema de distribución de “La Empresa”.

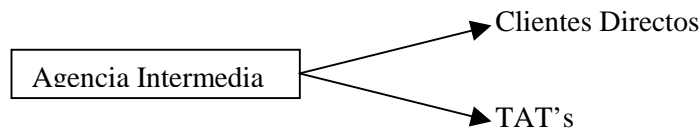
Los CD's están ubicados adyacentes a las plantas existiendo un flujo continuo de productos desde cada planta al respectivo CD por bandas transportadoras. Estos centros de distribución tienen gran cantidad de inventario cuyo contenido se subdivide en dos grupos básicos: a) productos para exportación, y b) productos para venta nacional. También existe una clasificación importante de considerar: a) productos propios, y b) productos representados de otras compañías.

Los CD's pueden:

- Enviar productos a otros países (exportar)
- Enviar productos a otros CD's
- Enviar productos a Agencias Intermedias
- Enviar productos a Clientes Especiales directamente



Por su parte, las Agencias Intermedias están localizadas en ciudades principales de Colombia, y realizan labores de distribución en menor escala (con camiones de menor tonelaje). Estas tienen inventario suficiente para atender las TAT que prestan el servicio “tienda a tienda” en cada ciudad. Las Agencias Intermedias no suelen enviar productos a otras agencias, pero en cambio envían productos, no sólo a los TAT's sino también a otros clientes de manera directa, dentro de su zona de influencia.



Las TAT son unidades administrativas que negocian pedidos directamente con las tiendas para abastecerlas de la manera más eficiente posible, con sistemas de planificación de rutas (ruteo). En general, no se estima mantenimiento de inventario en las TAT.

Tanto los CD's, como las Agencias Intermedias y TAT's tienen una estructura administrativa definida, con sus respectivos costos asociados.

Técnicamente, el sistema de distribución de la empresa se categoriza como multi-eslabones (multi-echelon) con tres eslabones en distribución, dos eslabones en inventarios cíclicos y de seguridad, y dos eslabones en inventarios en tránsito dado que no se considera separación física entre plantas y CD's.

7.2.2. Consideraciones Especiales para la Aplicación del Modelo

Para favorecer la aplicabilidad del modelo en éste caso y atendiendo ciertas expectativas de la empresa, se tomaron en cuenta estas consideraciones:

- Reconociendo que el modelo de la sección 6.5 evalúa la minimización de los costos producción-distribución, se hizo una simplificación de la función objetivo al permitir la evaluación únicamente de los costos de distribución. Esto se hizo por un lado, por la necesidad de enfocar el análisis en la mayor fortaleza de la

empresa que es la comercialización, y por otro, para eliminar las decisiones en producción-compras que no eran prioridad de la empresa en el momento. Esta simplificación es permisible para el modelo y desencadena igualmente una reevaluación de las restricciones a considerar relativas a las plantas. En el Apéndice C se puede observar la estructura del modelo matemático simplificado, adaptado a la empresa.

- De las restricciones concernientes a plantas, se incluyó únicamente aquella de “capacidad de producción”, que limita el nivel de los flujos de productos en toda la red de distribución. Al hablar de *capacidad de producción* parecen excluirse de los análisis aquellos “productos representados de otras compañías” que también son distribuidos pero que no son producidos por las plantas de la empresa. Esto es en apariencia, ya que los productos representados podrían incluirse en el modelo de distribución (y de hecho se tienen en cuenta), pero con un volumen restringido por cierto nivel máximo comercializado de dichos productos, nivel éste asociado a la capacidad de producción de éstos en sus respectivas empresas fabricantes.
- Por estar los CD's adyacentes a las plantas, los costos de transporte desde la planta “ j ” hasta el CD “ k ” se tornan despreciables. Así mismo, el Lead Time desde j hasta k se considera igual al tiempo de reabastecimiento de productos desde j hasta k que es equivalente al tiempo de ciclo de la orden de producción.

- Los clientes del tercer eslabón en distribución (TAT's) se consideran *clientes* de las Agencias Intermedias, considerándose entonces dos eslabones en distribución para efectos de la aplicación, y dejándose para posteriores estudios la planificación del *ruteo* característico de sistemas de transporte tienda a tienda. Además, lo anterior implica considerar el sistema de distribución de esta forma:

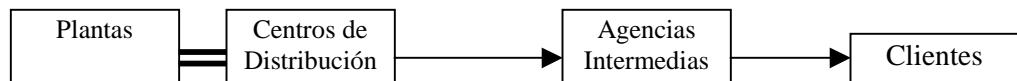


Figura 7.2. Sistema de Distribución a considerar

Las Agencias Intermedias cumplen entonces la función de las “Bodegas Intermedias” en el modelo.

- No se consideran las exportaciones dado que el modelo de distribución tiene características regionales más no internacionales, caso en el cual contendría parámetros asociados a distribución física internacional de productos. Esta consideración se tuvo en cuenta para disminuir la capacidad de despacho de los centros de distribución teniendo en cuenta únicamente el flujo de productos con destino nacional.

- No se consideran despachos directos desde CD's hacia clientes especiales en el país, ya que el esquema de distribución de la empresa se basa fundamentalmente en ventas a través de Agencias Intermedias y TAT's.

- Se consideró el envío de productos *entre* Agencias Intermedias para permitir mayor libertad al modelo de emitir soluciones alternativas a las actuales. Los datos de fletes y tiempos de transporte entre agencias se obtuvieron con operadores de transporte consultados.

- La empresa no maneja cross docking. Los porcentajes de variación de los costos tradicionales (de una agencia intermedia, sin cross docking) respecto a aquellos que ocasiona la estrategia de cross docking se establecieron así:
 1. No se consideró el aumento en los Costos Variables de Manipulación en el CD, posible de ocurrir según lo dicho en el marco teórico.
 2. Se consideró el aumento del costo de transporte desde un centro de distribución "*k*" hasta un centro de cross docking "*i*".
 3. Se consideró el aumento del costo de transporte desde un centro de cross docking "*i*" hasta el cliente "*l*".
 4. Se consideró una disminución de los Costos Variables de Manipulación en el centro de cross docking "*i*".

Como consecuencia de lo anterior, se determinaron los parámetros $FTRKI$, $FTRIL$, y $FCROSS$ definidos en la sección 6.2.2. Con base en un caso de aplicación de cross docking publicado en el año 2000⁵⁴, se establecieron los siguientes valores iniciales para cada parámetro:

$$FTRKI = 1,15$$

$$FTRIL = 1,15$$

$$FCROSS = 0,75$$

Sin embargo, en el capítulo 8 de la experiencia computacional se optó por castigar aún más el aumento de costos de transporte en casos de cross-docking empleando los siguientes valores de los parámetros:

$$FTRKI = 1,5$$

$$FTRIL = 1,5$$

$$FCROSS = 0,75$$

- El factor de inventario de seguridad de producto terminado se estableció de la siguiente manera: a) En centros de distribución $FISPT_{kp} = 0,8$ b) En Bodegas Intermedias $FISPT_{ip} = 1$ debido a la cercanía de éstas con los clientes.
- Las políticas actuales de inventarios cíclicos de La Empresa se establecieron en 20 días de demanda a nivel nacional según la información proporcionada,

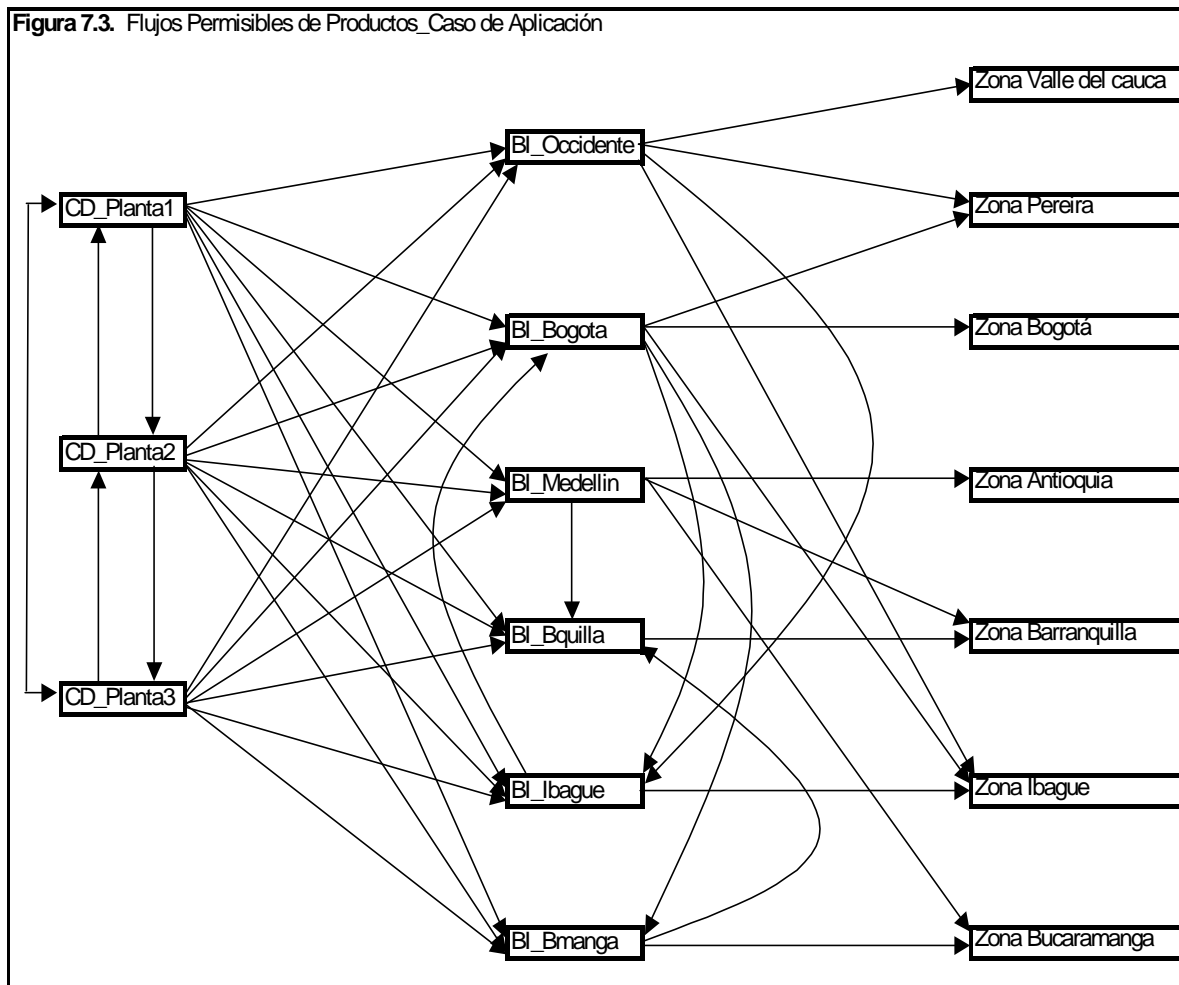
⁵⁴ NAPOLITANO, M. Making The Move to Cross Docking. A practical guide to planning, designing, and implementing a cross dock operation. Warehousing Education and Research Council. 2000. pp.106-121.

inventario repartido equitativamente entre los CD's y BI's, con 10 días de inventario para cada eslabón.

7.3. FLUJOS DE PRODUCTOS PROPUESTOS EN LA APLICACIÓN

En la figura 7.3 se muestran los flujos permisibles en el modelo matemático para el caso de la empresa. Se incluyó en el modelo la información de 43 líneas de productos, 3 centros de distribución, 6 bodegas intermedias y 7 zonas de mercado.

Figura 7.3. Flujos Permisibles de Productos_Caso de Aplicación



8. EXPERIENCIA COMPUTACIONAL

Con la información aportada por La Empresa, se construyó una base de datos relacional a través del manejador de bases de datos Microsoft® Access. Se realizó una extensa revisión de los datos partiendo de la siguiente premisa:

Toda la información histórica originalmente aportada por La Empresa no debería sufrir modificaciones, a menos que existieran inconsistencias de signo.

Por ejemplo, en cuanto a la información de ventas netas en cartones, era posible encontrar datos de demanda negativa para cierto producto en determinado período de tiempo, esto por objeto quizás de devoluciones realizadas durante el período según se pudo establecer. De hecho esto se encontró, y en lugar de dichos datos se supuso una demanda igual a “cero”.

Lo anterior indica que el resto de información, incluido aquellos datos *outliers* ó atípicos (picos de demanda, demandas cero, inventarios iniciales de enero demasiado altos ó demasiado bajos, etc) no fueron alterados, ya que el objetivo era precisamente observar el comportamiento del modelo ante cualquier clase de *inputs* ó de distribución de la información de entrada.

El modelo se programó y ejecutó en el software OPL Studio⁵⁵ con el solucionador CPLEX®. El modelo resultó tener, considerando 3 plantas, 3 CD, 6 BI, 7 Zonas de Mercado y 43 líneas de productos, 164.880 variables (18 de ellas binarias) y 168.690 restricciones. Puede resaltarse que respecto a los casos estudiados por Arntzen et al y Dogan et al, éste viene a ser de gran escala⁵⁶.

8.1. VALIDACION DEL MODELO

Se realizaron dos clases de validaciones. Primeramente se hizo una validación de la estructura del modelo, que permitió dar el visto bueno a la coherencia en la concatenación de ecuaciones y relaciones de variables. En segundo lugar, se hizo una validación de la información de salida ó output respecto al comportamiento de los datos históricos de La Empresa.

8.1.1. Validación de la Estructura del Modelo

Se hicieron corridas del modelo producto por producto y con todos los productos, y en cada caso se analizó aspectos que se consideraron fundamentales en el funcionamiento del modelo. Dichos aspectos se esquematizaron en una Lista de Chequeo, tal como la que se muestra en la siguiente página.

⁵⁵ Ver Anexo D, donde se indican ciertas características de éste software útil en los procesos de optimización de modelos matemáticos.

⁵⁶ En Arntzen et al se afirma haber hecho pruebas con un modelo hasta de 20.000 variables y 6.000 restricciones [p.90]. En Dogan et al. se afirma haber analizado casos hasta de 48.990 variables [p.1035].

El proceso de inspección de cada aspecto de la Lista de Chequeo de la figura 8.1, se hizo de la siguiente forma:

- Todos los aspectos, excepto el c) y el j), fueron evaluados por *inspección exhaustiva*. Se estudió cada tabla de resultados con el apoyo de Microsoft® Access y Microsoft® Excel y para lo cual no se requirió demasiado nivel técnico en el proceso de evaluación mas sí gran cantidad de tiempo.

LISTA DE CHEQUEO VALIDACION DE ESTRUCTURA			
ASPECTO BAJO OBSERVACIÓN	SI	NO	
Relaciones PLANTA - CD			
a) Cada producto “p” fue fabricado en las plantas del subconjunto PL(P)	√		
b) Cada CD “k” fue abastecido por las plantas del subconjunto PL(k)	√		
Centros de Distribución			
c) No ocurre que un CD envíe un producto sin haberlo tenido disponible	√		
d) Un CD envía <u>sólo</u> al CD del subconjunto CD’(k)	√		
e) Un CD recibe <u>sólo</u> del CD perteneciente al subconjunto CD’(k)	√		
Relaciones CD - BI			
f) Una BI <u>no está simultáneamente</u> en los flujos de productos y_{kipt}^c y w_{kipt}^a (se cumple la mutua exclusión).	√		
Cross - Docking			
g) Una BI <u>siempre</u> es catalogada como “centros de cross-docking” ó como “agencia distribuidora”	√		
h) Una BI que sea “centro de cross-docking” <u>no envía productos</u> a otras BI.	√		
Bodegas Intermedias en General			
i) <u>No existen</u> flujos de entrada ni salida de productos en una bodega cerrada.	√		
j) No ocurre que una BI envíe un producto sin haberlo tenido disponible	√		
k) Una BI envía <u>sólo</u> a la BI del subconjunto BI’(i)	√		
l) Una BI recibe <u>sólo</u> de la BI perteneciente al subconjunto BI’(i)	√		
Otros Aspectos			
m) La variable <i>extot</i> es igual a la sumatoria de las variables <i>exbi</i> y <i>excd</i>	√		

Figura 8.1. Lista de Chequeo para el proceso de validación de la estructura del modelo

PRODUCTO		% Participación en VENTAS	% Acumulado		CLASE
10901		12,4%	12,4%	70% del MOVIMIENTO ANUAL	A
10111		12,2%	24,6%		
10601		9,1%	33,8%		
10105		5,3%	39,1%		
10110		5,0%	44,2%		
10101		4,9%	49,1%		
11002		4,7%	53,8%		
10701		3,9%	57,7%		
10302		3,1%	60,8%		
10705		2,8%	63,6%		
10702		2,7%	66,3%		
10902		2,7%	69,0%		
10108		2,3%	71,3%	20% del MOVIMIENTO ANUAL	B
10307		2,3%	73,6%		
10306		2,3%	75,9%		
10305		2,0%	77,9%		
10301		1,9%	79,8%		
10206		1,9%	81,6%		
10204		1,8%	83,5%		
10109		1,8%	85,3%		
10201		1,7%	87,0%		
10304		1,7%	88,7%		
10102		1,4%	90,0%		
10107		1,3%	91,3%	10% del MOVIMIENTO ANUAL	C
10303		1,2%	92,6%		
11001		1,2%	93,8%		
10401		1,2%	95,0%		
10704		1,1%	96,1%		
10706		0,5%	96,6%		
10104		0,4%	97,0%		
11801		0,4%	97,4%		
10202		0,3%	97,7%		
10209		0,3%	98,0%		
10402		0,3%	98,3%		
10106		0,3%	98,6%		
10203		0,3%	98,8%		
10205		0,2%	99,0%		
11401		0,2%	99,3%		
10501		0,2%	99,5%		
10210		0,2%	99,7%		
10502		0,2%	99,9%		
11003		0,1%	100,0%		
11901		0,0%	100,0%		
		100,0%			

Tabla 8.1. Clasificación de los Productos según su participación en el movimiento anual de Ventas en cartones.

- Para los aspectos c) y j) se necesitó de un uso profundo de las herramientas de consulta de Microsoft® Access para su evaluación. Hubo necesidad de hacer una inspección a fondo de las ecuaciones de Balance en Centros de Distribución y en Bodegas Intermedias. Se tomó para el análisis productos principales de la empresa y aleatoriamente otros productos de considerable movimiento anual según la Tabla 8.1. Gran cantidad de información aquí se debió pre-calcular de manera manual.

El resultado general de todo este exhaustivo proceso fue la completa coherencia entre los resultados obtenidos y la lógica asociada al grupo de ecuaciones. No se encontró ningún tipo de inconsistencia y el total de variables y ecuaciones se observaron funcionar tal como se esperaba.

8.1.2. Validación de la Información de Salida (Output) del Modelo

Se optó en esta parte por ejecutar el modelo completo, con todos los productos, obligando a las bodegas intermedias a convertirse en “agencias distribuidoras” tal como lo son en la actualidad. Para ello se restringió el modelo haciendo:

$$\begin{aligned} a1_i &= 1 & i \in BI \\ z_i &= 1 & i \in BI \end{aligned}$$

El objeto de esto fue evaluar la solución del modelo con base en la estructura actual del sistema de distribución de La Empresa.

La estrategia de evaluación fue la comparación de niveles de inventarios, niveles de producción y demanda, y se dispuso entonces de cuatro tipos de información: **a)** El Nivel de Inventarios Finales Reales a nivel nacional de La Empresa en [cartones/ producto-mes],

información que fue suministrada referida al año 2002, **b)** El Nivel de Inventarios Finales a nivel nacional en [cartones/ producto-mes] arrojado por el modelo para el año 2002, **c)** La Demanda Real en [cartones/ producto-mes] del año 2002, y **d)** Los niveles de producción totales en [cartones/ producto-mes] arrojados por el modelo.

Estos cuatro datos se graficaron para cada producto y cada mes, y se tomaron las siguientes precauciones en el proceso de comparación de curvas:

- a) Dado que La Empresa trabaja para inventarios, era razonable que su política de inventarios al final de cada período partía del conocimiento de la *demanda pronosticada* para el período siguiente. Considerando que el modelo de la presente tesis arrojó resultados partiendo de la *demanda real* mas no de la pronosticada, se esperaban ciertas aproximaciones en las dos curvas de inventarios en los casos en que los errores del pronóstico no hubieran sido muy significativos. Se esperaba, en general y dado que no se conocían los errores del pronóstico con exactitud, ciertas concordancias de forma entre las curvas de inventarios al hacer una inspección visual.
- b) Pero más importante que el punto a) anterior, se consideró la relación entre la curva de inventarios arrojada por el modelo y la curva de demanda real. Los picos y los valles de las curvas deberían tener en general cierta correspondencia, un pico de inventarios como antesala de un pico de demanda, ó bajo inventario en un período frente a una demanda baja en el siguiente período. Las excepciones a esta armonía en el comportamiento de dichas curvas se deberían asociar a estrategias del modelo de mantener bastante inventario en períodos de baja demanda para abastecer una

posible demanda en un período posterior, existiendo por tanto la presencia de “excesos” en los períodos de baja demanda principalmente.

- c) Una estrategia óptima de utilización de plantas sería representativa de una curva plana de producción, donde las plantas de producción estuvieran siendo utilizadas de manera uniforme durante todos los meses del año a pesar de la variabilidad que pudiera tener la demanda. Se esperaría entonces que la curva de producción tuviera, en ciertos casos, cierta tendencia a aplanarse en situaciones en que las condiciones lo favorecieran (existencia de algunos períodos de poca demanda ó demanda cero), independiente de los niveles de inventarios en que se pudieran incurrir, y en otros casos se podría esperar cierta similitud de la curva de producción con el comportamiento de la demanda en los casos en que no fuera óptimo aplanar la curva.

Con base en los aspectos anteriores y de acuerdo a la Tabla 8.1, se construyeron gráficos dinámicos en Microsoft® Excel para los tres primeros productos de las Clases A, B y C. Se muestran a continuación dichas gráficas y las conclusiones generadas, omitiéndose las cifras en la escala vertical por motivos de confidencialidad.

8.1.2.1. Análisis de los Productos CLASE A

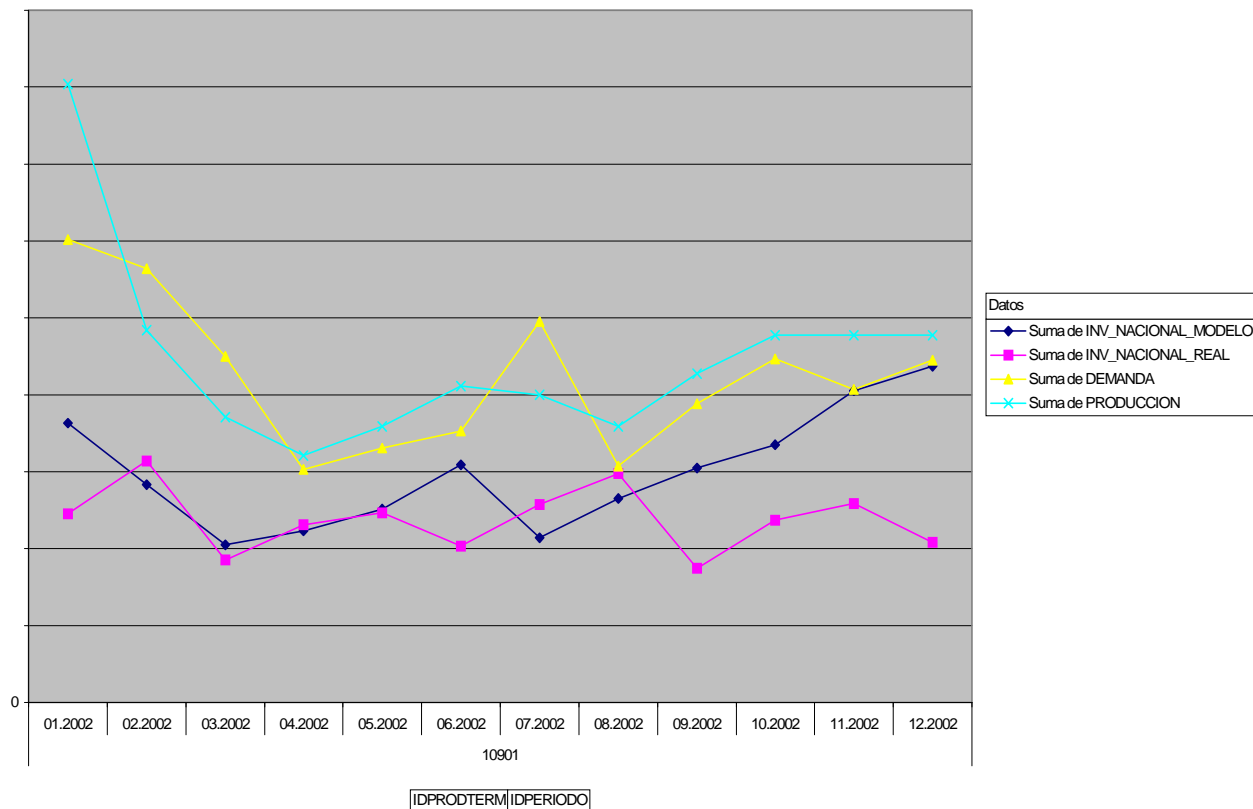


Figura 8.2. Curvas Comparativas para el producto 10901

Para los tres productos escogidos de la Clase A se observa que la estrategia de inventarios del modelo sigue, como se esperaba, el comportamiento de la demanda. Se observa que para los productos 10901 y 10111 (figura 8.3), hay ciertas similitudes entre las políticas de inventarios del modelo y las políticas seguidas por la empresa. Sin embargo, para el producto 10601 (figura 8.4), los niveles de inventarios reales fueron considerablemente

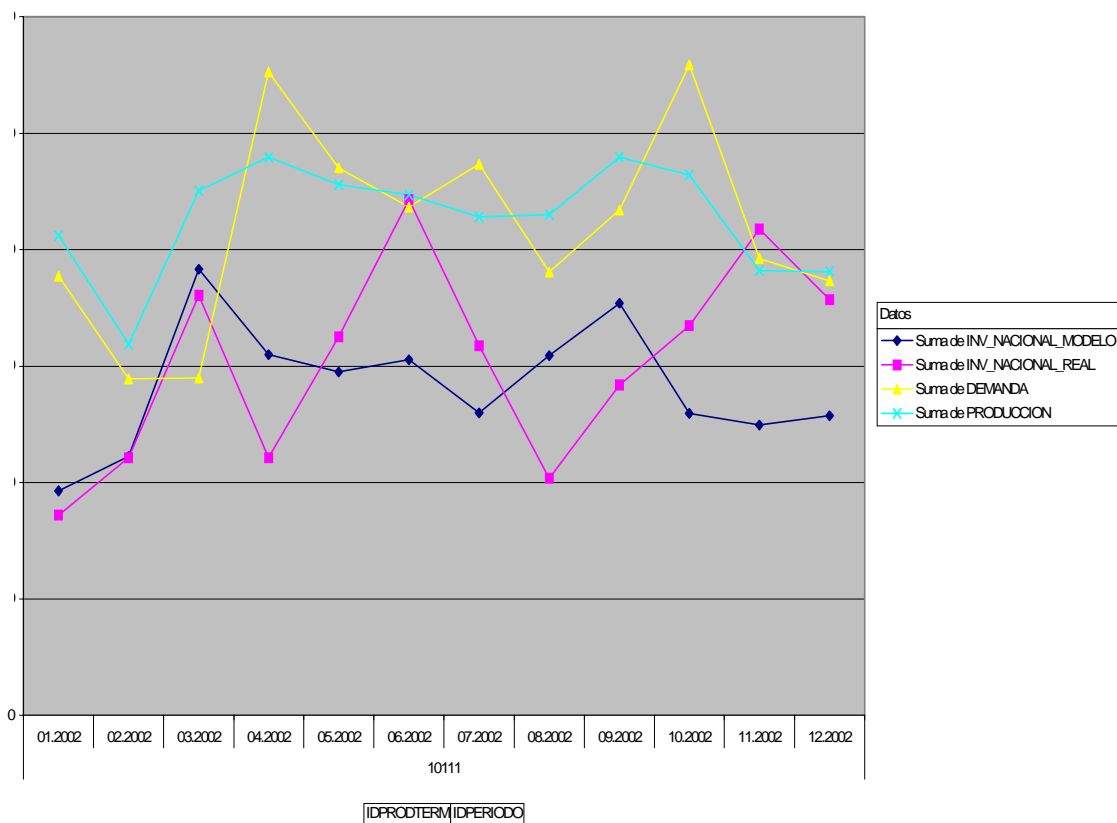


Figura 8.3. Curvas Comparativas para el producto 10111

bajos comparados con la demanda, y esto es posible que se deba a: a) Errores significativos del pronóstico existiendo una sub-estimación de la demanda, ó b) Una política de inventarios en el sistema, para éste producto, inferior a 20 días.

Hay que destacar que los niveles de inventarios arrojados por el modelo y que fueron graficados, tienen en cuenta los excesos, ó cantidades de inventarios por encima de la política, aspecto que el modelo consideró necesario en determinados períodos, esto con el objeto de abastecer demandas futuras.

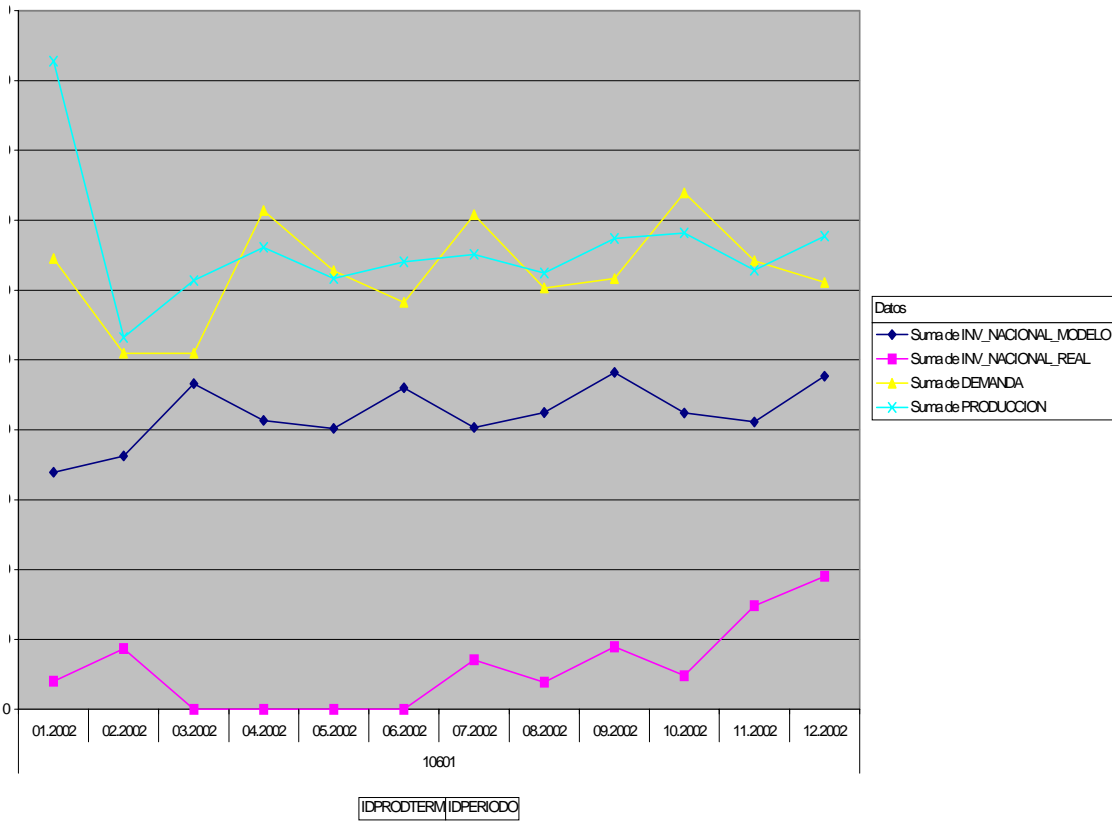


Figura 8.4. Curvas Comparativas para el producto 10601

Los inventarios nacionales del modelo se hicieron equivalentes por tanto a la siguiente fórmula:

$$INV_NAC_{pt} = \sum_{k \in CD} (h_{kpt}^a + excd_{kpt}) + \sum_{i \in BI} (h_{ipt}^b + h_{ipt}^{bc} + exbi_{ipt}) \quad p \in PT, t \in T$$

Esta fórmula se aplicó a todos los 43 productos. De igual manera la producción graficada por producto por período se evaluó según la siguiente ecuación:

$$\text{Suma de } X_{jkpt} \rightarrow \sum_{j \in PL(p)} \sum_{k \in CD(j)} x_{jkpt} \quad p \in PT, t \in T$$

Se observa que los niveles de producción en los productos Clase A se comportan tal como se esperaba.

8.1.2.2. Análisis de los Productos CLASE B

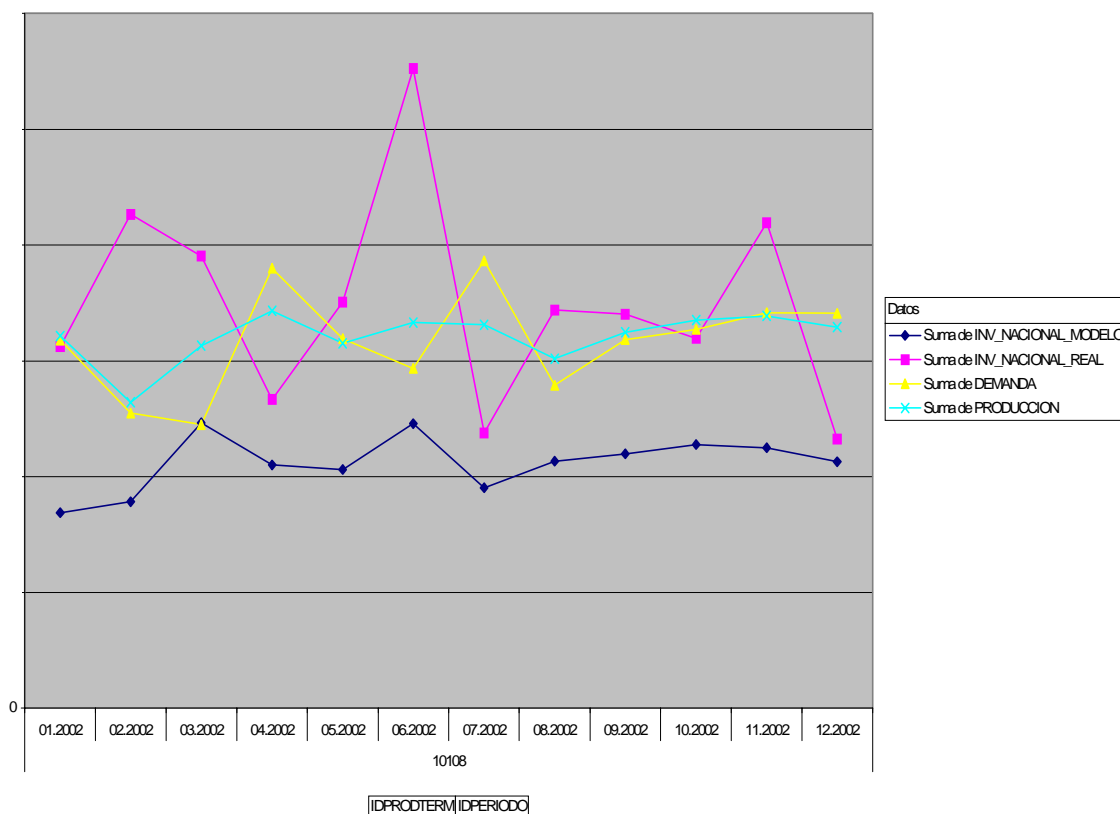


Figura 8.5. Curvas Comparativas para el producto 10108

Para los productos 10108 y 10306 (figura 8.7), visualmente puede determinarse que las estrategias de inventarios del modelo se ajustan como se espera a la demanda y que la curva de producción se ajusta a la demanda pero con una curva levemente más suave que la de los

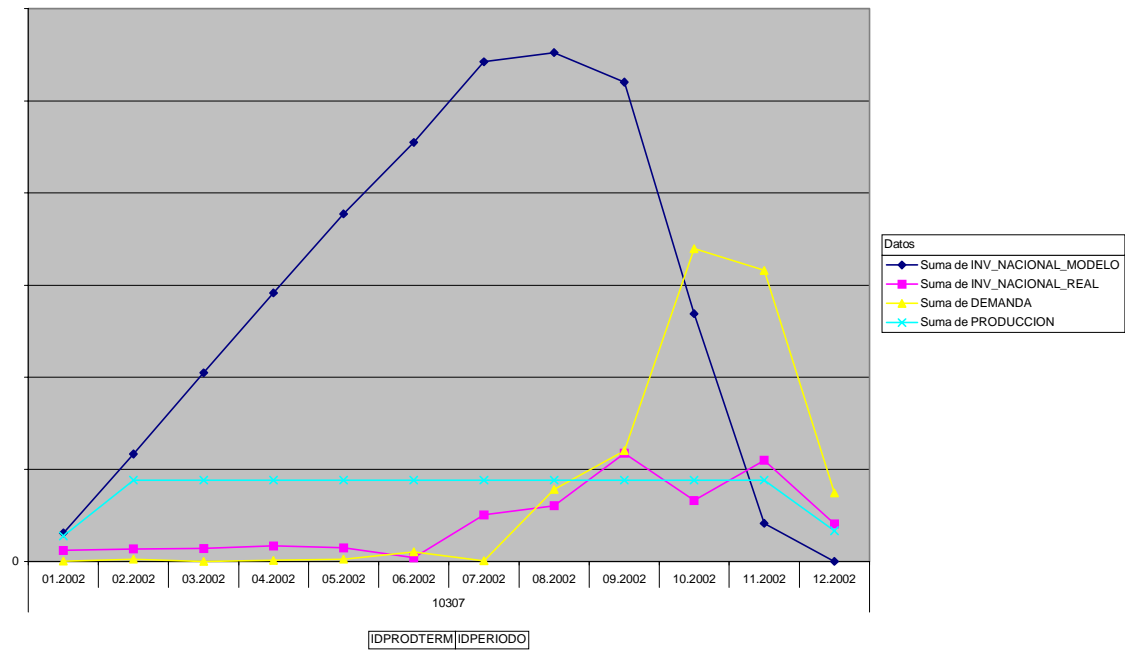


Figura 8.6. Curvas Comparativas para el producto 10307

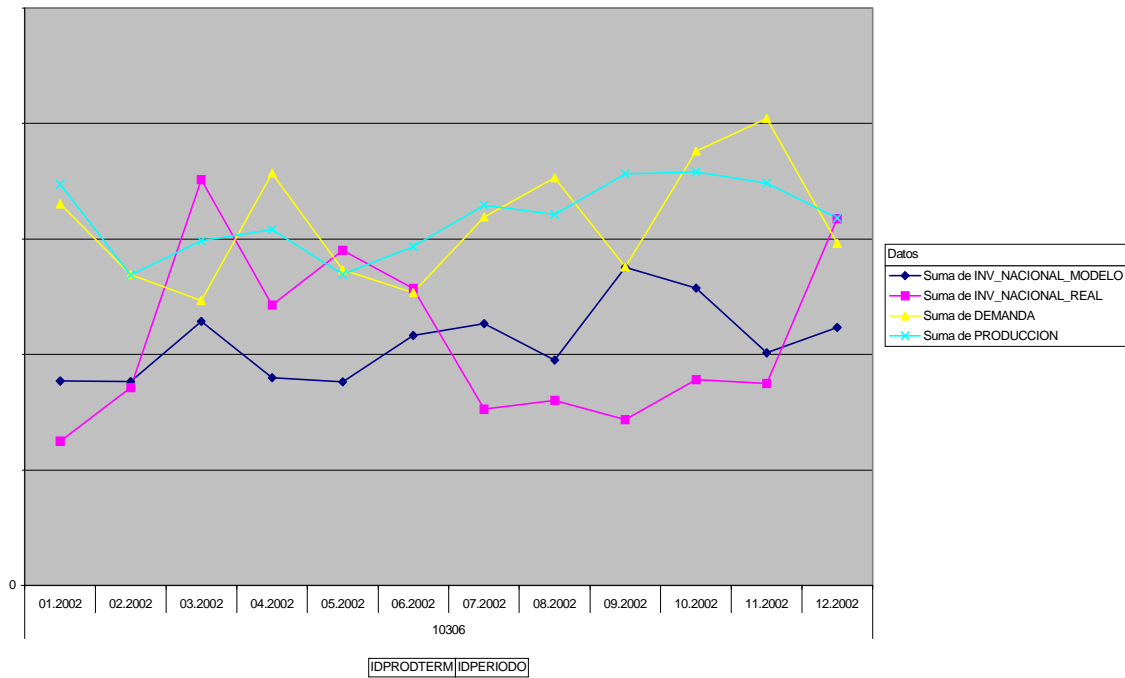


Figura 8.7. Curvas Comparativas para el producto 10306

inventarios. Las políticas reales de inventario que se manejaron, sobre todo para el producto 10108, si se tiene en consideración que las curvas de inventarios deben estar en general por debajo de la de demanda mensual en políticas de inventarios inferiores a 30 días, se observan ciertos picos por encima de la demanda, esto posiblemente a causa de errores del pronóstico a raíz de una sobre-estimación de las ventas. El producto 10307 optó por la estrategia de producción uniforme durante el año (curva plana), aprovechando, como se esperaba, los períodos iniciales de baja demanda para esa línea de producción y existiendo excesos de inventarios tal como se esperaba al aplanarse la curva.

8.1.2.3. Análisis de los Productos CLASE C

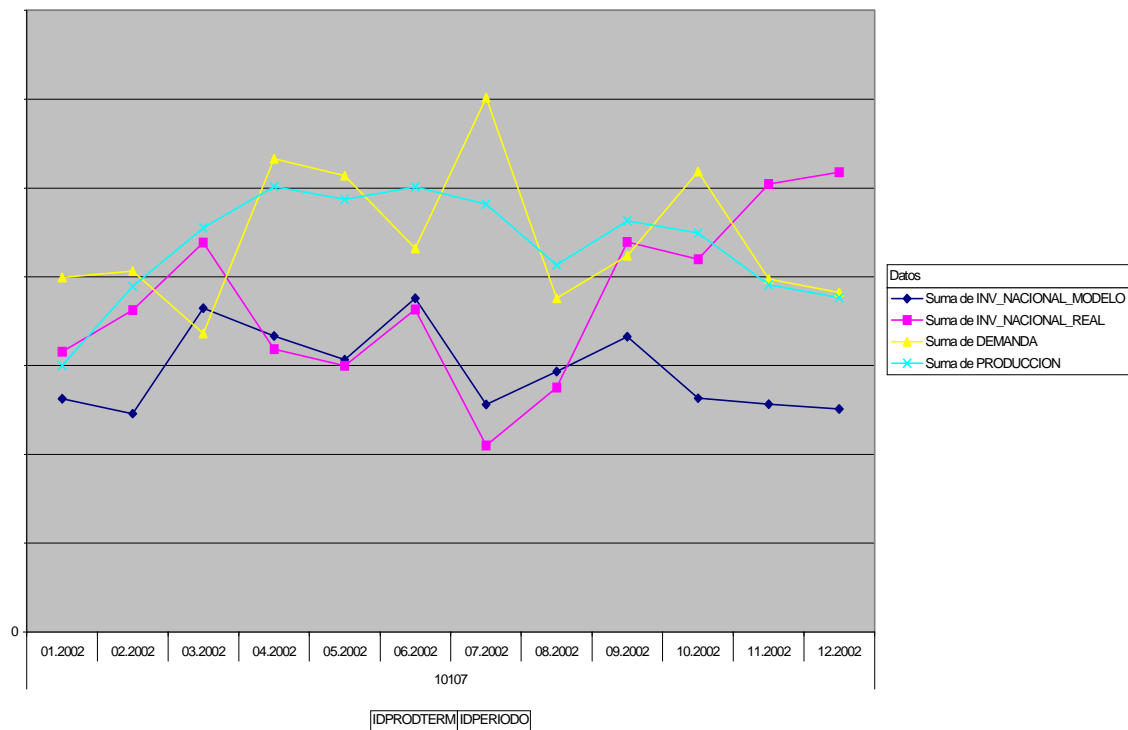


Figura 8.8. Curvas Comparativas para el producto 10107

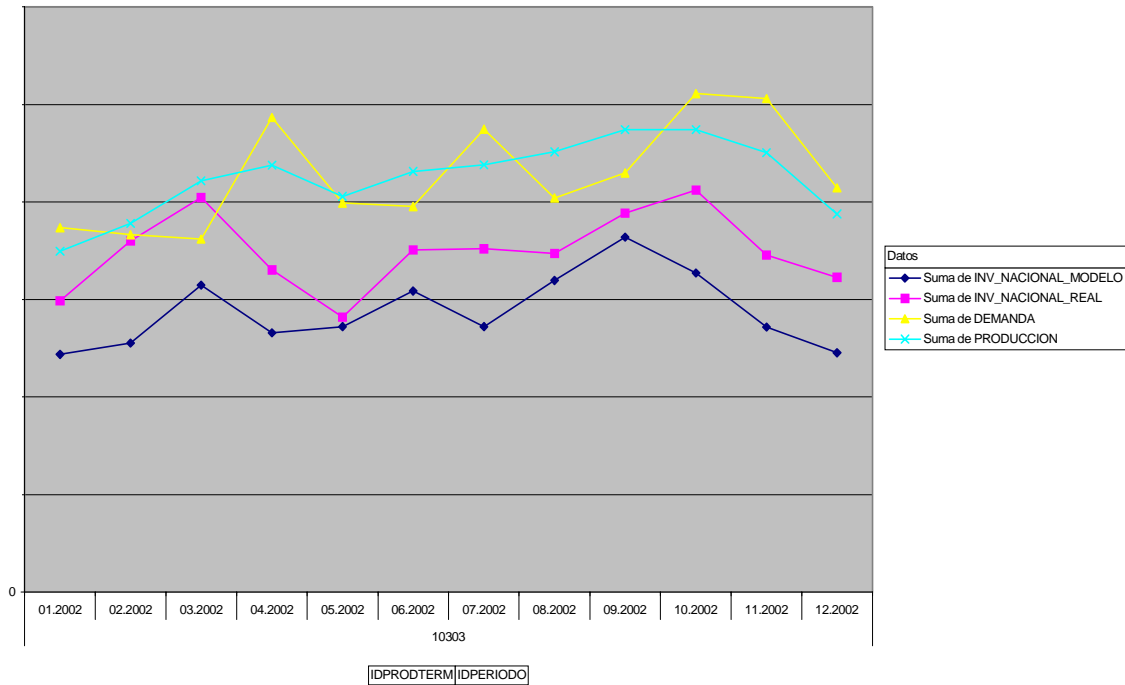


Figura 8.9. Curvas Comparativas para el producto 10303

En los productos Clase C, se observa que para el producto 10303 (figura 8.9), los errores del pronósticos fueron pequeños y consistentes. Sin embargo, para el producto 11001 (figura 8.10) se observa una alta sobre-estimación de la demanda entre junio y diciembre, ocasionando un pico bastante exagerado del inventario real en mayo.

De nuevo, la estrategia de inventarios y de producción del modelo para los productos Clase C se observa trabajar de manera lógica y consistente tanto con la demanda como con la política de inventarios pre-establecida de 20 días de demanda a nivel nacional.

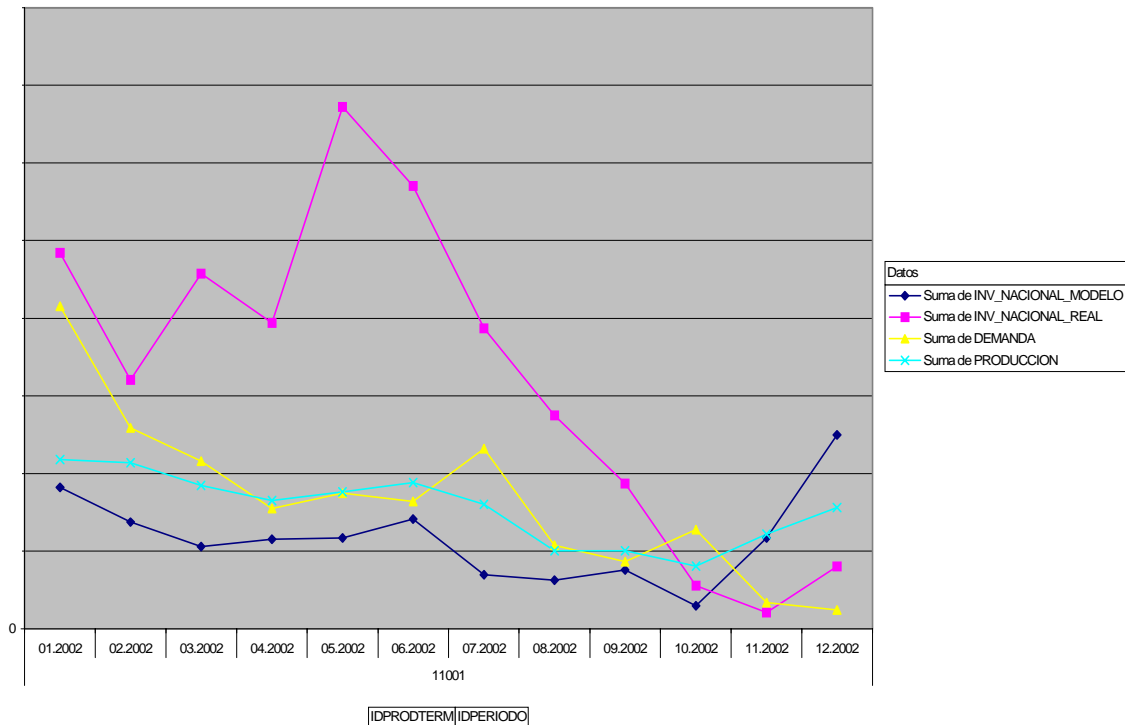


Figura 8.10. Curvas Comparativas para el producto 11001

Se consideró suficiente la inspección visual de las estrategias de inventarios y producción, respecto a la demanda, no considerándose necesarios análisis numéricos adicionales para observar la validez de la estrategia óptima del modelo dinámico. Siendo las estrategias de inventarios y producción del modelo adecuadamente asociadas al comportamiento de la demanda y a las políticas pre-establecidas, se estima en consecuencia como coherente y válida la estrategia de flujos de productos que permiten cumplir dichos niveles de inventarios, tomando de hecho en consideración los análisis realizados en la sección 8.1.1.

Una vez terminadas éstas pruebas se procedió a dejar libre el modelo para que pudiera arrojar la configuración óptima de la red de distribución. Al dejarle libertad al modelo el tiempo de solución se dilató significativamente (pasando de algunos minutos a más de una hora), respecto a las corridas previas que se habían hecho con una configuración ya pre-establecida (la configuración actual). En la siguiente sección se analiza dicha solución óptima.

8.2. ANALISIS DE LA SOLUCION OPTIMA

Se compararon para esta sección dos soluciones óptimas arrojadas por el modelo:

- a) Aquella basada en la estructura actual del sistema de distribución de La Empresa ó CONFIGURACION ACTUAL ó **CA** (todas las BI como “agencias distribuidoras”, sin cross-docking).
- b) Aquella solución óptima sin limitantes de configuración (aportando la CONFIGURACION OPTIMA ó **CO**). Para obtener esta configuración se estableció que los costos de transporte desde y hacia “centros de cross-docking” tendrían un aumento del 50% respecto a los costos desde y hacia “agencias distribuidoras” como se comentó en la sección 7.2..

A pesar de las múltiples opciones de análisis comparativos, se establecieron los siguientes:

8.2.1. Comparación de la Configuración Actual con la Configuración Óptima.

Bodega Intermedia	Configuración Actual (CA)		Configuración Óptima (CO)	
BI_Bucaramanga	Z =1	a1=1	Z =1	a1=1
BI_Barranquilla	Z =1	a1=1	Z =1	a1=1
BI_Bogotá	Z =1	a1=1	Z =1	a1=0
BI_Ibagué	Z =1	a1=1	Z =1	a1=1
BI_Medellín	Z =1	a1=1	Z =1	a1=0
BI_Occidente	Z =1	a1=1	Z =1	a1=0

Mientras en la configuración actual todas las Bodegas Intermedias son “agencias distribuidoras”, en la configuración óptima las Bodegas Intermedias de Bogotá,

Medellín y Occidente se vuelven “centros de cross_docking” a pesar del incremento en los costos de transporte que esto acarrea.

Se mostrarán las repercusiones de esta decisión óptima a través de gráficos comparativos.

8.2.2. Comparación entre los Costos Totales Optimos de ambas Configuraciones.

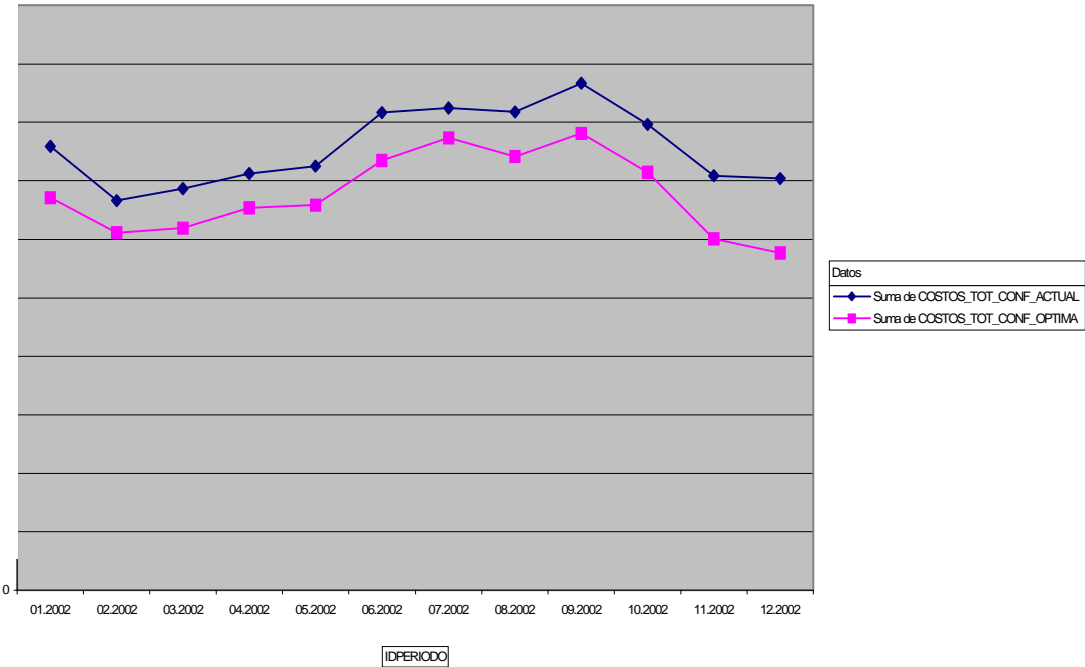


Figura 8.11. Comparación de Costos Totales en millones de pesos

En la figura 8.11 se pudieron determinar unos ahorros significativos cercanos a los 420 millones de pesos mensuales y a los 5.000 millones al año.

8.2.3. Comparación entre los Producción Nacional Mensual Optima para ambas Configuraciones en cartones/mes.

En la figura 8.12 se puede notar que la curva de producción nacional para la CO trata de suavizar un poco los picos al iniciar el año que existen en la estrategia con la CA. En la CO las plantas producen 193.000 cartones menos al año que con la CA, posiblemente debido a la disminución de los inventarios gracias a los “centros de cross-docking” que gozan de políticas más eficientes.

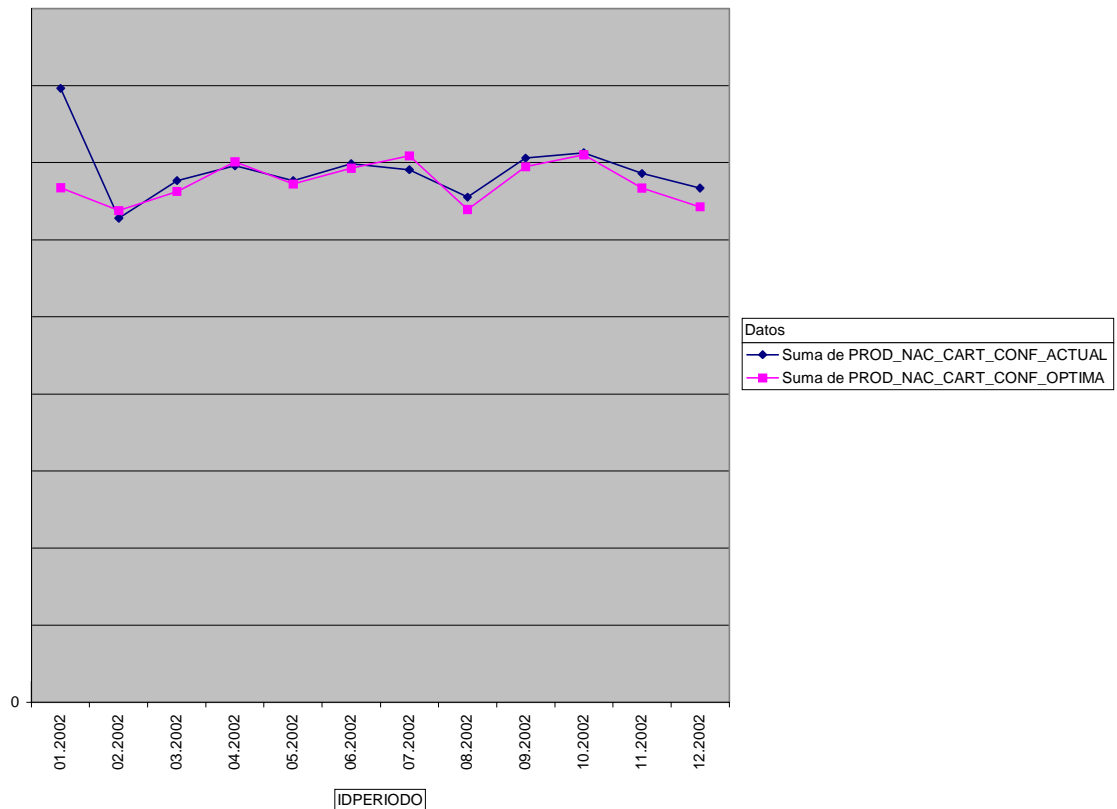


Figura 8.12. Comparación de la Producción Nacional Anual en cartones/mes

8.2.4. Comparación entre los Despachos Nacionales Anuales de Bodegas Intermedias en unidades de peso.

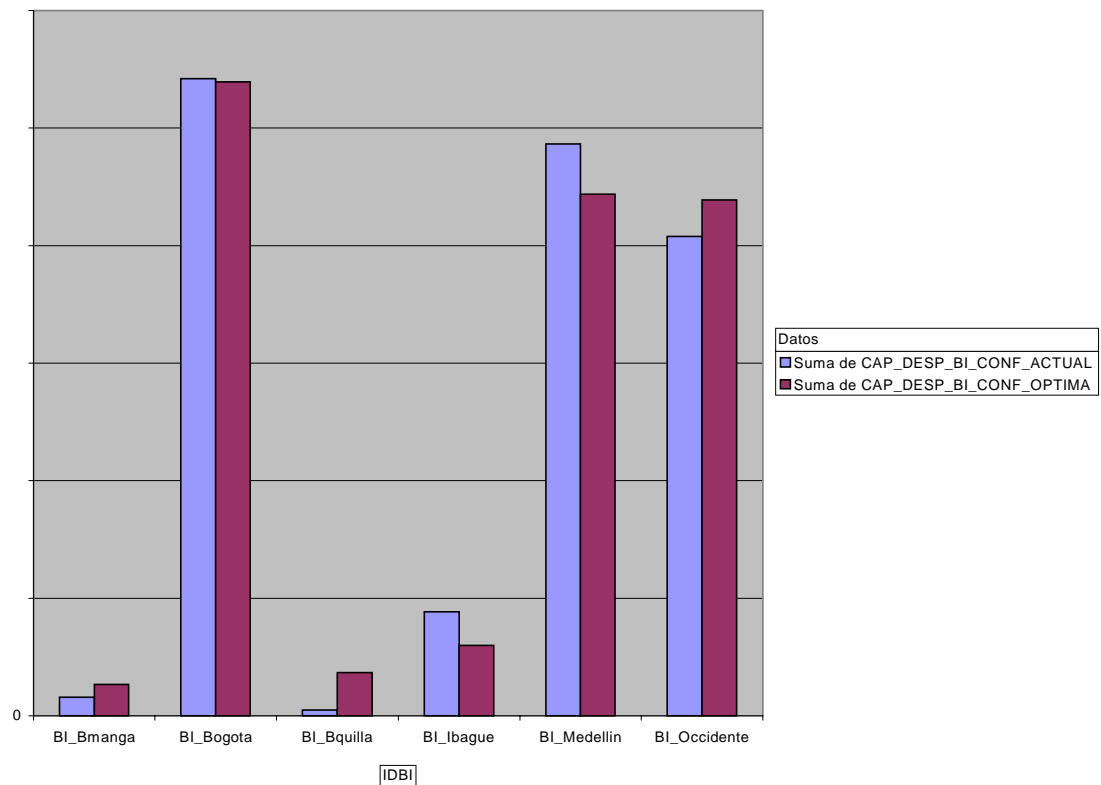


Figura 8.13. Comparación de Despachos Nacionales de Bodegas Intermedias en unidades de peso.

En la figura 8.13, de las BI que se convirtieron al cross_docking, la BI_Bogotá no varió su nivel de despachos anuales. Sin embargo, BI_Medellín disminuyó sus despachos anuales mientras que la BI_Occidente los aumentó, existiendo una especie de redistribución de flujos en despacho. En general, no hubo mayor variación en los

despachos totales de Bodegas Intermedias, sino que tan solo hubo una leve redistribución óptima de la cantidad despachada en cada una de ellas. Esto supone unos costos de inventarios en tránsito bastante similares entre una configuración y la otra.

8.2.5. Comparación entre los Costos Logísticos Anuales, en miles de millones de pesos.

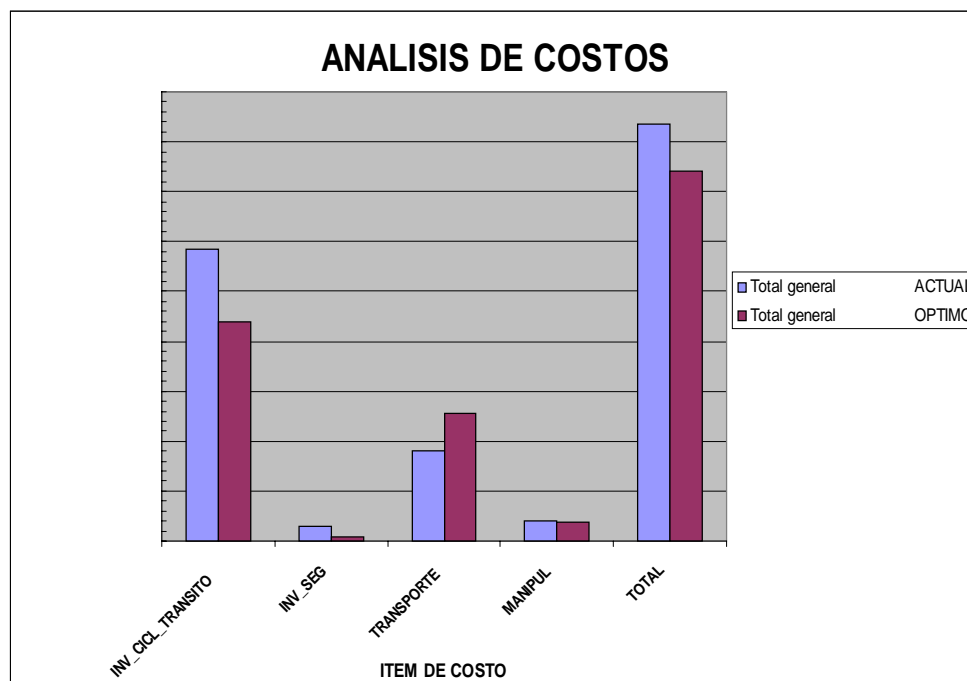


Figura 8.14. Comparación de Costos Logísticos Anuales con la Configuración Actual y la Optima.

Con el apoyo de la figura 8.14 se puede determinar que los ahorros entre una configuración y otra radicó fundamentalmente en los “inventarios cíclicos y en tránsito”, y específicamente en los inventarios cíclicos por las observaciones a la

figura 8.13. Y con la figura 8.15 se puede afirmar que los ahorros estuvieron exactamente enfocados en los “centros de cross-docking” de Bogotá, Medellín y Occidente, ahorros que representan anualmente cerca de 7.200 millones de pesos.

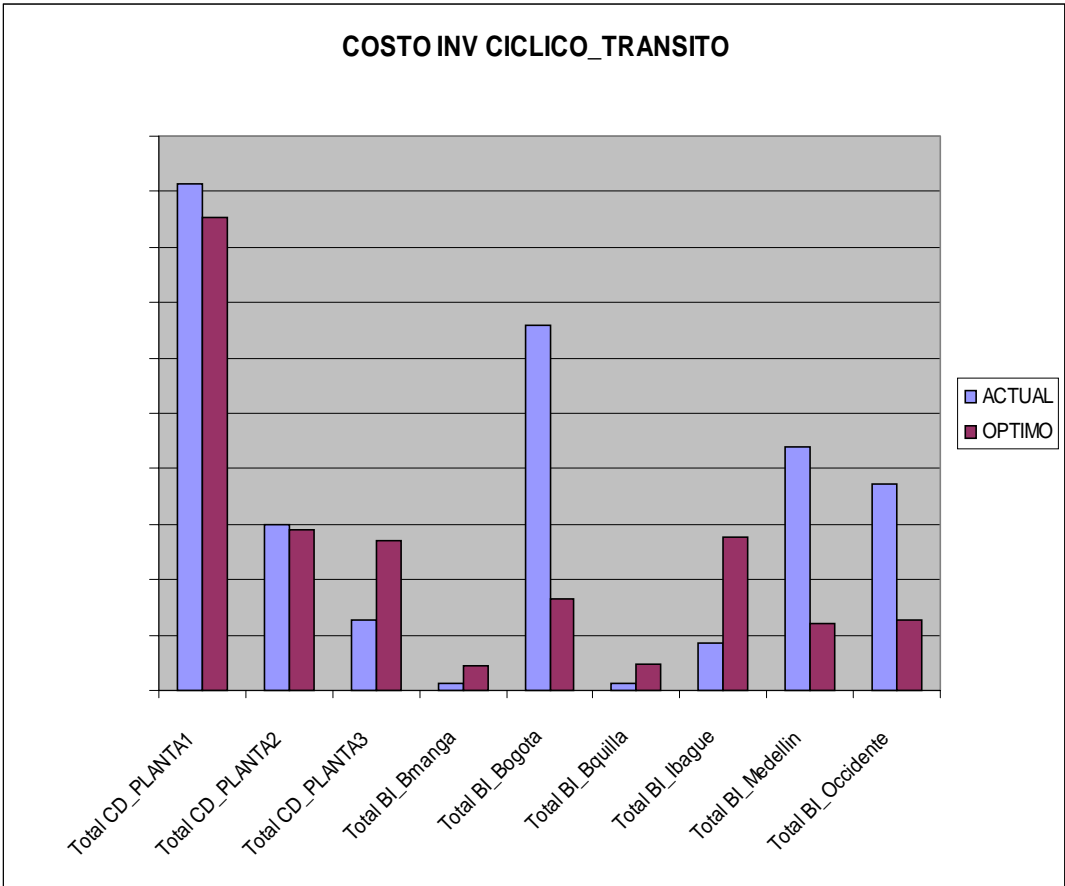


Figura 8.15. Comparación de Costos de Inventarios Cíclicos y en Tránsito en la Configuración Actual y en la Optima.

8.2.6. Comparación de las CAPACIDADES ADICIONALES EN PLANTAS por producto.

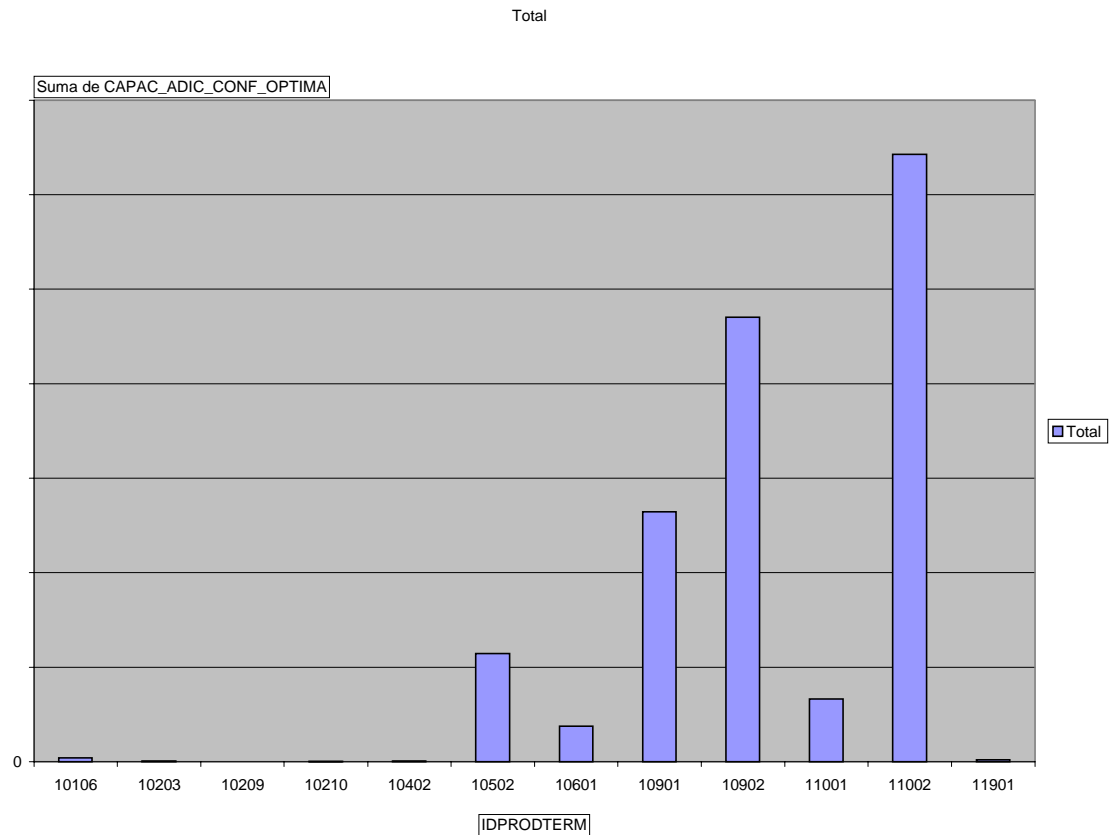


Figura 8.16. Capacidad Adicional de Planta Requeridos por código de producto para la Configuración Óptima (los productos que no aparecen en ésta gráfica no necesitaron capacidad adicional en esta configuración).

Al hacer la comparación entre las figuras 8.16 y 8.17 se destaca que en la configuración óptima existen menos productos que requirieron capacidad adicional respecto a la solución óptima con la configuración actual.

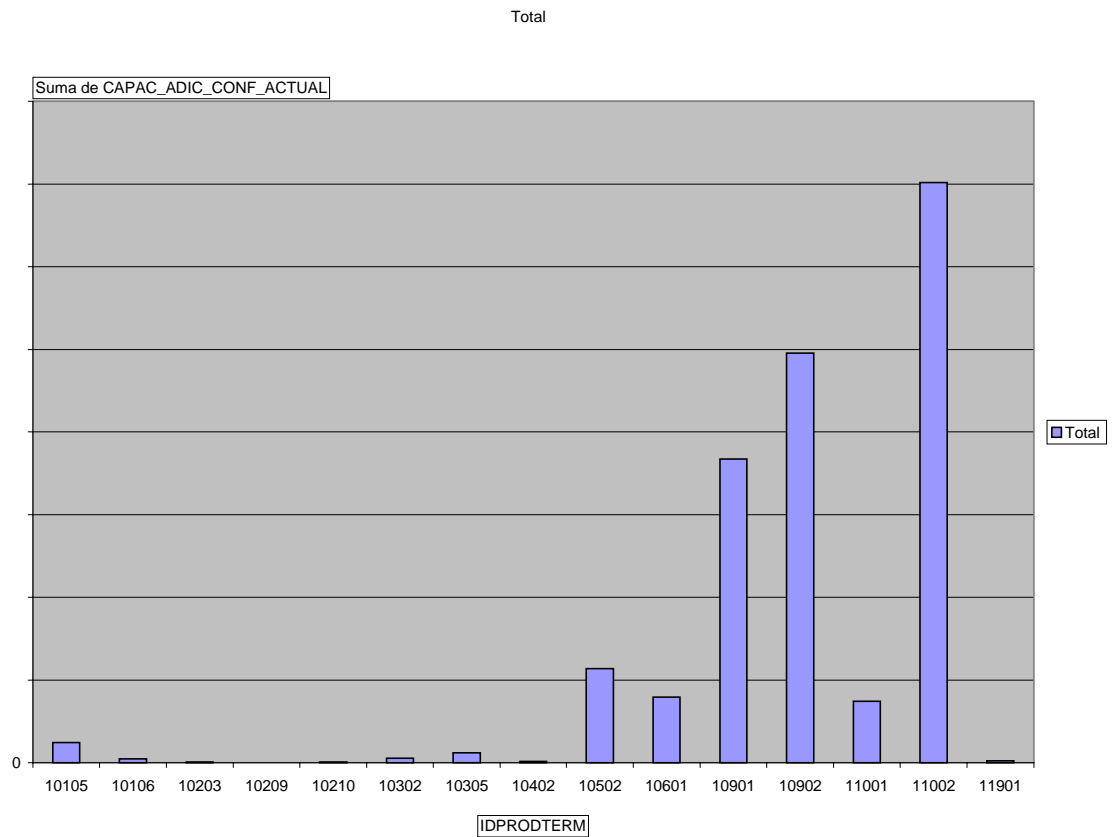


Figura 8.17. Capacidad Adicional de Planta Requeridos por código de producto para la Configuración Actual (los productos que no aparecen en ésta gráfica no necesitaron capacidad adicional en esta configuración).

También, es notable que el producto con código 11002 requirió la mayor capacidad adicional de planta en ambas configuraciones, y en la figura 8.18 se muestran exactamente en qué meses fué requerido éste aumento de capacidad para dicho producto.

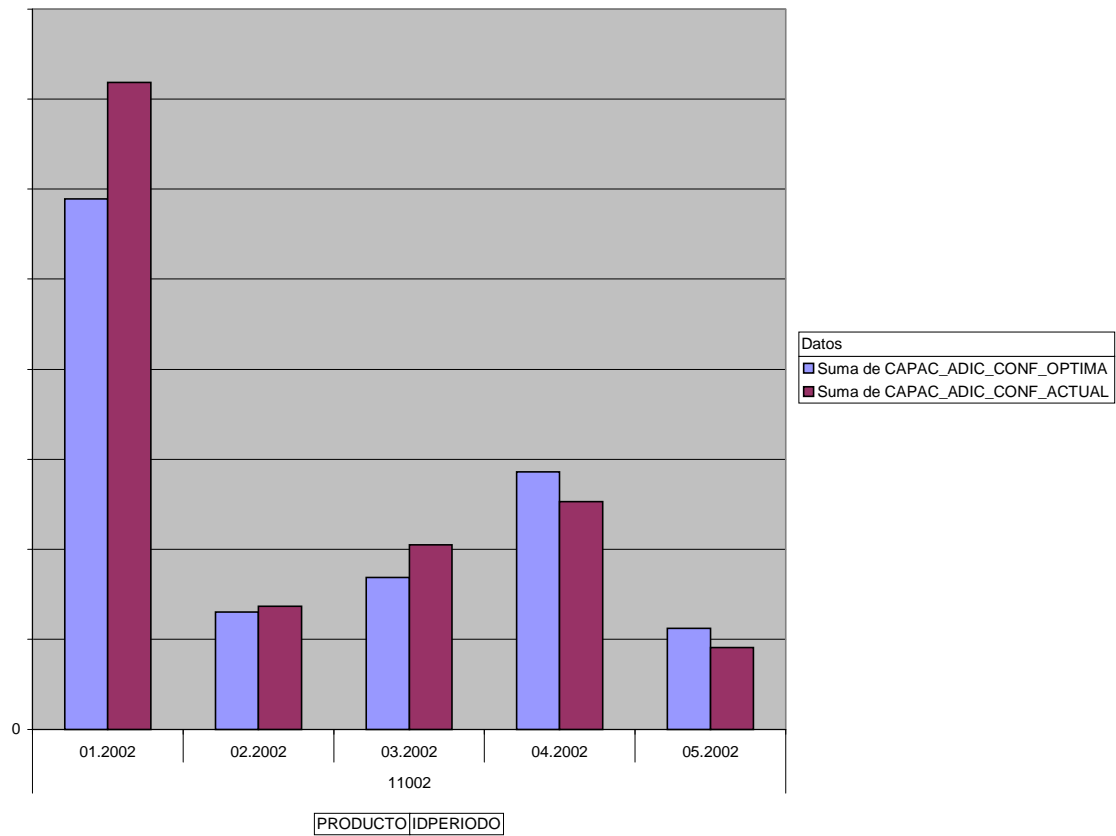


Figura 8.18. Requerimientos de Capacidad Adicional para el producto 11002.

8.3. EXPERIMENTOS ADICIONALES

En esta sección se hicieron dos pruebas experimentales cuyos análisis se consideraron los de mayor importancia para el modelo. La primera se desarrolló respecto a los cambios en las políticas de inventarios y la segunda respecto al impacto del aumento de los costos de transporte desde y hacia “centros de cross-docking”.

8.3.1. Impacto en el Costo Total Anual de los Cambios en las Políticas de Inventarios.

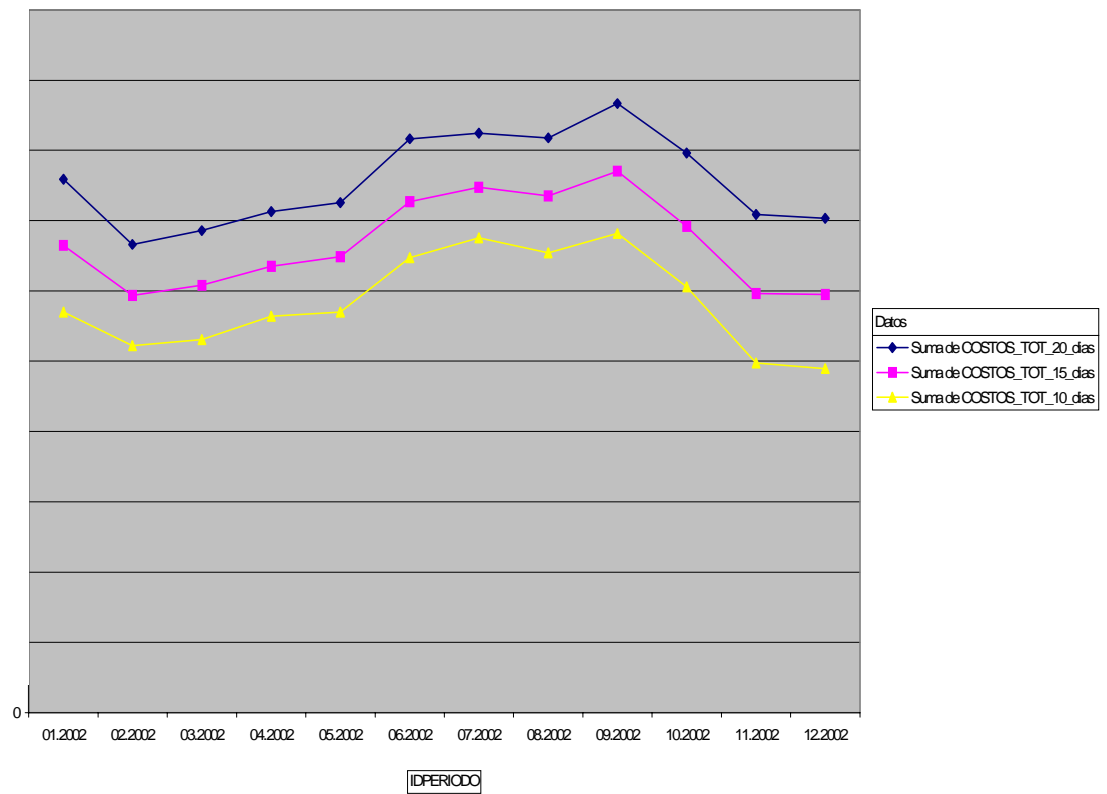


Figura 8.19. Comparación de los Costos Totales Mensuales de Logística Optimos de Distribución según la política de inventarios que se establezca “sin cross-docking”.

Partiendo del hecho de que todas las Bodegas Intermedias sean “agencias distribuidoras” tal como lo son hoy en día, se desarrolló el análisis del cambio en las políticas de inventarios comprobando tres resultados:

- Política Actual de 20 días de inventarios.
- Política de 15 días de inventarios.
- Política de 10 días de inventarios.

Por la figura 8.19 se lograron estimar unos ahorros mensuales de más de 400 millones de pesos por cada 5 días que fuera disminuida la política, pudiéndose decir con cierta confianza que por cada día de disminución de la política de inventarios los ahorros anuales estimados podrían llegar a los 1.000 millones de pesos.

8.3.2. Cambio en el aumento de los costos de transporte desde y hacia “centros de Cross_Docking”

Se realizaron aquí dos corridas en las que se buscó la configuración óptima de la red de distribución y con las siguientes diferencias en los parámetros:

Parámetro	Corrida No. 1	Corrida No. 2
FTRIL	1,5	2,0
FTRKI	1,5	2,0
FCROSS	0,75	0,75

Las corridas se hicieron considerando la política actual de 20 días de inventarios. Al correr el modelo se estableció que la configuración del sistema de distribución en la solución óptima fue la misma para ambas corridas, permaneciendo las Bodegas Intermedias de Bogotá, Medellín y Occidente como “centros de cross-docking” y el

resto como “agencias distribuidoras”. Por ello se estableció la siguiente comparación en cuanto a costos de tres resultados:

- Los Resultados de la Corrida No. 1 (Cross_Docking en las BI principales)
- Los Resultados de la Corrida No. 2 (Cross_Docking en las BI principales)
- Los Resultados de la Corrida Sin la opción de cross_docking.

La idea fundamental para esta comparación fue establecer hasta qué punto los cambios en los parámetros antes mencionados hacían todavía favorable el cross_docking respecto a la opción “sin cross_docking”.

En la figura 8.20 se muestra la comparación de los costos totales mensuales para las tres estrategias. Nótese que al emplear el factor de aumento de los costos de transporte de 1,5 (Corrida No. 1) la estrategia de cross_docking es bastante mejor que aquella sin cross_docking, existiendo ahorros anuales totales cercanos a los 5.000 millones de pesos. Sin embargo, cuando dicho factor de aumento se fija en un valor de 2,0 (duplicándose así los costos de transporte desde y hacia “centros de cross_docking”), la opción de cross_docking es levemente mejor que aquella sin cross_docking.

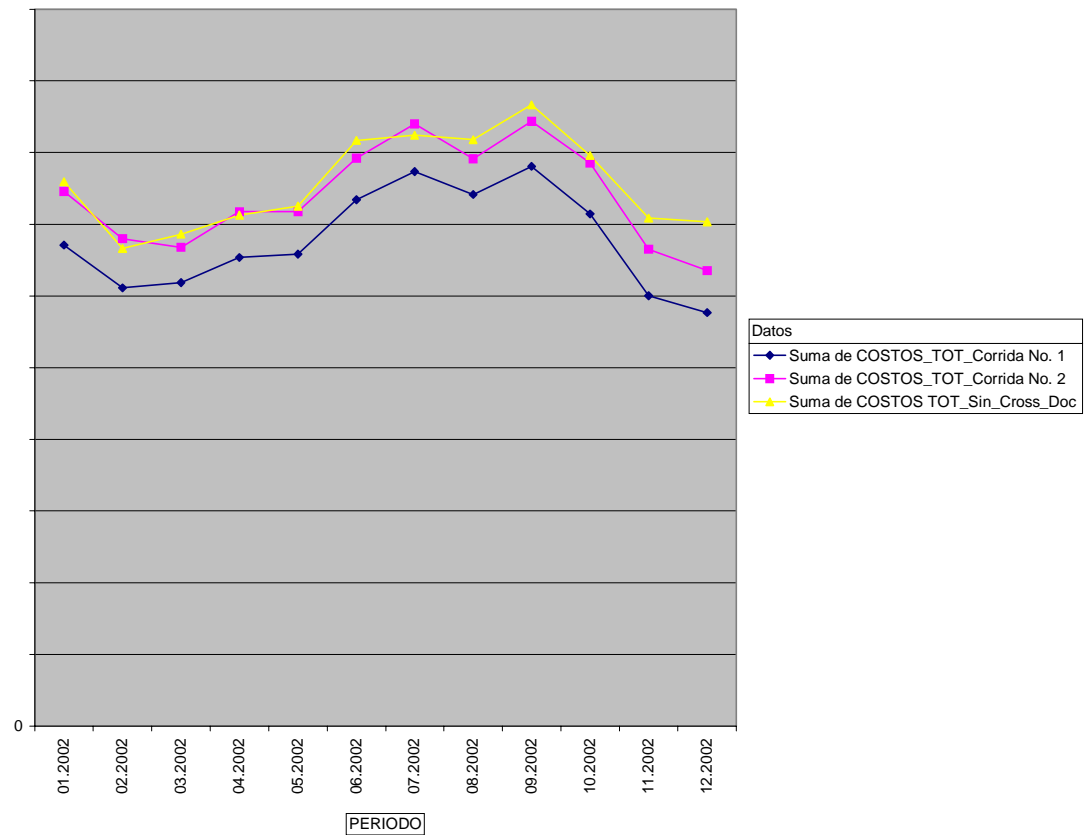


Figura 8.20. Comparación de los Costos Totales Mensuales Con y Sin Cross_Docking

En la figura 8.21 se muestra la comparación de los costos logísticos totales anuales discriminados. Es notable la repercusión de los costos de transporte en los costos totales y por ello se muestran por separado dichos costos para cada BI y CD en la figura 8.22.

Puede concluirse que con factores de aumento de los costos de transporte superiores a 2,0 la opción de cross_docking debería reevaluarse.

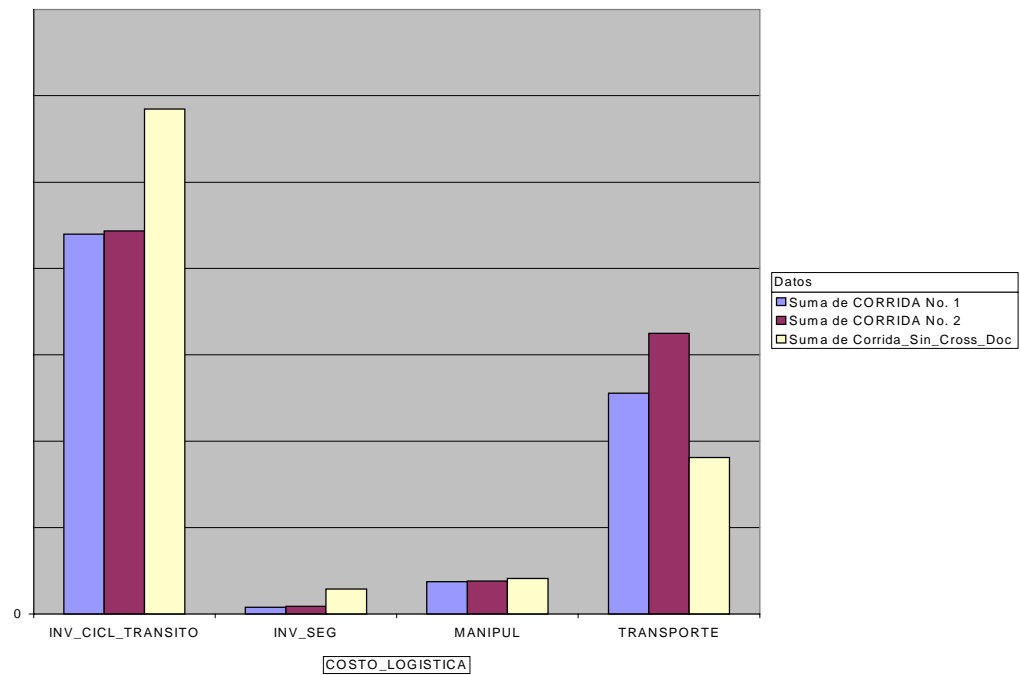


Figura 8.21. Discriminación de los Costos Totales Logísticos Anuales Con y Sin Cross_Docking

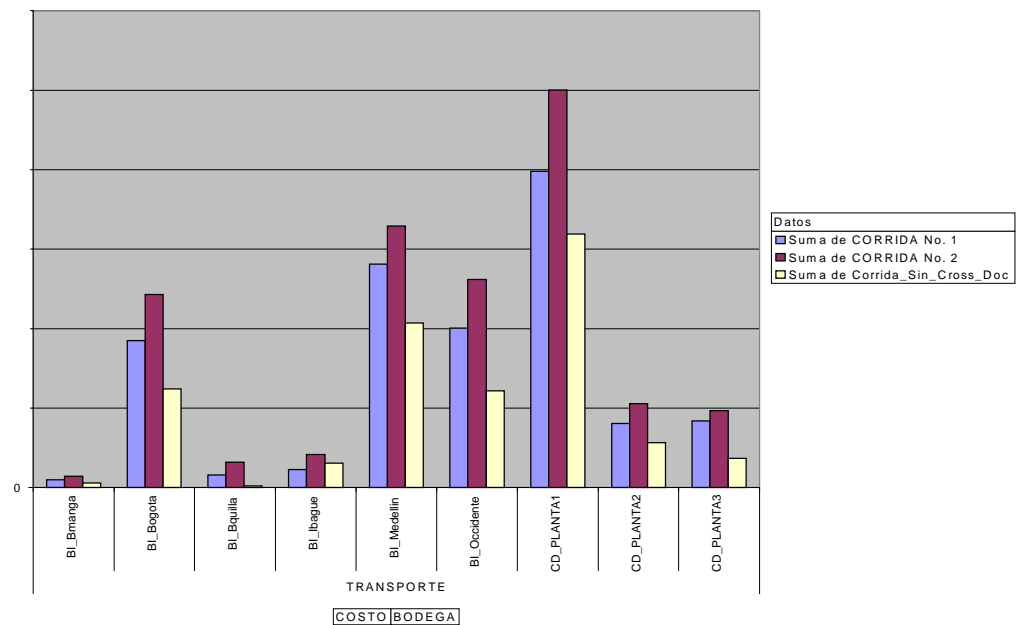


Figura 8.22. Comparación de los Costos Totales Logísticos Anuales por BI y CD

9. CONCLUSIONES GENERALES DE LA INVESTIGACION

- La optimización de sistemas de distribución con modelos dinámicos permite que se resalte y valore la inteligencia inherente de lo dinámico, donde unos períodos “deben” apoyar a los otros. Las relaciones no son entre períodos consecutivos únicamente como las ecuaciones parecen mostrar. Existen relaciones y dependencias de cada período con todos los demás. Por ejemplo, si se desea una utilización uniforme de una línea de producción a lo largo del año y se está frente a una situación de demanda de temporada, la planeación de la producción debe necesariamente ser dinámica ya que los períodos de poca demanda deben apoyar el proceso de producción de artículos para la temporada en que finalmente éstos productos se venderán. Hablando de meses, por ejemplo, el mes de enero debe estar al tanto de lo que ocurra en octubre y si es necesario apoyar la producción de ese mes para evitar en octubre disponer quizás de capacidad adicional de producción. Se puede ver también que, en consecuencia de lo anterior, los niveles de inventarios deben tener una asociación dinámica y esto lo comprueban los llamados “excesos”. Con los niveles de producción y niveles de inventarios en estrecha e intrincada relación dinámica, la planeación de la distribución deberá también seguir estos patrones sugeridos en la solución óptima.
- El cross-docking es una adecuada estrategia de disminución de costos de distribución y el éxito de su implementación dependerá de que los análisis

realizados a raíz del modelo partan de información confiable y válida. Información errónea proporcionará escenarios “óptimos” inválidos para ser implementados.

- Las políticas de inventarios tienen gran incidencia en los costos totales de distribución. En las corridas realizadas con los datos de La Empresa se pudo concluir que una disminución de la política de inventarios desencadena significativas disminuciones de los costos totales anuales.
- El tiempo de solución del modelo dinámico producto de este trabajo de tesis varía principalmente según el tipo de configuración de la red de distribución. Si el modelo se corre con una configuración pre-establecida (definidas previamente qué bodegas se van a abrir, cuáles se van a cerrar, cuáles serán cross-docking y cuáles no) el modelo encuentra el óptimo de una forma significativamente más rápida que cuando se le da libertad de hallar por si mismo la configuración óptima de la red. Los tiempos pueden pasar de horas a unos cuantos minutos.
- En general, se observó un comportamiento bastante realista de los resultados del modelo dinámico comparado con los resultados habituales mensuales de La Empresa. Esto viene a ser una confirmación de los comentarios del Dr. Laureano Escudero, encontrados en el marco teórico, al hacer referencia a la importancia de incluir los aspectos dinámicos en los modelos matemáticos dentro de aplicaciones reales industriales de la investigación de operaciones. Lo dinámico se aproxima a la realidad en gran medida, comparable sólo con la programación estocástica, y dejando en un nivel inferior a los modelos estáticos tal como se verá en el siguiente capítulo.

10. EXTENSIONES

10.1. EXTENSIONES EN CUANTO A AVANCES EN EL ESTADO DEL ARTE

En esta sección se incluirán los aspectos actuales del estado del arte que permitirán avanzar, a partir de los resultados de la presente tesis, hacia un nuevo estado del arte actualmente en proceso de investigación y experimentación. Los aspectos que en la presente sección se señalan corresponden a posibles temas de investigación doctoral dentro de los campos de la investigación de operaciones, de la modelación matemática de sistemas logísticos de distribución y de los métodos eficientes de solución de problemas de optimización de gran escala, bien sean éstos determinísticos ó estocásticos.

10.1.1. Programación Estocástica

Los modelos estocásticos son modelos matemáticos donde algunos de los datos ó parámetros incorporados en la función objetivo ó en las restricciones son inciertos. El término incertidumbre por definición no significa que haya una ignorancia total

respecto al comportamiento de un parámetro, y por el contrario se le asocia con el término “duda”⁵⁷.

Cuando se dice tener dudas respecto al comportamiento de un dato es porque se asume “cierto conocimiento” acerca de él. Dicho conocimiento se puede plasmar de varias formas. Una forma es manejar los llamados “escenarios”. Cada escenario viene a representar el modelo original, con un posible valor determinístico escogido para cada parámetro considerado incierto. Por ejemplo, en un modelo de distribución de productos, es usual tener incertidumbre respecto a la demanda de determinado producto en cierto período de tiempo. En este caso, la metodología de escenarios contaría inicialmente con un conjunto $W = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}$ que representaría “n” posibles valores que pueda tener dicha demanda, construyéndose entonces “n” escenarios, en caso de ser éste el único parámetro incierto del modelo [Un escenario para cada valor w_j (con $j = 1, \dots, n$)]. Es lógico intuir que posiblemente los w_j del conjunto W no tendrían la misma probabilidad de ocurrencia, caso en el cual a cada escenario se le asigna una probabilidad empírica de ocurrencia⁵⁸ comparable con aquella de los demás escenarios (Existencia de escenarios más probables y menos probables).

Otras formas de abordar el conocimiento acerca de un parámetro es asociar su comportamiento estrictamente a una función de distribución de probabilidad estándar conocida.

⁵⁷ Enciclopedia Microsoft Encarta 2000.

⁵⁸ Podría tratarse de probabilidades subjetivas ó extraídas del análisis estadísticos asociados a ciertos datos históricos.

En los modelos estocásticos ciertos datos pueden enmarcarse dentro del concepto de aleatoriedad, y debe tenerse en cuenta que cuando algún dato es aleatorio, entonces las soluciones y el valor objetivo óptimo del problema particular de optimización son por lo tanto aleatorios.

Respecto a la aplicación actual de la programación estocástica se retomará lo dicho por el profesor Laureano Escudero, hablando sobre la aplicación en empresas europeas de modelos matemáticos: “Muchas de las aplicaciones tienen datos inciertos, por ejemplo, los costos de materias primas, los tiempos de transporte, la demanda y precio de los productos, disponibilidad de recursos, (...), etc. (...) Las aplicaciones son de gran escala, lo cual significa que no es realista buscar soluciones óptimas, especialmente para los casos estocásticos donde la incertidumbre es representada por un conjunto de escenarios. En términos de los aspectos técnicos, muchas de las aplicaciones tienen parámetros inciertos en la función objetivo. El enfoque estocástico que ha sido usado para enfrentar la incertidumbre de los parámetros es basado en el análisis de escenarios. Además, la selección del conjunto de escenarios representativos es todavía un problema actual⁵⁹.

Se observa cómo el profesor Escudero alerta sobre una posible improvisación en la generación de escenarios, aspecto éste crucial en la determinación de la solución “óptima” de cierto modelo estocástico. Se hace notable la importancia de éstas opiniones sabiendo que fueron recientemente publicadas en Abril del 2002, y más aún

⁵⁹ ESCUDERO, L., Op. cit., pp.48-49.

cuando a lo largo del mundo y precisamente en Europa ha habido un gran auge en la investigación de la programación estocástica en los últimos años⁶⁰.

10.1.1.1. Relación entre los modelos dinámicos y los modelos estocásticos.

Es de destacar que la incertidumbre existe generalmente respecto al futuro. Es muy probable conocer con cierta exactitud lo que sucederá en un mes que acaba de iniciar, pero es posible que lo que ocurra dos meses después sea algo incierto. Además, generalmente hay relativas dependencias entre los eventos presentes y futuros; es decir, pueden ocurrir ciertos posibles eventos futuros dado que en el presente ha ocurrido determinado evento, lo que involucra cierta propiedad markoviana de lo estocástico.

Una manera lógica de abordar el problema es el siguiente: se requiere tomar una decisión ahora y minimizar el *costo esperado* de las consecuencias de esa decisión. Supóngase que X ($x \in X$) es un vector de variables de decisión (decisiones que se deben tomar), W ($w \in W$) son los posibles eventos que acarrearán las decisiones en X , y Y ($y(w) \in Y$) es el vector de las nuevas decisiones, a tomar en el futuro,

⁶⁰ Como ejemplo pueden observarse los Abstracts de las conferencias organizadas por Michael Dempster del Judge Institute de Cambridge en 1999 sobre Programación Estocástica (http://www.maths.ed.ac.uk/or41/talks_v26t/SP.htm) destacándose títulos como: a) Solving Stochastic Programs with Millions of Scenarios by the Interior Point Based Decomposition Method, b) Solution of a Two-Stage Supply Chain Model using Lagrangean Decomposition, c) The recursive definition of stochastic linear programs and their solutions by Nested Benders Decomposition, etc.

influenciadas por los eventos aleatorios en W . Una formulación sencilla con escenarios del problema en dos fases (two-stage formulation) sería la siguiente:

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimizar} \quad f_1(x) + \text{Valor Esperado}[f_2(y(w), w)] \\
 & \text{Sujeta a:} \quad g_1(x) \leq 0, \quad \dots \quad g_m(x) \leq 0 \\
 & \quad \quad h_1(x, y(w)) \leq 0 \quad \forall w \in W \\
 & \quad \quad \dots \\
 & \quad \quad h_k(x, y(w)) \leq 0 \quad \forall w \in W \\
 & \quad x \in X, \quad y(w) \in Y
 \end{aligned}$$

La función $f_1(x)$ corresponde a la función de costos de las decisiones actuales en X ó decisiones en la primera fase, y éstas decisiones están sujetas de manera especial por las restricciones $g_1(x)$ hasta $g_m(x)$. Las restricciones h_1 hasta h_k representan las relaciones entre las decisiones x de la primera fase y las decisiones $y(w)$ de la segunda fase. Cada relación debe evaluarse para todo $w \in W$. La función f_2 es frecuentemente el objetivo principal de los modelos matemáticos estocásticos, ya que en el futuro no se busca tomar acciones arbitrarias ante determinados hechos que han sucedido en el pasado sino que lo que se busca es la mejor acción futura de entre muchas opciones posibles.

Dado lo anterior, es muy factible considerar modelos estocásticos multifases (multi-stage) en donde se toma una decisión hoy (x), se espera a que ocurra un evento aleatorio (w), y entonces se toma otra decisión basada en lo que ha ocurrido (y). El objetivo entonces es minimizar los costos esperados de todas las decisiones tomadas.

Ahora, obsérvese la relación que puede existir entre las fases de un modelo estocástico y el tiempo en un modelo dinámico determinístico multi-período.

En el modelo del capítulo 6, hablando en términos de los modelos estocásticos, se puede decir que: en un determinado mes se toman decisiones acerca de flujos de productos en la red de distribución (variables de control por período), decisiones que a su vez afectan aquellas relacionadas con los niveles de inventarios en cada centro de almacenamiento (variables de estado). Al ocurrir cierto comportamiento esperado de la demanda (evento aleatorio, asumido determinístico), al mes siguiente se toman nuevas decisiones de flujos. Estas nuevas decisiones, influenciadas por los niveles de inventarios del mes anterior (estado inicial del sistema), influenciarán los niveles de inventarios del siguiente mes (nuevos valores para las variables de estado) en cada punto de la cadena logística de distribución.

Al leer lo anterior, por un lado, el asumir un valor fijo de la demanda por cada período de tiempo, conlleva de inmediato al concepto mismo de *escenario*, dado que generalmente la demanda tiene naturaleza aleatoria. Por otro lado, el modelo dinámico considera decisiones futuras y su intrincada relación con aquellas decisiones en cierto período presente de referencia. Puede decirse que en el modelo dinámico de la presente tesis las decisiones de un determinado mes tienen una gran ingerencia en las decisiones a tomar en el mes siguiente. Aún mas, al profundizar apropiadamente en la discusión se puede opinar con cierta seguridad que las variables de estado (niveles de inventarios) de dos meses consecutivos son dependientes, siendo ésta una propiedad markoviana del campo de los procesos estocásticos.

De hecho un modelo dinámico determinístico multi-período tiene gran relación con los modelos estocásticos. Esto puede plasmarse de manera esquemática como en la siguiente figura:

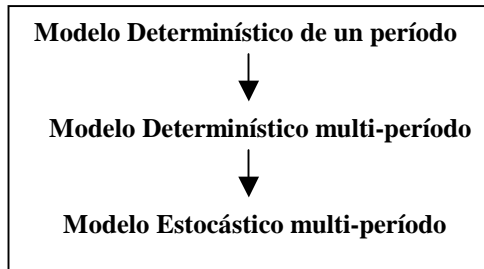


Figura 10.1. Relación entre modelos determinísticos y estocásticos⁶¹.

10.1.1.2. Optimización Estocástica de Cadenas de Suministro⁶²

En esta sección se esbozarán conclusiones de suma importancia, de impacto actual, enunciadas por un conocido catedrático universitario y empresario a nivel mundial como lo es Jeremy F. Shapiro, que además es experto en modelación matemática de cadenas de suministro.

Las preocupaciones desde el punto de vista estratégico de los gerentes de las cadenas de suministro pueden resumirse en cuatro principales: a) Analizar las principales decisiones acerca de invertir ó des-invertir (liberar activos), b) Entender y explotar las fortalezas internas de la empresa, c) Anticipar y responder a los planes de la

⁶¹ Adaptado de: SHAPIRO, J.F. *Challenges of Strategic Supply Chain Planning and Modeling*. Ponencia. FOCAPO, enero 2003. Diapositiva No. 23

⁶² Esta sección fue escrita con el apoyo de: SHAPIRO, J.F. *Challenges of strategic supply chain planning and modeling*. Ponencia. FOCAPO, enero 2003.

competencia, y d) Enfrentar la incertidumbre y el riesgo. Con base en esto, Shapiro afirma que existen diversos desafíos que deben enfrentarse: “¿Las actividades de compras, producción y distribución pueden ser integradas?, ¿Pueden ejecutarse análisis multi-período para fijar los efectos de la temporalidad y las fases de las principales decisiones? ¿Pueden ser integradas las decisiones de la gerencia de la SC con la gestión de demanda? ¿Pueden las decisiones *Financieras Corporativas* ser integradas con las decisiones estratégicas de la SC?” (Shapiro, 2003. Diapositiva No. 6).

Se observa en la exposición de Shapiro, que el término “multi-período” se asocia con tres aspectos: a) con las principales decisiones a tomar, b) con el análisis de efectos de temporalidad de las decisiones, y c) con el análisis de las fases en las cuáles las decisiones deben tomarse (que tiene que ver con la toma de decisiones por partes, teniendo en cuenta las ventajas que ofrecen ciertos períodos de tiempo).

Una propuesta valiosa para abordar estos interrogantes se centraliza en tres estrategias: la formalización de la planeación de escenarios, la aplicación de la Programación Estocástica y la modelación del riesgo. (Shapiro, 2003. Diapositiva No. 14).

Shapiro afirma: “El análisis de múltiples escenarios del futuro de una compañía es el corazón de cualquier ejercicio de planeación estratégica de la SC. El desafío es: ¿cómo definir escenarios que sean consistentes, plausibles y comprensibles?”. Sobre cómo definir escenarios opina que se puede lograr según ciertos métodos paso a paso:

“los escenarios son descripciones enfocadas de diferentes futuros presentados en narrativas coherentes. (...) Se pueden definir explorando interrelaciones entre tendencias estratégicas y aspectos de incertidumbre.” (Diapositiva No. 14).

Habla de la optimización determinística y estocástica: “En la optimización determinística los múltiples escenarios son optimizados uno a la vez, como si cada uno fuera a ocurrir con certeza. La programación estocástica considera el ensamblaje completo de escenarios, cada uno con una probabilidad de ocurrencia, identificando un plan de contingencia óptimo para cada escenario y un plan inmediato que óptimamente protege contra todos ellos.” (Diapositiva No.15).

Respecto a los desafíos técnicos de la programación estocástica afirma: “Desafío 1: estimar probabilidades de ocurrencia de cada escenario, combinar la información estadística con la subjetiva. Desafío 2: Usar métodos de optimización multi-objetivo para explorar conflictos entre el riesgo y los beneficios. Desafío 3: controlar el tamaño del modelo respecto a muchas fuentes de incertidumbre, muchas fases, y desarrollar y aplicar métodos de aproximación usando simulación montecarlo, agregación, descomposición combinado con heurísticas.” (Diapositiva No. 19).

Se puede observar la mención a la optimización multi-objetivo, área de la cual se conoce una aplicación en modelos de distribución multi-período⁶³. Esta aplicación considera tres objetivos: primero, minimización de costos, segundo, balanceo de cargas de trabajo, y tercero, objetivos de mercadeo. El resultado de este estudio mostró la complejidad de resolver problemas de optimización combinatoria multi-objetivo y la contradicción existente entre algunos objetivos de la gerencia de distribución.

Retomando el trabajo de Shapiro en su exposición concluye:

“La planeación estratégica de cadenas de suministro y la modelación puede y debería extenderse hasta incluir la planeación y modelación de la demanda y de las finanzas corporativas. La planeación por escenarios y el análisis con modelos de programación estocástica tienen el potencial de mejorar significativamente la planeación estratégica”. Pero además, señala que las Finanzas corporativas son modelables con programación matemática determinística multi-periodo ó bien con programación matemática estocástica, excluyendo los modelos determinísticos de un período. (Diapositiva No.23).

⁶³ RIBEIRO, R., y Lourenço, H. *A Multi-objective Model for a Multi-period Distribution Management Problem*. Department of Economics and Business, Universitat Pompeu Fabra. <http://netec.mcc.ac.uk/WoPEc/data/Papers/upfupfgen532.html>

10.1.2. Descomposición de Benders

La Descomposición de Benders es una técnica particular para resolver ciertas clases de problemas difíciles, generalmente de gran escala pero no necesariamente, pudiendo enfrentar problemas de programación lineal entera mixta (PEM), PEM no-lineal, problemas dinámicos y de programación estocástica facilitando el camino hacia la solución óptima.

En ciertos círculos académicos hay controversia en la definición de lo que significa un problema de gran escala, dado principalmente al hecho de que las herramientas computacionales actuales son bastante poderosas y hacen que un problema, en apariencia grande e inmanejable, se resuelva sin inconvenientes y en un tiempo computacionalmente corto. Sin embargo, según el concepto de los autores de esta tesis, debe aclararse lo que significa realmente “gran escala”. No suena razonable que dicho término signifique necesariamente “muchas variables”. Puede ser lógico asociar “gran escala” a “no linealidades”, “componentes estocásticos”, “componentes dinámicos estocásticos”, etc., campos en los cuáles las herramientas actuales no son muy eficientes ó son nada eficientes. Un problema de pocas variables pero con intrincadas no-linealidades a nuestro concepto puede definirse como de “gran escala” y podría abordarse con la metodología de descomposición de Benders que lo convertiría en varios problemas de “pequeña escala”.

Un resumen del Algoritmo de descomposición de Benders para resolver problemas de PEM es el siguiente⁶⁴.

Se denotará el problema PEM como:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar} & c^T x + f^T y \\ & x, y \\ & Ax + By \geq b \\ & x \geq 0 \\ & y \in Y \end{array}$$

Representando x las variables continuas, y las variables enteras, y Y el grupo de restricciones para y . Al fijar y en un valor de tal manera que se obtenga una configuración entera factible, el modelo resultante queda lineal en x :

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar} & c^T x \\ & x \\ & Ax \geq b - By' \\ & x \geq 0 \end{array}$$

El problema completo de minimización puede ser escrito entonces como:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar} & [f^T y + \min \{ c^T x \mid Ax \geq b - By' \}] \\ & y \in Y \quad x \geq 0 \end{array}$$

El problema dual asociado al problema lineal de minimización en $\{\cdot\}$ es⁶⁵:

⁶⁴ KALVELAGEN, E. *Benders Decomposition with Gams*. Gams Development Corp. Washington DC. Diciembre, 2002. pp.1-3.

SARKAR, A. *Benders Decomposition*. University at Buffalo. Department of Industrial Engineering. The School of Engineering and Applied Sciences. Presentación. Diapositivas 1-5.

⁶⁵ Para entender el algoritmo se requiere de profundos conocimiento de la Teoría de la Dualidad en optimización, así como conceptos asociados a puntos extremos y direcciones extremas de conjuntos convexos. Para ver una demostración detallada del Algoritmo de Descomposición de Benders ver: BRAVO, J.J. *Teoría de la Descomposición de Modelos Matemáticos Optimizables*. Universidad del Valle. Cali, Marzo 2003.

$$\begin{array}{ll}
\textbf{Subproblema (S):} & \text{Maximizar} \quad (b - By')^T u \\
& u \\
& A^T u \leq c \quad (\text{a}) \\
& u \geq 0 \quad (\text{b})
\end{array}$$

Por tanto, se tiene el Problema Maestro de minimización siguiente:

$$\begin{array}{ll}
\textbf{Problema Maestro (PM):} & \text{Minimizar} \quad f^T y + \beta \\
& y \in Y \\
& \beta \geq (b - By)^T u \quad \forall u \in U \\
& 0 \geq (b - By)^T v \quad \forall v \in V
\end{array}$$

Donde:

U = conjunto de puntos extremos u definidos por las restricciones (a) y (b).

V = conjunto de direcciones extremas v definidas por las restricciones (a) y (b).

Nótese que el subproblema **S** es un problema de programación lineal puro y que el problema maestro es uno de programación entera puro. La motivación general es que el resolver estos problemas en forma separada es mas fácil que resolver el problema completo sin descomponer.

Una idea muy somera del funcionamiento del algoritmo de Benders es resolver el problema **S** para valores dados de y' , obteniéndose valores de los puntos extremos y direcciones extremas a utilizar en el problema **PM**. Al solucionar el **PM** saldrán nuevos valores para y que alimentarán de nuevo a **S** para generar un ciclo de soluciones entre los problemas **S** y **PM**. El ciclo se detiene teóricamente al observar la invariabilidad del valor de una solución respecto a la anterior.

El método de Benders se le llama método de “generación de filas” ó “generación de restricciones” ó “generación de planos de corte” y es por la siguiente razón. Para obtener el primer valor de y' que alimentará a **S**, el problema **PM** se resuelve inicialmente relajado, con una restricción asociada a un posible punto extremo u_1 . Luego, al resolver **S**, si éste tiene solución para alguna u_2 , entonces se adiciona una restricción al **PM** antes de resolverlo por segunda vez. Dicha restricción será del tipo $\beta \geq (b - By)^T u_2$. Si por el contrario **S** no tiene solución, se adiciona una restricción al **PM** antes de resolverlo de nuevo, pero esta vez será del tipo $\theta \geq (b - By)^T v$.

10.1.2.1. Aplicación de la Teoría de Benders en modelos dinámicos determinísticos y estocásticos

En el trabajo de Dogan et al.⁶⁶, se destaca que muchos problemas de gran escala serían imposibles de resolver sin utilizar las particiones de Benders.

La teoría de descomposición de Benders, así como otras teorías de descomposición como la de Dantzig-Wolfe⁶⁷ y la de Relajación de Lagrange⁶⁸ permiten descomponer un problema de gran escala en varios subproblemas mas pequeños y mas fáciles de manipular y resolver.

En el documento de Dogan et al., a pesar de que señala la dificultad que ha enmarcado el implementar la teoría de Benders, la ve necesaria para resolver el problema dinámico expuesto en su trabajo de investigación, afirmando que aún más

⁶⁶ DOGAN, K., et.al., op. cit., pp. 1027-1028

⁶⁷ BAZARAA, M., et. al., op. cit., pp. 375-429

⁶⁸ BAZARAA, M., et. al., ibid..., pp. 411.

eficiente es aplicar la denominada Descomposición Cruzada (Benders y Lagrange)⁶⁹. En otro documento de 1974 escrito por Geoffrion y Graves⁷⁰, se comenta la solución de un modelo característico de un sistema de producción - distribución con multi-productos de un período utilizando particiones de Benders.

Pero la aplicación de Benders a los modelos dinámicos fue sintetizado recientemente con la denominada teoría GDDP que se basa en la aplicación encadenada de la teoría de Benders a un problema de optimización multi-periodos⁷¹. El algoritmo GDDP, que es bastante reciente y está todavía es estudio, permite descomponer el problema dinámico según Benders y de acuerdo al número de períodos considerados en el horizonte de planeación. Además permite incluir en su formulación variables de estado y variables de decisión, siendo ambas necesarias en la modelación de sistemas de distribución.

Según el autor de la teoría GDDP, ésta habilita el uso de la poderosa herramienta de particiones de Benders a problemas dinámicos asociados a sistemas de distribución⁷² de una manera mas eficaz que otros algoritmos previamente demostrados. La teoría GDDP se asemeja a la llamada descomposición anidada de benders (nested benders decomposition).

⁶⁹ Para ver una aplicación de la Descomposición Cruzada ver:

VELÁSQUEZ, J.M. *Descomposición Cruzada Dinámica Estocástica para la expansión de sistemas industriales multi-sectoriales*. Decisionware Ltda. Bogotá, enero 1997.

⁷⁰ GEOFFRION, M., y Graves W. *Multicommodity Distribution System Design By Benders Decomposition*. Management Science., vol. 20, No. 5, enero 1974, pp. 823 – 844.

⁷¹ VELÁSQUEZ, J. M. *GDDP: Generalized Dual Dinamyc Programming Theory*. Annals of Operations Research, No, 117, pp. 21-31. 2002.

⁷² VELÁSQUEZ, J. M., Ibid., p. 22.

Por otro lado, dado que los problema reales que competen a la SC cada vez más ameritan ser abordados con un enfoque estocástico, se verá que dichos problemas estocásticos resultantes son manejables preferentemente con el enfoque de descomposición y particularmente con el de particionamiento de Benders.

Dennis Bricker, profesor del Departamento de Ingeniería Industrial de la Universidad de Iowa, realizó hace pocos años una exposición detallada de la aplicación de Benders a problemas estocásticos⁷³ con el enfoque de escenarios y para el caso de dos fases (two-stage stochastic linear problem).

Otros trabajos recientes confirman la aplicación de las particiones de Benders a programas lineales estocásticos multi-fases⁷⁴. Y además, se ha estudiado desde hace muy poco tiempo la optimización estocástica de cadenas de suministro⁷⁵. Todas estas extensivas investigaciones, que han iniciado desde hace pocos años e incluso meses, confirman la actualidad del tema y, dada su complejidad, la necesidad del estudio de su aplicación en entornos empresariales colombianos.

⁷³ BRICKER, D. *Benders Decomposition: The L-Shaped Method*. Department of Industrial Engineering. The University of Iowa. 2001.

⁷⁴ BIRGE, J. *Abridged Nested Decomposition for Multistage Stochastic Linear Programming*. Industrial and Operations Engineering. University of Michigan. Mayo 1999.

⁷⁵ BIRGE, J. *Introduction to Stochastic Optimization in Supply Chain Logistics Optimization*. Northwestern University. Tutorial en Optimización Estocástica. Septiembre 2002.

10.1.2.2. Utilidad de las Particiones de Benders en los Procesos de Planificación

A pesar de que la descomposición de Benders ha demostrado tener una clara aplicación en problemas de gran tamaño y complejidad, no es necesario tener problemas demasiado grandes y complejos para disfrutar de su inmensa utilidad.

En el modelo del capítulo 6 pudo apreciarse la existencia de varios tipos de decisiones: a) decisiones de localización de bodegas intermedias tradicionales y de centros de cross-docking (configuración de la red de distribución) y b) decisiones de flujos de productos entre los elementos de la red de distribución. Las primeras decisiones tienen asociación con variables enteras-binarias y las otras decisiones a variables continuas.

La figura 10.2 muestra las ventajas de la descomposición.

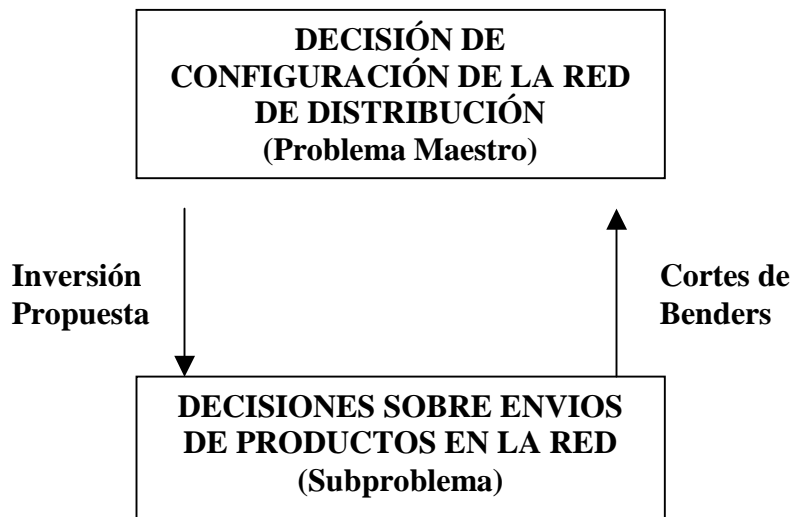


Figura 10.2. Operatividad de la Descomposición de Benders

Se inicia con una configuración propuesta de la red (que conlleva cierta inversión) para la cual se determinarán los flujos óptimos de productos con el subproblema. Este último generará restricciones ó cortes que alimentarán el problema maestro para generar una nueva y más óptima configuración propuesta para la red. Cada vez se generan mejores configuraciones con sus flujos óptimos asociados hasta llegar a la solución óptima según el criterio de parada de la metodología.

Puede notarse que el camino que se debe recorrer hacia la solución óptima es un camino rico en información y en soluciones alternativas para la gerencia de una empresa.

10.2. EXTENSIONES EN CUANTO A LA VARIABILIDAD DEL LEAD TIME

Es bastante razonable pensar que los lead times, asociados éstos a tiempos de transporte entre eslabones de un sistema de distribución, varíen en el entorno colombiano en unos meses respecto a otros.

Por ejemplo, en Colombia existen dos tipos de épocas: aquellas lluviosas y las no lluviosas. En las épocas lluviosas generalmente existen derrumbes, taponamientos de vías, ciertas vías con sistemas de semaforización dañado, etc. Estos problemas típicos de los meses lluviosos hacen dilatar significativamente el tiempo de envío de productos desde una ciudad a otra.

Identificándose los meses lluviosos en Colombia, podrían definirse dos tipos de Lead Times:

- Los Lead Time de aquellos meses con tiempo típicamente seco: sin mayores inconvenientes en la movilización de producto entre ciudades, con costos promedio de transporte y de inventario en tránsito.
- Los Lead Times de aquellos meses con tiempo típicamente lluvioso: con ciertos inconvenientes en la movilización de productos entre ciudades, con costos de transporte por tanto elevados y/o costos de inventarios en tránsito elevados, influenciados ambos por determinadas pólizas de seguros para la protección de posibles daños ó averías en la carga transportada.

Esta es una extensión bastante válida del modelo en Colombia, siendo lo ideal en cualquier caso considerar los Lead Times aleatorios ó probabilísticos pisando en éste caso el campo de la programación estocástica.

GLOSARIO

Flujos Inbound y Outbound: Términos empleados comúnmente en logística de distribución, para indicar el *flujo de productos que entra* y el *flujo de productos que sale* considerando cierta instalación (bodegas, plantas, clientes, etc).

JIT: Siglas en inglés del término, usado en sistemas industriales eficientes, como “Justo a Tiempo”. La idea general de eficiencia que enmarcar un JIT estricto considera el responder oportunamente a la solicitud de un cliente, sin el apoyo de inventarios físicos en bodegas, con tiempos de respuesta óptimos y con estándares de calidad.

Enfoque Jerárquico: método de solución de problemas de optimización caracterizado principalmente por solucionar primeramente, y de acuerdo al orden jerárquico por defecto, un modelo de optimización con decisiones meramente estratégicas, para posteriormente, con base en la soluciones estratégicas obtenidas, resolver un modelo de optimización táctica asociado al primero.

Particiones de Benders: método de descomposición útil en modelos matemáticos de optimización de gran escala, empleado para dividir un problema en apariencia difícil de resolver en varios subproblemas concatenados, más fáciles de resolver individualmente.

Cross-Docking (Ver marco teórico)

Multi-Echelon Distribution Systems: Sistemas de distribución de productos de varios eslabones. Los envíos directos de productos desde las plantas hasta los clientes ocasiona la inexistencia de eslabones. Los centros de distribución, intermediarios minoristas y mayoristas independientes, las agencias distribuidoras de propiedad de la empresa, etc., generan eslabones que alargan el tiempo existente entre la producción de un bien y su consumo. Por ello, existen sistemas de distribución two-echelon, three-echelon, etc. La misma denominación se suele usar para los eslabones de inventarios. Si en los eslabones de distribución existen inventarios físicos de productos, pueden existir lo que se podría denominar un “multi-echelon inventory system”.

BIBLIOGRAFIA

- ANGERHOFER, B. y Angelides, M. *System Dynamics Modelling in Supply Chain Management: Research Review*. Proceedings of the 2000 Winter Simulation Conference.
- ARNTZEN, B., Brown, G., Harrison, T., y Trafton, L. *Global Supply Chain Management at Digital Equipment Corporation*. Interfaces, vol. 25, No. 1, Enero 1995. pp. 69-93.
- BACKX, T., Bosgra, O., y Marquardt, W. Towards intentional dynamics in suplí Chain Conscious process operations. Invited Paper , FOCAPO. Julio 1998.
- BALLOU, R. *Business Logistics Management*. Cuarta Edición. Prentice Hall. 1999.
- BAZARAA, M., Jarvis, J., Sherali, H. *Programación Lineal y Flujo de Redes*. 2ª edición. Editorial Limusa. México. 1999.
- BIRGE, J.R. *Stochastic Programming Models in Design*. Universidad de Michigan. 1997.
- BIRGE, J.R. *Introduction to Stochastic Optimization in Supply Chain and Logistic Optimization*. Northwestern University. Tutorial, Stochastic Optimization. Septiembre 2002.

- BIRGE, J.R. *Abrided Nested Decomposition for Multitage Stochastic Linear Programming*. Universidad de Michigan. Industrial and Operations Engineering. Mayo 1999.
- BIRGE, J.R. *Algorithms for Stochastic Programming based on Stochastic Program Structure*. Northwestern University. 2002.
- BIRGE, J.R., y Donohue, C. *Recent Results in Large-Scale Stochastic Programming Implementations*. Universidad de Michigan. Conferencia dada en Lausanne, Suiza en Agosto 27, 1997.
- BRAVO, J.J. *Programación Lineal: Modelación y Optimización*. Notas de Clase. Universidad del Valle. 2003.
- BRAVO, J.J. *Modelos Estratégico-Dinámicos en Gestión de Inventarios*. Universidad del Valle. Marzo 2003. Cali.
- BRAVO, J.J. *Teoría de la Descomposición de Modelos Matemáticos Optimizables*. Universidad del Valle. Marzo 2003. Cali.
- BRIKER, D. *Benders Decomposition: The “L-Shaped Method”*. Departamento de Ingeniería Industrial, Universidad de Iowa. 2001.
- CANEL, C., y Khumawala, B. M. *Multi-period International Facilities: an algorithm and application*. International Journal of Production Research, vol. 35, No.7, pp. 1891-1910. 1997.
- CERISOLA, S., y Ramos, A. *Benders Decomposition for Mixed-Integer Hydrothermal Problems by Lagrange Relaxation*. Instituto de Investigación Tecnológica. Universidad Pontificia de Comillas. Madrid. 2001.

- CERISOLA, S., y Ramos, A. *A Finite Benders Decomposition Algorithm for Mixed Integer Problems: Resolution through Parametric Branch and Bound*. Instituto de Investigación Tecnológica. Universidad Pontificia de Comillas. Madrid. 2001.
- CHOPRA, S., y Meindl, P. *Supply Chain Management: Strategy, Planning and Operation*. Editorial Prentice Hall. New Jersey. 2001.
- CLEAVES, G. *Supply Chain planning optimization in the chemical industry*. AtlanTec, Inc. 2002.
- COHEN, M., y Huchzermeier, A. *Valuing Operational Flexibility under exchange rate risk*. Operations Research, vol. 44, No. 1, Enero 1996. pp. 100 – 113.
- COHEN, M., Fisher, M., y Jaikumar, R. *International Manufacturing and Distribution Networks: A normative model Framework*. Elsevier Science Publishers, North-Holland, Amsterdam, 1989. pp. 67 – 93.
- CORREA, C.J., y Montoya, G.A. *Diagnóstico y propuesta de mejoramiento de la gestión del sistema de logística reversiva para el reciclaje de productos en empresas grandes y medianas de un sector industrial en la ciudad de Santiago de Cali y zonas aledañas*. Tesis de Ingeniería Industrial. Universidad del Valle. Mayo 2003.
- DELGADO, J., y Marín, F. *Evolución de los Sistemas de Gestión Empresarial. Del MRP al ERP*. Economía Industrial. No. 331, vol. 1, 2000.
- DIEZ CASTRO, E. *Distribución Comercial*. Segunda Edición. McGraw Hill. 1997.

- DOGAN, K., y Goetschalckx, M. *A Primal Decomposition Method for the Integrated Design of Multi-Period Production-Distribution Systems.* IIE Transactions, No. 31. 1999. pp. 1027 – 1036.
- EKSIOGLU, B. *Global Supply Chain Models.* Industrial and Systems Engineering Department. Universidad de Florida. Septiembre 30 del 2000.
- ESCUDERO, L. *Trying to Capture Dynamic Behavior. A whirlwind tour of industrial applications of mathematical programming.* ORMS Today, vol. 29, No. 2, Abril 2002.
- FISHER, M. *The Lagrangian Relaxation Method for Solving Integer Programming Problems.* Management Sciences, vol. 27, No. 1, Enero 1981.
- GEOFFRION, A., y Graves, G. *Multicommodity Distribution System Design by Benders Decomposition.* Management Sciences, vol. 20, No. 5, enero 1974.
- GROSSMAN, S. *Algebra Lineal.* 2ª edición. Grupo Editorial Hispanoamericana. Mexico. 1987.
- GOETSCHALCKX, M., Vidal, C. J., y Dogan, K., *Designing Global Supply Chain Systems,* European Journal of Operational Research, Vol. 143, No. 1, 1–18, 2002.
- GUDUM, C.K. *A new compound Lead Time Demand Distribution approach and a comparison study.* Copenhagen Business School. Dinamarca. 2002.
- HAIR, J., Anderson, R., Tathan, R. y Black, W. *Análisis Multivariante.* Editorial Prentice Hall. Quinta Edición. Madrid. 2000.
- HILLIER, F., y Lieberman, G. *Introducción a la Investigación de Operaciones.* Sexta Edición. McGraw Hill. 1997.

- HSIANG, T. *The Illusion of Power*. ORMS Today, Vol. 28, N. 1. Edición de Febrero 2001. Informs
- KALVELAGEN, E. *Benders Decomposition with Gams*.
www.gams.com/~erwim/benders/benders.gms . Diciembre 20, 2002.
- MARIÑO, N. *Optimos Globales y Cadenas de Suministro*. Series de Gerencia Empresarial. Diario “La República”. Administración de la Cadena de Suministros, pp. 4-5. Febrero, 2003.
- MARMOLEJO, M.A. *Conferencias de Clase: Álgebra Lineal II*. Universidad del Valle. Departamento de Matemáticas. Cali. 1988.
- MENDENHALL, W., Wackerly, D., y Scheaffer, R. *Estadística Matemática con Aplicaciones*. Grupo Editorial Iberoamericana. Segunda Edición. México 1994.
- MIESEMER, K.D. *Starting Up A World Class Distribution Center*. Hershey Foods Corporation. Preparado para el Warehousing Education and Research Council. Illinois. 2001.
- MORIN, E. *Ciencia con Conciencia*. Editorial Anthropos. Barcelona. Mayo, 1984.
- MORITO, S., Koida, J., Iwama, T., Sato, M. y Tamura Y. *Simulation-Based Constraint Generation with Applications to Optimization of Logistic System Design*. Proceedings of the 1999 Winter Simulation Conference.
- NAPOLITANO, M. *Using Modeling to Solve Warehousing Problems*. Gross & Associates. Preparado para el Warehousing Education and Research Council. Illinois 1998.

- NAPOLITANO, M. *Making the Move to Cross Docking. A practical guide to planning, designing and implementing cross dock operation.* Warehousing Education and Research Council. Illinois, 2000.
- *OR/MS Today.* Revista del Institute for Operations Research and The Management Science. INFORMS. 2001-2002.
- RIBEIRO, R., y Lourenço, H. *A Multi-objective Model for a Multi-period Distribution Management Problem.* Department of Economics and Business, Universitat Pompeu Fabra. <http://netec.mcc.ac.uk/WoPEc/data/Papers/upfupfgen532.html>
- SARKAR, A. *Benders' Decomposition.* Departamento de Ingeniería Industrial, Universidad de Búfalo, Estados Unidos. Presentación en Power Point. No se tiene el año de esta presentación.
- SHAPIRO, J.F. *Challenges of strategic supply chain planning and modeling.* Ponencia. FOCAPO, enero 2003.
- SHI, L., Chen, H. y Yucesan, E. *Simultaneous Simulation Experiments and Nested Partition for Discrete Resource Allocation in Supply Chain Management.* Proceedings of the 1999 Winter Simulation Conference.
- SILVA, L.C., y Benavides, A. *El Enfoque Bayesiano: Otra Manera de Inferir.* Gaceta Sanitaria, vol. 15, No. 4, pp. 341-346. La Habana, Julio 2001.
- SMITH, R., Mesa, O., Dynner, I., Jaramillo, P., Poveda, G. y Valencia, D. *Decisiones. Con Múltiples Objetivos e Incertidumbre.* Segunda Edición. Facultad de Minas. Universidad Nacional de Colombia. 2000.
- TAHA, H. *Investigación de Operaciones.* Quinta Edición. Alfaomega. 1995.

- TALLURI, R. y Baker, R.C. *A Multi-Phase Mathematical Programming Approach for Effective Supply Chain Design*. Julio, 2001.
- TORO, H. *Modelación Matemática de la Cadena de Abastecimiento en Busca de Localización Eficiente de Plantas y/o Centros de Distribución*. Tesis como requisito parcial para obtener el título de Ingeniero Industrial. Universidad del Valle. 2001.
- VELÁSQUEZ, J. *GDDP: Generalized Dual Dynamic Programming Theory*. Annals of Operations Research, No. 117, 2002. pp. 21-31.
- VELÁSQUEZ, J. *Dynamic Programming, Control Theory and Benders Theory*. DecisionWare Ltda., Working Paper 010-97. Agosto, 1997.
- VELÁSQUEZ, J. *Programación Dinámica Dual*. DecisionWare Ltda. Artículo Técnico. 1997.
- VELÁSQUEZ, J., Restrepo, P., y Campo, R. *Dual Dynamic Programming: A note on Implementation*. Water Resource Research, vol. 35, No. 7, pp. 2269-2271, July 1999.
- VIDAL, C. J. *A Global Supply Chain Model with Transfer Pricing and Transportation Cost Allocation*. Thesis in partial fulfillment of the requirements for the degree Doctor of Philosophy in Industrial Engineering, Georgia Institute of Technology, Mayo de 1998.
- VIDAL, C.J. *Introducción a la Modelación Matemática y Optimización*. Notas de Clase. Universidad del Valle. 2001.

- VIDAL, C.J. y Goetschalckx, M. *Modeling the Impact of Uncertainties on Global Logistics Systems*, Journal of Business Logistics, Vol. 21, No. 1, 95 – 120, Abril de 2000.
- VIDAL, C.J. y Goetschalckx, M., *A Global Supply Chain Model with Transfer Pricing and Transportation Cost Allocation*, European Journal of Operational Research, Vol. 129, 134 – 158, 2001.
- VIDAL, C.J. y Goetschalckx, M. *Strategic Production-Distribution Models: A Critical Review with Emphasis on Global Supply Chain Models*. European Journal of Operational Research, No. 98. pp. 1-18. 1997.
- WALPOLE, R., Myers, R y Myers, S. *Probabilidad y Estadística para Ingenieros*. Sexta Edición. Editorial Prentice Hall. 1999.

ANEXO A

La Distribución Probabilística Gamma

Aspectos Generales

Si una variable aleatoria y presenta siempre valores no-negativos y por diversas razones tiene la distribución de los datos generalmente sesgados hacia el origen, las poblaciones asociadas a esta variable aleatoria frecuentemente tienen distribuciones que se pueden modelar adecuadamente por la función de densidad de probabilidad gamma. Véase la figura A.1.

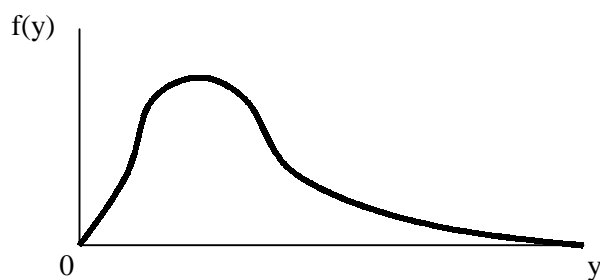


Figura A.1. Una distribución de probabilidad sesgada.

[Fuente: Mendenhall et al. p.155].

La función de probabilidad $f(y)$ de la variable aleatoria y con comportamiento probabilístico gamma se representa a través de la siguiente relación:

$$f(y) = \frac{y^{\alpha-1} e^{-y/\beta}}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)}, \quad \alpha, \beta > 0; \quad 0 \leq y \leq \infty$$

Obsérvese que la función gamma depende de dos parámetros: α y β . La función gamma es una función general que tiene por casos particulares a la función de probabilidad exponencial (cuando $\alpha=1$) y a la Ji-cuadrada con ν grados de libertad (considerando a ν un entero positivo y cuando $\alpha = \nu/2$ y $\beta = 2$).

El Lead Time y la Distribución Gamma

Los tiempos de reaprovisionamiento ó Lead Times, que son parámetros característicos de las Cadenas Logísticas de Abastecimiento, han sido estudiados ampliamente asumiéndolos con comportamiento probabilístico gamma⁷⁶, y además con parámetro $\beta=1$. Obsérvese la figura A.2.

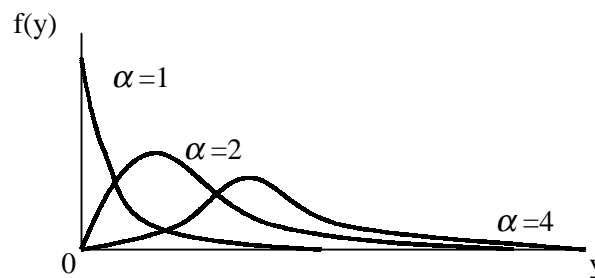


Figura A.2. La función de densidad gamma con $\beta=1$.

[Fuente: Mendenhall et al. p.156].

⁷⁶ VIDAL, C.J. Op.cit., p. 93.

Sea el Lead Time igual a la variable w . Si w es una variable aleatoria tipo gamma con parámetro α y con $\beta=1$, entonces el valor esperado y la varianza de w son⁷⁷:

$$\text{Valor Esperado} = E(w) = \alpha \beta = \alpha$$

$$\text{Varianza} = \alpha \beta^2 = \alpha$$

Si el valor esperado del lead time es LT, entonces el valor esperado y la desviación estándar se pueden representar como:

$$\text{Valor Esperado del Lead Time} = LT$$

$$\text{Desviación Estándar del Lead Time} = \sqrt{LT}$$

Este resultado de la desviación estándar fué empleado en la presente investigación.

Investigación Actual en cuanto a la distribución de probabilidad del Lead Time

No siendo el objeto de este proyecto de tesis hacer una extensiva investigación acerca del Lead Time y su distribución, se enmarcará aquí un bosquejo de las referencias actuales que se sabe existen y que indican que éste tema es de completa actualidad e interés investigativo.

VIDAL [1998, p. 92] afirma: “...muchos autores han aplicado la distribución gamma para modelar problemas de inventarios y lead times estocásticos...”. Además de las señaladas por Vidal en su proyecto doctoral, existen muchas otras referencias que unen a la gamma con el lead time. Por ejemplo, se tiene conocimiento de los estudios

⁷⁷ Ver demostración en Mendenhall et al. p.157.

preliminares acerca de la distribución del lead time realizados por T.A. Burgin en 1972 y 1975. El primer trabajo lo tituló: “Inventory-control with Normal Demand and Gamma Lead Times”⁷⁸ y el segundo titulado: “The Gamma Distribution and Inventory Control”⁷⁹.

Era apenas obvio que desde aquella época existía un interés profundo de asociar el lead time con la distribución gamma, de lo cual resulta un razonable cuestionamiento: ¿porqué esta asociación? . La respuesta a esta pregunta viene de referencias muy actuales y se trata del profesor Connie K. Gudum del Copenhagen Business School de Dinamarca. El profesor Gudum finalizó su tesis doctoral en el año 2002 que fué titulada: “Managing Variability in a Supply Chain: an inventory control perspective”. Este trabajo le ha dado pié a escribir ciertos interesantes artículos relacionados con la variabilidad del lead time y con los inventarios de seguridad. Se tiene a la mano uno de sus artículos⁸⁰ del cual se extraerán ciertas frases de gran importancia.

Gudum [2002, p.7] afirma acerca de las investigaciones de otros autores sobre el tema: “Fortuin⁸¹ compara cinco distribuciones, la distribución normal, la logística, la gamma, la lognormal y la weibull. De estas comparaciones concluye que, de hecho, la diferencia entre las decisiones de inventarios asociadas a éstas distribuciones es

⁷⁸ Documento del que no se tuvo acceso pero que se sabe fue publicado en: Operational Research Quarterly, vol. 23 No.1, pp. 73-80.

⁷⁹ Documento del que no se tuvo acceso pero que se sabe fue publicado en: Operational Research Quarterly, vol. 26 No.31, pp. 507-525.

⁸⁰ GUDUM, C.K. *A new compound Lead Time Demand Distribution aproach and a comparison study*. Copenhagen Business School. Dinamarca, 2002.

⁸¹ La referencia del trabajo de L. FORTUIN, el cual no se logró obtener, es la siguiente: *Five popular probability density functions: A comparison in the field of stock-control models*. Journal of the Operational Research Society. 1980. Vol. 31, No. 10, pp. 937-942.

muy pequeña”. Más adelante se afirma [p. 8]: “Tadikamalla⁸², sin embargo, también compara éstas cinco distribuciones y muestra que el coeficiente de variación del lead time es un factor importante para las decisiones óptima de inventarios. Tadikamalla entonces concluye que la distribución normal y la logística son inadecuadas para representar al lead time, ya que las decisiones de inventarios son sensitivas a la forma de la distribución”.

Obsérve que Tadikamalla prefiere las distribuciones que manejan la *forma* de la distribución y Gudum asocia el control de la forma a cinco distribuciones [p.8]: “las basadas en dos parámetros tal como la gamma y la weibull, ó distribuciones de cuatro parámetros tal como la Beta, la Pearson y la Schmeiser-Deutch”.

Gudum realiza un extenso estudio comparativo con siete posibles distribuciones del lead time: Normal, Gamma, Exponencial (caso especial de la gamma), Weibull, Beta, Schemeiser-Deutch, y Pearson. Su idea general era realizar un análisis que permitiera concluir que las decisiones de inventarios podrían tomarse sin considerar necesariamente la *forma* de la distribución del lead time. A pesar de los esfuerzos de Gudum, en las conclusiones de su artículo, después de haber realizado múltiples experimentos, afirma [p.26]: “en algún grado, estos resultados sugieren que la forma de la distribución del lead time verdaderamente juega un importante rol. Sin embargo, las distribuciones de dos parámetros tal como la Gamma y la Weibull, producen niveles de reorden que son más exactos que la distribución Beta.

⁸² El trabajo de P.R. TADIKAMALLA, al cual no se tuvo acceso es el siguiente: *A comparison of several approximations to the lead time demand distribution*. OMEGA. 1984. Vol. 12, No. 6, pp. 575-581.

Desafortunadamente, la distribución Schmeiser-Deutch fue sujeta a una gran sensibilidad por lo cual no es posible concluir si éste enfoque podría ser mejor que la Gamma ó la Weibull”.

Las conclusiones de muchos autores estudiosos de este tema presentan dos aspectos básicas:

- Las decisiones de inventarios son sensibles a la la *forma* de la distribución del lead time.
- La distribución gamma, con sus dos parámetros, de forma y de escala, es la que mejor se ajusta al modelamiento del lead time.

Algunas referencias históricas que han tenido gran influencia en estas conclusiones, pero cuyos trabajos no se tienen a la mano son:

- a) H. S. Lau y A.Zaki. *The sensitivity of inventory decisions to the shape of lead time demand distribution*. IIE Transactions, 1982. Vol. 14, No. 4, pp. 265-271.
- b) R. Heuts, J. Van Lieshout, y K. Baken. *An inventory model: what is the influence of the shape of the lead time demand distribution*. Zeitschrift für Operations Research, 1986. Vol. 30, No. 2, pp. B1-B14.
- c) M. Keaton. *Using the gamma distribution to model demand when lead time is random*. Journal of Business Logistics, 1995. Vol.16, No. 1, pp. 107-131.

ANEXO B

El concepto de Desviación Estándar Total

Dados r grupos, cada uno de ellos formado por n_i observaciones de media \bar{x}_i y de varianza S_i^2 . Entonces la varianza, S^2 , del conjunto de todas las $n = n_1 + \dots + n_r$ observaciones es igual a:

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^r n_i S_i^2 + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^r n_i (\bar{x}_i - \bar{x})^2 \quad (\text{B.1})$$

Dicho de otro modo, *la varianza total es igual a la media de las varianzas más la varianza de las medias*⁸³. Esta es una propiedad de la varianza.

Si el número de observaciones para cada grupo es igual, significando n_i constante, entonces la varianza total queda automáticamente de la siguiente manera:

$$S^2 = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r S_i^2 + \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r (\bar{x}_i - \bar{x})^2 \quad (\text{B.2})$$

⁸³ Ver demostración en: <http://ftp.medprev.uma.es/libro/node22.htm>

Veamos el caso de aplicación de la varianza total para el cálculo de inventarios de seguridad de un producto p en un centro de distribución. Se repite la ecuación 6.61 para facilitar el desarrollo:

$$\sum_{k \in CD} \sum_{p \in PT} \sum_{\substack{t \in T \\ t > 1}} VIPT_{kp} H \times FISPT_{kpt} \times \left[\sum_{\substack{k^* \in CD \\ k \neq k^*}} (y_{k^*kpt}^a \times \frac{\sqrt{LT_{k^*k}}}{30}) + \sum_{j \in PL(p) \cap PL(k)} (x_{jkpt} \times \frac{\sqrt{LT_{jk}}}{30}) + (h_{kpt-1}^a + excd_{kpt-1} - h_{kpt}^a - excd_{kpt}) \times DTLT_k \right] \quad (B.3)$$

La expresión a analizar es específicamente la siguiente:

$$(h_{kpt-1}^a + excd_{kpt-1} - h_{kpt}^a - excd_{kpt}) \times DTLT_k \quad (B.4)$$

El contenido del paréntesis de la expresión B.4 es simplemente un número que puede ser negativo, cero ó positivo, pero lo que realmente importa de él es que representa, en valor absoluto, una cantidad del producto p que ha adquirido la bodega en cierto período de tiempo. Esa cantidad en valor absoluto puede contener cantidades de p abastecidas por cierta planta ó por determinado centro de distribución ó por ambas fuentes, y desde cada fuente existen distintos valores del Lead Time. El análisis en este punto, dado que en la expresión B.3 cada flujo está multiplicado por la desviación estándar de su lead time correspondiente, se centra entonces en responder qué desviación estándar del lead time podría asociarse a dicho término en (·) en B.4.

Una aproximación puede obtenerse al considerar el concepto de *varianza total* del lead time. Obsérvese la figura B.1.

<p><i>Grupo 1</i>: cantidades de p abastecida por la fuente 1 relacionada por tanto con el lead time LT_1 con desviación estándar $\sqrt{LT_1}$</p>	<p><i>Grupo r</i>: cantidades de p abastecida por la fuente r relacionada por tanto con el lead time LT_r con desviación estándar $\sqrt{LT_r}$</p>
--	--

Figura B.1. Distribución de la cantidad de producto p contenida en (\cdot).

Asumiendo esto, es necesario calcular una *varianza total* que sea, en general, representativa del lead time del producto p, considerando sus posibles fuentes de abastecimiento. Denotando al lead time promedio de reabastecimiento de p como \overline{LT} , y reemplazando en la ecuación B.2:

$$S^2 = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r LT_i + \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r (LT_i - \overline{LT})^2 = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r [LT_i + (LT_i - \overline{LT})^2]$$

Ahora, la *desviación estándar total* del lead time de reabastecimiento es entonces:

$$\sigma_T = DTLT = \sqrt{\frac{1}{r} \sum_{i=1}^r [LT_i + (LT_i - \overline{LT})^2]}$$

Donde **r** representa el número de fuentes potenciales de abastecimiento de p.

En el modelo objeto de esta tesis la *desviación estándar total* del lead time corresponde a un parámetro referido a cada centro de distribución y bodega intermedia en consideración.

Un ejemplo de su cálculo es el siguiente:

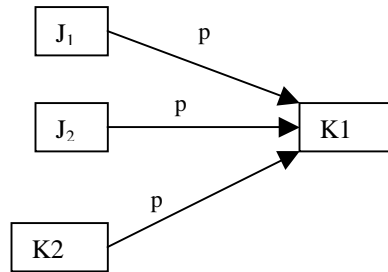


Figura B.2. Representación de posibles abastecimientos
de p en un centro de distribución K1.

Lead Times hacia K1		
i	DESDE	LT _i (días) promedio
1	Planta J1	1
2	Planta J2	2
3	CD K2	2

$$\overline{LT} = 1.66 \text{ días}$$

$$\sigma_T = \sqrt{\frac{1}{r} \sum_{i=1}^r [LT_i + (LT_i - \overline{LT})^2]} = DTLT_{k1} = \sqrt{\frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 [LT_i + (LT_i - 1.66)^2]} = 1.14 \text{ días}$$

ANEXO C

Modelo Matemático Implementado

Función Objetivo

Minimizar:

Costos de inventario cíclico y en tránsito de producto terminado en CD's:

$$\sum_{k \in CD} \sum_{p \in PT} \sum_{t \in T} VIPT_{kp} \times H \times \left[h_{kpt}^a + \sum_{\substack{k^* \in CD''(k) \\ k \neq k^*}} (y_{kk^*pt}^b \times \frac{LT_{kk^*}}{30}) + \sum_{i \in BI(k)} \frac{LT_{ki}}{30} \times (y_{kipt}^c + w_{kipt}^a) \right] \quad (C.1)$$

Costo de Inventario de Seguridad en CD's:

$$+ \sum_{k \in CD} \sum_{p \in PT} \sum_{\substack{t \in T \\ t > 1}} VIPT_{kp} H \times FISPT_{kpt} \times \left[\sum_{\substack{k^* \in CD'(k) \\ k \neq k^*}} (y_{k^*kpt}^a \times \frac{\sqrt{LT_{k^*k}}}{30}) + \sum_{j \in PL(p) \cap PL(k)} (x_{jkpt} \times \frac{\sqrt{LT_{jk}}}{30}) + (INVINI_{kp} - h_{kpt}^a - excd_{kpt}) \times DTLT_k \right] \quad (C.2)$$

$$+ \sum_{k \in CD} \sum_{p \in PT} \sum_{\substack{t \in T \\ t > 1}} VIPT_{kp} H \times FISPT_{kpt} \times \left[\sum_{\substack{k^* \in CD'(k) \\ k \neq k^*}} (y_{k^*kpt}^a \times \frac{\sqrt{LT_{k^*k}}}{30}) + \sum_{j \in PL(p) \cap PL(k)} (x_{jkpt} \times \frac{\sqrt{LT_{jk}}}{30}) + (h_{kpt-1}^a + excd_{kpt-1} - h_{kpt}^a - excd_{kpt}) \times DTLT_k \right] \quad (C.3)$$

Costos de transporte outbound en CD's:

$$+ \sum_{k \in CD} \sum_{p \in PT} \sum_{t \in T} FPESO_p \times \left[\sum_{\substack{k^* \in CD''(k) \\ k \neq k^*}} CTRPT_{kk^*} \times y_{kk^*pt}^b + \sum_{i \in BI(k)} CTRPT_{ki} \times (y_{kipt}^c + FTRKI \times w_{kipt}^a) \right] \quad (C.4)$$

Costos variables de manipulación en CD's:

$$+ \sum_{k \in CD} \sum_{p \in PT} \sum_{t \in T} CVMAN_{kp} \times \left[\sum_{\substack{k^* \in CD''(k) \\ k \neq k^*}} y_{kk^*pt}^b + \sum_{i \in BI(k)} (y_{kipt}^c + w_{kipt}^a) \right] \quad (C.5)$$

Costos Fijos en CD's:

$$+ \sum_{k \in CD} \sum_{t \in T} CF_{kt} \quad (C.6)$$

Costos de inventario cíclico y en tránsito en BI's:

$$+ \sum_{i \in BI} \sum_{p \in PT} \sum_{t \in T} VIPT_{ip} \times H \times \left[h_{ipt}^b + h_{ipt}^{bc} + \sum_{\substack{i^* \in BI''(i) \\ i \neq i^*}} (g_{ii^*pt}^a \times \frac{LT_{ii^*}}{30} + g_{ii^*pt}^{ac} \times \frac{LT_{ii^*}}{30}) + \right. \\ \left. \sum_{l \in C(i,t)} \frac{LT_{il}}{30} \times (w_{ilpt}^b + w_{ilpt}^c) \right] \quad (C.7)$$

Costos de Inventarios de Seguridad en BI's:

$$+ \sum_{i \in BI} \sum_{p \in PT} \sum_{t=1} VIPT_{ip} \times H \times FISPT_{ipt} \times \left[\sum_{k \in CD(i)} (y_{kipt}^c \frac{\sqrt{LT_{ki}}}{30}) + \right. \\ \left. \sum_{\substack{i^* \in BI'(i) \\ i \neq i^*}} (g_{ii^*pt}^b \frac{\sqrt{LT_{ii^*}}}{30}) + (INVINI_{ip} \times al_i - h_{ipt}^b - exbi_{ipt}) \times DTLT_i \right] \quad (C.8)$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{i \in BI} \sum_{p \in PT} \sum_{t \in T} VIPT_{ip} \times H \times FISPT_{ipt} \times \left[\sum_{k \in CD(i)} (y_{kipt}^c \frac{\sqrt{LT_{ki}}}{30}) + \right. \\
& \left. \sum_{\substack{i^* \in BI'(i) \\ i \neq i^*}} (g_{ipt}^b \frac{\sqrt{LT_{i^*i}}}{30}) + (h_{ipt-1}^b + exbi_{ipt-1} - h_{ipt}^b - exbi_{ipt}) \times DTLT_i \right] \quad (C.9)
\end{aligned}$$

Costos de transporte outbound en BI's:

$$\begin{aligned}
& + \sum_{i \in BI} \sum_{p \in PT} \sum_{t \in T} FPESQ_p \times \left[\sum_{\substack{i^* \in BI''(i) \\ i \neq i^*}} CTRPT_{i^*} \times (g_{i^*pt}^a + g_{i^*pt}^{ac}) + \sum_{l \in C(i,t)} CTRPT_{il} \times (w_{ilpt}^b + FTRIL \times w_{ilpt}^c) \right] \quad (C.10)
\end{aligned}$$

Costos variables de manipulación en BI's:

$$\begin{aligned}
& + \sum_{i \in BI} \sum_{p \in PT} \sum_{t \in T} CVMAN_{ip} \times \left[\sum_{l \in C(i,t)} (w_{ilpt}^b + FCROSS \times w_{ilpt}^c) + \sum_{\substack{i^* \in BI''(i) \\ i \neq i^*}} (g_{i^*pt}^a + g_{i^*pt}^{ac}) \right] \quad (C.11)
\end{aligned}$$

Costos fijos en BI's:

$$\begin{aligned}
& + \sum_{i \in BI} \sum_{t \in T} CF_{it} \times z_i \quad (C.12)
\end{aligned}$$

Costos de Penalización de Excesos y Capacidades Adicionales:

$$\begin{aligned}
& \sum_{p \in PT} \sum_{t \in T} P_EXTOT \times extot_{pt} + \sum_{j \in PL} \sum_{t \in T} \sum_{p \in PT(j)} P_CAPADIPL \times capadipl_{jpt} \quad (C.13)
\end{aligned}$$

Restricciones Básicas

En Plantas

Capacidad de Producción:

$$\sum_{k \in CD(j)} FPESO_p \times x_{jkpt} \leq CAPROD_{jpt} + capadipl_{jpt} \quad j \in PL, \quad t \in T, \quad p \in PT(j) \quad \text{C.14}$$

En Centros de Distribución

Capacidad de Despacho:

$$\sum_{p \in PT} \sum_{i \in BI(k)} FPESO_p \times (y_{kipt}^c + w_{kipt}^a) + \sum_{p \in PT} \sum_{\substack{k^* \in CD''(k) \\ k \neq k^*}} FPESO_p \times y_{kk^*pt}^b \leq CAPDESP_{kt} \quad k \in CD, t \in T \quad \text{(C.15)}$$

Ecuación de Balance:

$$\sum_{\substack{k^* \in CD'(k) \\ k \neq k^*}} y_{kk^*pt}^a + \sum_{j \in PL(p) \cap PL(k)} x_{jkpt} + INVINI_{kp} - excd_{kpt} = \sum_{\substack{k^* \in CD''(k) \\ k \neq k^*}} y_{kk^*pt}^b + \sum_{i \in BI(k)} (y_{kipt}^c + w_{kipt}^a) + h_{kpt}^a \quad k \in CD, p \in PT, \{t \in T / t = 1\} \quad \text{(C.16)}$$

$$\sum_{\substack{k^* \in CD'(k) \\ k \neq k^*}} y_{kk^*pt}^a + \sum_{j \in PL(p) \cap PL(k)} x_{jkpt} + h_{kpt-1}^a + excd_{kpt-1} - excd_{kpt} = \sum_{\substack{k^* \in CD''(k) \\ k \neq k^*}} y_{kk^*pt}^b + \sum_{i \in BI(k)} (y_{kipt}^c + w_{kipt}^a) + h_{kpt}^a \quad k \in CD, p \in PT, \{t \in T / t \geq 2\}$$

Política de Inventarios por período (mes) en días:

$$\begin{aligned} h_{kpt-1}^a &= (Días_CD/30) \times \sum_{i \in BI(k)} (y_{kipt}^c + w_{kipt}^a) & k \in CD, p \in PT, \{t \in T / t \geq 2\} \\ h_{kpt}^a &= (Días_CD/30) \times \sum_{i \in BI(k)} (y_{kipt-11}^c + w_{kipt-11}^a) & k \in CD, p \in PT, \{t \in T / t = 12\} \end{aligned} \quad \text{(C.17)}$$

En Bodegas Intermedias

Capacidad de Despacho:

$$\sum_{p \in PT} \sum_{\substack{i^* \in BI^m(i) \\ i \neq i^*}} FPESO_p \times (g_{ii^*pt}^a + g_{ii^*pt}^{ac}) + \sum_{p \in PT} \sum_{l \in C(i,t)} FPESO_p \times (w_{ilpt}^b + w_{ilpt}^c) \leq CAPDESP_{it} \times z_i$$

(C.18)

Capacidad de Recepción:

$$\sum_{p \in PT} \sum_{k \in CD(i)} FPESO_p \times (y_{kipt}^c + w_{kipt}^a) + \sum_{p \in PT} \sum_{\substack{i^* \in BI^l(i) \\ i \neq i^*}} FPESO_p \times (g_{i^*ipt}^b + g_{i^*ipt}^{bc}) \leq CAPREP_{it} \times z_i \quad i \in BI; t \in T$$

(C.19)

Ecuaciones de Balance:

$$\begin{aligned} & \sum_{k \in CD(i)} (y_{kipt}^c + w_{kipt}^a) + \sum_{\substack{i^* \in BI^l(i) \\ i \neq i^*}} (g_{i^*ipt}^b + g_{i^*ipt}^{bc}) + INVINI_{ip} \times (a1_i + facajuste_{ip}) - exbi_{ipt} \\ &= \sum_{l \in C(i,t)} (w_{ilpt}^b + w_{ilpt}^c) + \sum_{\substack{i^* \in BI^m(i) \\ i \neq i^*}} (g_{ii^*pt}^a + g_{ii^*pt}^{ac}) + h_{ipt}^b + h_{ipt}^{bc} \end{aligned}$$

(C.20)

$$\begin{aligned} & \sum_{k \in CD(i)} (y_{kipt}^c + w_{kipt}^a) + \sum_{\substack{i^* \in BI^l(i) \\ i \neq i^*}} (g_{i^*ipt}^b + g_{i^*ipt}^{bc}) + h_{ipt-1}^b + h_{ipt-1}^{bc} + exbi_{ipt-1} - exbi_{ipt} \\ &= \sum_{l \in C(i,t)} (w_{ilpt}^b + w_{ilpt}^c) + \sum_{\substack{i^* \in BI^m(i) \\ i \neq i^*}} (g_{ii^*pt}^a + g_{ii^*pt}^{ac}) + h_{ipt}^b + h_{ipt}^{bc} \end{aligned}$$

(C.21)

Política de Inventarios por Período (mes) en días para “Agencias Distribuidoras”:

$$\begin{aligned} h_{ipt-1}^b &= (Días_AD / 30) \times \sum_{l \in C(i,t)} w_{ilpt}^b & i \in BI; p \in PT; \{t \in T / t \geq 2\} \\ h_{ipt}^b &= (Días_AD / 30) \times \sum_{l \in C(i,t)} w_{ilpt-11}^b & i \in BI; p \in PT; \{t \in T / t = 12\} \end{aligned}$$

(C.21)

Política de Inventarios por Período (mes) en días para “Centros de Cross-Docking”:

$$\begin{aligned}
 h_{ipt-1}^{bc} &\geq (Min_días / 30) \times \sum_{l \in C(i,t)} w_{ilpt}^c & i \in BI; p \in PT; \{t \in T / t \geq 2\} \\
 h_{ipt}^{bc} &\geq (Min_dias / 30) \times \sum_{l \in C(i,t)} w_{ilpt-11}^c & i \in BI; p \in PT; \{t \in T / t = 12\} \\
 h_{ipt-1}^{bc} &\leq (Max_días / 30) \times \sum_{l \in C(i,t)} w_{ilpt}^c & i \in BI; p \in PT; \{t \in T / t \geq 2\} \\
 h_{ipt}^{bc} &\leq (Max_dias / 30) \times \sum_{l \in C(i,t)} w_{ilpt-11}^c & i \in BI; p \in PT; \{t \in T / t = 12\}
 \end{aligned} \tag{C.22}$$

Generales

Demanda

$$\sum_{i \in BI(l)} \{w_{ilpt}^b + w_{ilpt}^c\} = DEMANDA_{lpt} \quad p \in PT; l \in C; t \in T \tag{C.23}$$

Balance Total: Producción – Inventarios – Demanda

$$\begin{aligned}
 &\sum_{j \in PL(p)} \sum_{k \in CD(j)} x_{jkpt} + \sum_{k \in CD} INVINI_{kp} + \sum_{i \in BI} INVINI_{ip} \times (a1_i + facajuste_{ip}) - extot_{pt} = \\
 &\sum_{l \in C} DEMANDA_{lpt} + \sum_{k \in CD} h_{kpt}^a + \sum_{i \in BI} (h_{ipt}^b + h_{ipt}^{bc}) \\
 &p \in PT; \{t \in T / t = 1\}
 \end{aligned} \tag{C.24}$$

$$\begin{aligned}
 &\sum_{j \in PL(p)} \sum_{k \in CD(j)} x_{jkpt} + \sum_{k \in CD} h_{kpt-1}^a + \sum_{i \in BI} (h_{ipt-1}^b + h_{ipt-1}^{bc}) + extot_{pt-1} - extot_{pt} = \\
 &\sum_{l \in C} DEMANDA_{lpt} + \sum_{k \in CD} h_{kpt}^a + \sum_{i \in BI} (h_{ipt}^b + h_{ipt}^{bc}) \\
 &p \in PT; \{t \in T / t \geq 2\}
 \end{aligned}$$

Restricciones lógicas de correspondencia entre flujos:

$$y_{kk^*pt}^b = y_{kk^*pt}^a \quad k \in CD; k^* \in CD; p \in PT; t \in T; k \neq k^* \quad (C.25)$$

$$g_{ii^*pt}^a = g_{ii^*pt}^b \quad i \in BI; i^* \in BI; p \in PT; t \in T; i \neq i^* \quad (C.26)$$

$$g_{ii^*pt}^{ac} = g_{ii^*pt}^{bc} \quad i \in BI; i^* \in BI; p \in PT; t \in T; i \neq i^* \quad (C.27)$$

Restricciones de no-negatividad:

$$\begin{aligned} s_{jrt} &\geq 0 & j \in PL; t \in T; r \in MP(j, t) \\ x_{jkpt} &\geq 0 & j \in PL; k \in CD(j); p \in PT(j); t \in T \\ y_{k^*kpt}^a &\geq 0 & k \in CD; k^* \in CD'(k); p \in PT; t \in T; k \neq k^* \\ y_{k^*kpt}^b &\geq 0 & k \in CD; k^* \in CD''(k); p \in PT; t \in T; k \neq k^* \\ y_{kipt}^c, w_{kipt}^a &\geq 0 & k \in CD; i \in BI(k); p \in PT; t \in T \\ w_{ilpt}^b, w_{ilpt}^c &\geq 0 & i \in BI; t \in T; l \in C(i, t); p \in PT \\ g_{i^*ipt}^b, g_{i^*ipt}^{bc} &\geq 0 & i \in BI; i^* \in BI'(k); p \in PT; t \in T; i \neq i^* \\ g_{ii^*pt}^a, g_{ii^*pt}^{ac} &\geq 0 & i \in BI; i^* \in BI''(k); p \in PT; t \in T; i \neq i^* \\ h_{kpt}^a, excd_{kpt} &\geq 0 & k \in CD; p \in PT; t \in T \\ h_{ipt}^b, h_{ipt}^{bc}, exbi_{ipt} &\geq 0 & i \in BI; p \in PT; t \in T \\ extot_{pt}, capadi_{jpt} &\geq 0 & j \in PL; p \in PT(j); t \in T \\ z_i, a1_i, a2_i &\Rightarrow \text{binarias}[0-1] & i \in BI \end{aligned} \quad (C.28)$$

6.5.3. Restricciones para el tratamiento de Flujos Mutuamente Excluyente

$a1_i$ = binaria asociada a “agencias distribuidoras”

$a2_i$ = binaria asociada a “centros de cross-docking”

$$a1_i + a2_i = 1 \quad i \in BI \quad (C.29)$$

Definición de Flujos Principales

$$\begin{aligned}
y_{kipt}^c &\leq L_SUP \times a1_i & i \in BI, k \in CD, p \in PT, t \in T \\
w_{ilpt}^b &\leq L_SUP \times a1_i & i \in BI, l \in C, p \in PT, t \in T \\
w_{kipt}^a &\leq L_SUP \times a2_i & i \in BI, k \in CD, p \in PT, t \in T \\
w_{ilpt}^c &\leq L_SUP \times a2_i & i \in BI, l \in C, p \in PT, t \in T
\end{aligned} \tag{C.30}$$

Definición de Flujos entre Bodegas Intermedias

$$\begin{aligned}
g_{ii^*pt}^a + g_{ii^*pt}^{ac} &\leq L_SUP \times a1_i & i \in BI, i^* \in BI''(i), p \in PT, t \in T \\
g_{ii^*pt}^a &\leq L_SUP \times a1_{i^*} & i \in BI, i^* \in BI''(i), p \in PT, t \in T \\
g_{ii^*pt}^{ac} &\leq L_SUP \times a2_{i^*} & i \in BI, i^* \in BI''(i), p \in PT, t \in T \\
g_{i^*ipt}^b &\leq L_SUP \times a1_i & i \in BI, i^* \in BI'(i), p \in PT, t \in T \\
g_{i^*ipt}^{bc} &\leq L_SUP \times a2_i & i \in BI, i^* \in BI'(i), p \in PT, t \in T
\end{aligned} \tag{C.31}$$

6.5.4. Otras Relaciones

Relación de Exclusión de Excesos en Cross Docking

$$exbi_{ipt} \leq L_SUP \times a1_i \quad i \in BI, p \in PT, t \in T \tag{C.32}$$

Restricción para el uso exclusivo de la variable “ $facajuste_{ip}$ ” en Cross Docking

$$\sum_{p \in PT} facajuste_{ip} \leq L_SUP \times a2_i \quad i \in BI \tag{C.33}$$

Restricción para limitar la variable “ $facajuste_{ip}$ ”

$$facajuste_{ip} \leq 1 \quad i \in BI, p \in PT \tag{C.34}$$

Relación entre las variables “ z_i ” y “ $a1_i$ ” para coordinar el Balance en BI's

$$z_i \geq a1_i \quad i \in BI \tag{C.35}$$

ANEXO D

Software OPL

Para solucionar el modelo ya construido se tuvo acceso a dos tipos de solucionadores ó lenguajes de programación de modelos matemáticos de optimización: **a)** AMPL (A Modeling Language for Mathematical Programming) y **b)** OPL (Optimization Program Language). De ambos se tuvo acceso a la versión completa del software optándose por el OPL dadas ciertas mejores características⁸⁴ respecto al primero.

A continuación se presentan las características resumidas del paquete de software *OPL Studio* de la casa ILOG de manera textual como aparece en la referencia del pie de página⁸⁵:

Interfaz intuitiva

Es simple y poderoso, OPL representa los problemas de optimización de una manera natural e intuitiva. Los usuarios crean rápidamente modelos de los problemas de optimización, luego los modifican y actualizan con gran facilidad y precisión. La interfaz de usuario de ILOG OPL Studio (GUI) ayuda a estructurar los problemas y a seleccionar estrategias de solución.

⁸⁴ TORO, H. Op. cit., pp. 43-49

⁸⁵ Extraídas de:

<http://www.qd.cl/optimizacion/opl/RESUMEN%20DE%20FUNCIONALIDADES.htm>.

Poderosa integración

Luego del desarrollo del modelo, las librerías de componentes de OPL pueden ser combinadas con los componentes de la *ILOG Optimization Suite* para la implementación de aplicaciones. Las librerías de componentes de OPL permiten programar en C++, Visual Basic, o Java, acoplando los modelos OPL con fuentes de datos externas para crear aplicaciones completas, poderosas y altamente flexibles.

CARACTERÍSTICAS	BENEFICIOS
Lenguaje de modelación único para aplicar programación lineal y entera, programación restringida y secuenciación.	Completo conjunto de herramientas para abordar una amplia variedad de problemas, permitiendo comparaciones de metodologías de solución.
Separación de modelos y datos, organizados en proyectos.	Reducciones significativas en tiempos de modificación, revisión y manutención.
Lenguaje para optimización OPLScript	Las secuencias de modelos relacionados son resueltas fácilmente, lo que hace posible implementar claramente sofisticadas estrategias de solución.
Conectividad con bases de datos y planillas de cálculo.	Facilidad para integrar datos externos a los modelos, y para direccionar las salidas.
Librerías de componentes OPL para desarrolladores en C++, Visual Basic, o Visual J++	Las aplicaciones desarrolladas con OPL Studio son desplegadas rápidamente con un mínimo de programación
Interfaz gráfica de usuario intuitiva en ambiente interactivo	La visualización de datos y resultados provee ventajas adicionales, que se traducen en aumentos de productividad para la modelación.

ANEXO E
RESOLUCIÓN No 3000 19 de mayo de 2003.

"Por la cual se fijan los criterios en las relaciones económicas entre las empresas de transporte y los propietarios y/o conductores de los vehículos"
Datos de referencia consultados para el proyecto

ORIGEN \ DESTINO	ARMENIA	B/QUILLA	BOGOTA	B/MANGA	B/TURA	CALI	C/GENA	CUCUTA	DUITAMA	IBAGUE	IPALES	M/ZALES	M/LLIN	NEIVA	PASTO	PEREIRA	POPAYAN
ARMENIA	-	81.530	50.493	64.083	38.613	29.702	81.530	83.194	57.919	28.217	69.752	23.762	49.009	37.128	61.942	20.791	36.605
B/QUILLA	91.482	-	98.240	72.770	104.824	108.152	29.702	83.165	95.294	103.280	119.797	97.685	81.000	109.815	117.027	101.496	109.815
BOGOTA	44.553	59.899	-	46.039	53.243	53.243	59.899	58.235	29.702	34.158	96.504	47.523	51.826	41.583	88.951	47.523	61.563
B/MANGA	65.344	54.908	62.374	-	86.520	82.588	61.563	33.277	59.404	59.404	116.471	63.860	75.741	69.882	111.480	65.344	91.513
B/VENTURA	43.068	107.370	72.770	89.849	-	32.672	107.370	108.152	81.681	59.404	72.770	49.009	66.830	72.770	66.830	44.553	41.597
CALI	29.702	91.513	60.890	83.315	32.672	-	91.513	101.220	71.730	47.523	57.176	36.530	57.697	59.404	50.493	34.158	30.252
C/GENA	98.240	25.247	104.946	79.527	113.143	107.370	-	86.136	96.532	96.529	119.797	93.562	78.711	108.843	116.471	93.562	113.143
CUCUTA	76.781	59.899	68.065	34.790	91.513	91.513	64.891	-	67.506	69.882	119.798	74.875	85.719	74.875	116.471	78.202	96.504
DUITAMA	59.404	59.899	31.188	46.060	68.219	66.554	66.554	66.554	-	48.253	103.159	59.404	66.554	57.855	99.831	59.404	71.547
IBAGUE	37.128	74.872	35.642	55.967	47.523	44.553	74.875	74.875	48.551	-	78.576	41.583	51.642	29.702	74.255	40.098	60.890
IPALES	66.554	133.109	96.504	109.815	70.181	59.404	133.109	121.462	99.831	79.825	-	73.210	91.513	86.520	19.966	67.052	53.243
M/ZALES	29.702	79.866	57.919	69.800	41.878	35.513	74.875	87.621	63.529	44.553	73.513	-	38.613	63.860	69.882	29.702	49.916
MEDELLIN	40.624	51.581	52.251	62.853	49.916	48.256	53.243	81.530	63.226	51.642	78.202	41.585	-	57.688	78.202	41.583	49.916
NEIVA	51.979	91.513	49.009	73.118	59.404	53.463	91.513	93.176	60.353	31.188	90.298	53.463	59.404	-	81.681	47.523	69.800
PASTO	60.311	119.797	86.520	103.159	62.374	56.434	119.797	116.471	94.840	71.285	19.966	68.219	83.194	81.658	-	65.084	49.916
PEREIRA	26.732	79.866	57.919	69.800	40.098	31.188	78.202	87.621	63.529	44.553	74.255	29.702	46.039	60.890	65.279	-	47.389
S.MARTA	98.016	25.247	93.781	71.285	103.159	103.159	29.702	81.681	90.443	96.679	119.797	96.573	84.796	108.152	116.471	99.831	108.152
V/CENCIO	51.460	76.538	34.158	54.908	58.235	61.563	76.538	62.619	41.583	42.353	99.831	54.949	63.995	52.413	94.840	55.589	66.554

* Los costos que generan los cargues y descargues son de cargo exclusivo del remitente y/o destinatario (Resolución No. 0870 de marzo 20 de 1998)

* La empresa de transporte no podrá deducir conceptos no autorizados por la Ley (Resolución No. 2113 de abril 25 de 1997)

* La empresa de transporte cancelará los valores por el servicio dentro de ocho (8) horas hábiles siguientes a la presentación de los cumplidos (Resolución No. 2113/97).

* La empresa de transporte o destinataria de la mercancía pagará el bodegaje sobre el camión (Resolución No. 2113 de abril 25 de 1997)

ANEXO F

Datos de referencia consultados para el proyecto de Tesis

HORAS EMPLEADAS PROMEDIO POR RUTA																
	B/QUILLA	BOGOTA	B/MANGA	B/VENTURA	CALI	C/GENA	CUCUTA	IBAGUE	M/ZALES	MEDELLIN	NEIVA	PASTO	PEREIRA	S.MARTA	VICENCIO	YOPAL
ARMENIA	39.3	11.8	20.7	9.0	4.7	35.8	31.5	6.8	4.0	14.5	9.6	20.4	1.5	35.5	18.0	23.0
B/QUILLA		31.1	19.0	47.7	43.5	2.9	24.9	32.7	35.5	28.8	35.3	60.1	37.8	2.3	36.6	52.5
B/BERMEJA	19.7	13.1	4.1	26.9	22.1	22.1	15.8	13.6	16.3	16.9	19.0	47.2	18.4	16.1	19.1	41.2
BOGOTA	31.1		12.5	20.4	15.5	33.6	23.2	6.8	13.6	17.9	10.3	32.1	13.4	30.1	6.5	13.8
B/MANGA	19.0	12.5		31.0	25.2	21.6	12.4	17.3	19.4	22.7	23.5	42.9	21.0	16.5	18.1	36.2
B/VENTURA	47.7	20.4	31.0		6.1	41.2	41.1	13.9	12.2	22.0	18.5	22.8	10.0	44.3	26.1	34.2
CALI	43.5	15.5	25.2	6.1		40.1	35.4	8.8	8.2	17.5	14.0	17.3	6.2	40.1	21.0	26.8
CARTAGENA	2.9	33.6	21.6	41.2	40.1		27.3	28.5	32.1	25.3	33.8	56.6	34.3	5.2	38.8	47.1
CARTAGO	39.9	16.5	21.3	9.6	5.8	34.6	31.7	7.3	2.6	12.8	11.3	21.1	0.4	34.5	19.5	24.7
CUCUTA	24.9	23.2	12.4	41.1	35.4	27.3		27.5	30.4	35.3	34.0	53.5	31.5	24.1	29.2	49.2
SOGAMOSO	33.0	6.1	15.7	27.5	20.2	30.6	28.0	14.0	19.9	25.3	17.4	39.2	17.5	32.2	8.7	7.7
IBAGUE	32.7	6.8	17.3	13.9	8.8	28.5	27.5		10.2	20.5	5.4	25.4	7.9	30.3	12.5	20.6
IPIALES	64.4	36.4	47.1	27.2	21.8	60.8	57.8	29.7	30.5	38.8	34.1	4.7	23.2	65.9	42.3	50.2
MANIZALES	47.6	13.6	19.4	12.2	8.2	32.1	30.4	10.2		10.5	13.2	26.3	2.3	31.9	12.9	26.8
MEDELLIN	28.8	17.9	22.7	22.0	17.5	25.3	35.3	20.5	10.5		16.2	34.4	13.0	30.2	24.0	31.6
NEIVA	35.3	10.3	23.5	18.5	14.0	33.8	34.0	5.4	13.2	16.2		29.9	11.0	38.3	15.8	24.0
PASTO	60.1	32.1	42.9	22.8	17.3	56.6	53.5	25.4	26.3	34.4	29.9		22.2	61.7	37.9	45.9
PEREIRA	37.8	13.4	21.0	10.0	6.2	34.3	31.5	7.9	2.3	13.0	11.0	22.2		34.1	19.5	24.5
STA. MARTA	2.3	30.1	16.5	44.3	40.1	5.2	24.1	30.3	31.9	30.2	38.3	61.7	34.1		35.7	52.0
VICENCIO	36.6	6.5	18.1	26.1	21.0	38.8	29.2	12.5	12.9	24.0	15.8	37.9	19.5	35.7		6.5
YOPAL	52.5	13.8	36.2	34.2	26.8	47.1	49.2	20.6	26.8	31.6	24.0	45.9	24.5	52.0	6.5	