

19 de Noviembre

## TRABAJO PRÁCTICO

## Diseño y análisis de un filtro Pasa Altos

98934 Vazquez, Rodrigo rodrigomarianovazquez@gmail.com

## Resumen

El siguiente informe corresponde al proceso de diseño, armado y análisis de un filtro *Pasa Altos* a partir de una transferencia dada. Notando que la misma se corresponde con la configuración *Infinite Gain*.

## Desarrollo

En esta sección se podrán observar los pasos para el diseño del filtro y el detalle de los cálculos empleados para lograr el comportamiento requerido, junto con las pruebas y respuestas en frecuencia pedidas.

## Problema a resolver

El filtro a diseñar vino dado por la siguiente ecuación de transferencia.

$$H(s) = \frac{s^2}{s^2 + 3510s + 1,004 \times 10^7} \quad (1)$$

Esta transferencia es la número 4, de la lista provista en clase. Por la forma de la ecuación, se observa que se trata de un filtro del tipo *Pasa Altos*. Esto es, haciendo límite con  $s \rightarrow +\infty$ , resulta una amplificación de 0 dB y se tiene una atenuación infinita para  $s \rightarrow 0$ .

## Diseño del filtro

Se identificaron los parámetros de la transferencia del filtro a partir de la forma de Bode vista en clase.

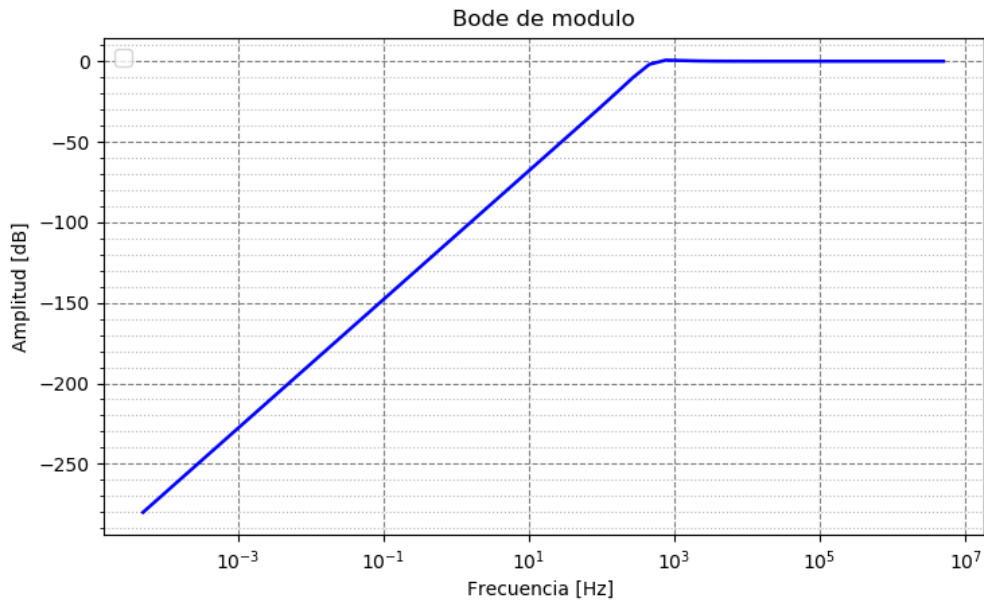
$$H(s) = H_0 \frac{s^2}{s^2 + s \frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2} \quad (2)$$

De la consigna se obtiene que la frecuencia de corte es  $\omega_0 = \sqrt{1,004 \times 10^7} = 3169$ , por lo que  $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 504$  Hz. Con este dato, encontramos que  $Q = \frac{\omega_0}{3510} = 0,902$ .

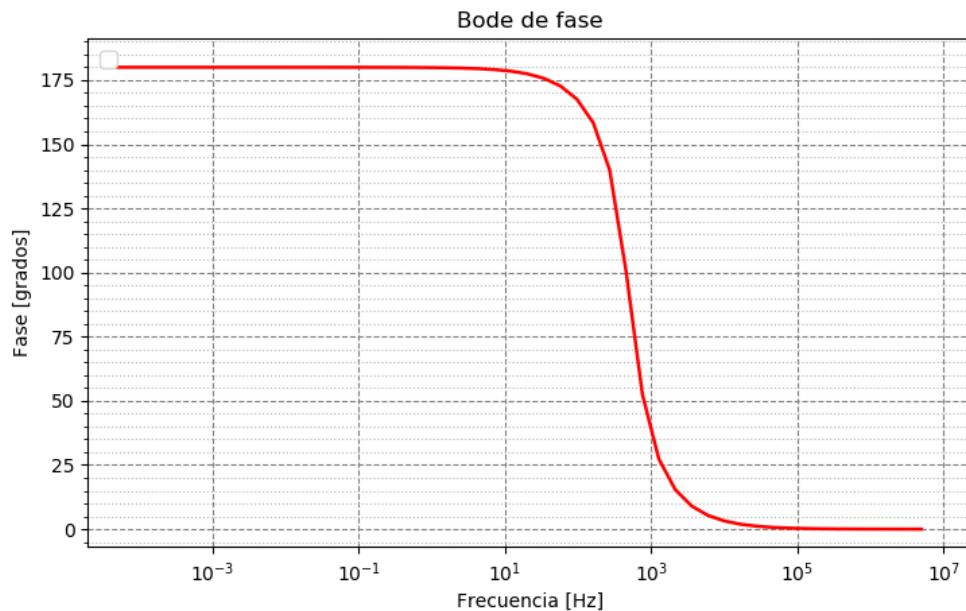
Además, la transferencia tiene un cero doble en  $C_0 = 0$  y polos complejos conjugados en  $p_{0,1} = -1755 \pm j 2638$ . La forma compleja de los polos es coherente al tener  $Q > 0,5$ . Por último,  $H_0 = 1$  ya que no hay amplificación superada la frecuencia de corte.

## Diagramas de Bode

Para la transferencia hallada, se realizaron los diagramas de Bode en `Python` utilizando el módulo `Signal` para procesamiento de señales. Definiendo la transferencia y con la función `bode()` se obtuvieron los siguientes gráficos



(a) Diagrama de Bode de modulo teorico en Python



(b) Diagrama de Bode de fase en Python

Se puede apreciar el comportamiento de *Pasa Altos* y también que está aplicado a la frecuencia correcta ( $\sim 500$  Hz). Luego viendo el nivel de amplificación para las altas frecuencias, se observa un nivel de 0 dB, lo cual coincide con el esperado.

## Respuesta del filtro teórico a distintas señales

Luego del diagrama de Bode, se realizaron graficos donde se muestran qué salida tiene el filtro dada una señal de entrada como: *escalón*, *impulso* y *cuadrada*.

Para la respuesta a la señal cuadrada, se eligieron también, 3 frecuencias acordes,  $f_1 = \frac{f_0}{10} = 50,4 \text{ Hz}$ ,  $f_2 = f_0 = 504 \text{ Hz}$ ,  $f_3 = 10 \cdot f_0 = 5,04 \text{ kHz}$ . Se lograron los siguientes resultados.

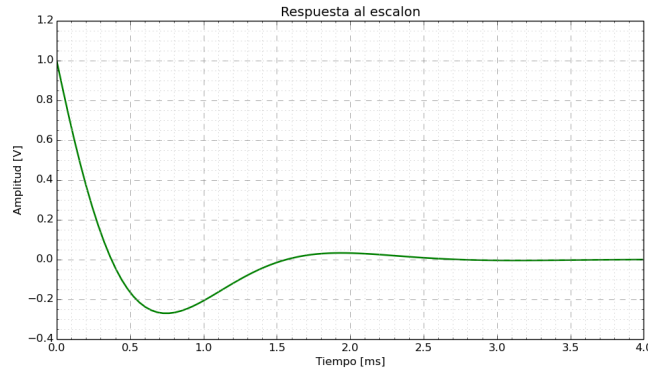


Figura 1: Respuesta al escalón.

Se puede observar que se logra un nivel de tensión estable cerca de los 2 ms. Es esperable que se vea reflejado en un nivel de 1 V al comienzo del escalón si consideramos al ascenso a 1 V como una señal que contiene a todas las frecuencias. Además, se ve que el valor al que estabiliza es 0 V, que es acorde al comportamiento del filtro si se interpreta a la tensión continua como una señal de frecuencia nula.

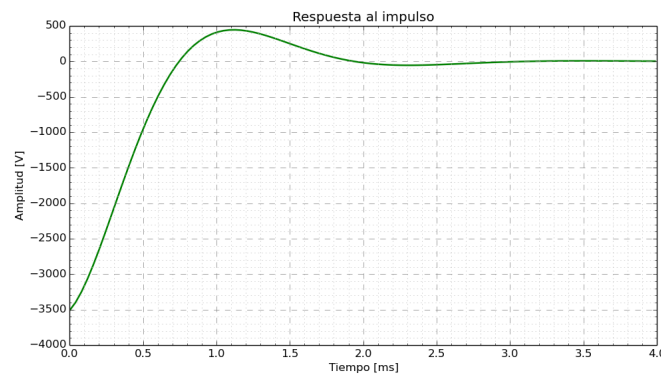


Figura 2: Respuesta al impulso.

Aquí se observa que existe mucha más variación de tensión en el transitorio hasta los 0 V, que se alcanzan en 2 ms. Debido a que solo se observa el comportamiento del impulso desde el  $0^+$ , este tiene pendiente negativa y por ello el filtro tiene una salida con tensión negativa. Además, la señal de un impulso se puede considerar como la derivada del escalón, resulta entonces razonable con este tipo de sistema (Lineal y temporalmente invariante) que la salida sea la derivada del resultado anterior.

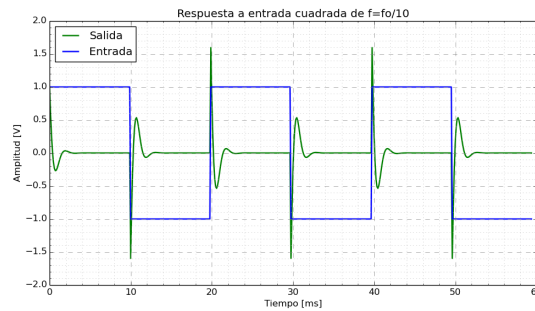


Figura 3: Respuesta a una señal cuadrada de 50,4 Hz

Se observa que la señal representada con color verde es la salida del filtro y de color azul es la señal de entrada. Notar que la salida en general resulta muy atenuada respecto de la entrada, lo cuál es esperado, dada la baja frecuencia de la misma. Asimismo, en los flancos de la cuadrada, se observan grandes oscilaciones en la salida, lo cuál es coherente considerando a esos flancos como pequeñas porciones de una señal alta frecuencia.

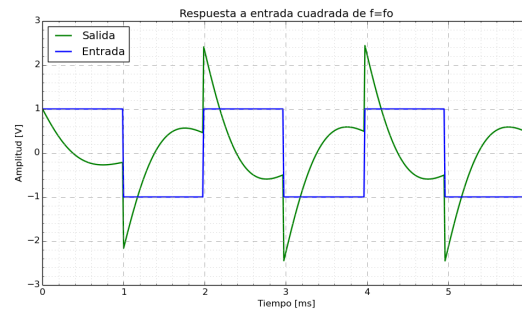


Figura 4: Respuesta a una señal cuadrada de 504 Hz

Aquí se observa que los transitorios de la salida terminan en a tiempo a que se le aplique una tensión idéntica pero inversa. Se lo puede considerar como un *tren de escalones*. Además, se observa que los picos en los flancos son menores a la salida anterior.

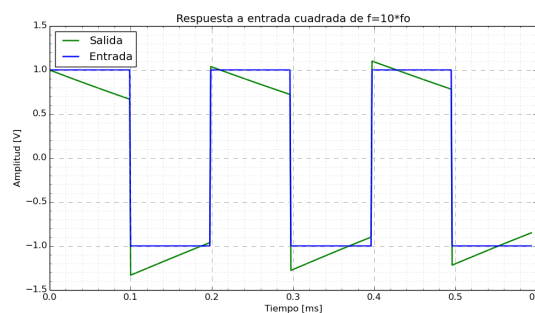


Figura 5: Respuesta a una señal cuadrada de 5,04 kHz

En esta respuesta, vemos una continuación de la tendencia a perder atenuación con el aumento de la frecuencia y asimismo que los picos en los flancos sean cada vez mas bajos, a tal punto que en esta señal son prácticamente inexistentes

## Circuito

Se propone el siguiente circuito, en base a filtros encontrados en la carpeta y libros:

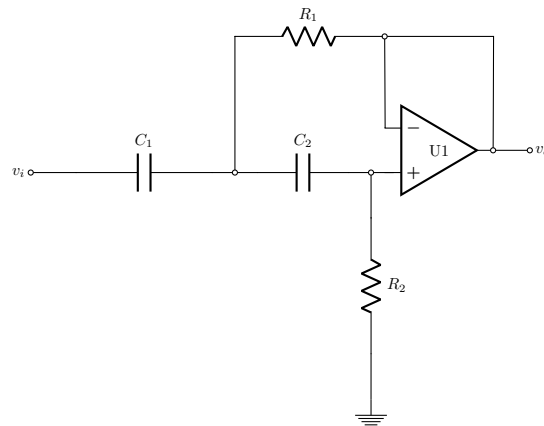


Figura 6: Circuito de filtro Pasa Alto

Aplicando el metodo de *Nodos* se llega a la siguiente transferencia

$$H(s) = \frac{s^2}{s^2 + s \frac{(C_1 R_1 + C_2 R_1)}{C_1 C_2 R_1 R_2} + \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2}} \quad (3)$$

Para elegir los componentes decidí fijar  $C := C_1 = C_2$  y dejar  $R_1$  y  $R_2$  a determinar, dado que por la forma matematica de la transferencia, no es posible dejar ambos valores de resistencias iguales. Resulta entonces la siguiente transferencia, simplificada

$$H(s) = \frac{s^2}{s^2 + s \frac{2}{C R_2} + \frac{1}{C^2 R_1 R_2}} \quad (4)$$

Dadas las ecuaciones

$$\frac{1}{C^2 R_1 R_2} = 1,004 \times 10^7 \quad (5)$$

$$\frac{2}{C R_2} = 3510 \quad (6)$$

Resultan  $R_1 = 5,3 \text{ k}\Omega$  y  $R_2 = 17,27 \text{ k}\Omega$ , fijando  $C = 33 \text{ nF}$ . Por lo cual, se decidio que para armar el circuito, se utilizarian valores comerciales  $R_1^C = 4,7 \text{ k}\Omega$  y para  $R_2^C$  se utilizarian dos resistores de  $10 \text{ k}\Omega$  en serie, para minimizar el error en la frecuencia de corte y en factor de selectividad.

## Circuito real

El circuito con los componentes comerciales resulta el siguiente

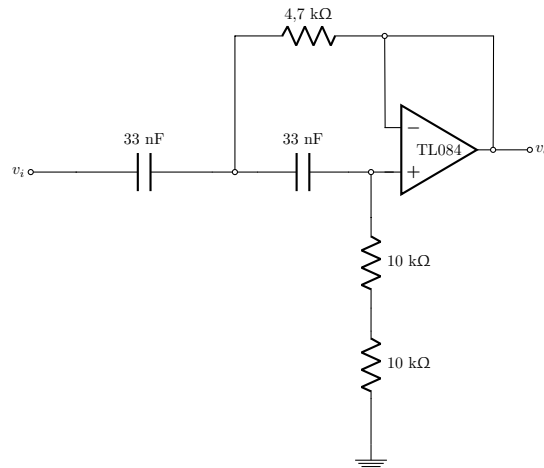


Figura 7: Circuito de filtro Pasa Alto

Para este circuito, la transferencia resulta

$$H_R(s) = \frac{s^2}{s^2 + s \frac{100000}{33} + 9768868} \quad (7)$$

Con la transferencia determinada, se presentan las diferencias entre los parámetros característicos del filtro

Resultados			
Parámetro	Ideal	Real	Error
$\omega_o$	3169	3126	1,35 %
$f_0$	504 Hz	497 Hz	1,30 %
$Q$	0.9	1.03	14,6 %

Tabla 1: Comparativa entre parámetros del circuito ideal y el circuito real

Luego, la forma de la transferencia real produce los siguientes diagramas de Bode



Figura 8: Bode de módulo del circuito real, comparado con el ideal

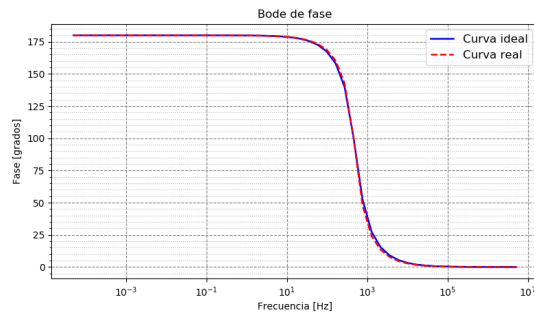


Figura 9: Bode de fase del circuito real, comparado con el ideal

De las figuras del *Bode* no se aprecian diferencias significativas. A diferencia de la respuesta al escalón que veremos a continuación.

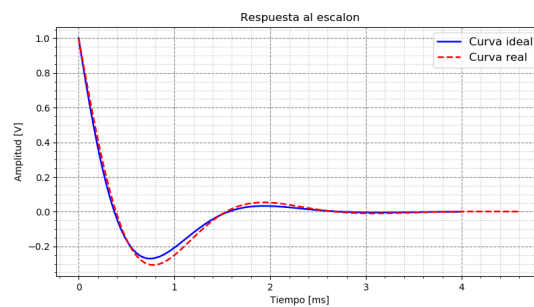


Figura 10: Respuesta al escalón del circuito real, comparado con el circuito ideal

Aquí las diferencias entre el filtro real y el ideal son más aparentes, esta diferencia en la forma se corresponde con el aumento en el factor de selectividad  $Q$ , más que en la diferencia en la frecuencia de corte. Estos es, el fin del transitorio es prácticamente el mismo instante, mientras que los extremos de las curvas más pronunciados son característicos al aumentar  $Q$ .

## Simulación

Para verificar que el funcionamiento del circuito sea cerca del esperado, se utilizó el software de simulación *LTSpice* con los componentes de valores comerciales. Se utilizó el siguiente circuito.

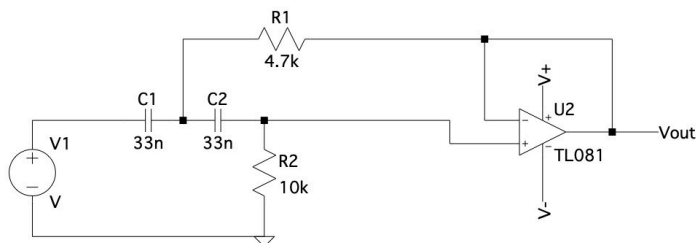


Figura 11: Diagrama *Bode* del circuito simulado

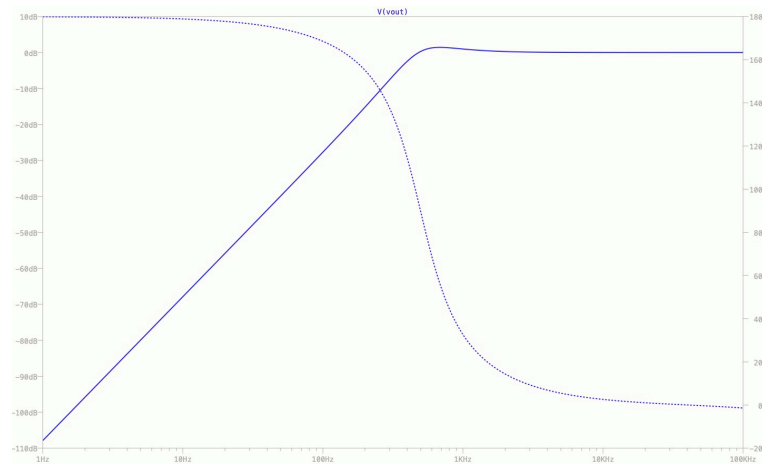


Figura 12: Diagrama Bode del circuito simulado

Se utilizó la directiva `.ac dec 100 1 1000000` para variar la frecuencia de la fuente de entrada  $V_{in}$  desde 1Hz hasta 100 kHz. Luego se importó la biblioteca `TL081` para el operacional. Produciendo este diagrama que resulta ser coherente con lo estudiado analíticamente. Luego, seguirán pruebas de respuesta en función de varias de las mismas señales que ya se estudiaron.

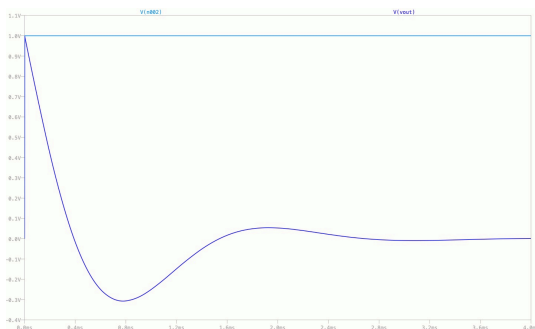


Figura 13: Respuesta al escalón del circuito simulado

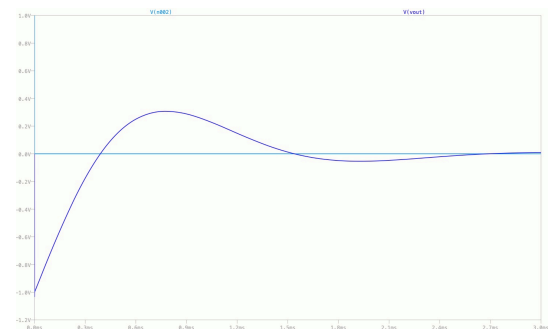


Figura 14: Respuesta al impulso del circuito simulado

Estas respuestas se corresponden con los resultados hallados anteriormente, encontrando diferencias en los niveles de tensión. Siendo la curva azul, la que representa la entrada y la curva verde la que representa la salida.



Figura 15: Respuesta a señal cuadrada de  $f = \frac{f_0}{10}$  del circuito simulado

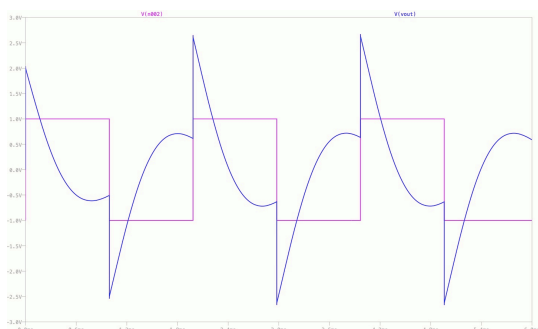


Figura 16: Respuesta a señal cuadrada de  $f = f_0$  del circuito simulado



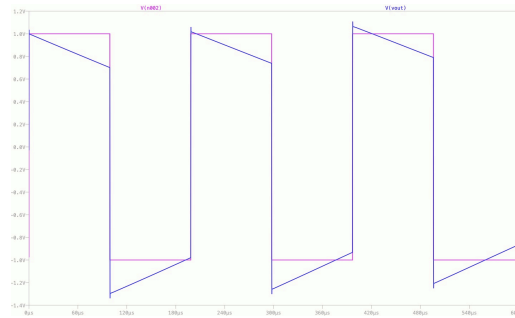


Figura 17: Respuesta a señal cuadrada de  $f = 10.f_0$  del circuito simulado

Las respuestas a las señales cuadradas continúan comportandose similar al estudio analítico, aunque existen diferencias en los niveles de tensión que toman las señales.

## Mediciones

Se realizaron mediciones sobre el filtro utilizando una fuente de alimentación externa, generador de funciones y un osciloscopio. Las primeras mediciones realizadas constaron de visualizar en un osciloscopio los distintos niveles de amplificación dada una frecuencia de una señal senoidal, se realizó una tabla con frecuencias desde  $\frac{f_0}{10} = 50,4$  Hz hasta  $10f_0 = 5040$  Hz en pasos de un tercio de octava, con la excepción de los valores cercanos a la frecuencia de corte. Allí se tomaron 10 puntos entre el tercio de octava anterior y el siguiente a la frecuencia de corte. Esto se realizó para tener un gráfico con mayor visibilidad del efecto del factor de selectividad  $Q$  alrededor de la frecuencia de corte.

El banco de medición para esta y las siguientes mediciones, fue el que se presenta en la siguiente imagen.

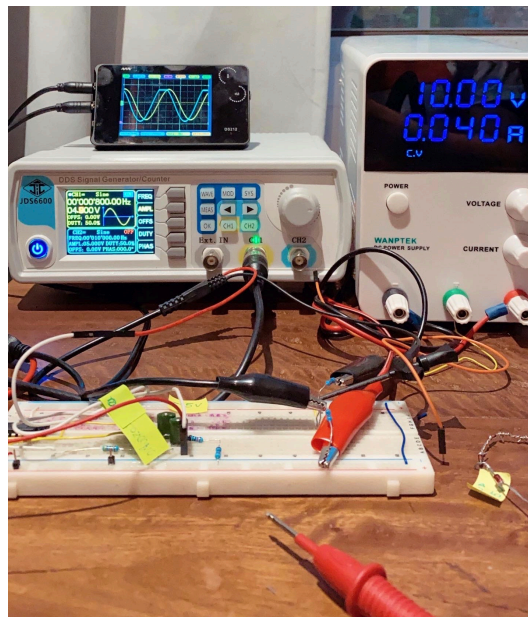


Figura 18: Banco de mediciones

Luego de realizar las mediciones, se calcularon los valores de amplificación en dB y se confeccionó el siguiente diagrama

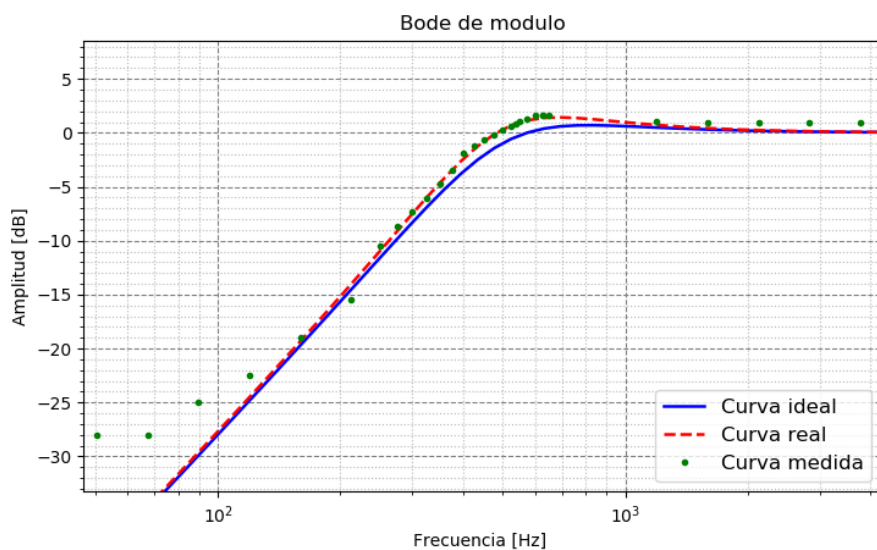


Figura 19: Diagrama de Bode para la medición

Podemos apreciar que la curva formada por los puntos medidos se asimila mucho a la curva dada por la transferencia del circuito real, y es coherente que esta sea la que predice el funcionamiento del circuito dado que ese es su propósito.

Haciendo un acercamiento sobre la zona de corte, podemos observar que hay más cantidad de puntos y en esta zona, la similitud con la curva del circuito real es prácticamente completa.

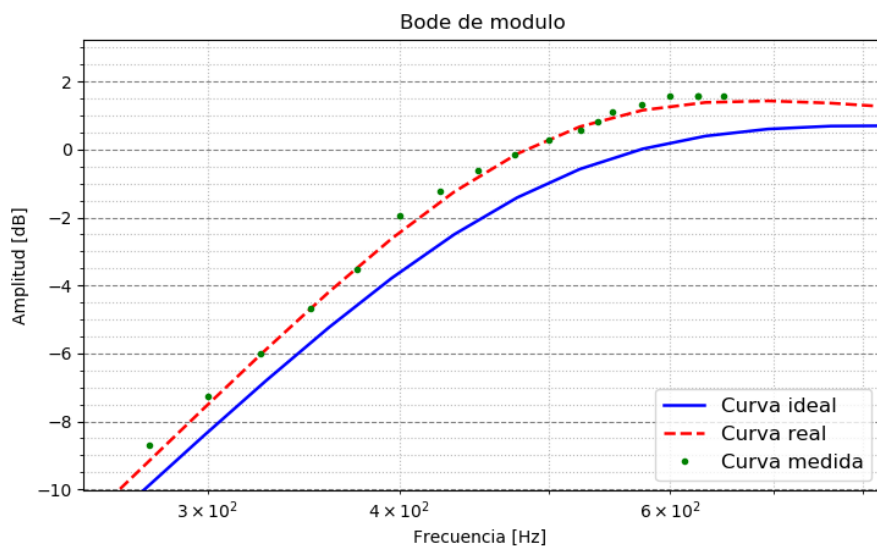


Figura 20: Vista en detalle de Bode para la medición

Luego, se definió un procedimiento para medir la frecuencia de corte a  $-3$  dB, y dado que lo observado en el osciloscopio son valores de tensión, se encontró el valor de tensión a la salida del filtro tal que haya una amplificación de  $-3$  dB, dada una tensión (amplitud) de entrada fija. Siendo que la amplitud de entrada eran  $3,1$  V, se busca que la amplitud a la salida sea de

$$V_0 = 3,1 \text{ V } 10^{-\frac{3}{20}} = 2,19 \text{ V} \quad (8)$$

Este nivel de amplitud se encuentra en  $f = 390$  Hz, esto implica una diferencia porcentual de  $23\%$  con la frecuencia de corte.

Para el cálculo de las asíntotas se tomaron los puntos antes y después de la frecuencia de corte donde existita una tendencia lineal, dado que la escala era semilogarítmica para el eje de las frecuencias, la relación lineal es de  $\log(f)$  vs  $A$  donde  $A$  es la amplificación en dB. Utilizando el método de *Cuadrados mínimos* para la aproximación lineal, se encontraron las rectas  $y_1 = 39,46x - 105,48$  e  $y_2 = -0,24x + 1,81$ . Vemos a continuación el resultado de la regresión lineal en el gráfico de Bode.

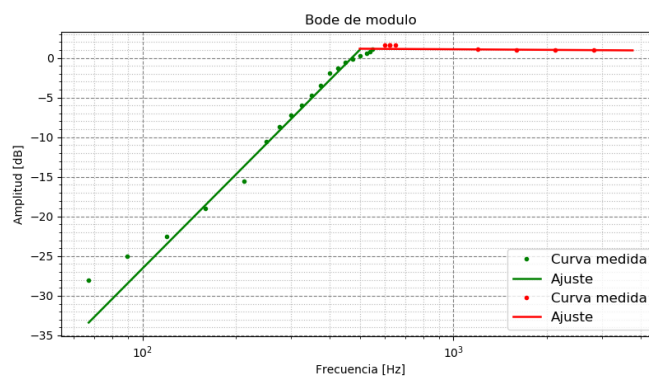


Figura 21: Ajuste lineal de Bode para la medición

Viendo que las pendientes de las rectas dieron  $a_1 = 39,46$  y  $a_2 = -0,24$ , estos resultados son bastante similares los valores esperados del desarrollo analítico, esperándose valores de  $40$  dB y  $0$  dB, los resultados encontrados supone una diferencia porcentual de  $1,35\%$  para la primera pendiente, mientras que la diferencia de la segunda es atribuida al haber tomado puntos de la medición donde todavía existía algún nivel de amplificación. Teniendo estos datos, se puede definir una frecuencia en la intersección de las rectas  $y_1$  e  $y_2$ , esta dio un valor de  $f = 504,1$  Hz, lo cual implica un muy bajo error del  $0,02\%$

### Respuesta a excitación cuadrada

Se realizaron 3 mediciones de respuesta a una señal cuadrada con las mismas especificaciones de la señal simulada anteriormente. Podremos observar en las siguientes imágenes, que los comportamientos generales son muy similares a los esperados, con las únicas diferencias siendo de características propias de un circuito real, como el hecho de imposibilitar ganancia infinita por ejemplo.

Figura 22: Medición en osciloscopio con una entrada cuadrada de  $50,4$  Hz

Se puede observar que la forma de la salida es muy similar a lo simulado, con la diferencia que los picos iniciales en cada flanco son mucho menores, pasando de tocar los 2 V a estar por debajo de los 1,5 V. Las oscilaciones y otras características se mantienen iguales a lo simulado.

Figura 23: Medición en osciloscopio con una entrada cuadrada de 504 Hz

Nuevamente podemos observar que la forma general se condice con lo visto en las simulaciones y la diferencia vuelve a recaer en la amplitud del pico inicial de la salida, ahora teniendo un nivel máximo igual a la tensión de entrada de 1 V, donde previamente en la simulación se vieron picos que superaban los 2,5 V

Figura 24: Medición en osciloscopio con una entrada cuadrada de 5040 Hz

Por último en la salida

## Conclusiones

Los resultados del análisis y síntesis del filtro *Pasa Altos* se corroboran entre el método analítico y la simulación. Si bien todavía queda pendiente la realización del circuito y las pruebas de medición, este estudio preliminar puede concluir en que el filtro diseñado cumple aceptablemente con las especificaciones propuestas en la consigna del trabajo práctico.