19 de Noviembre

Trabajo práctico

Diseño y analisis de un filtro Pasa Altos

98934 Vazquez, Rodrigo rodrigomarianovazquez@gmail.com

Resumen

El siguiente informe corresponde al proceso de diseño, armado y analisis de un filtro *Pasa Altos* a partir de una transferencia dada. Notando que la misma se corresponde con la configuracion *Infinite Gain*

Desarrollo

En esta sección se podran observar los pasos para el diseño del filtro y el detalle de los cálculos empleados para lograr el comportamiento requerido, junto con las prubeas y respuestas en frecuencia pedidas.

Problema a resolver

El filtro a diseñar vino dado por la siguiente ecuación de transferencia.

$$H(s) = \frac{s^2}{s^2 + 3510.s + 1{,}004 \times 10^7} \tag{1}$$

Esta transferencia es la número 4, de la lista provista en clase. Por la forma de la ecuación, se observa que se trata de un filtro del tipo *Pasa Altos*. Esto es, haciendo limite con $s \to +\infty$, resulta una amplificacion de 0 dB y se tiene un atenuación infinita para $s \to -\infty$.

Diseño del filtro

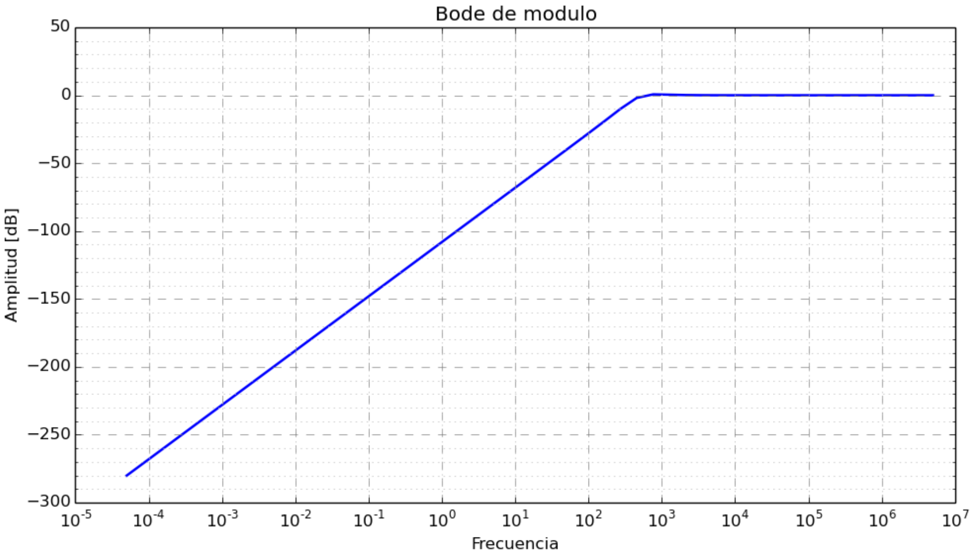
Se identificaron los parámetros de la transferencia del filtro a partir de la forma de Bode vista en clase.

$$H(s) = H_0 \ \frac{s^2}{s^2 + s\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2} \tag{2}$$

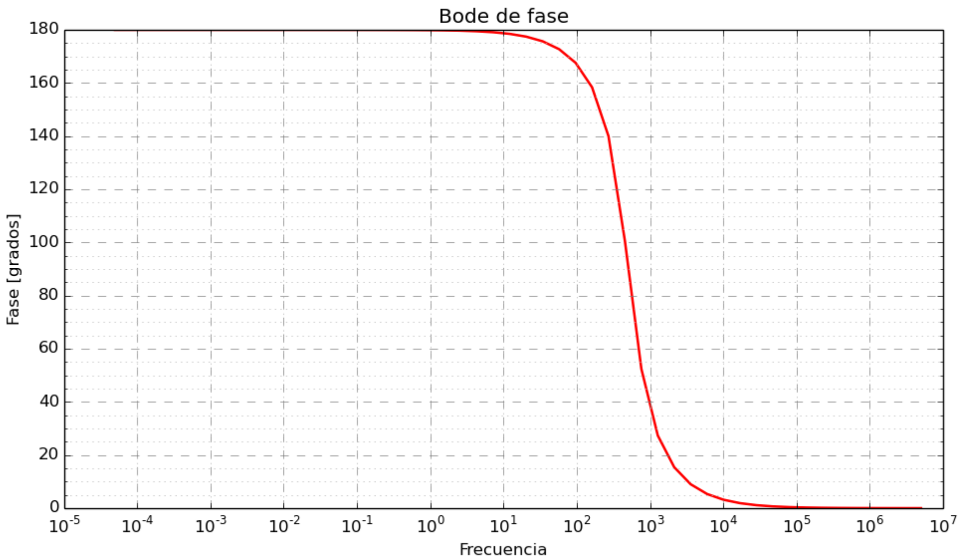
De la consigna se obtiene que la frecuencia de corte es $\omega_0 = \sqrt{1{,}004 \times 10^7} = 3169$, por lo que $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} =$ 504 Hz. Con este dato, encontramos que $Q = \frac{\omega_0}{3510} = 0{,}902$.
Ademas, la transferencia tiene un cero doble en $C_0 = 0$ y polos complejos conjugados en $p_{0,1} = -1755 \pm j\ 2638$. La forma compeja de los polos es coherente al tener $Q > 0{,}5$. Por ultimo, $H_0 = 1$ ya que no hay amplificacion superada la frecuencia de corte.

Diagramas de Bode

Para la transferencia hallada, se realizaron los diagramas de Bode en `Python` utilizando el módulo *Signal* para procesamiento de señales. Definiendo la transferencia y con la funcioón *bode()* se obtuvieron los siguientes gráficos



(a) Diagrama de Bode de modulo teorico en Python



(b) Diagrama de Bode de fase en Pyton

Se puede apreciar el comportamiento de *Pasa Altos* y tambien que está aplicado a la frecuencia correcta ($\sim$ 500 Hz). Luego viendo el nivel de amplificacion para las altas frecuencias, se observa un nivel de 0 dB, lo cuál coincide con el esperado.

Respuesta del filtro teorico a distintas señales

Luego del diagrama de Bode, se realizaron graficos donde se muestran qué salida tiene el filtro dada una señal de entrada como: *escalón*, *impulso* y *cuadrada*.

Para la respuesta a la señal cuadrada, se eligieron tambien, 3 frecuencias acordes, $f_1 = \frac{f_0}{10} = 50,4$ Hz, $f_2 = f_0 = 504$ Hz, $f_3 = 10.f_0 = 5,04$ kHz. Se lograron los siguientes resultados.

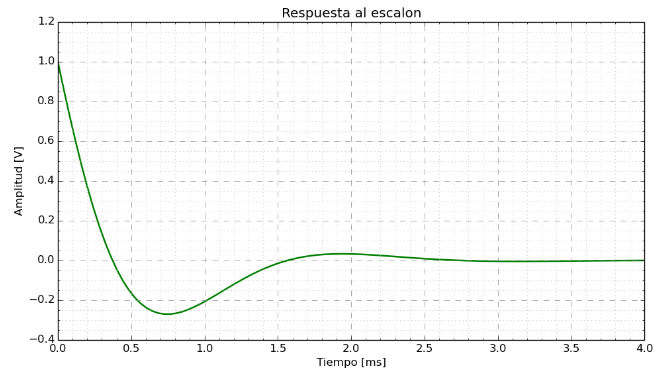


Figura 1: Respuesta al escalón.

Se puede observar que se logra un nivel de tensión estable cerca de los 2 ms. Es esperable que se vea reflejado en un nivel de 1 V al comienzo del escalón si consideramos al ascenso a 1 V cómo una señal que contiene a todas las frecuencias. Además, se ve que el valor al que estabiliza es 0 V, que es acorde al comportamiento del filtro si se interpreta a la tensión continua como una señal de frecuencia nula.

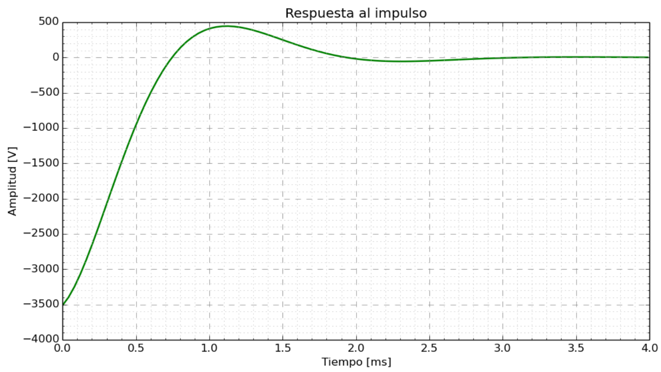


Figura 2: Respuesta al impulso.

Aqui se observa que existe mucha mas variación de tensión en el transitorio hasta los 0 V, que se alcanzan en 2 ms. Debido a que solo se observa el comportamiento del impuslo desde el 0^+, este tiene pendiente negativa y por ello el filtro tiene una salida con tensión negativa.

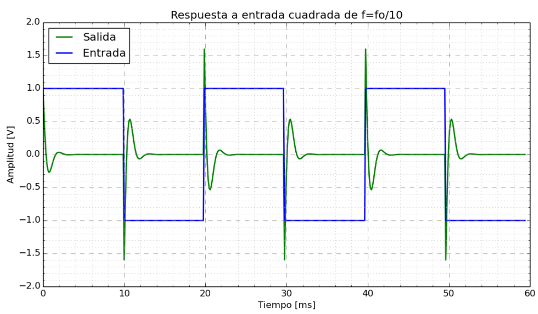


Figura 3: Respuesta a una señal cuadrada de 50,4 Hz

Se observa que la señal representada con color verde es la salida del filtro y de color azul es la señal de entrada. Notar que la salida en general resulta muy atenuada respecto de la entrada, lo cuál es esperado, dada la baja frecuencia de la misma. Asimismo, en los flancos de la cuadrada, se observan grandes oscilaciones en la salida, lo cuál es coherente considerando a esos flancos como pequeñas porciones de una señal alta frecuencia.

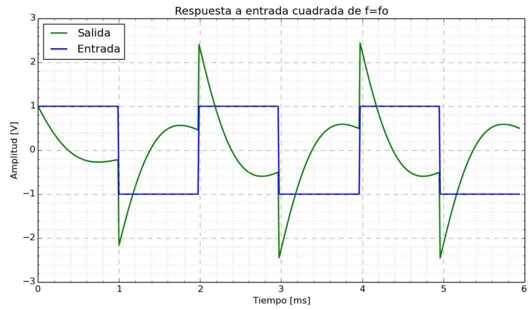


Figura 4: Respuesta a una señal cuadrada de 504 Hz

Aqui se observa que los transitorios de la salida terminan en a tiempo a que se le aplique una tensión identica pero inversa. Se lo puede considerar como un *tren de escalones*. Además, se observa que los picos en los flancos son menores a la salida anterior.

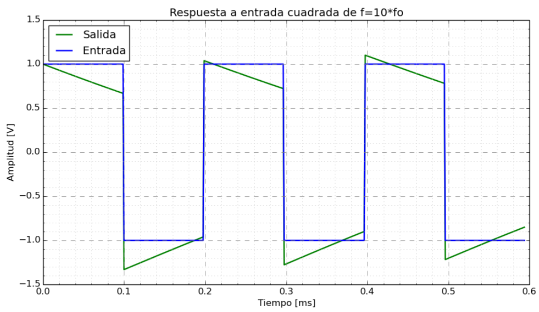


Figura 5: Respuesta a una señal cuadrada de 5,04 kHz

En esta respuesta, vemos una continuación de la tendencia a perder atenuación con el aumento de la frecuencia y asimismo que los picos en los flancos sean cada vez mas bajos, a tal punto que en esta señal son practicamente inexistentes

Circuito

Se propone el siguiente circuito, en base a filtros encntrados en la carpeta y libros:

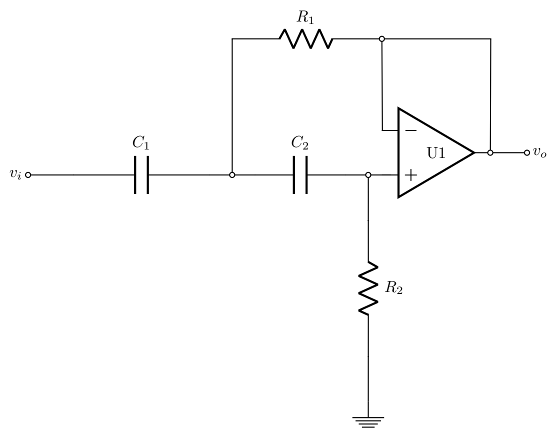


Figura 6: Circuito de filtro Pasa Alto

Aplicando el metodo de *Nodos* se llega a la siguiente transferencia

$$H(s) = \frac{s^2}{s^2 + s\frac{(C_1R_1+C_2R_1)}{C_1C_2R_1R_2} + \frac{1}{C_1C_2R_1R_2}} \tag{3}$$

Para elegir los componentes decidí fijar $C := C_1 = C_2$ y dejar R_1 y R_2 a determinar, dado que por la forma matematica de la transferencia, no es posible dejar ambos valores de resistencias iguales.
Resulta entonces la siguiente transferencia, simplificada

$$H(s) = \frac{s^2}{s^2 + s\frac{2}{CR_2} + \frac{1}{C^2R_1R_2}} \tag{4}$$

Dadas las ecuaciones

$$\frac{1}{C^2R_1R_2} = 1,004 \times 10^7 \tag{5}$$

$$\frac{2}{CR_2} = 3510 \tag{6}$$

Resultan $R_1 = 5{,}3$ kΩ y $R_2 = 17{,}27$ kΩ, fijando $C = 33$ nF. Por lo cual, se decidio que para armar el circuito, se utilizarian valores comerciales $R_1^C = 4{,}7$ kΩ y para R_2^C se utilizarian dos resistores de 10 kΩ en serie, para minimizar el error en la frecuencia de corte y en factor de selectividad.

Circtuio real

El circuito con los componentes comerciales resulta el siguiente

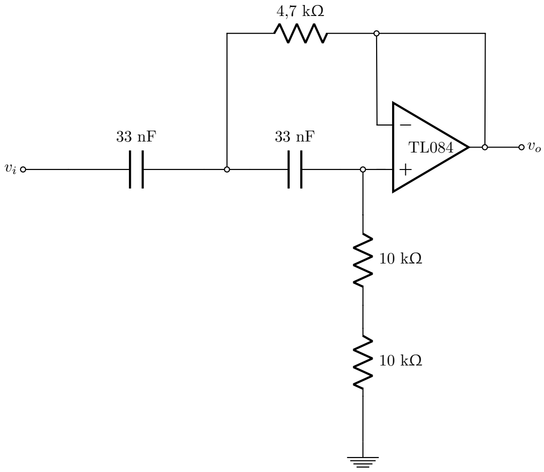


Figura 7: Circuito de filtro Pasa Alto

Para este circuito, la transferencia resulta

$$H_R(s)\frac{s^2}{s^2 + s\frac{100000}{33} + 9768868} \tag{7}$$

Con la transferencia determinada, se presentan las diferencias entre los parametros caracteristicos del filtro

Resultados			
Parámetro	Ideal	Real	Error
ω_o	3169	3126	1,35 %
f_0	504 Hz	497 Hz	1,30 %
Q	0.9	1.03	14,6 %

Tabla 1: Comparativa entre parámetros del circuito ideal y el circuito real

Luego, la forma de la transferencia real produce los siguientes diagramas de Bode

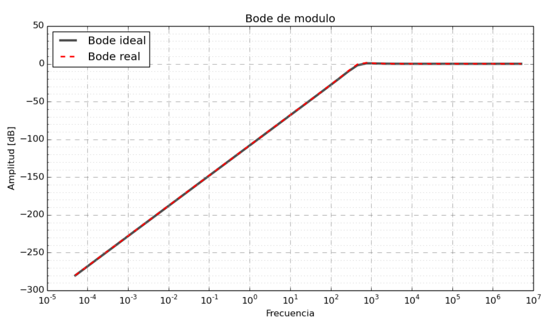


Figura 8: Bode de módulo del circuito real, comparado con el ideal

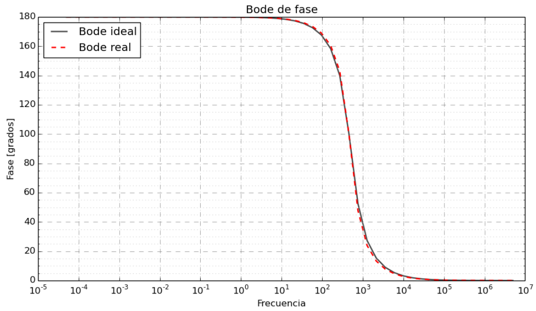


Figura 9: Bode de fase del circuito real,comparado con el ideal

De las figuras del *Bode* no se aprecian diferencias significativas. A difenrencia de la respuesta al escalón que veremos a continuación.

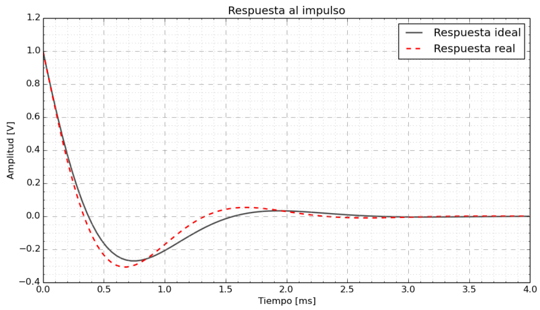


Figura 10: Respuesta al escalón del circuito real, comparado con el circuito ideal

Aqui las diferencias entre el filtro real y el ideal son mas aparentes, esta diferencia en la forma se corresponde con el aumento en el factor de selectividad Q, más que en la diferencia en la frecuencia de corte. Estos es, el fin del transitorio es prácticamente el mismo instante, mientras que los extremos de las curvas mas pronunciados son caracteristicos alaumentar Q.

Simulación

Para verificar que el funcionamiento del circuito sea cerca del esperado, se utilizó el software de simulación *LTSpice* con los componentes de valores comerciales.

Figura 11: Circuito simulado

Se utilizó la directiva `.ac dec 100 1 1000000` para variar la frecuencia de la fuente de entrada `Vin` desde 1Hz hasta 100 kHz. Luego se importó la biblioteca *TL081* para el operacional. Produciendo el siguiente resultado.