

# CÁLCULO 1

## Aula 4 – Função Logarítmica

**Curso de Ciência da Computação**  
Dr. Rodrigo Xavier de Almeida Leão  
Cientista de Dados



# LOGARITMOS

A photograph of a chalkboard with the formula  $\text{pH} = -\log[\text{H}^+]$  written in yellow chalk. The chalkboard is dark, and the yellow color of the chalk stands out. The formula is written in a slightly informal, handwritten style.
$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+]$$

# Logaritmos

O logaritmo de  $a$  na base  $b$  é o expoente  $x$ , ao qual se deve elevar  $b$  para se obter  $a$ .

$$\log_a b = x \longleftrightarrow a^x = b$$

$a$ : Base do logaritmo.

$$0 < a \neq 1$$

$x$ : Logaritmo.

$b$ : Logaritimando.

$$b > 0$$

# Logaritmos

## Exemplos:

$$\log_2 4 =$$

$$\log_3 81 =$$

$$\log_2 \frac{1}{8} =$$

$$\log_7 7 =$$

$$\log_4 2 =$$

# Logaritmos

Se logaritmando igual à base.....

O logaritmo é 1.

$$\log_7 7 = 1$$

# Logaritmos

Condições:

$$\log_a b = x \longleftrightarrow a^x = b$$

**a:** Base do logaritmo.

**b:** Logaritimando.

$$\mathbf{0 < a \neq 1}$$

$$\mathbf{b > 0}$$

# Principais Sistemas de Logaritmos

## Base 10 ou Logaritmos Decimais

O sistema de logaritmos de base 10 é o mais comum por apresentar vantagens nos cálculos utilizando logaritmos.

**Em sistemas de logaritmos de base 10, costuma-se omitir o valor da base.**

$$\log_{10} 2 = \log 2$$

# Principais sistemas de logaritmos

## Base “e” ou Neperianos

Sistema de logaritmos na base “e”

Em sistemas de logaritmos de base “e”, utiliza-se o  $\ln$ .

$$\log_e 2 = \ln 2$$

$$e \approx 2,718$$



## Aplicação

**Fazendo:**

$$\log 2 = 0,3$$

$$\log 3 = 0,5$$

**Determine:**

$$\log 6 =$$

$$\log 1,5 =$$

**FIX.2.** (UFRGS – RS - 2014) Atribuindo para  $\log 2$  o valor 0,3, então os valores de  $\log 0,2$  e  $\log 20$  são, respectivamente:

(A) -7 e 3

(B) -7 e 1,3

(C) 0,3 e 1,3

(D) 0,7 e 2,3

(E) 0,7 e 3

## Mudança de Base

A base do logaritmo pode ser alterada através da seguinte operação:

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

Aplicação importante:

$$\log_a b \cdot \log_b a = 1$$

## Mudança de Base

$$\log_{10} 2 = \frac{\log_2 2}{\log_2 10} = \frac{1}{\log_2 10}$$

$$\log_{10} 2 \cdot \log_2 10 = 1$$

## Aplicação

**Fazendo:**

$$\log 2 = 0,3$$

$$\log 3 = 0,5$$

**Determine:**

$$\log_3 2$$

**PROP.1.** (UNIVALI - SC) Se  $\log_5 2 = a$  e  $\log_5 3 = b$  então  $\log_2 6$  é:

a)  $b$

b)  $ab$

c)  $a+b$

d)  $a+b/b$

e)  $a+b/a$

### QUESTÃO 145



Uma liga metálica sai do forno a uma temperatura de 3 000 °C e diminui 1% de sua temperatura a cada 30 min.

Use 0,477 como aproximação para  $\log_{10}(3)$  e 1,041 como aproximação para  $\log_{10}(11)$ .

O tempo decorrido, em hora, até que a liga atinja 30 °C é mais próximo de

- A** 22.
- B** 50.
- C** 100.
- D** 200.
- E** 400.

**PROP. 9. (Udesc–2016)** \_ No século XVII, os logaritmos foram desenvolvidos com o objetivo de facilitar alguns cálculos matemáticos. A Tabela 2 é um pequeno exemplo do que era uma tabela de logaritmos.

**Tabela 2:** Tabela de logaritmos

Com base nas informações da Tabela 2, pode-se concluir que o valor aproximado para  $\sqrt[8]{35}$  é

- A. 1,50
- B. 1,56
- C. 1,52
- D. 1,54
- E. 1,58

log 1,50	0,176
log 1,52	0,181
log 1,54	0,187
log 1,56	0,193
log 1,58	0,198
log 2	0,301
log 3	0,477
log 4	0,602
log 5	0,699
log 6	0,778
log 7	0,845
log 8	0,903
log 9	0,954



Considerando que a população brasileira era aproximadamente igual a **150 milhões de habitantes** em 1990, e que o ritmo de **crescimento populacional** se mantivesse no mesmo nível observado na década de 1950 (**aproximadamente 3% ao ano**), a população brasileira **chegaria a 300 milhões** de habitantes por volta do ano:

(Dados:  $\log 2 = 0,301$  e  $\log 1,03 = 0,013$ )

- A) 2013
- B) 2018
- C) 2020
- D) 2034
- E) 2040

# Função Logarítmica

A função logarítmica tem a forma:

$$f(x) = \log_a x$$

Condições:

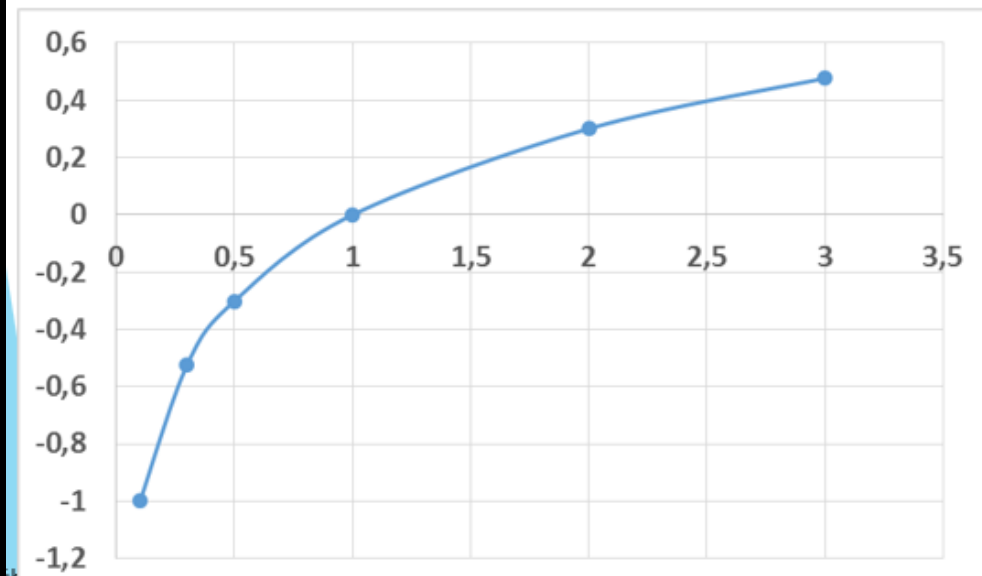
$$a > 0 \quad \text{e} \quad a \neq 1$$

$$x > 0$$

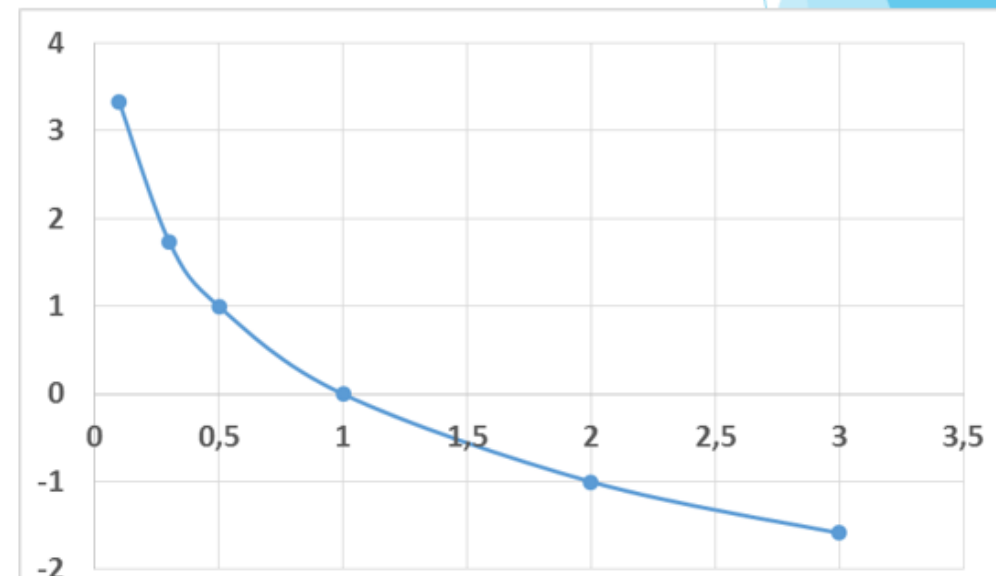
# Função logarítmica

- Está toda à direita do eixo x, pois só é definida para  $x > 0$ .
- Sempre cruza o eixo das abscissa em  $x = 1$ , para toda função se  $x = 1$  então  $y = 0$ .

Crescente se: base  $> 0$   
 $f(x) = \log_{10} x$

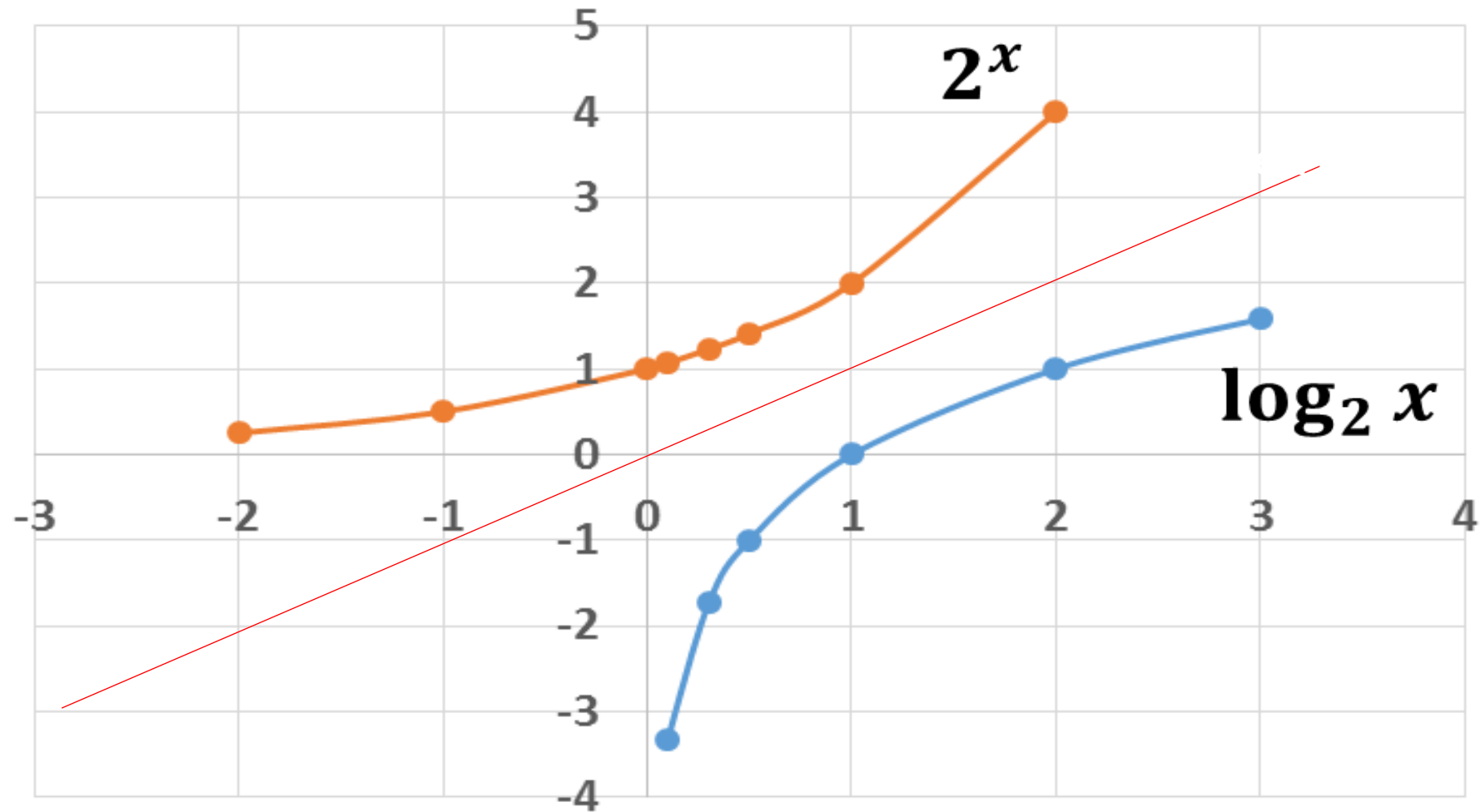


Decrescente se: base  $< 0$   
 $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$



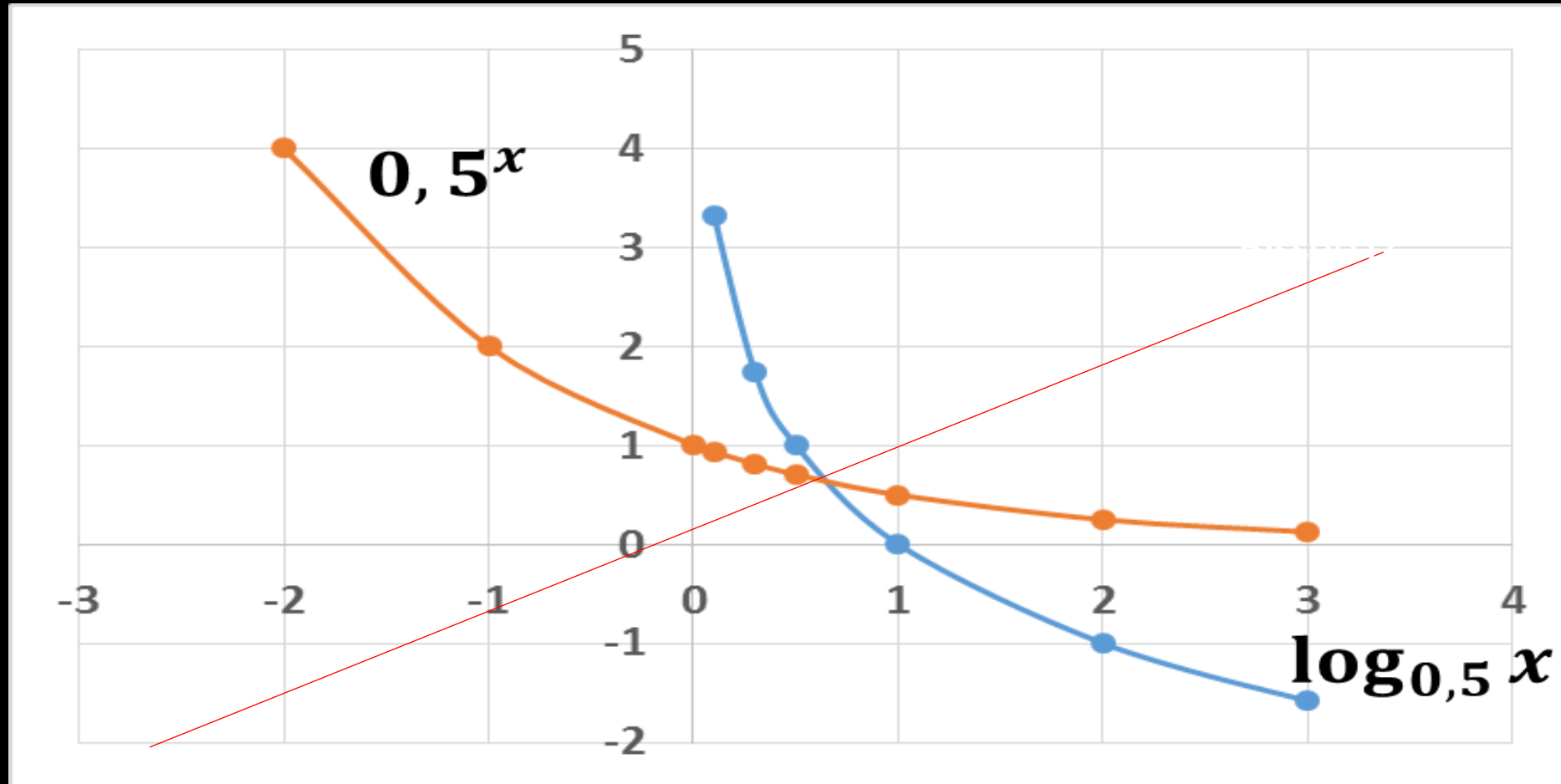
# Função Logarítmica

A função logarítmica é inversa da função exponencial.



# Função Logarítmica

A função logarítmica é inversa da função exponencial.



## Propriedades:

O **logaritmo de 1** em qualquer base é zero.

$$\log_a 1 = 0$$

Se a **base e o logaritmando são iguais**, o logaritmo será 1.

$$\log_a a = 1$$

O **resultado de um número elevado a um logaritmo de base igual a ele**, será o logaritmando.

$$a^{\log_a b} = b$$

## Propriedades operatórias:

**Logaritmo do produto:** Soma dos logaritmos na mesma base.

$$\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$$

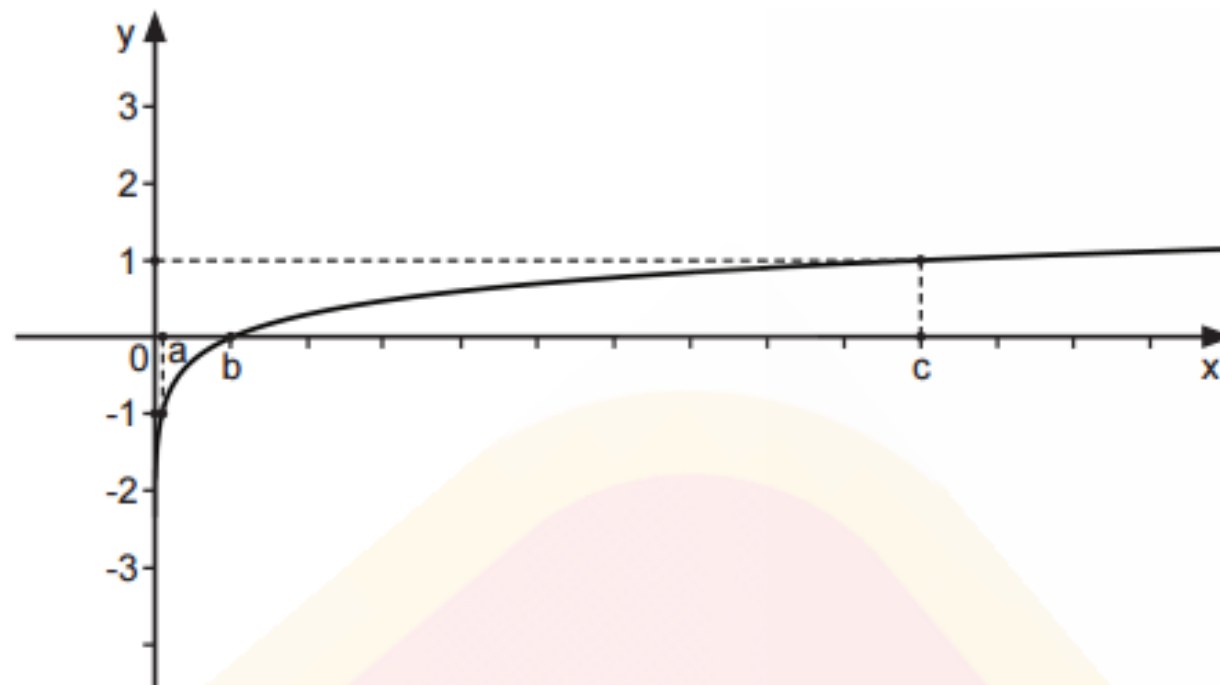
**Logaritmo de divisão:** Subtração dos logaritmos na mesma base.

$$\log_a \left( \frac{b}{c} \right) = \log_a b - \log_a c$$

**Logaritmo de potência:** Multiplicação do expoente pelo logaritmo na mesma base.

$$\log_a b^p = p \cdot \log_a b$$

Observando-se o céu após uma chuva, avista-se parte de um arco-íris atrás de uma construção. A parte visível poderia ser identificada como a representação gráfica da função  $f$  dada por  $f(x) = \log x$ , abaixo.

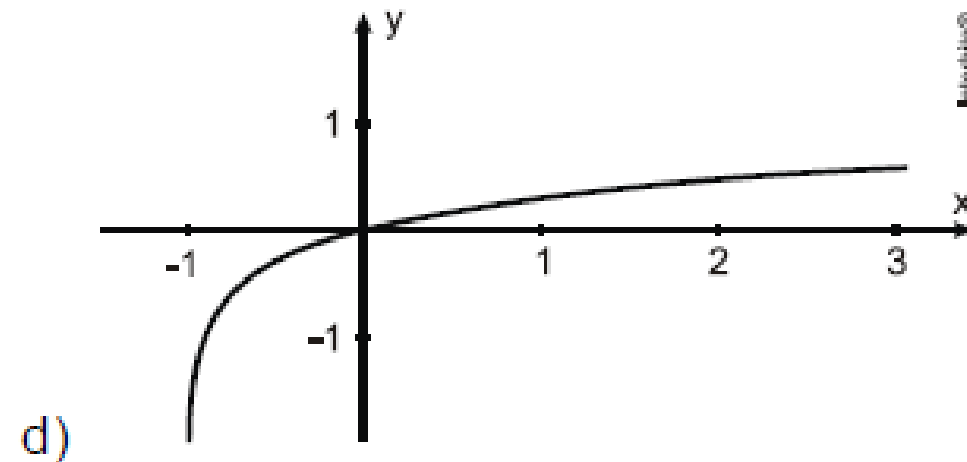
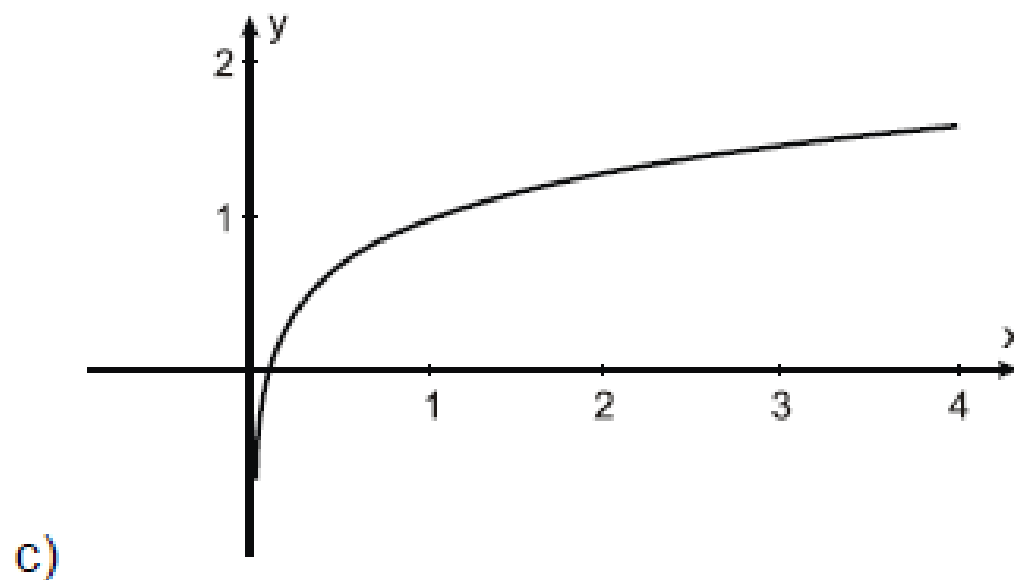
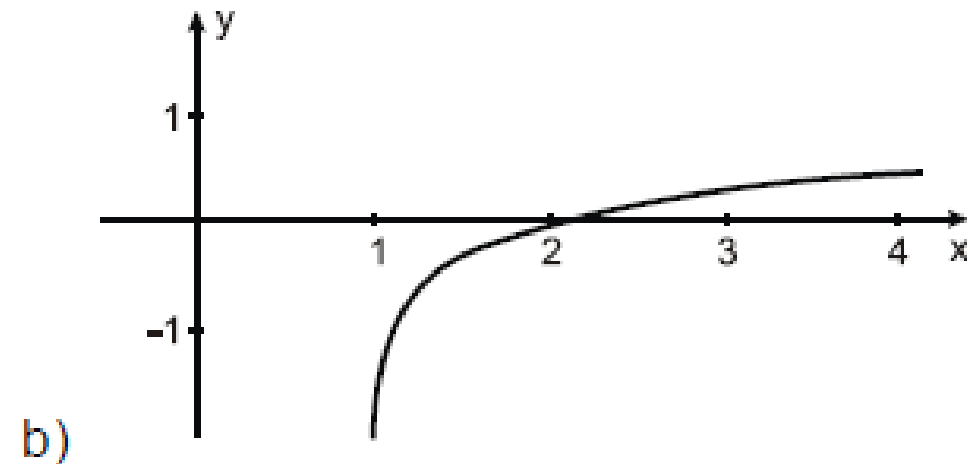
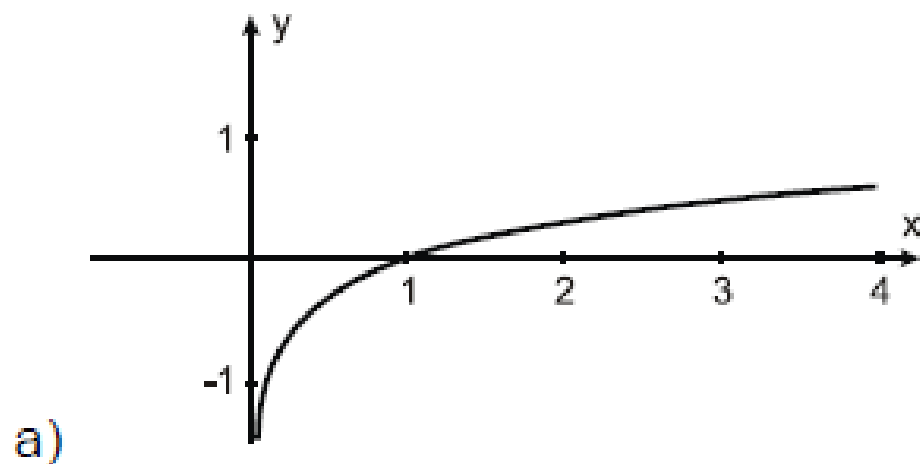


A soma dos valores **a**, **b** e **c**, indicados na figura, é

- A) 11,1
- B) 14,5
- C) 14,9
- D) 15,5
- E) 100,1

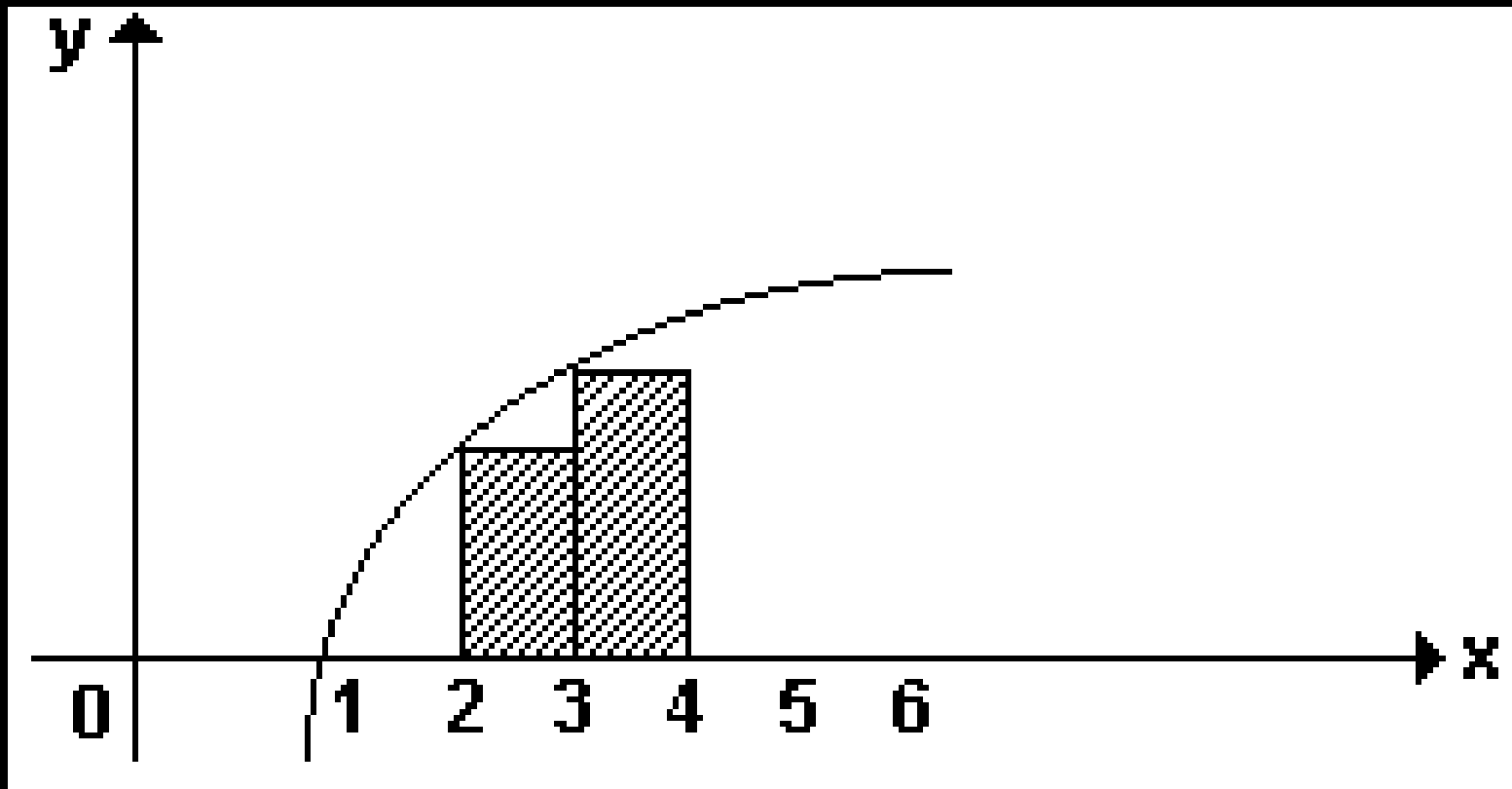


1. (Ueg 2013) O gráfico da função  $y = \log(x + 1)$  é representado por:



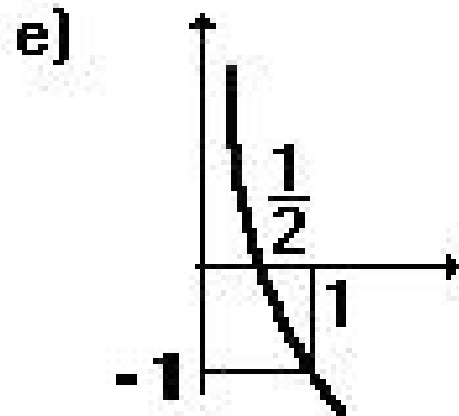
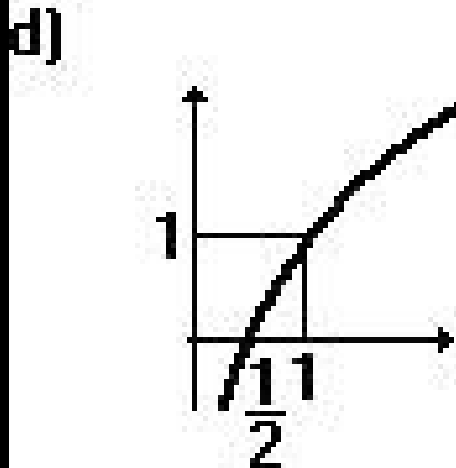
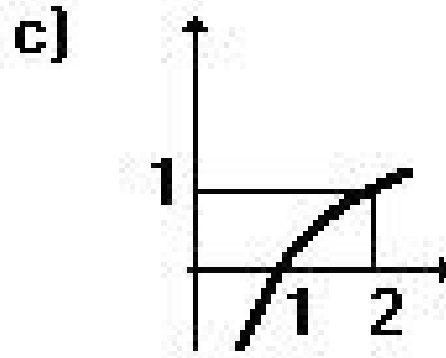
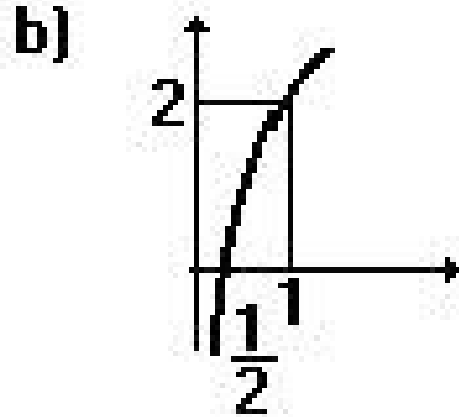
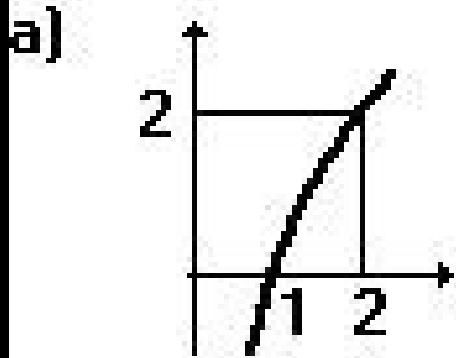
### Fix. 04

(UFGO 1984) Se a curva da figura representa o gráfico da função  $y = \log x$ , onde  $x$  é um número positivo, calcule o valor da área sombreada.



## Prop. 02

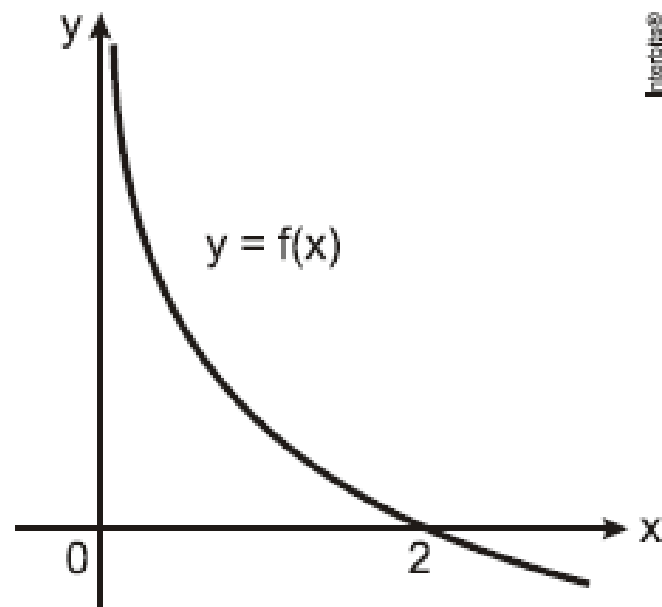
(Fuvest 98) Qual das figuras a seguir é um esboço do gráfico da função  $f(x) = \log_2 2x$ ?



Num determinado mês, a quantidade vendida  $Q$  de um certo produto, por dia, em uma loja, em função do dia  $d$  do mês, é representada pela função  $Q = \log_2 d$ . Qual a quantidade vendida desse produto no dia 16 desse mês?

- a) 0.
- b) 1.
- c) 2.
- d) 3.
- e) 4.

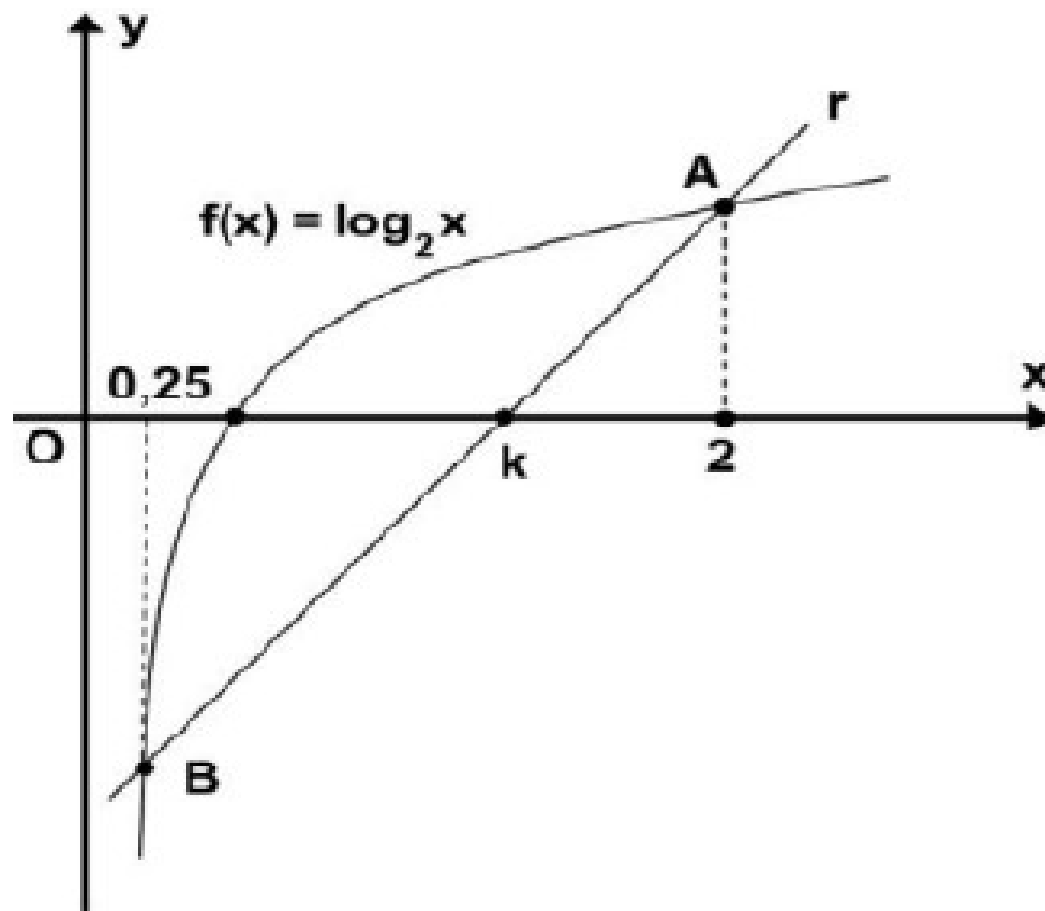
8. (Upf 2014) Abaixo está representado o gráfico de uma função  $f$  definida em  $f(x) = 1 - \log_3 \left( \frac{x}{k} \right)$ .



Tal como a figura sugere, 2 é um zero de  $f$ . O valor de  $k$  é:

- a) 2
- b)  $\frac{2}{3}$
- c)  $\frac{3}{2}$
- d) 1
- e) -1

1. (UFPR/2015) Considere o gráfico da função  $f(x) = \log_2 x$  e a reta  $r$  que passa pelos pontos A e B, como indicado na figura ao lado, sendo  $k$  a abscissa do ponto em que a reta  $r$  intersecta o eixo Ox. Qual é o valor de  $k$ ?



- a)  $17/12$    b)  $14/11$    c)  $12/7$    d)  $11/9$    e)  $7/4$