

CÁLCULO 1

Aula 1 – Função Linear

Curso de Ciência da Computação
Dr. Rodrigo Xavier de Almeida Leão
Cientista de Dados

FUNÇÃO

A função em matemática é uma relação entre dois conjuntos, onde cada elemento do primeiro conjunto (domínio) está associado a um único elemento do segundo conjunto (contradomínio). As funções são frequentemente expressas na forma $f(x)$, onde x é a variável independente e $f(x)$ é a variável dependente, que resulta da aplicação da função a x .

Tipos de Funções

Função linear: $f(x) = ax + b$

Função quadrática: $f(x) = ax^2 + bx + c$

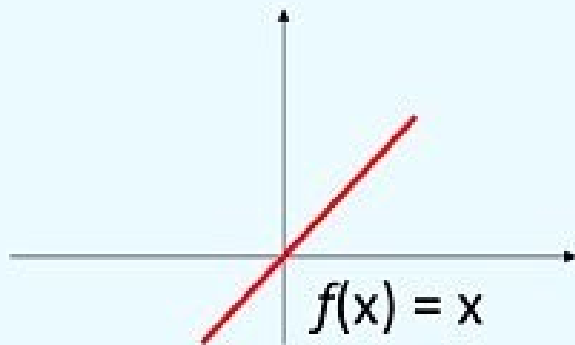
Função polinomial: $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$

Função exponencial: $f(x) = a^x$

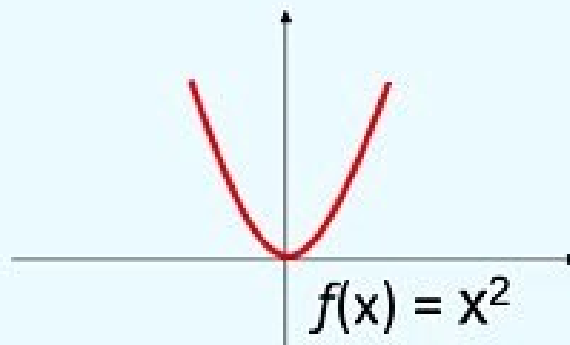
Função logarítmica: $f(x) = \log_a(x)$

Função trigonométrica: $f(x) = \sin(x), \cos(x), \tan(x)$, etc.

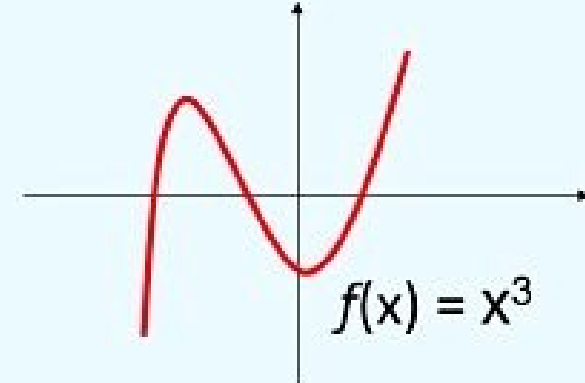
FUNÇÃO



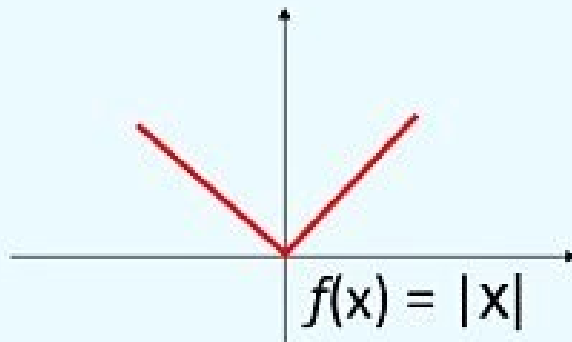
Função linear



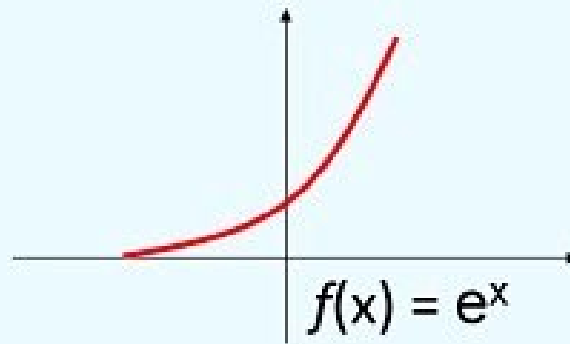
Função quadrática



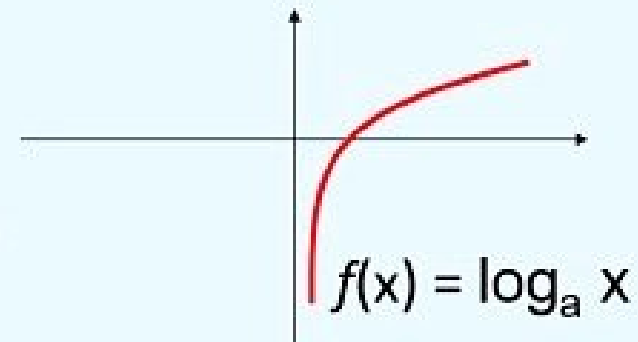
Função polinomial
de grau 3



Função modular



Função exponencial



Função logarítmica

Propriedades das Funções

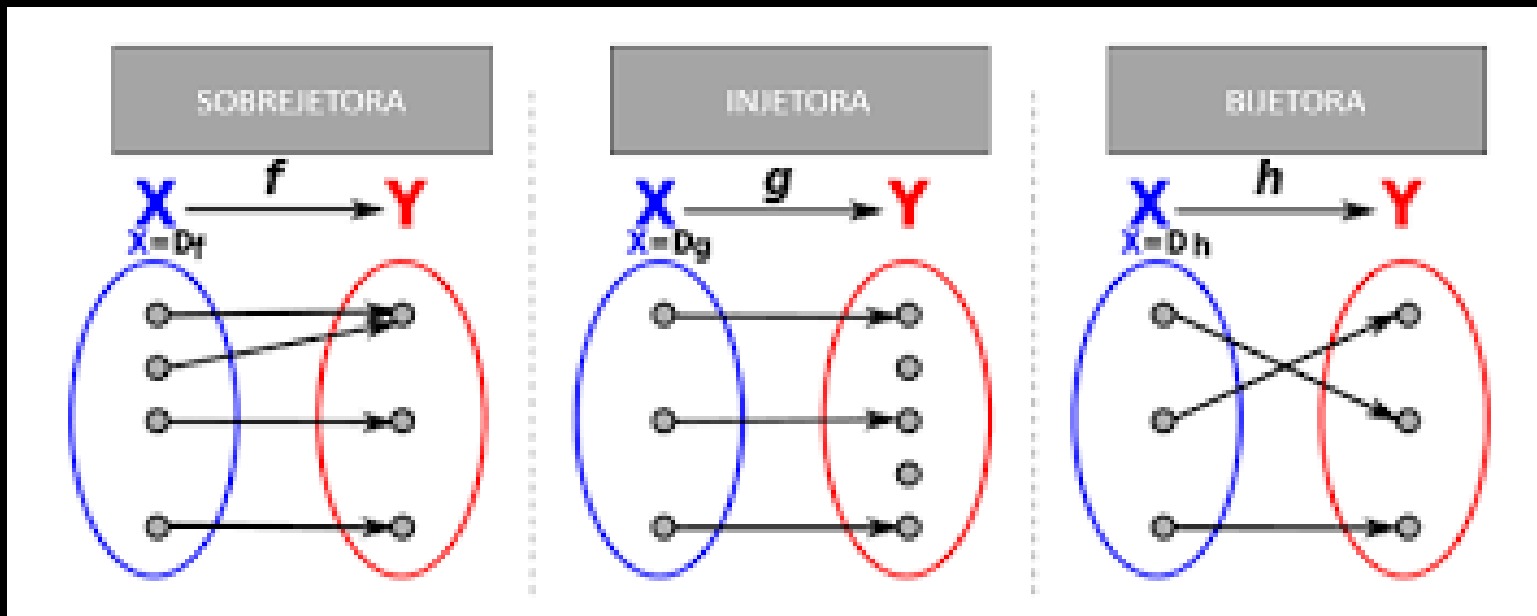
Domínio: O conjunto de todos os valores possíveis de x .

Imagem (Contradomínio): O conjunto de todos os valores possíveis de $f(x)$.

Injetora: Cada elemento do domínio está associado a um elemento único da imagem.

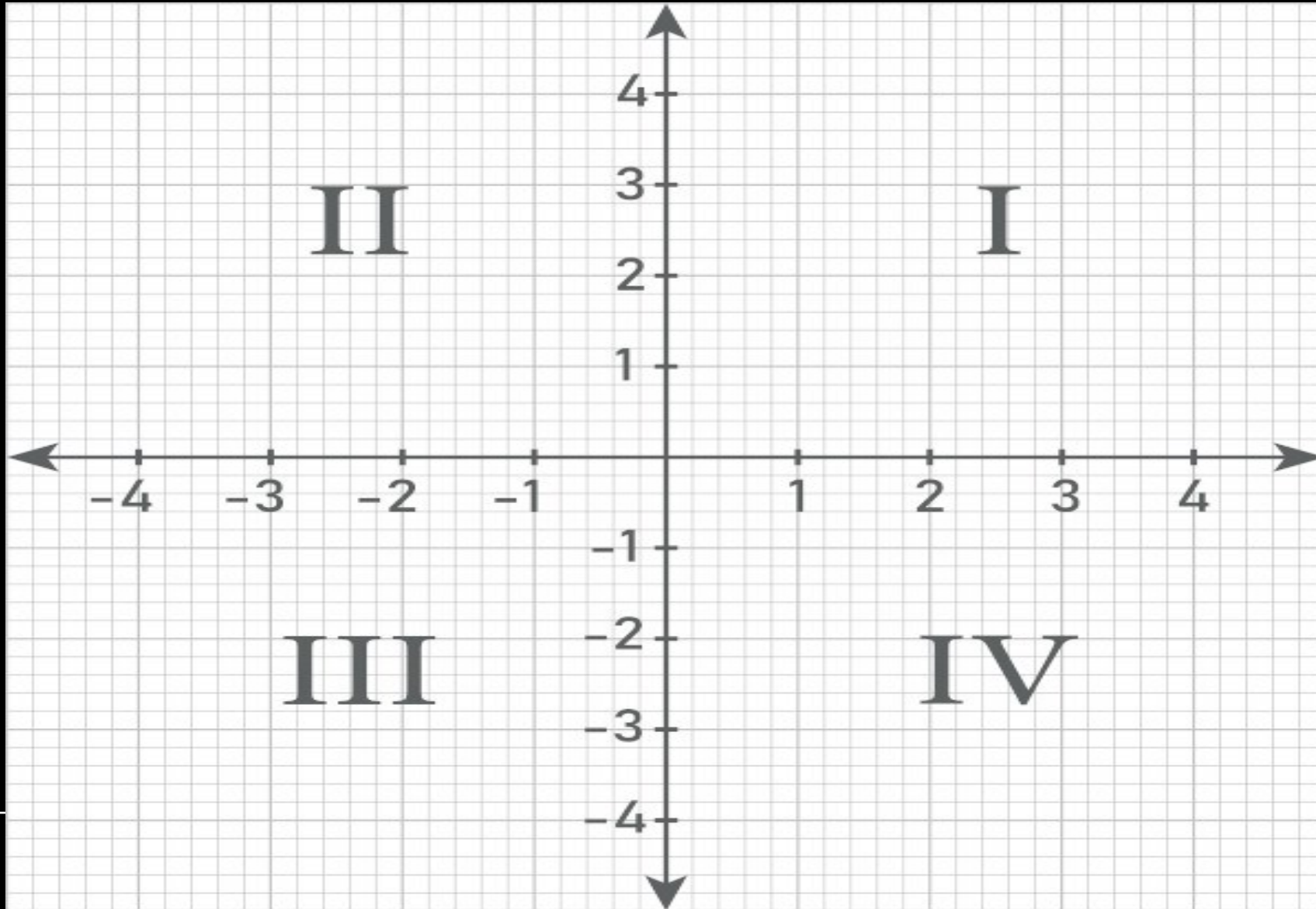
Sobrejetora: Cada elemento da imagem tem pelo menos um elemento correspondente no domínio.

Bijetora: A função é injetora e sobrejetora.



DESENE O GRÁFICO NO PLANO CARTESIANO

$Y = X$ E $Y = X^2$



FUNÇÃO DE 1º GRAU OU FUNÇÃO AFIM

$$f(x) = ax + b \quad y = ax + b$$

Onde:

x = variável dependente

a = constante

b = constante

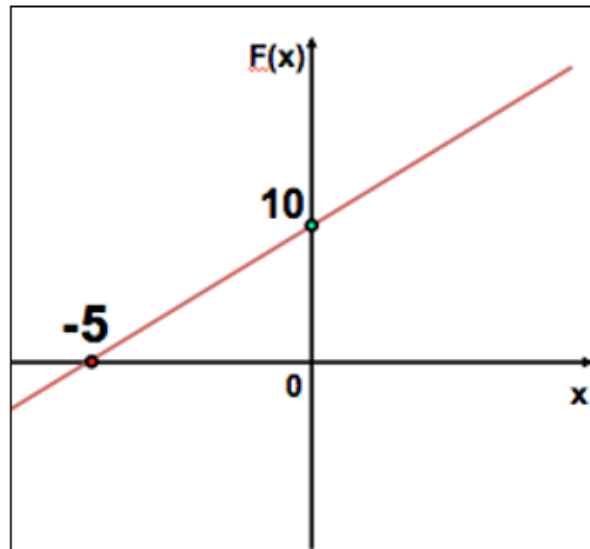
$$f(x) = ax + b$$

b : Coeficiente linear

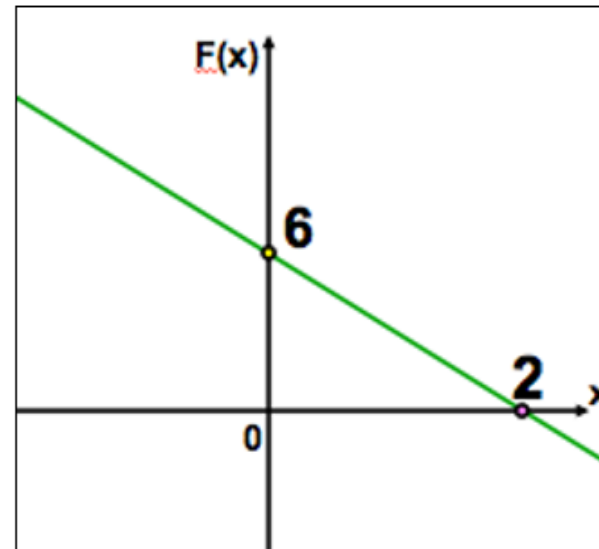
Ponto onde a reta corta o eixo y

$$X = 0$$

$$F(x) = b$$



$$f(x) = 2x + 10$$

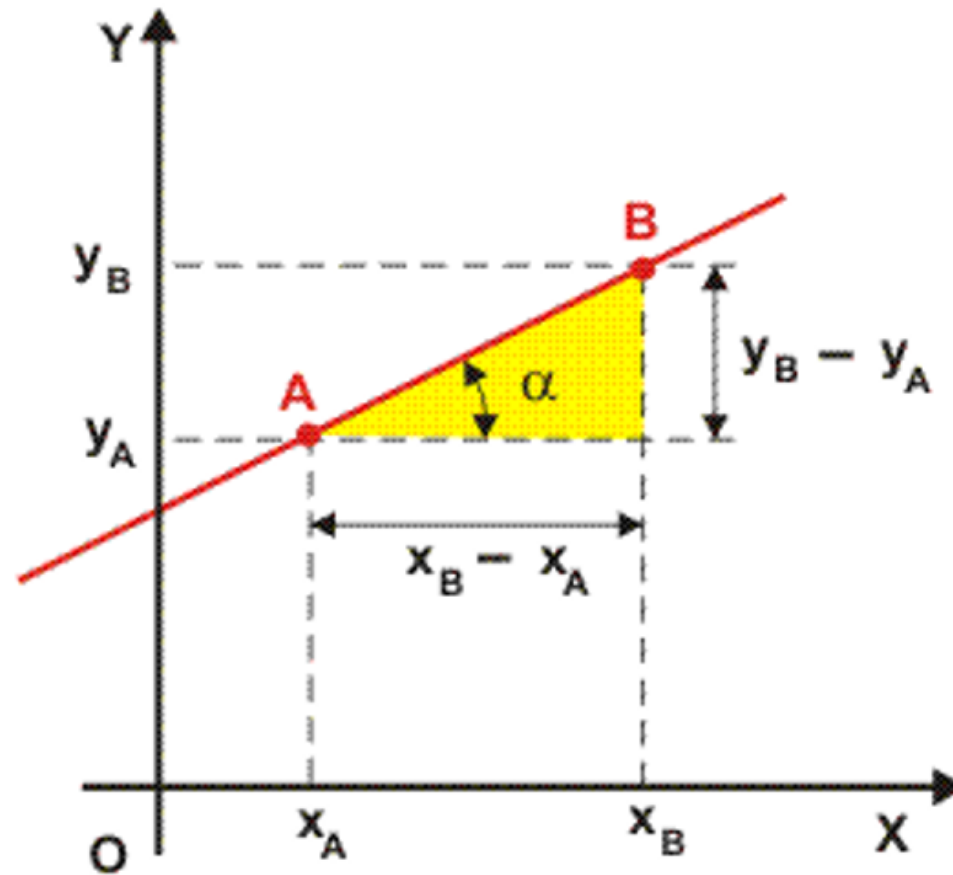


$$f(x) = -3x + 6$$

$$f(x) = ax + b$$

a : Coeficiente angular

$$a = \operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

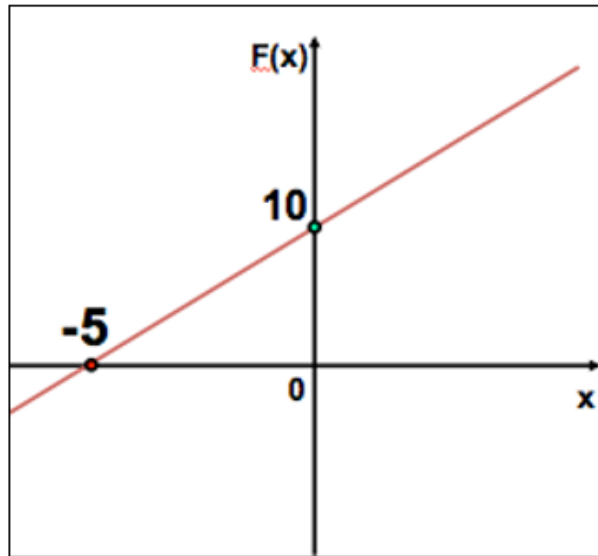


$$f(x) = ax + b$$

a : Coeficiente angular

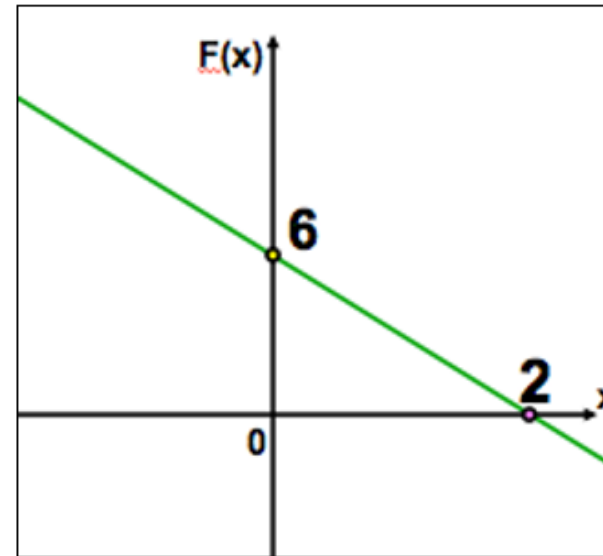
Quanto maior o valor de a , mais inclinada a reta

$a > 0$: Crescente



$$f(x) = 2x + 10$$

$a < 0$: Decrescente



$$f(x) = -3x + 6$$

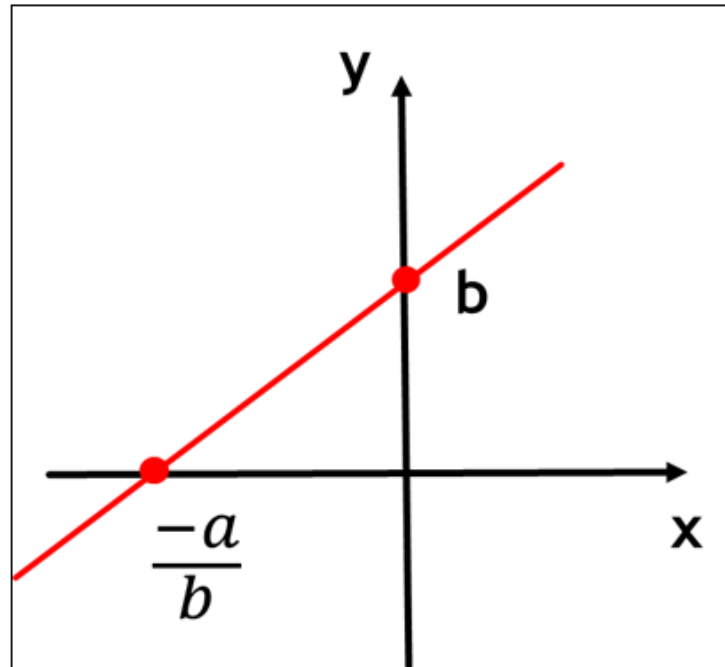
Construindo o gráfico da função afim

1) Determinar o ponto $f(x) = 0$.

Este é o ponto onde a reta toca o eixo x

2) Determinar o ponto $x = 0$

Este é o ponto onde a reta toca o eixo y



Desenhar o esboço dos gráficos das funções:

$$f(x) = 5x + 10$$

$$y = -3x + 9$$

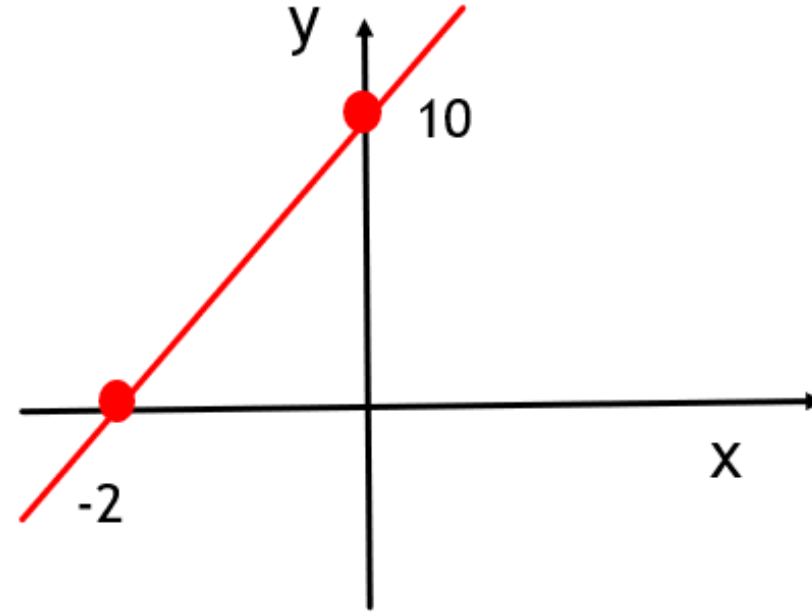
$$f(x) = 2x - 3$$

$$f(x) = 5x + 10$$

$a > 0$: crescente

Para $X = 0$ $f(x) = 10$

Para $f(x) = 0$ $x = -2$



x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-10	-5	0	5	10	15	20	25	30

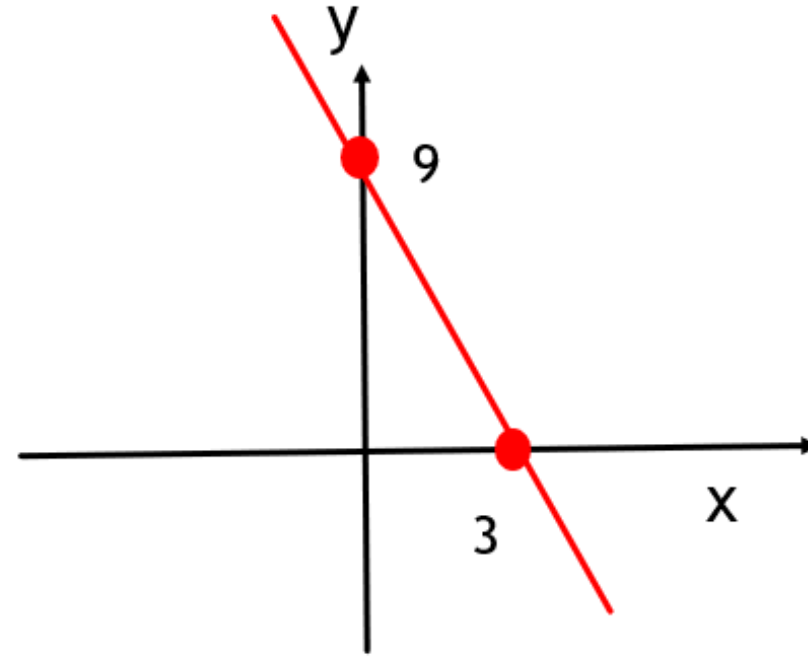
* Obs: A cada uma unidade que varia na variável dependente ocorre sempre uma variação constante na variável independente.

$$f(x) = -3x + 9$$

$a < 0$: decrescente

Para $X = 0$ $f(x) = 9$

Para $f(x) = 0$ $x = 3$



x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	21	18	15	12	9	6	3	0	-3

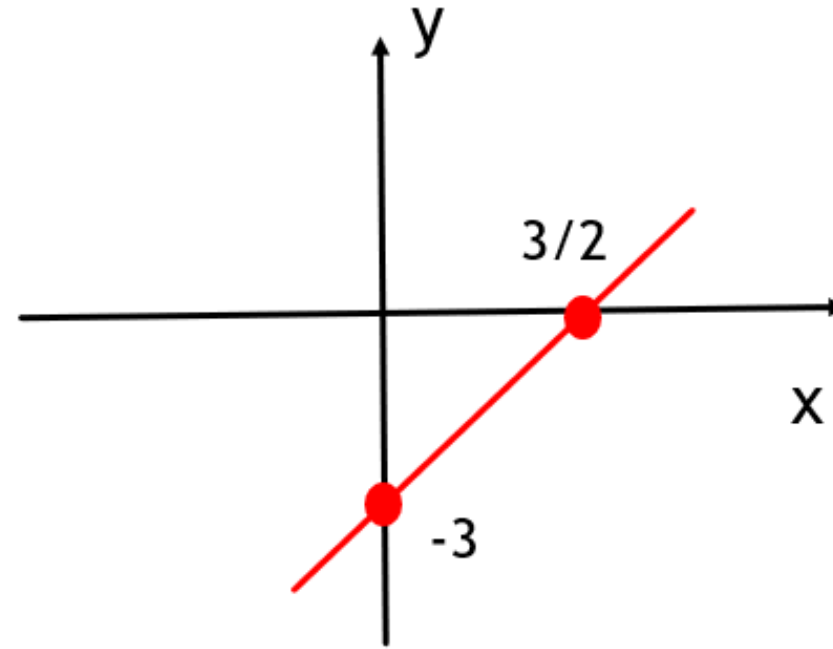
* Obs: A cada uma unidade que varia na variável dependente ocorre sempre uma variação constante na variável independente.

$$f(x) = 2x - 3$$

$a > 0$: crescente

Para $X = 0$ $f(x) = -3$

Para $f(x) = 0$ $x = 3/2$



x	-4	-3	-2	-1	0	1	$3/2$	2	3	4
y	-11	-9	-7	-5	-3	-1	0	1	3	5

* Obs: A cada uma unidade que varia na variável dependente ocorre sempre uma variação constante na variável independente.

Uma pessoa vai escolher um plano de saúde entre duas opções: A e B.

- O plano A cobra R\$ 100,00 de inscrição e R\$ 50,00 por consulta num certo período.
- O plano B cobra R\$ 180,00 de inscrição e R\$ 40,00 por consulta no mesmo período.

O gasto total de cada plano é dado em função do número x de consultas.

- a) Determine a equação da função correspondente a cada plano.
- b) Determine em que condições o plano A é mais econômico; o plano B é mais econômico; os dois planos são equivalentes.

Respostas:

- a) A: $f(x) = 50x + 100$
B: $g(x) = 40x + 180$

- b) O plano A é mais econômico para $x < 8$; o plano B é mais econômico para $x > 8$; os dois planos são equivalentes para $x = 8$.

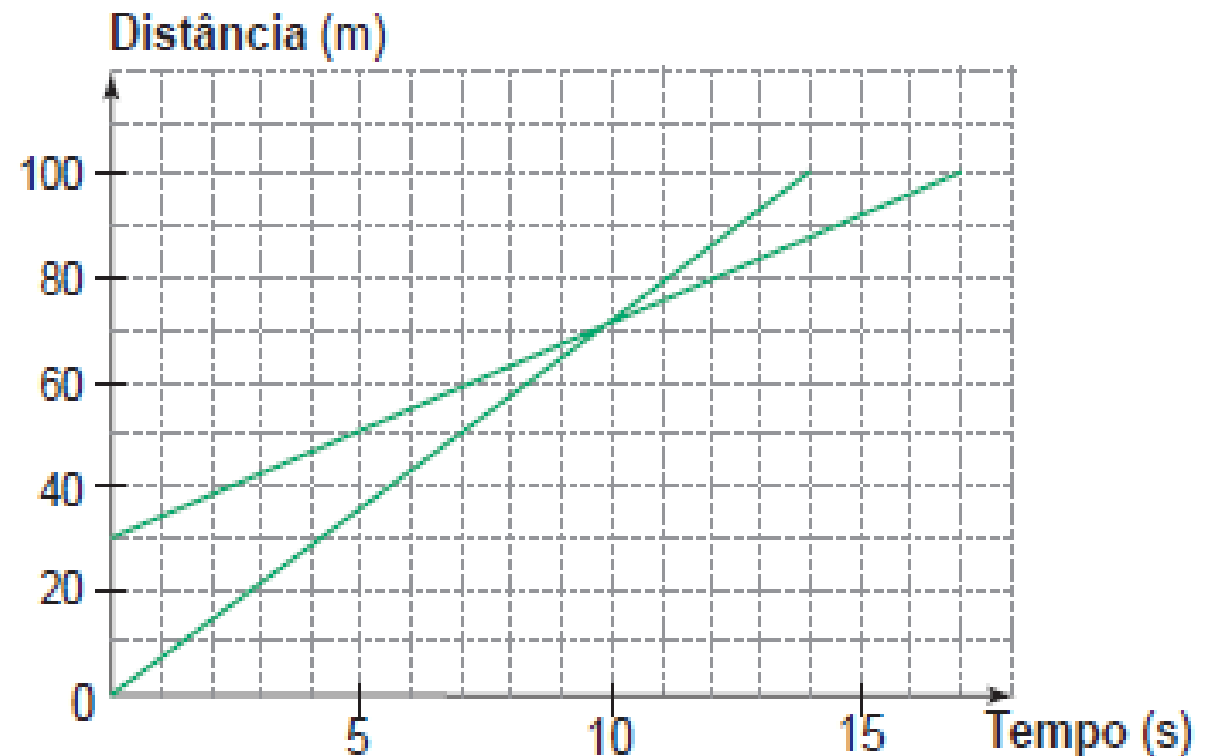
(Unicamp-SP) O preço a ser pago por uma corrida de táxi inclui uma parcela fixa, denominada *bandeirada*, e uma parcela que depende da distância percorrida. Se a bandeirada custa R\$ 3,44 e cada quilômetro rodado custa R\$ 0,86, calcule:

- a) o preço de uma corrida de 11 km;
- b) a distância percorrida por um passageiro que pagou R\$ 21,50 pela corrida.

Respostas: a) R\$ 12,90 b) 21 km

Um garoto desafia seu pai a uma corrida de 100 m. O pai permite que o filho comece a corrida 30 m a sua frente. Um gráfico bastante simplificado dessa corrida é dado a seguir:

- a) Pelo gráfico, como é possível dizer quem ganhou a corrida e qual foi a diferença de tempo?
- b) A que distância do início ele alcançou seu filho?
- c) Em que momento depois do início da corrida ocorreu a ultrapassagem?
- d) Determine as equações que definem a distância d em função do tempo t nos dois casos.



Respostas:

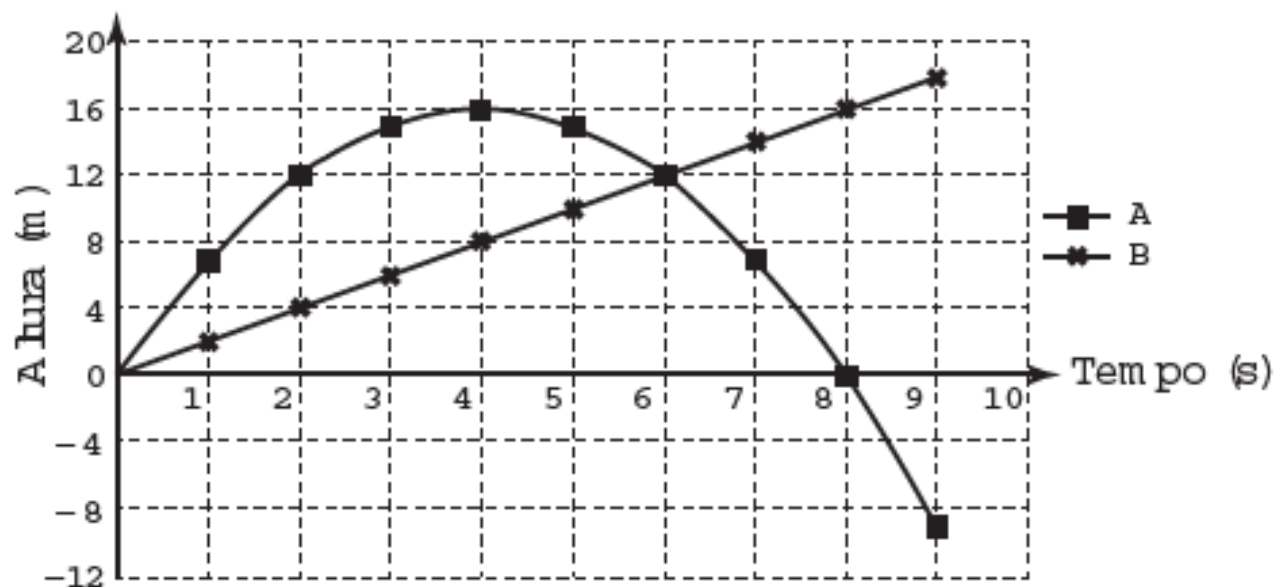
a) O pai ganhou a corrida, pois ele chegou nos 100 m aos 14s e o filho, aos 17s; a diferença de tempo foi de 3s.

b) Cerca de 70 m

c) Cerca de 9,5s

QUESTÃO 136

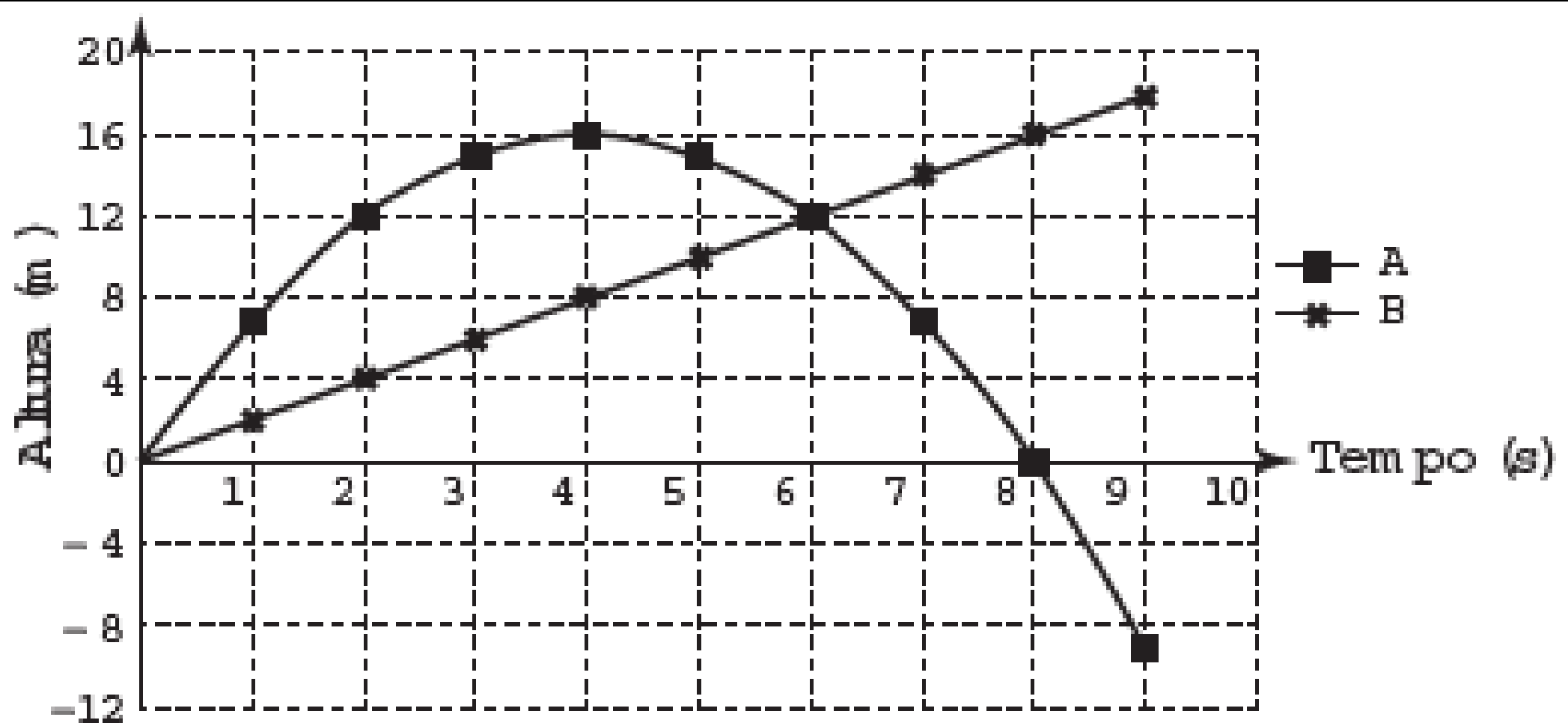
Para uma feira de ciências, dois projéteis de foguetes, A e B, estão sendo construídos para serem lançados. O planejamento é que eles sejam lançados juntos, com o objetivo de o projétil B interceptar o A quando esse alcançar sua altura máxima. Para que isso aconteça, um dos projéteis descreverá uma trajetória parabólica, enquanto o outro irá descrever uma trajetória supostamente retilínea. O gráfico mostra as alturas alcançadas por esses projéteis em função do tempo, nas simulações realizadas.

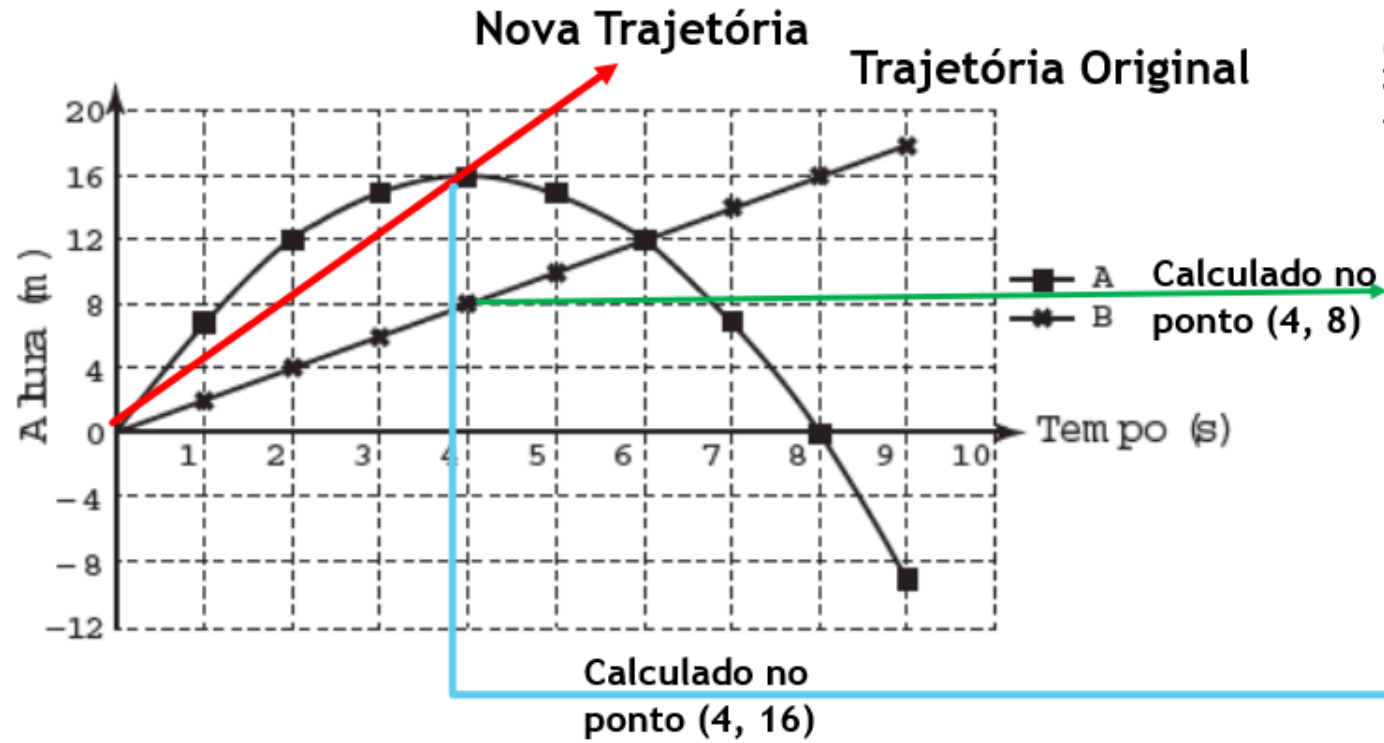


Com base nessas simulações, observou-se que a trajetória do projétil B deveria ser alterada para que o objetivo fosse alcançado.

Para alcançar o objetivo, o coeficiente angular da reta que representa a trajetória de B deverá

- A** diminuir em 2 unidades.
- B** diminuir em 4 unidades.
- C** aumentar em 2 unidades.
- D** aumentar em 4 unidades.
- E** aumentar em 8 unidades.





Coeficiente Angular da Trajetória Original:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{8}{4}$$

$$m = 2$$

Coeficiente Angular da Nova Trajetória:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{16}{4}$$

$$m = 4$$

Portanto o Coeficiente tem que aumentar em 2 unidades.

LETRA C

Vazão

Volume que escoa por um tubo em determinado intervalo de tempo.

$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

- ▶ Uma torneira enche uma garrafa de 2 L em 50 segundos, qual a vazão da torneira?
- ▶ Quanto tempo ela demora para encher uma piscina de 3000 L?

Vazão

Uma torneira enche uma garrafa de 2 L em 50 segundos, qual a vazão da torneira?

$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{2}{50} = 0,04 \text{ L/s}$$

Quanto tempo ela demora para encher uma piscina de 3000 L?

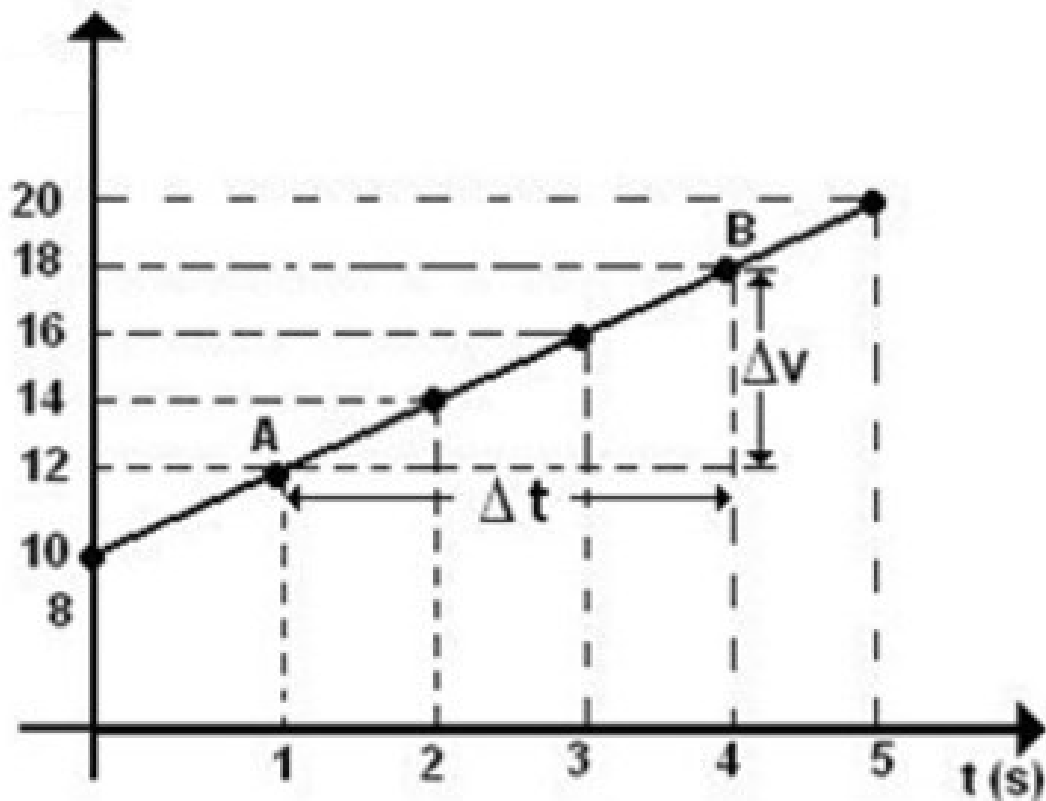
$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t} \quad 0,04 = \frac{3000}{\Delta t} \quad \Delta t = 75000 \text{ s}$$

Vazão

O volume em um recipiente é função linear da vazão.

$$V(t) = Q \cdot t + V_0$$

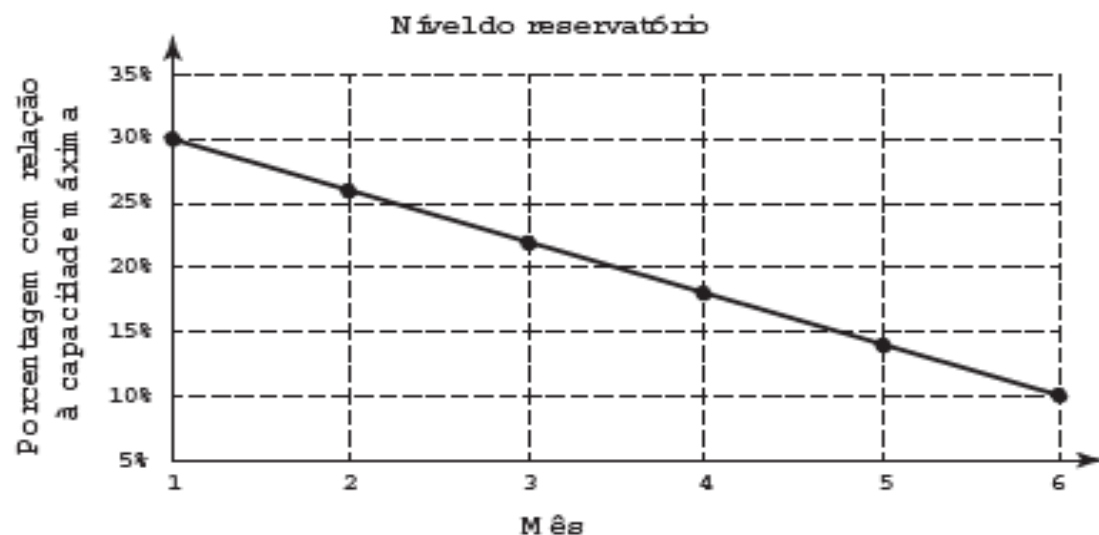
Q = Coeficiente Angular



$$Q = \frac{18 - 12}{4 - 1} = \frac{6}{3} = 2 \text{ L/s}$$

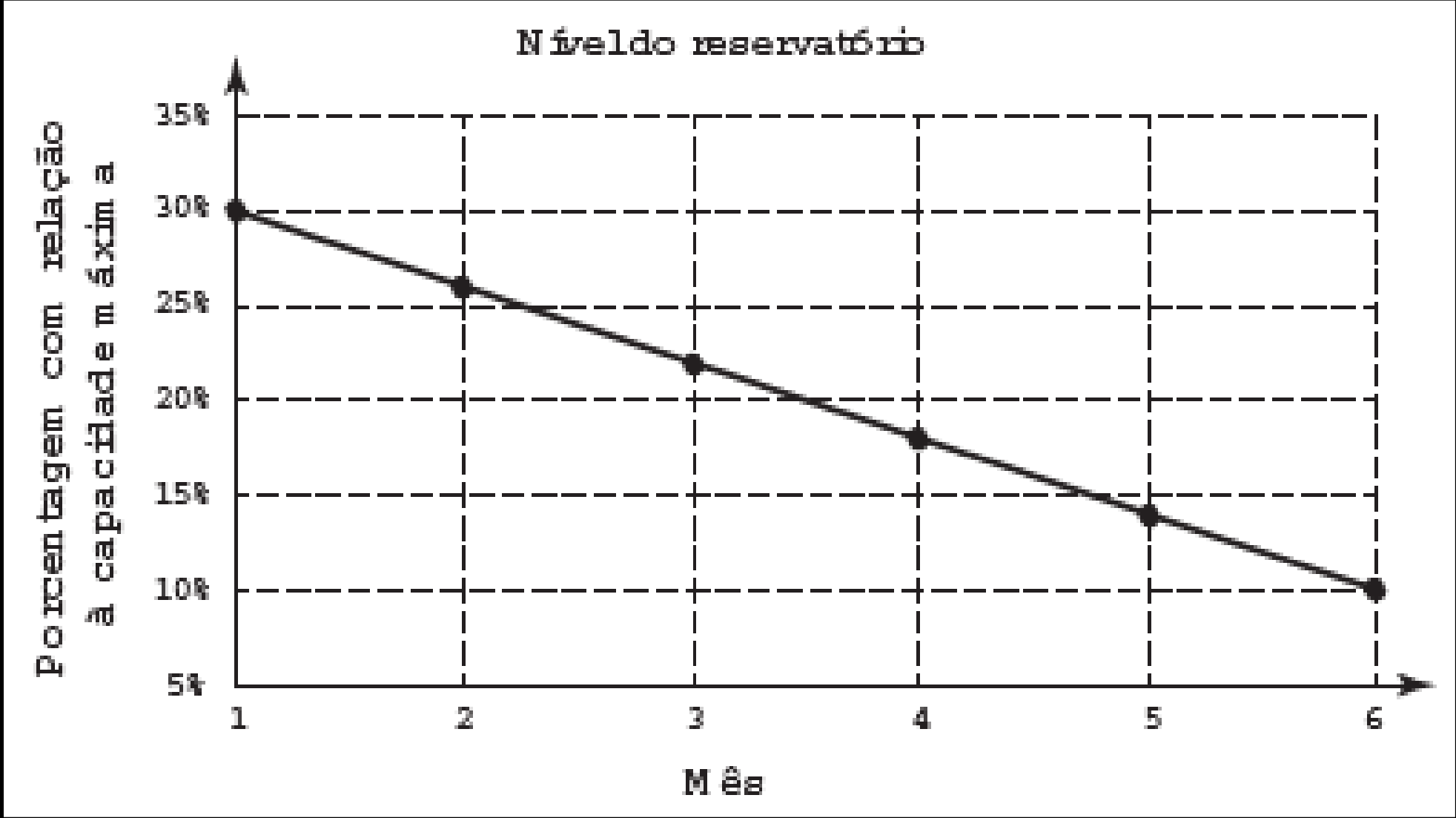
QUESTÃO 143

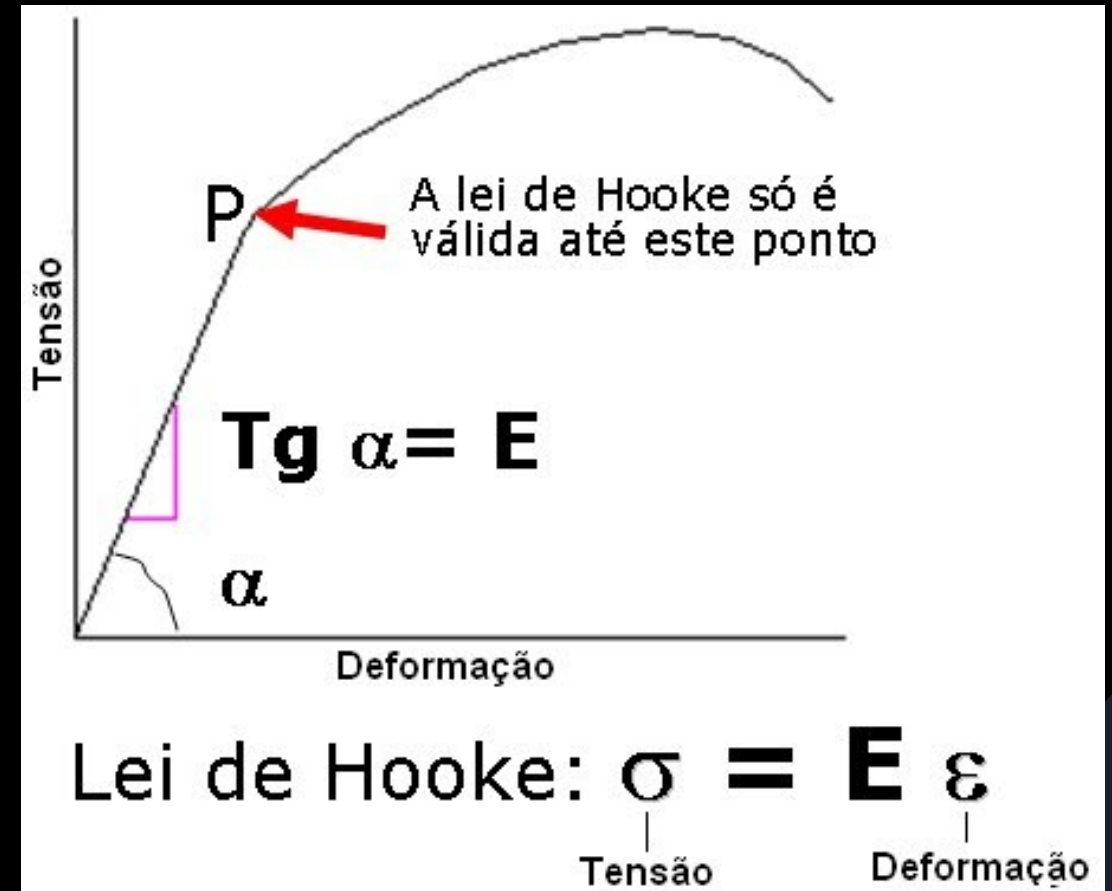
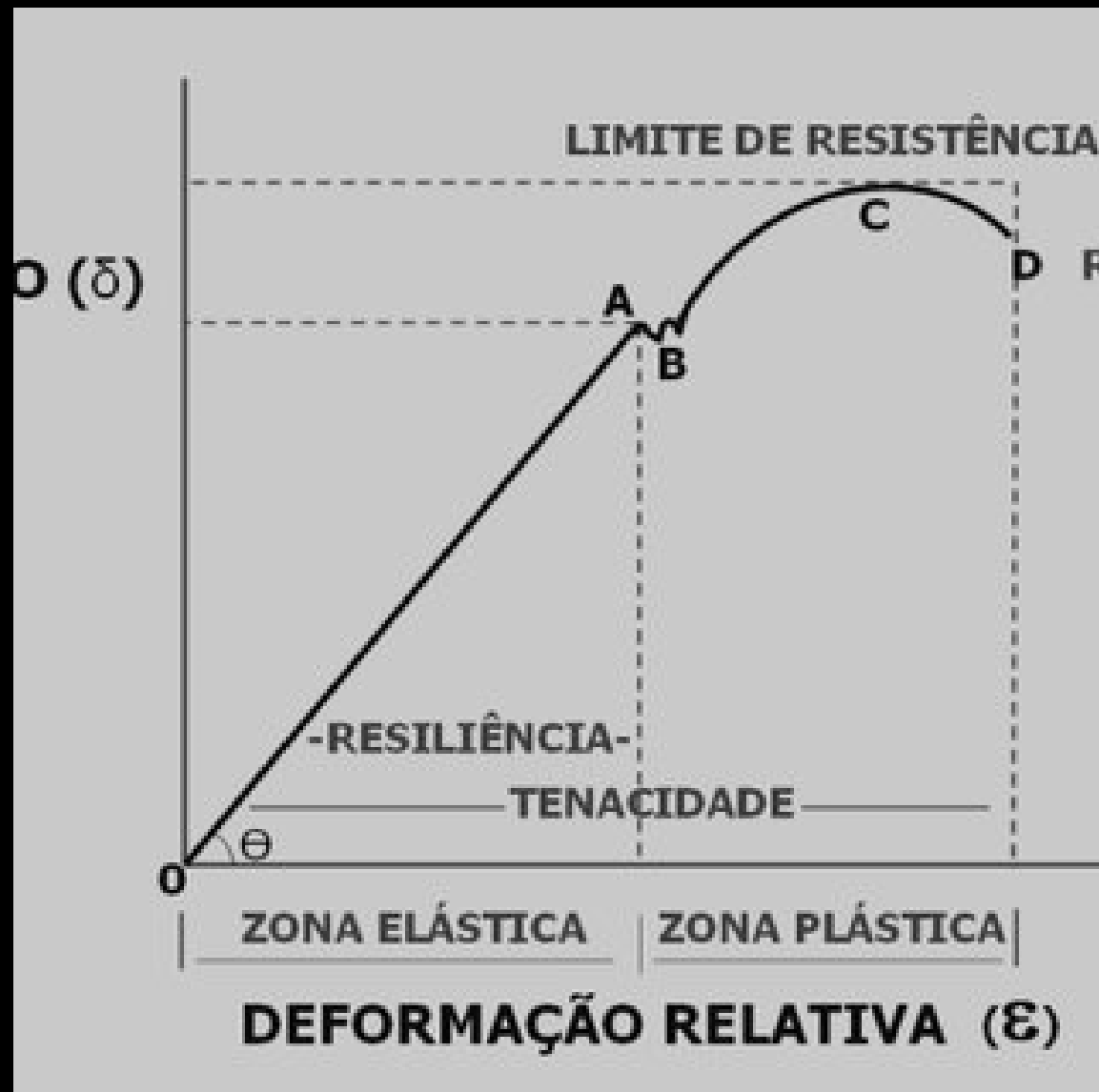
Um dos grandes desafios do Brasil é o gerenciamento dos seus recursos naturais, sobretudo os recursos hídricos. Existe uma demanda crescente por água e o risco de racionamento não pode ser descartado. O nível de água de um reservatório foi monitorado por um período, sendo o resultado mostrado no gráfico. Suponha que essa tendência linear observada no monitoramento se prolongue pelos próximos meses.



Nas condições dadas, qual o tempo mínimo, após o sexto mês, para que o reservatório atinja o nível zero de sua capacidade?

- A** 2 meses e meio.
- B** 3 meses e meio.
- C** 1 mês e meio.
- D** 4 meses.
- E** 1 mês.





O saldo de contratações no mercado formal no setor varejista da região metropolitana de São Paulo registrou alta. Comparando as contratações deste setor no mês de fevereiro com as de janeiro deste ano, houve incremento de 4.300 vagas no setor, totalizando 880.605 trabalhadores com carteira assinada.

Suponha que o incremento de trabalhadores no setor varejista seja sempre o mesmo nos seis primeiros meses do ano. Considerando-se que y e x representam, respectivamente, as quantidades de trabalhadores no setor varejista e os meses, janeiro sendo o primeiro, fevereiro, o segundo, e assim por diante, a expressão algébrica que relaciona essas quantidades nesses meses é:

A. $y = 4.300x$.

B. $y = 884.905x$.

C. $y = 872.005 + 4.300x$.

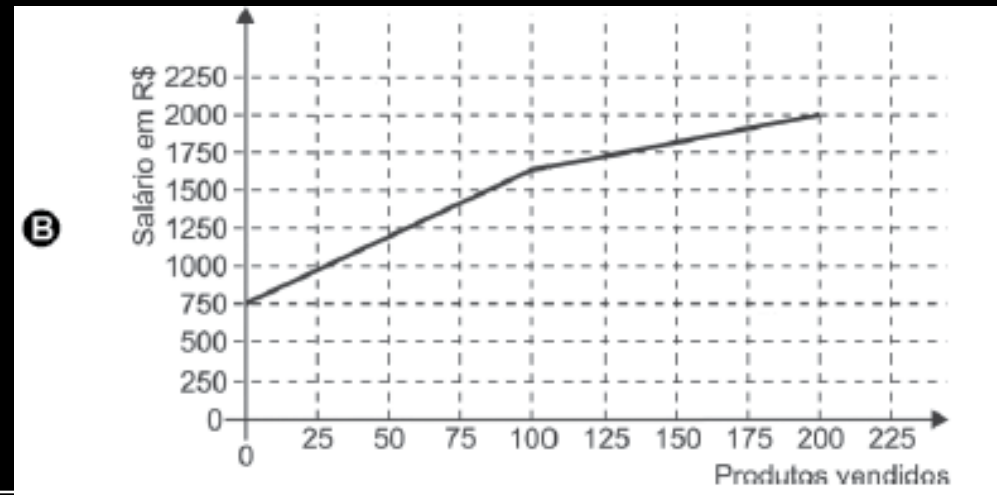
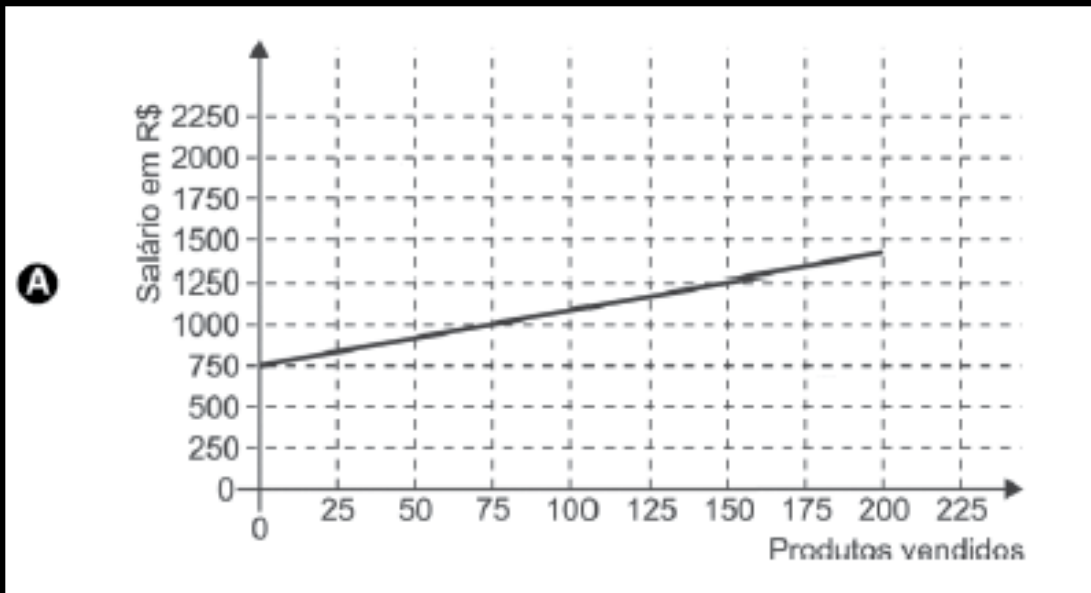
D. $y = 876.305 + 4.300x$.

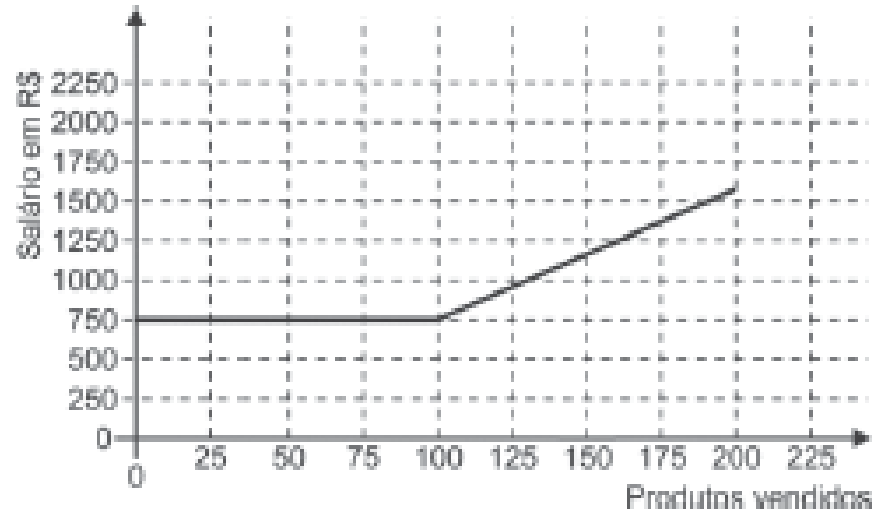
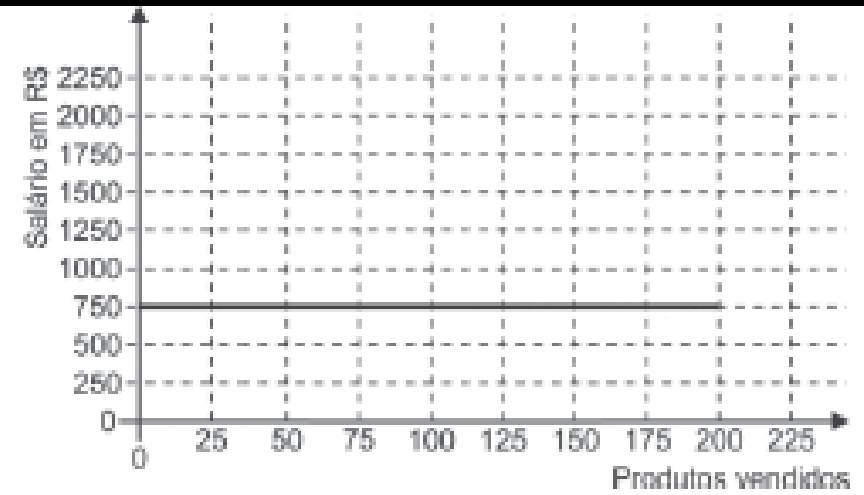
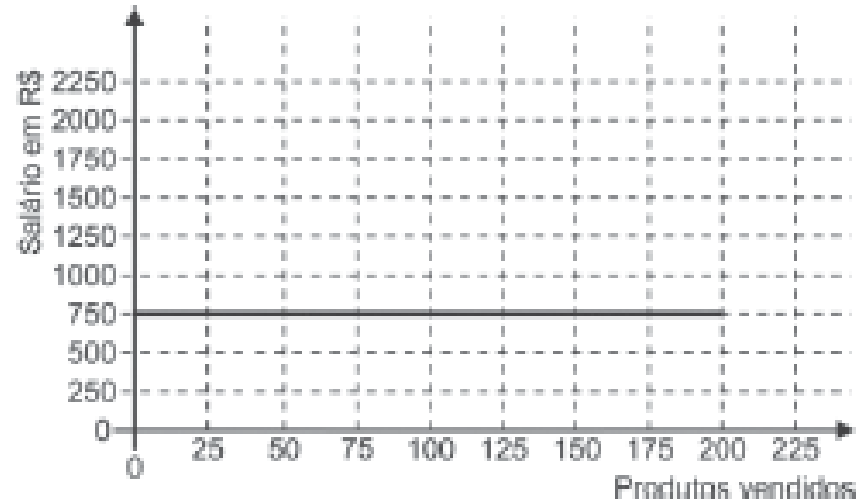
E. $y = 880.605 + 4.300x$.

Certo vendedor tem seu salário mensal calculado da seguinte maneira: ele ganha um valor fixo de R\$ 750,00, mais uma comissão de R\$ 9,00 para cada produto vendido.

Caso ele venda mais de 100 produtos, sua comissão passa a ser de R\$ 3,00 para cada produto vendido, a partir do 101º produto vendido.

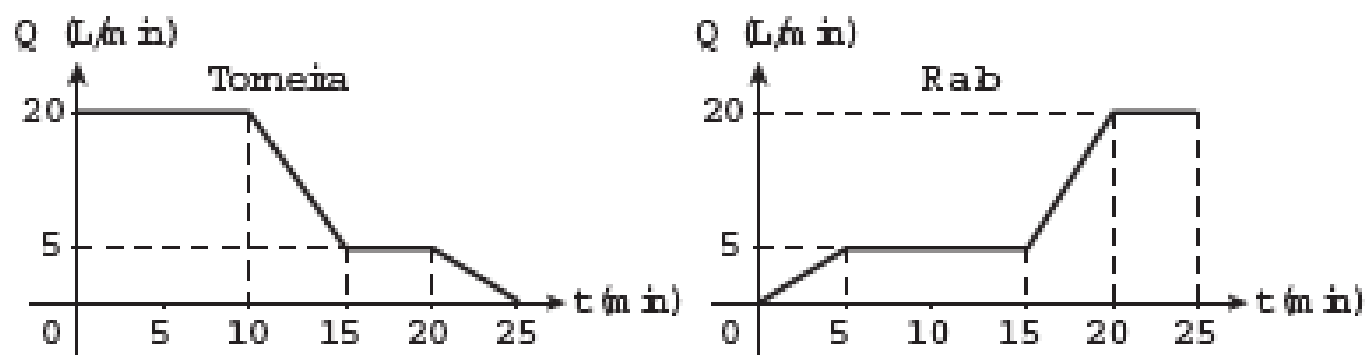
Com essas informações, o gráfico que melhor representa a relação entre salário e número de produtos vendidos é:



C**D****E**

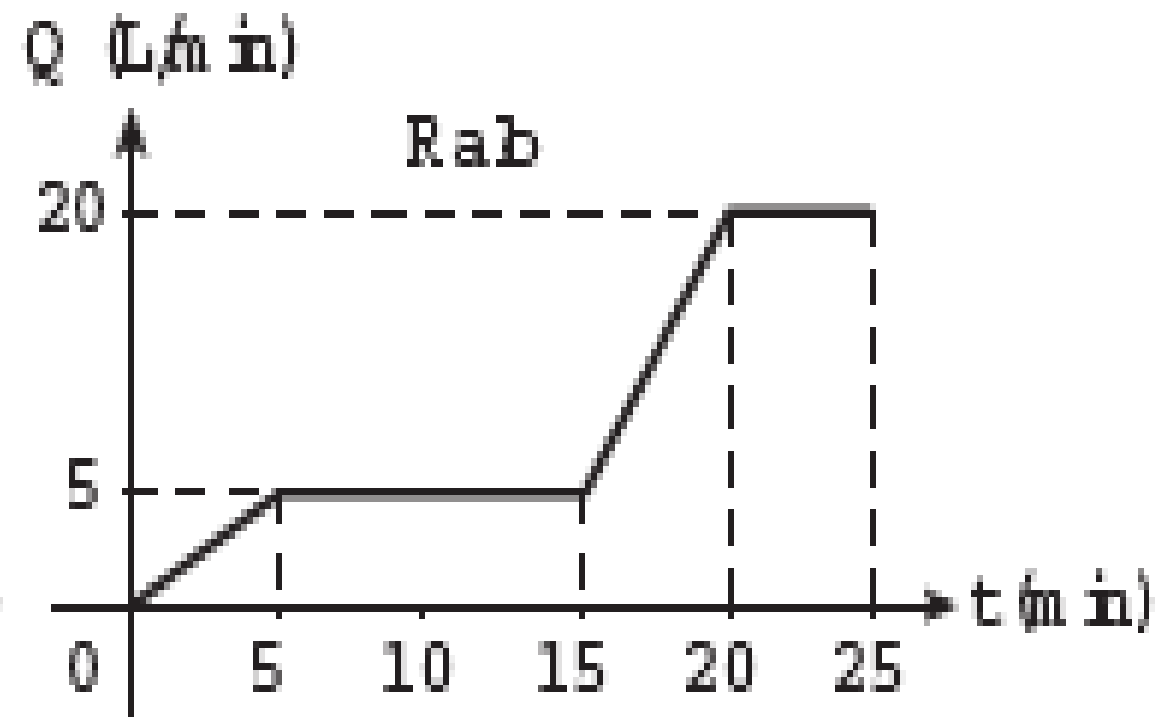
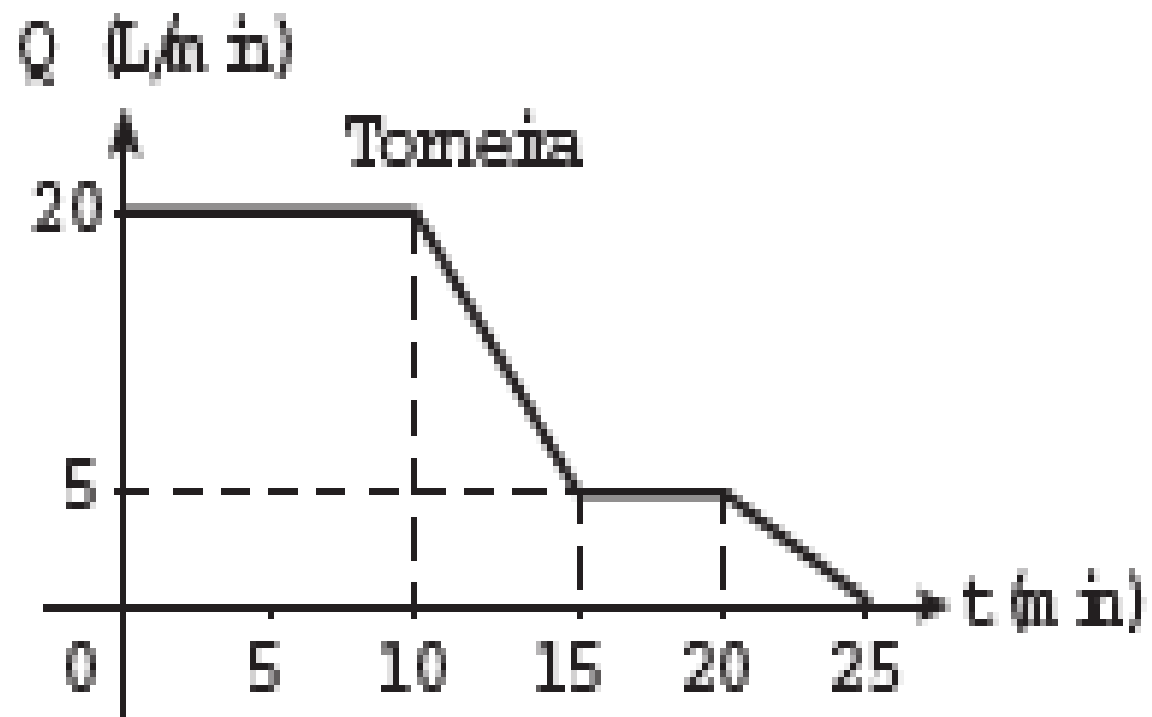
QUESTAO 163

Um reservatório é abastecido com água por uma torneira e um ralo faz a drenagem da água desse reservatório. Os gráficos representam as vazões Q , em litro por minuto, do volume de água que entra no reservatório pela torneira e do volume que sai pelo ralo, em função do tempo t , em minuto.



Em qual intervalo de tempo, em minuto, o reservatório tem uma vazão constante de enchimento?

- A** De 0 a 10.
- B** De 5 a 10.
- C** De 5 a 15.
- D** De 15 a 25.
- E** De 0 a 25.



O número mensal de passagens de uma determinada empresa aérea aumentou no ano passado nas seguintes condições: em janeiro foram vendidas 33.000 passagens; em fevereiro, 34.500; em março, 36.000. Esse padrão de crescimento se mantém para os meses subsequentes.

Quantas passagens foram vendidas por essa empresa em julho do ano passado?

- A. 38.000
- B. 40.500
- C. 41.000
- D. 42.000
- E. 48.000

As projeções para a produção de arroz no período de 2012-2021, em uma determinada região produtora, apontam para uma perspectiva de crescimento constante da produção anual. O quadro apresenta a quantidade de arroz, em toneladas, que será produzida nos primeiros anos desse período, de acordo com essa projeção.

A quantidade total de arroz, em toneladas, que deverá ser produzida no período de 2012 a 2021 será de:

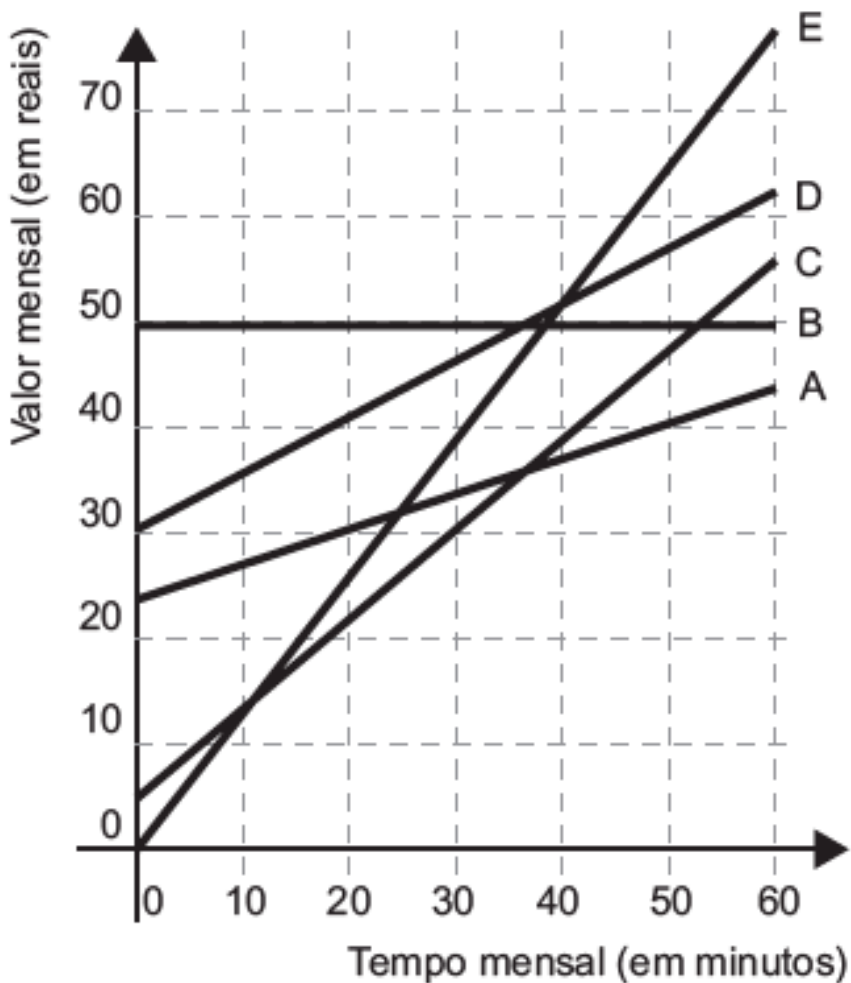
- A. 497,25
- B. 500,85
- C. 502,87
- D. 558,75
- E. 563,25

Ano	Projeção da produção (t)
2012	50,25
2013	51,50
2014	52,75
2015	54,00

QUESTÃO 175

No Brasil há várias operadoras e planos de telefonia celular.

Uma pessoa recebeu 5 propostas (A, B, C, D e E) de planos telefônicos. O valor mensal de cada plano está em função do tempo mensal das chamadas, conforme o gráfico.

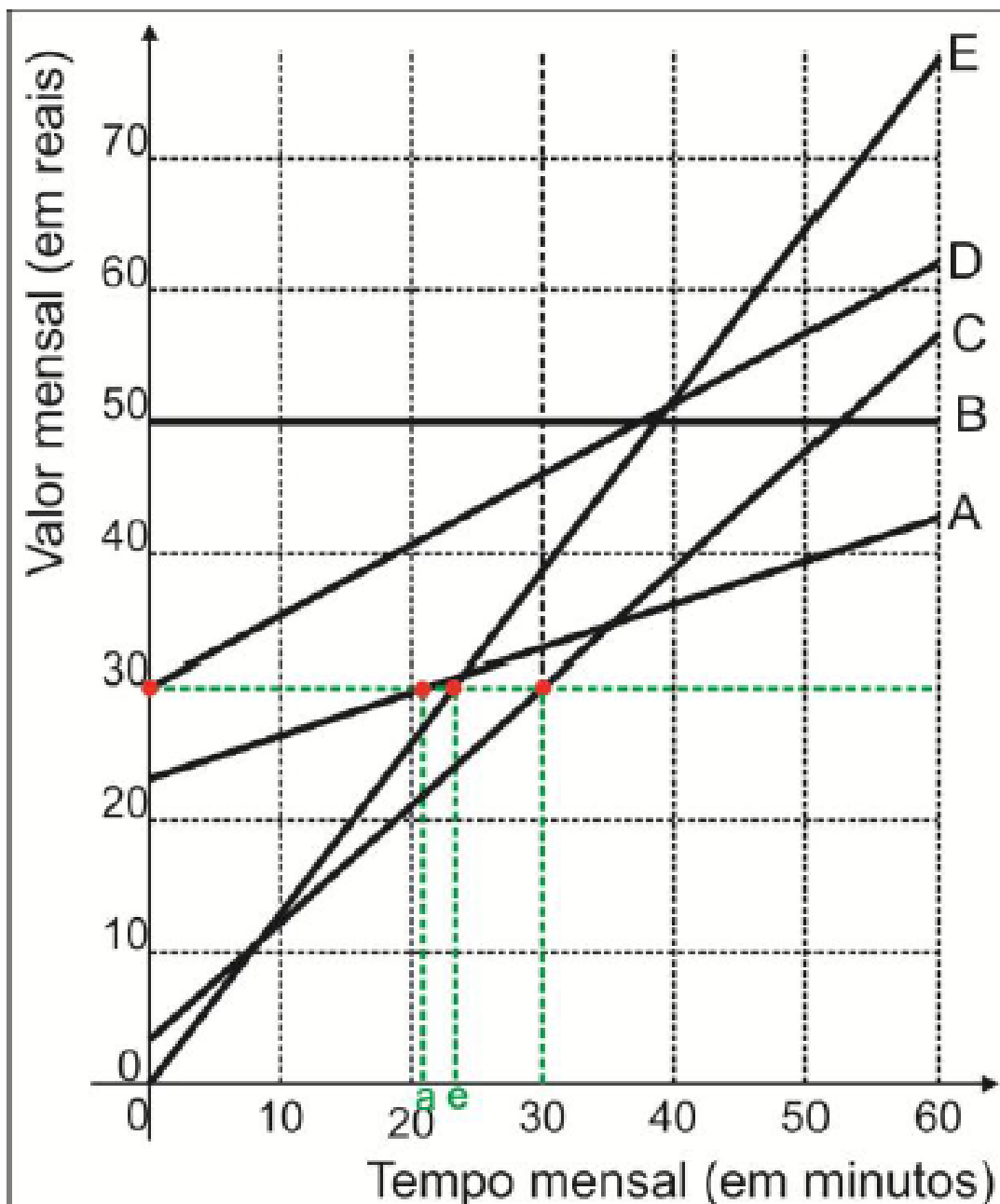


Essa pessoa pretende gastar exatamente R\$ 30,00 por mês com telefone.

Dos planos telefônicos apresentados, qual é o mais vantajoso, em tempo de chamada, para o gasto previsto para essa pessoa?

- a) A
- b) B
- c) C
- d) D
- e) E

RESOLUÇÃO:



Pelo gráfico ao lado, vê-se que a reta $v = 30$, intercepta todos os segmentos representativos das propostas (D, A, E e C) de planos telefônicos, respectivamente, nos pontos $(0, 30)$, $(a, 30)$, $(e, 30)$ e $(30, 30)$, onde as abscissas, $(0, a, e, 30)$ representam os valores do tempo, em minutos, de chamada para o gasto previsto por essa pessoa que é de R\$ 30,00.

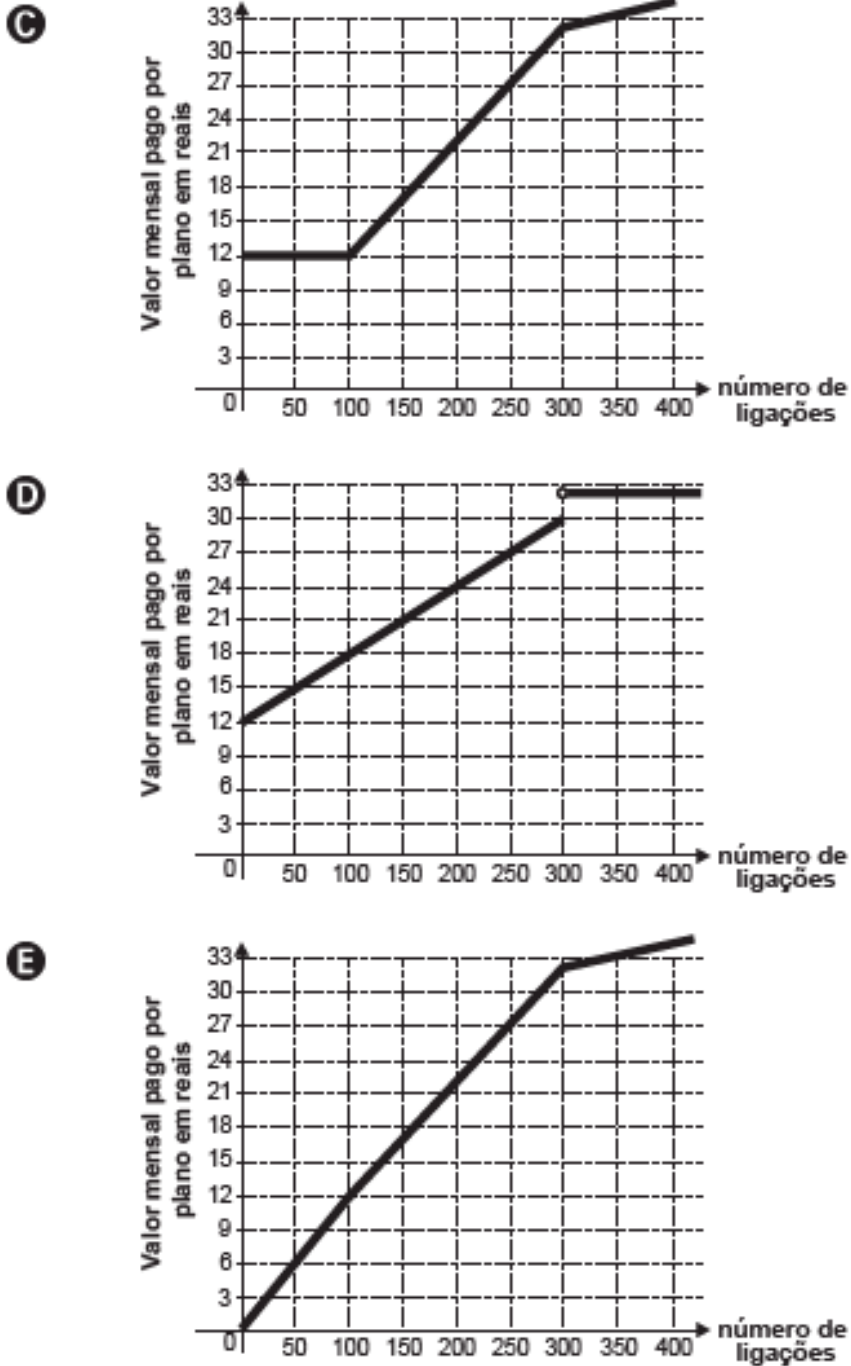
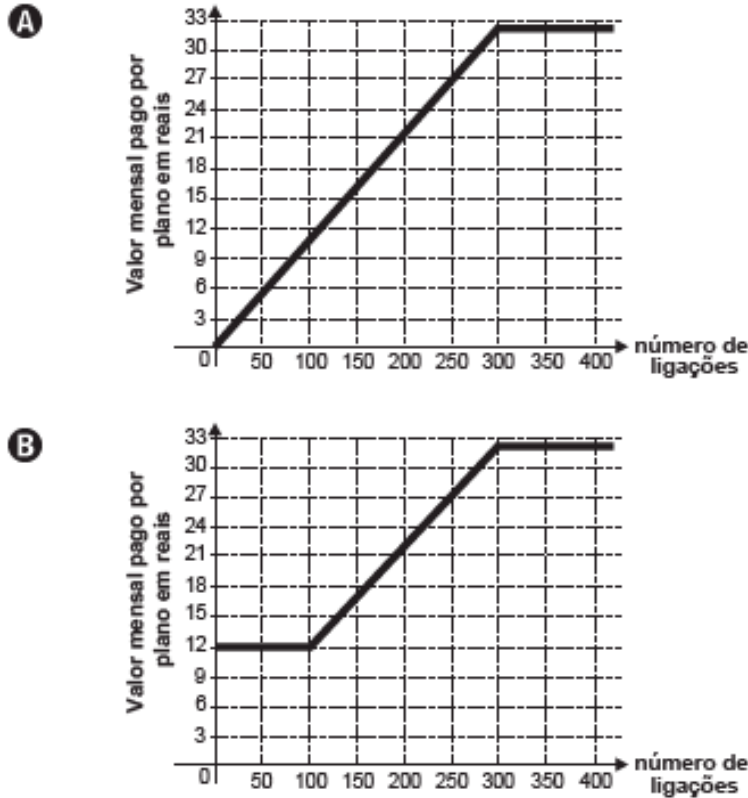
Como $0 < a < e < 30$, o plano telefônico mais vantajoso é o C.

RESPOSTA: Alternativa c.

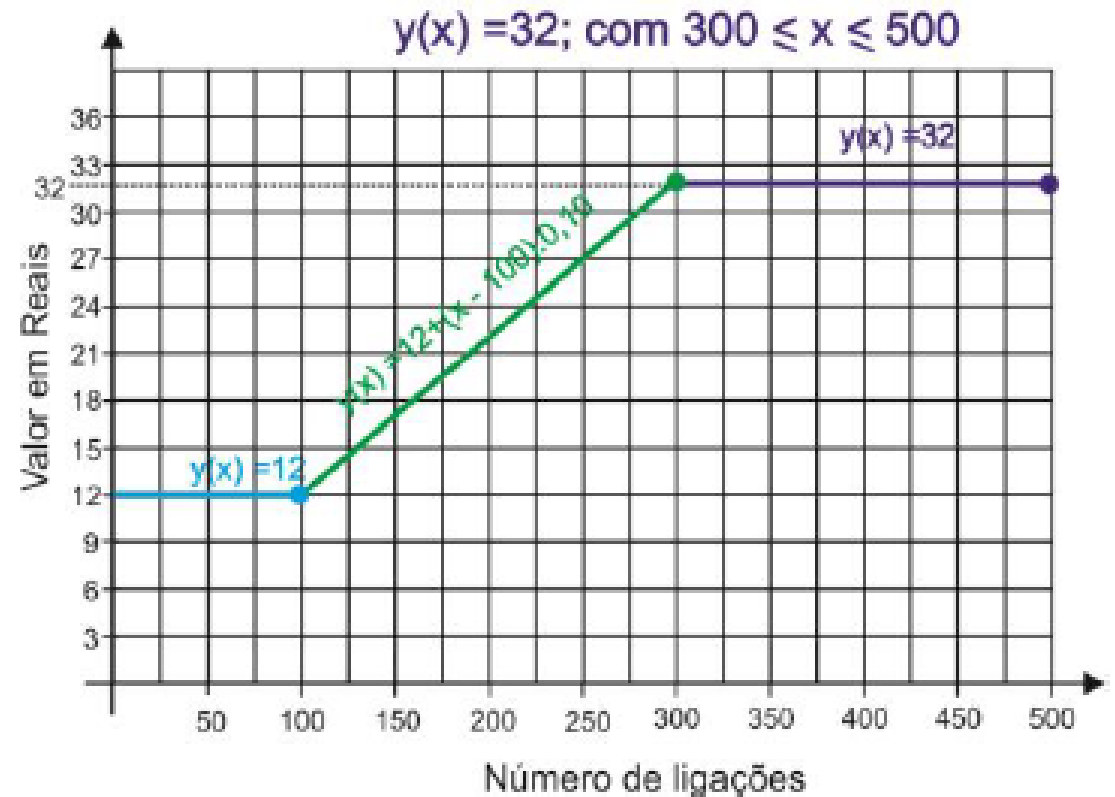
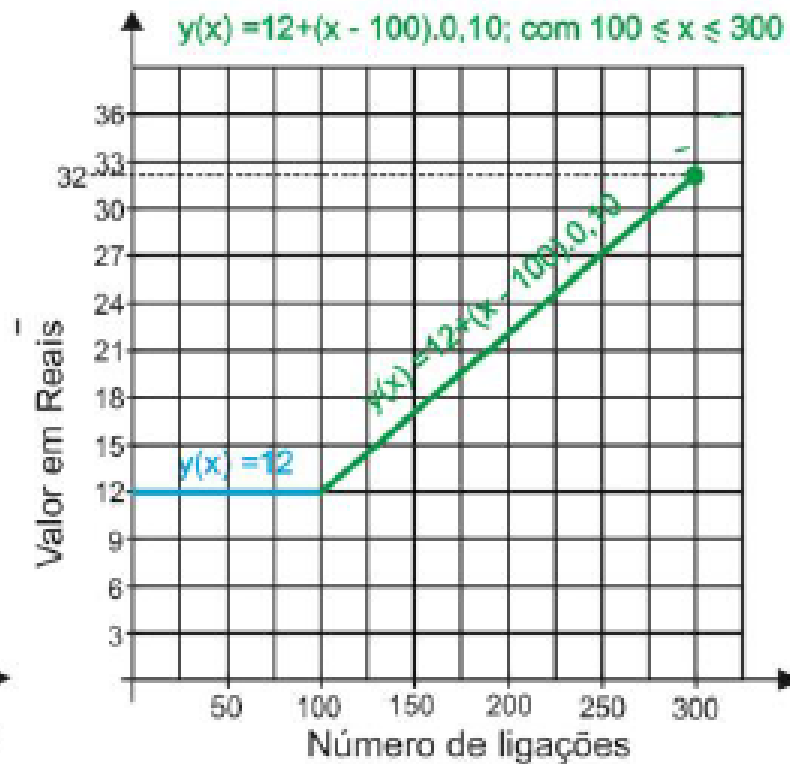
QUESTÃO 138

Após realizar uma pesquisa de mercado, uma operadora de telefonia celular ofereceu aos clientes que utilizavam até 500 ligações ao mês o seguinte plano mensal: um valor fixo de R\$ 12,00 para os clientes que fazem até 100 ligações ao mês. Caso o cliente faça mais de 100 ligações, será cobrado um valor adicional de R\$ 0,10 por ligação, a partir da 101ª até a 300ª; e caso realize entre 300 e 500 ligações, será cobrado um valor fixo mensal de R\$ 32,00.

Com base nos elementos apresentados, o gráfico que melhor representa a relação entre o valor mensal pago por esse plano e o número de ligações feitas é:



RESOLUÇÃO:



$$y(x) = 12 + (x - 100) \times 0,10 \Rightarrow \begin{cases} f(100) = 12 \\ f(300) = 32 \end{cases}$$