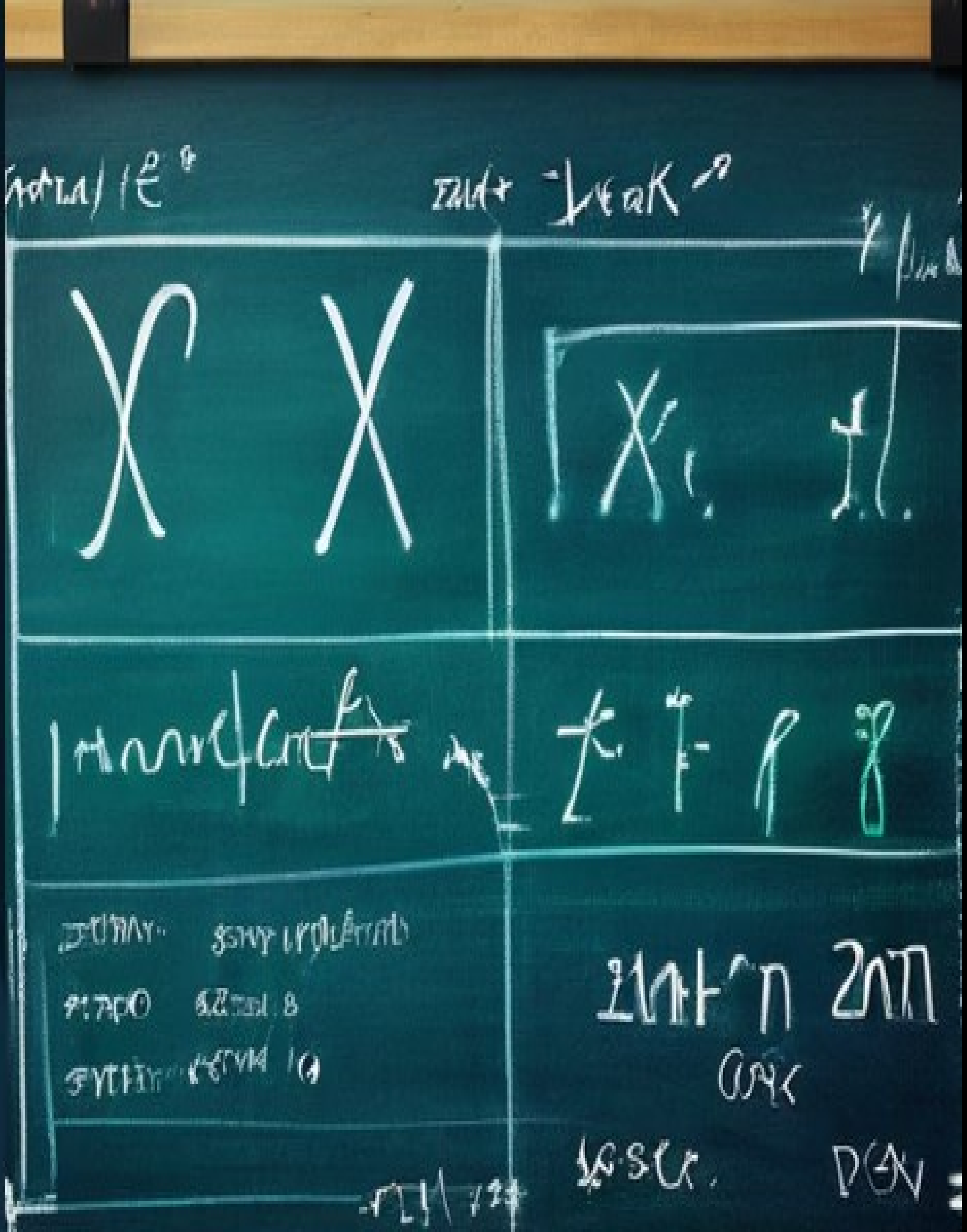


CÁLCULO 1

Aula 2 –Função Quadrática

Curso de Ciência da Computação
Dr. Rodrigo Xavier de Almeida Leão
Cientista de Dados

Função de 2º grau ou Quadrática

- Possui a forma:

$$\boxed{f(x) = \boldsymbol{a}\,x^2 + \boldsymbol{b}\,x + \boldsymbol{c}}$$

Onde:

x = variável dependente

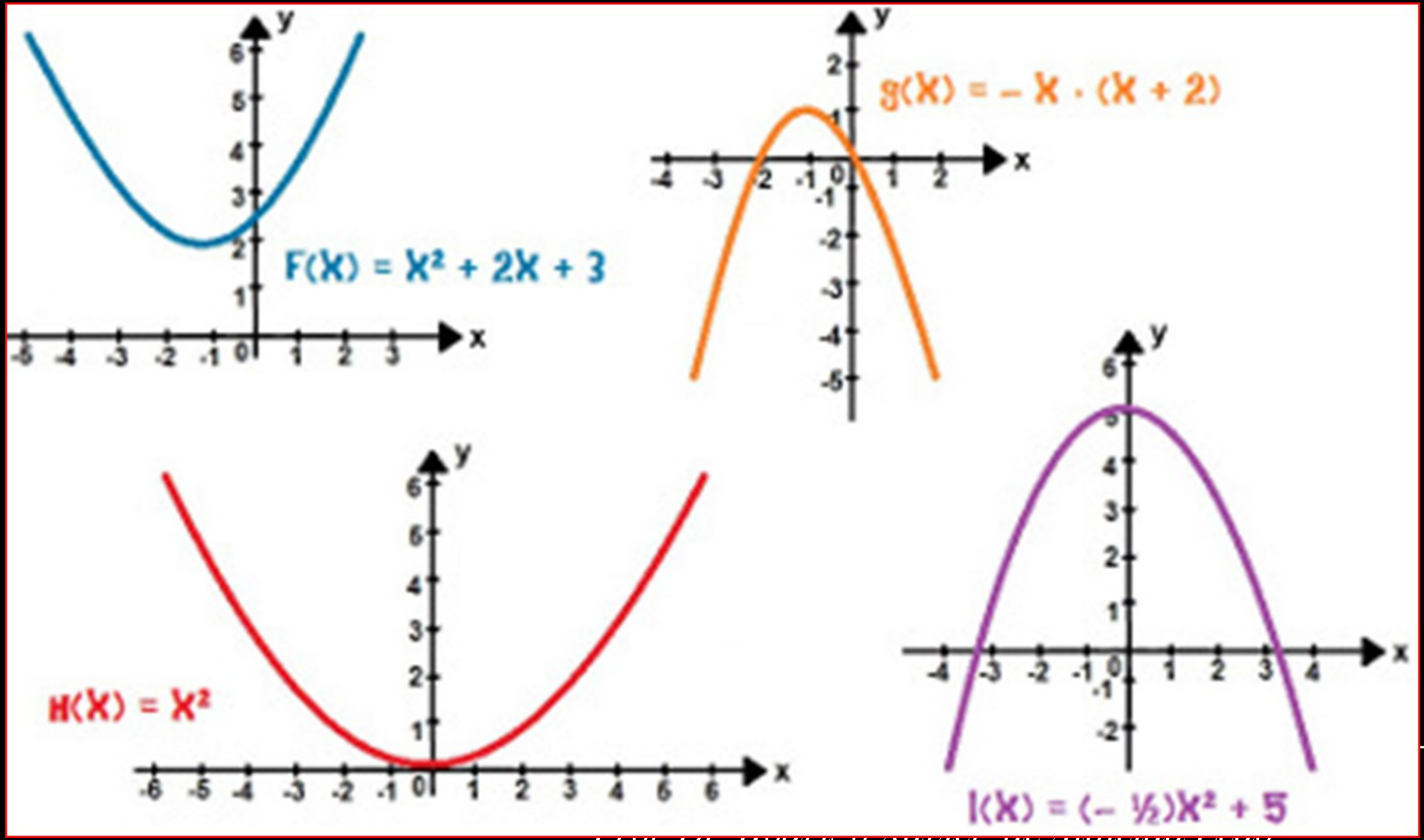
a = constante

b = constante

c = constante

Função de 2º grau ou Quadrática

- O gráfico da **função quadrática tem a forma de uma parábola.**

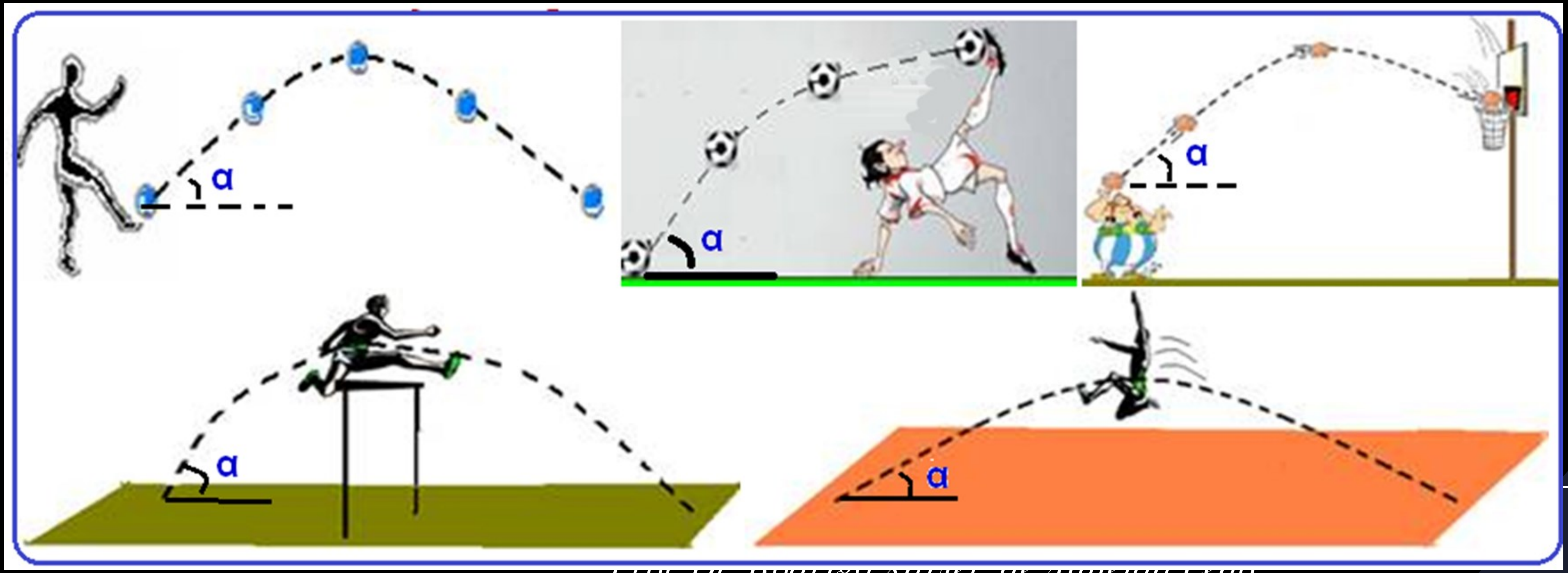


Função de 2º grau ou Quadrática

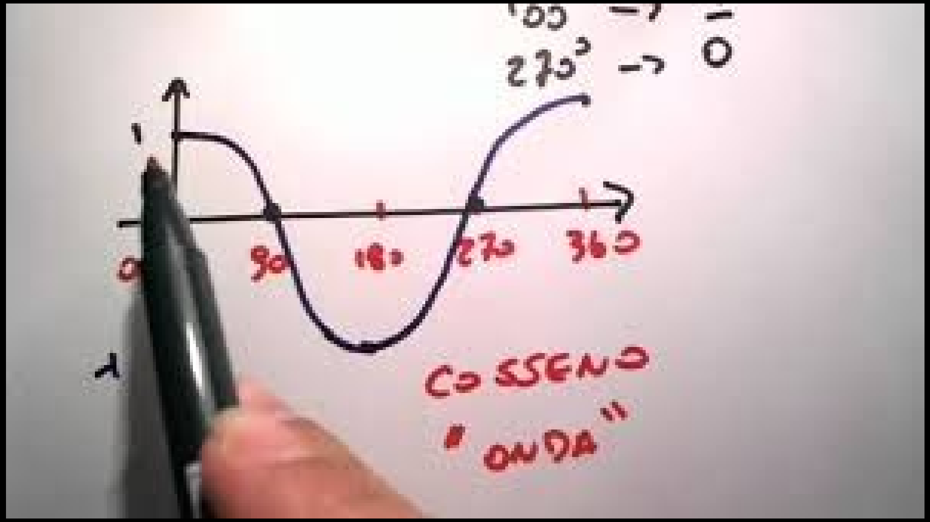
- Equação do **MRUV Movimento Retilíneo Uniformemente Variado**

$$S(t) = \frac{a}{2}\,t^2 + v_0\,t + S_0$$

- Lançamento oblíquo.



Desenhando a Função Quadrática



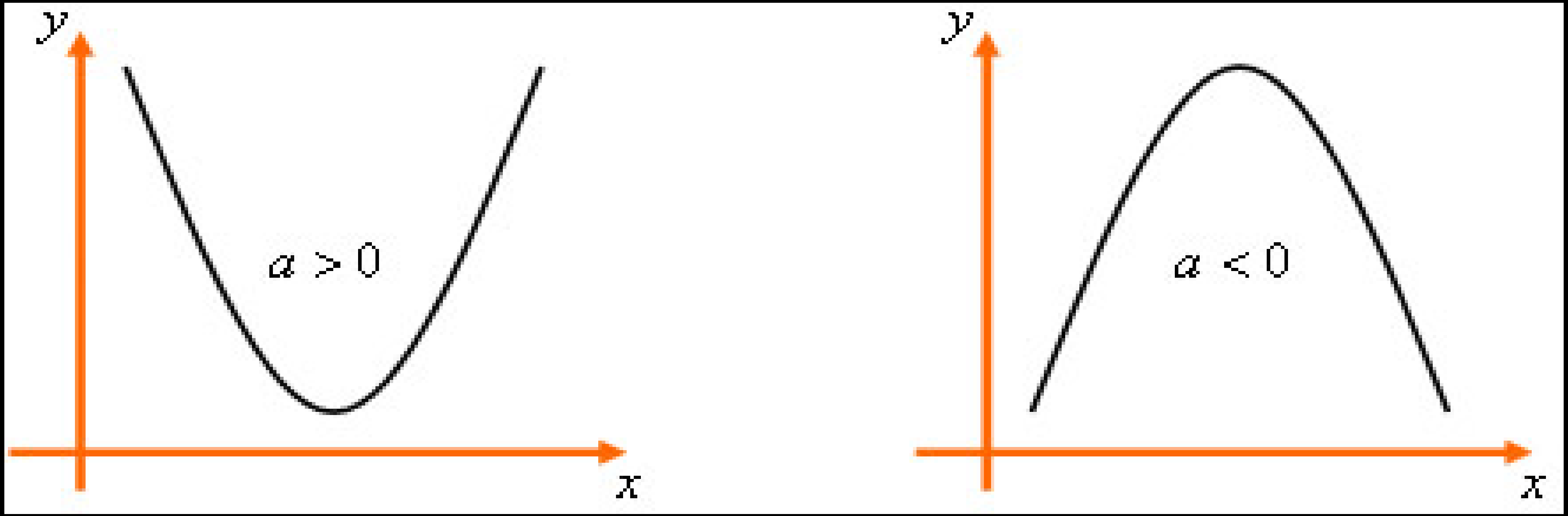
Prof. Dr. Rodrigo Xavier de Almeida Leão

Concavidade da função

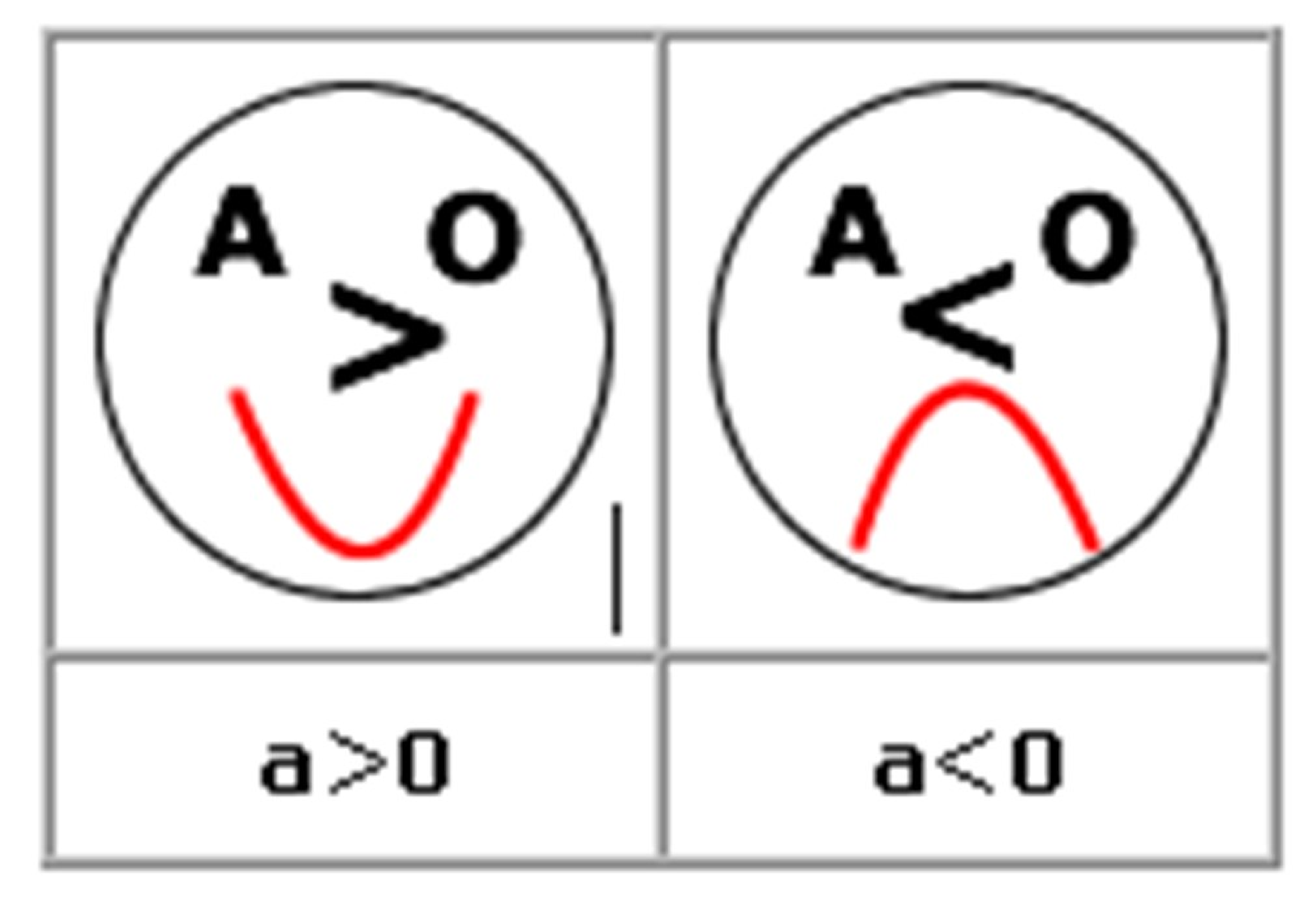
- Depende da constante **a**.

a > 0
Concavidade para cima.

a < 0
Concavidade para baixo.

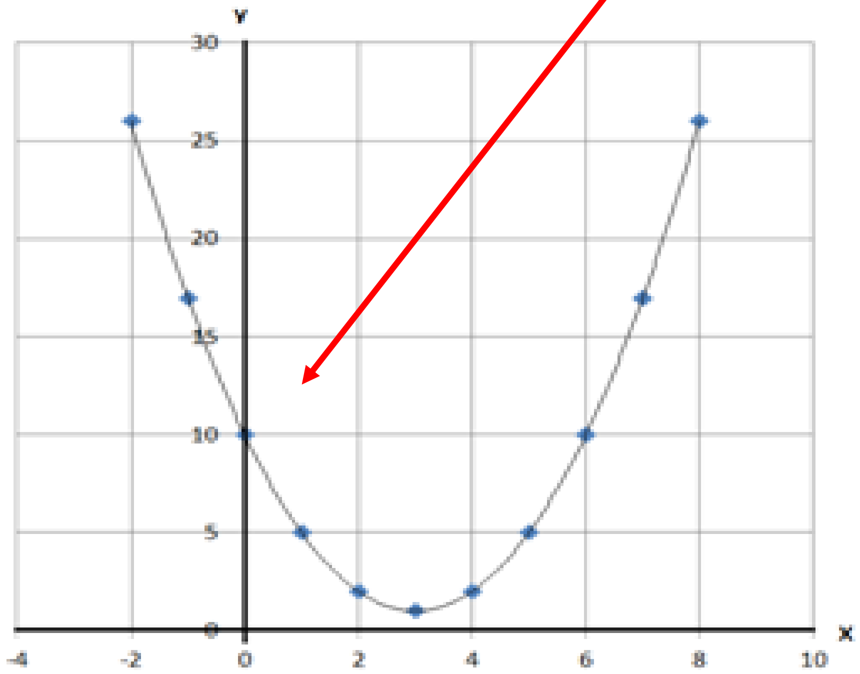
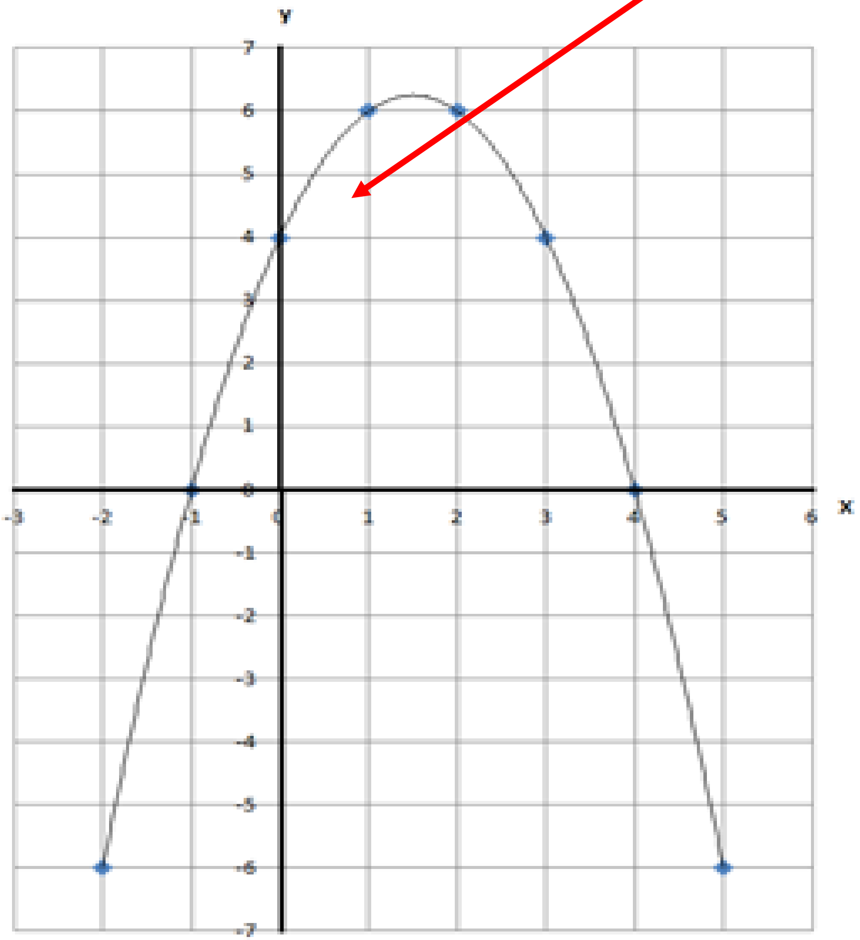


Concavidade da função



Intercepta o eixo y

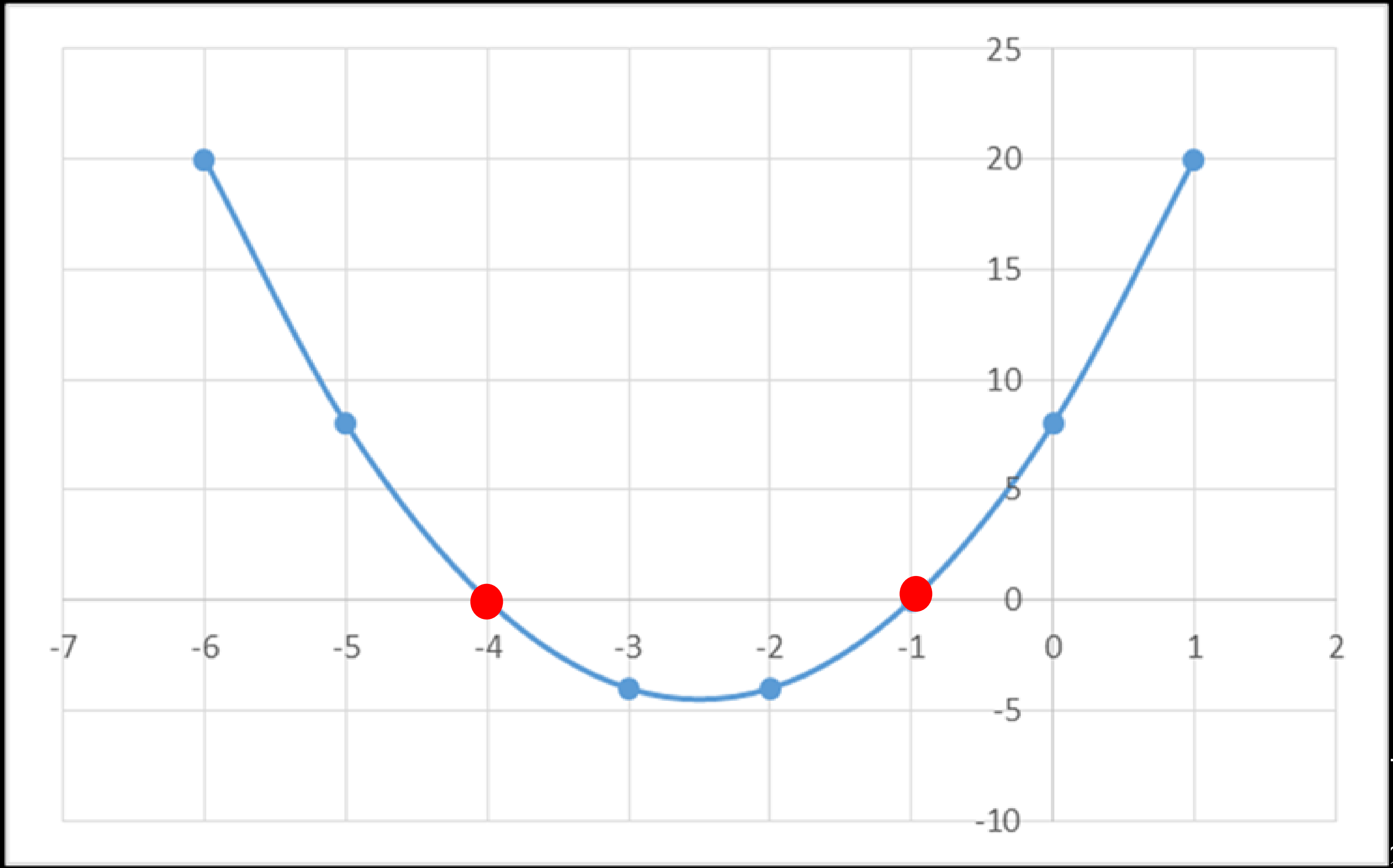
- Intercepta o eixo y na **constante c.**

$y = x^2 - 6x + 10$	$y = -x^2 + 3x + 4$
	

Raízes (zeros) da função

- Valores da variável x que fazem com que f(x) = 0.

- São os pontos **onde o gráfico intercepta o eixo x.**



X = -4 f(x) = 0

X = -1 f(x) = 0

Calculando os zeros:

1º _ Calcular o **Delta** (Δ):

$$\boxed{\Delta = b^2 - (4.a.c)}$$

2º _ Determinar as raízes:

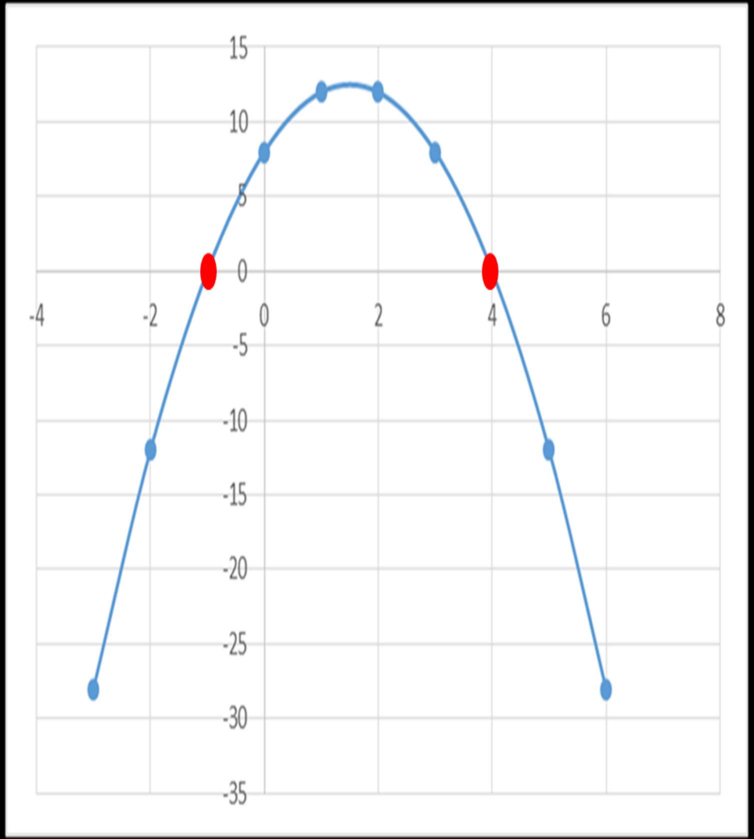
$$\boxed{x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}}$$

$$\boxed{x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}}$$

$$\boxed{x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}}$$

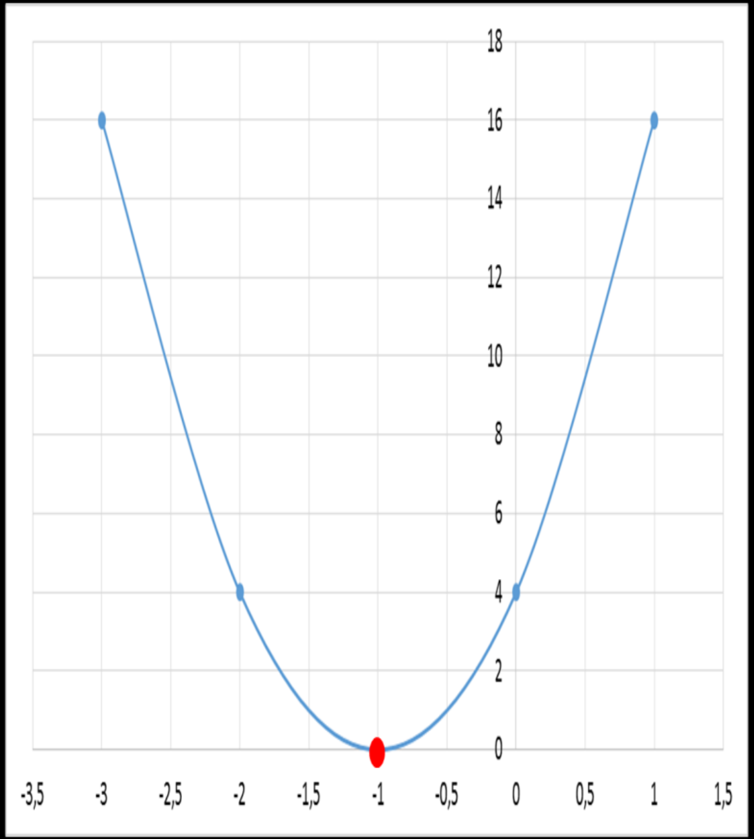
Análise do DELTA (Δ):

Δ > 0
Duas raízes.



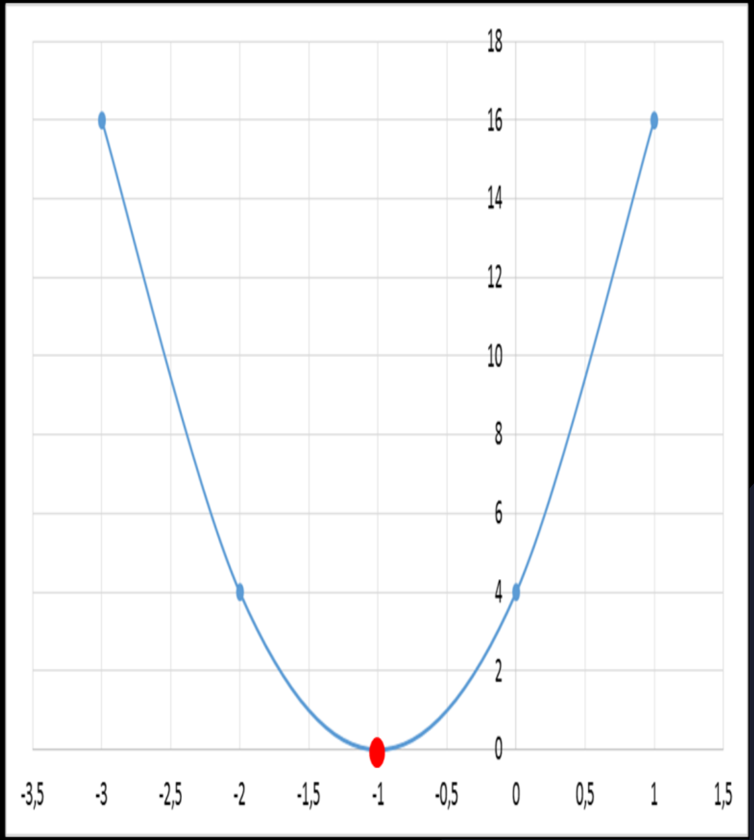
A função corta o eixo x em **dois pontos.**

Δ = 0
Apenas **uma** raiz.



A função corta o eixo x em **um ponto.**

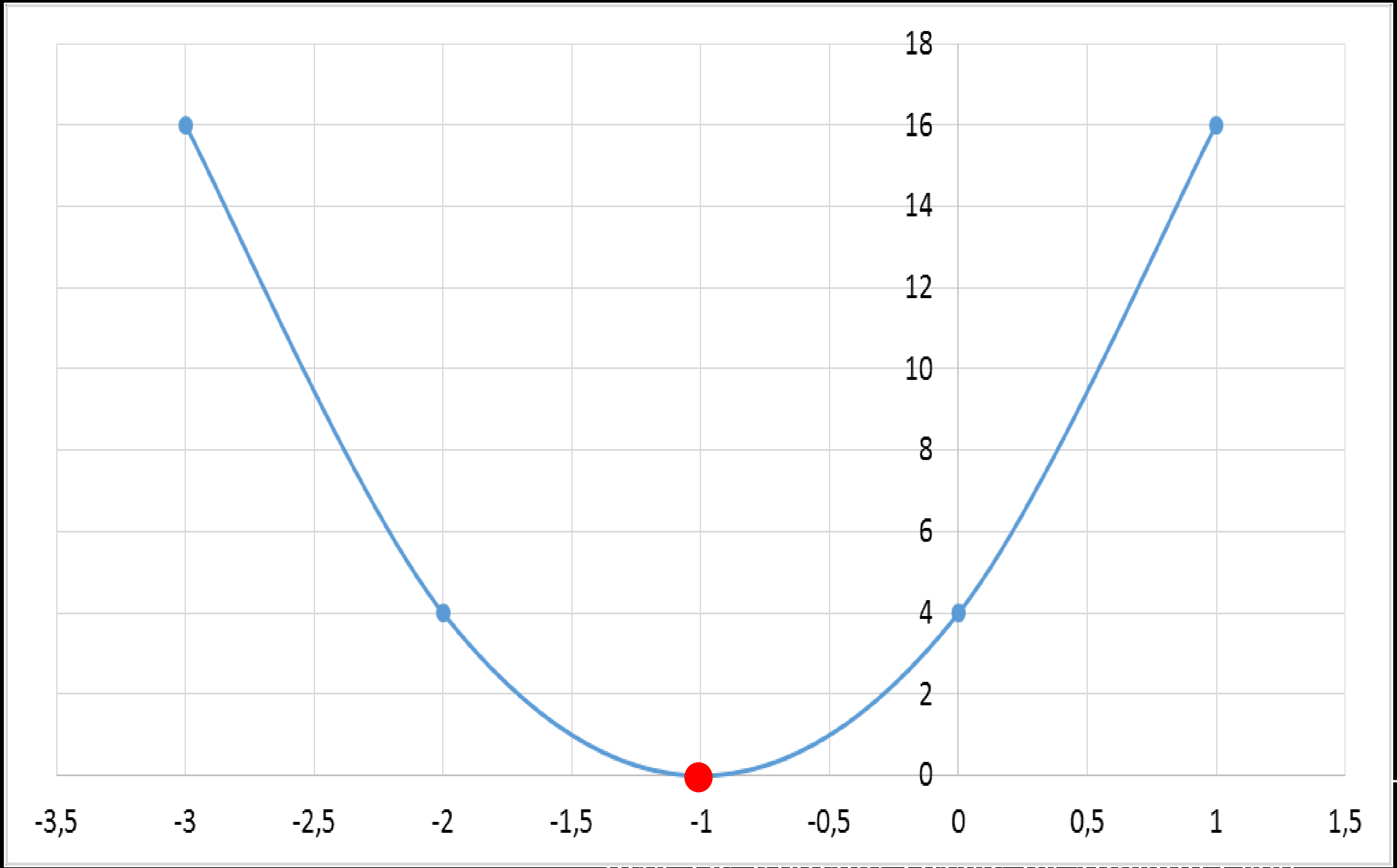
Δ < 0
Não possui raízes.



A função corta o eixo x em **um ponto.**

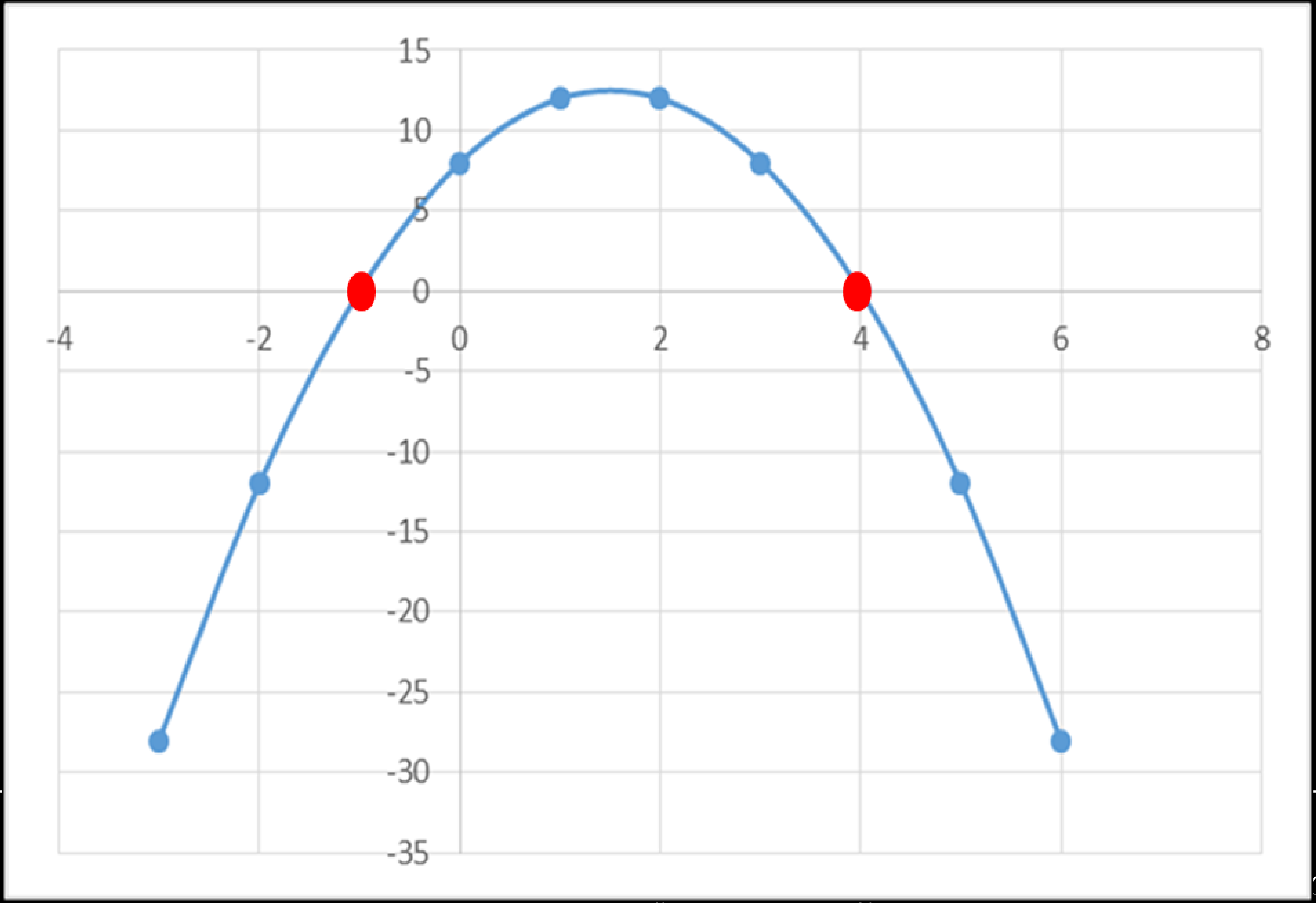
Δ = 0

Se Δ = 0 a função possui **um** zero.



$\Delta = 100$

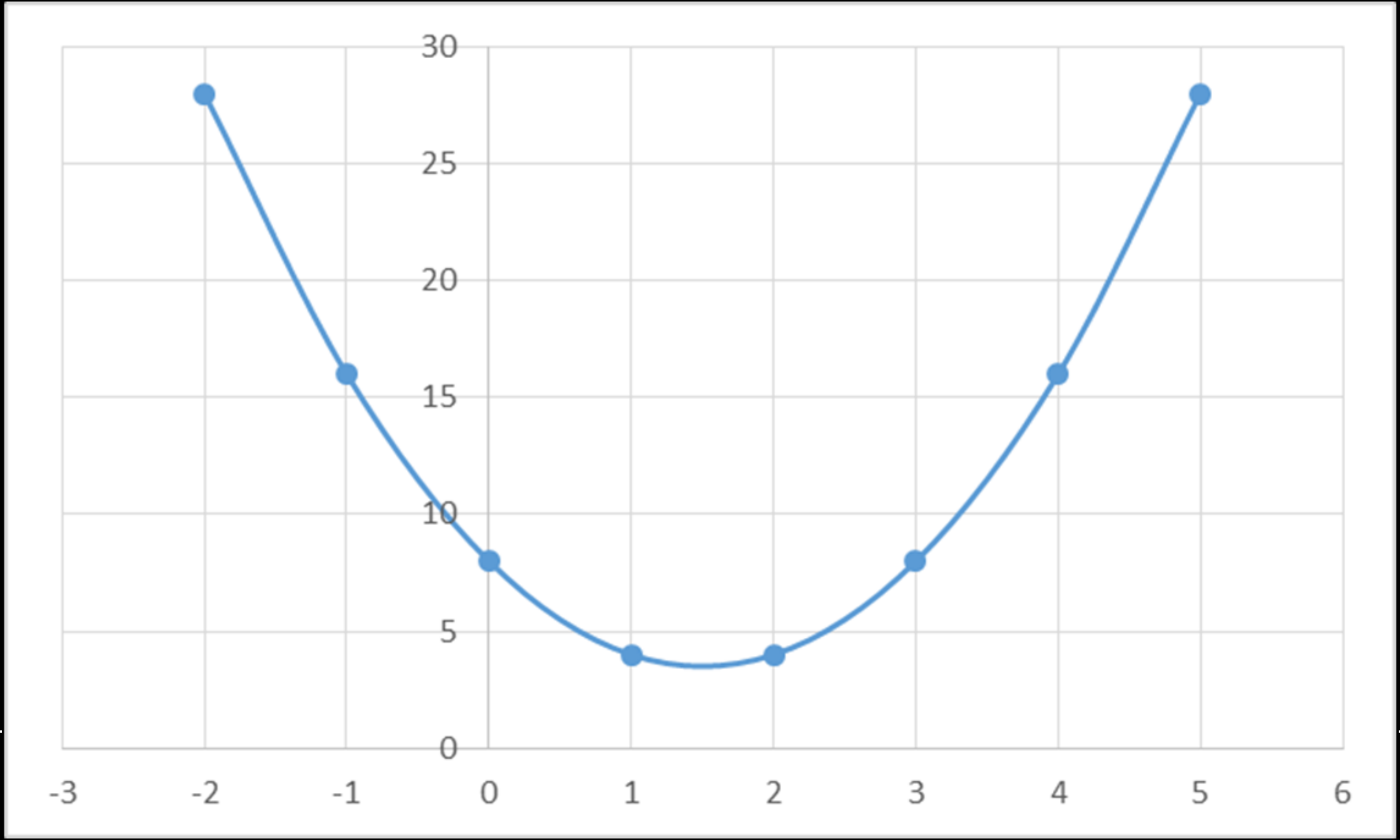
Se $\Delta > 0$ a função possui dois zeros.



$\Delta < 0$

Se $\Delta < 0$ a função **não possui zeros.**

(Não toca o eixo x)



Vértices da Função:

- O vértice da função quadrada representa seu máximo ou mínimo, dependendo da concavidade da função.

- ***O Xv (x do vértice)*** *é o valor da variável independente que faz com que a função tenha seu valor máximo ou mínimo.*

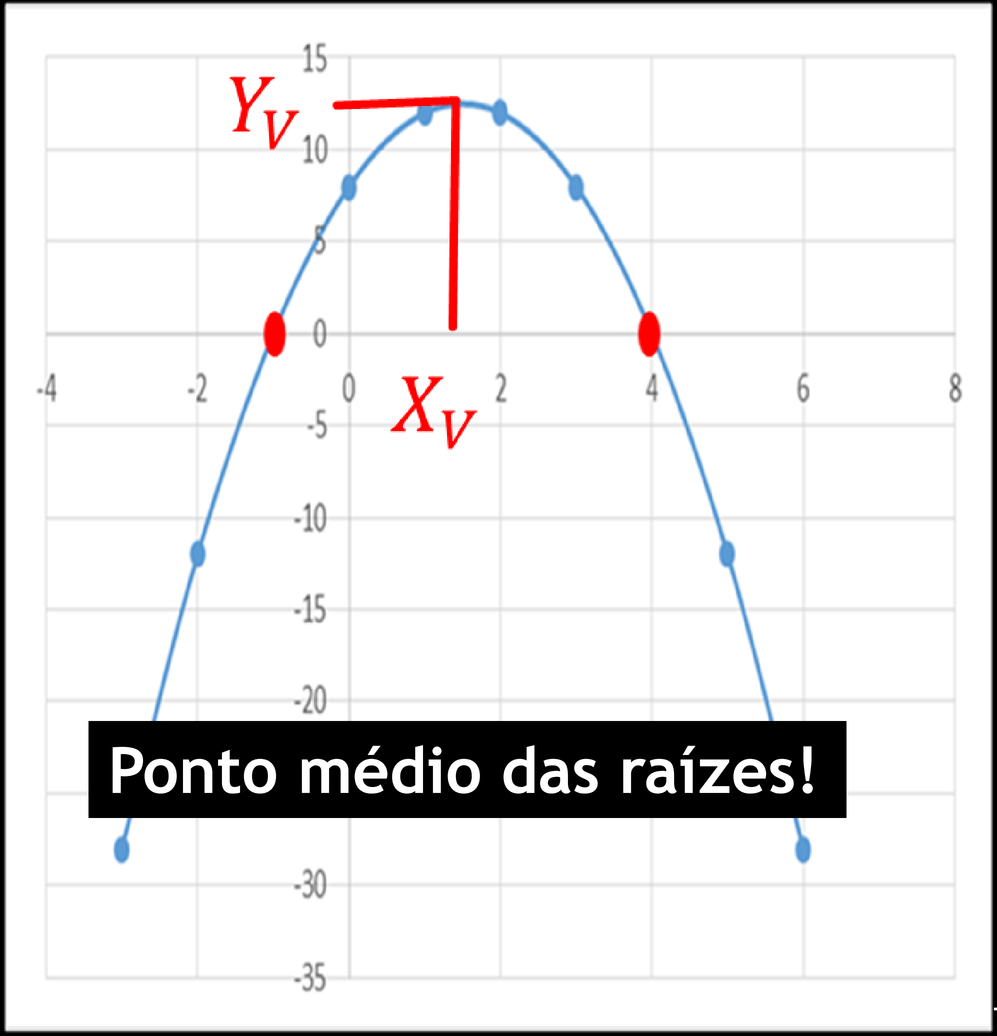
$$X_V = \frac{-b}{2a}$$

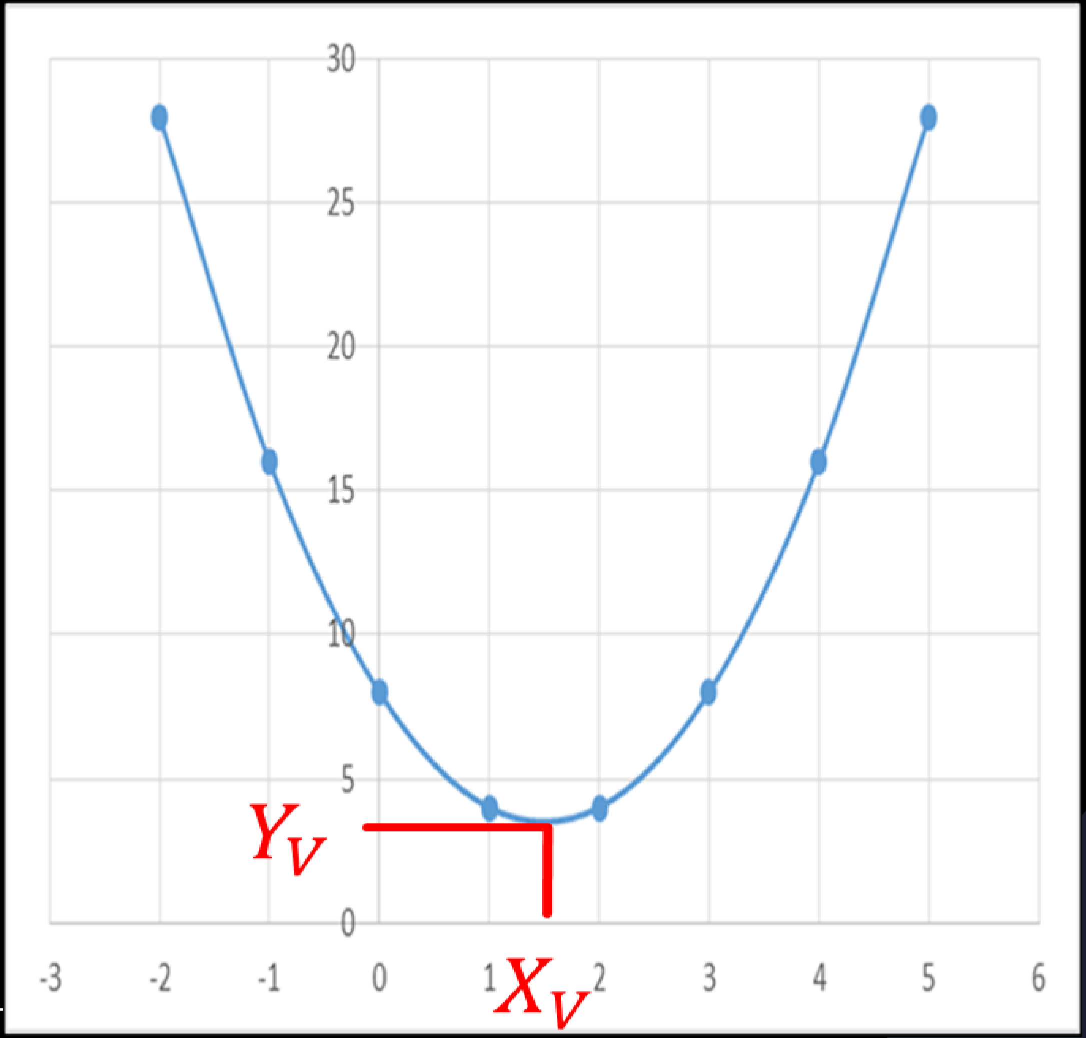
- **O Yv (y do vértice)** é o valor máximo ou mínimo da função.

$$Y_V = \frac{-\Delta}{4a}$$

* *O valor máximo da função é obtido para **f(Xv)***

Vértices da Função:





Vértices da Função:

Constante “a”	Concavidade	**a>0** - Para cima U **a<0** - Para baixo ∩
Delta	Raízes da função	$\Delta = b^2 - 4ac$ $\Delta > 0$ – Duas raízes $\Delta = 0$ – Uma Raíz $\Delta < 0$ - Não há
Zeros da função	Onde a função toca o eixo x	$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2.a}$
Constante “c”	Onde a função corta o eixo y	Determinado para $x = 0$
Vértice da função	Máximo ou mínimo	$\boxed{X_V = \dfrac{-b}{2a}}$ $\boxed{Y_V = \dfrac{-\Delta}{4a}}$

Prof. Dr. Rodrigo Xavier de Almeida Leão

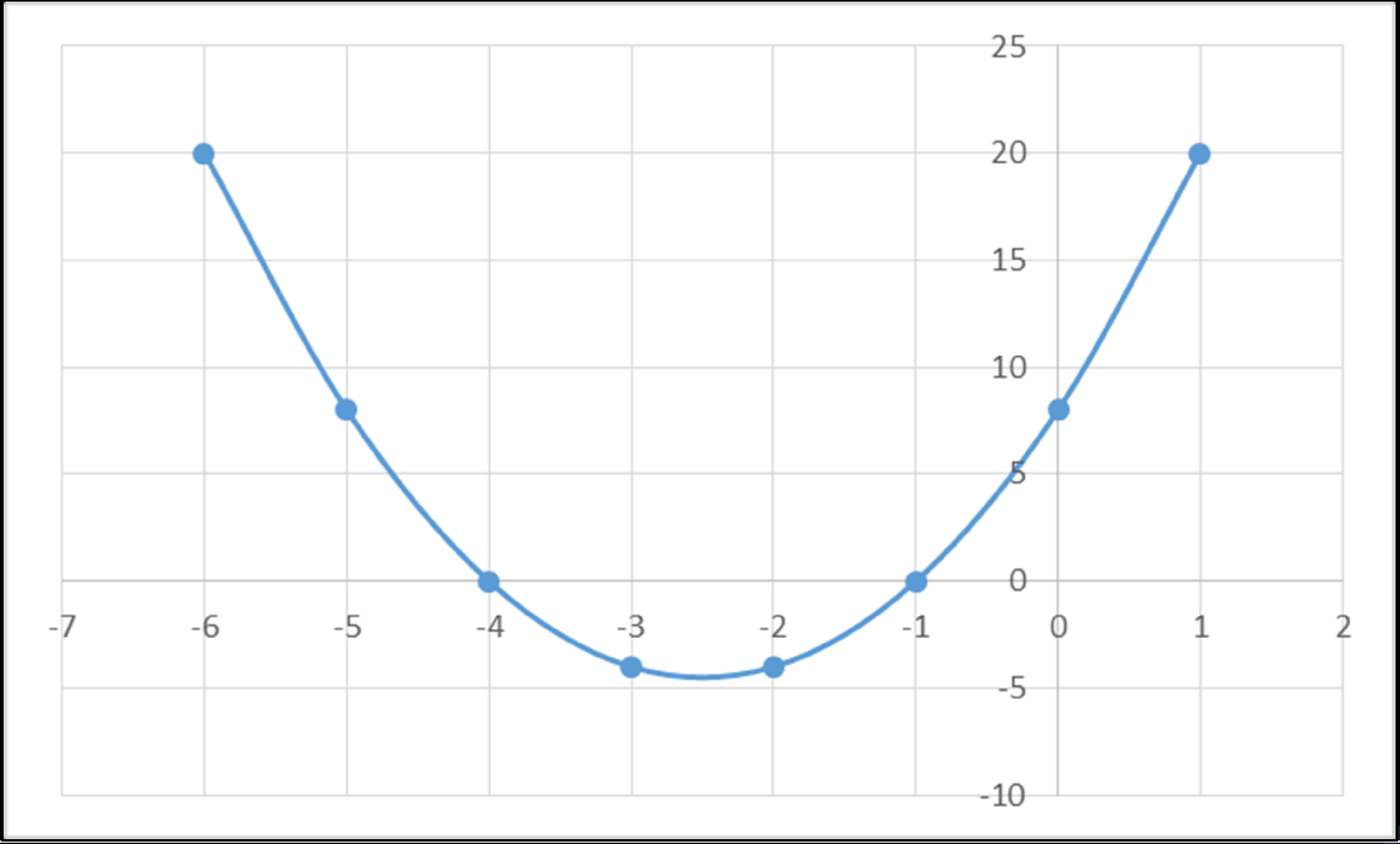
Exercício: Desenhar os gráficos das funções abaixo

$$f(x) = 2x^2 + 10x + 8$$

$$f(x) = -2x^2 + 6x + 8$$

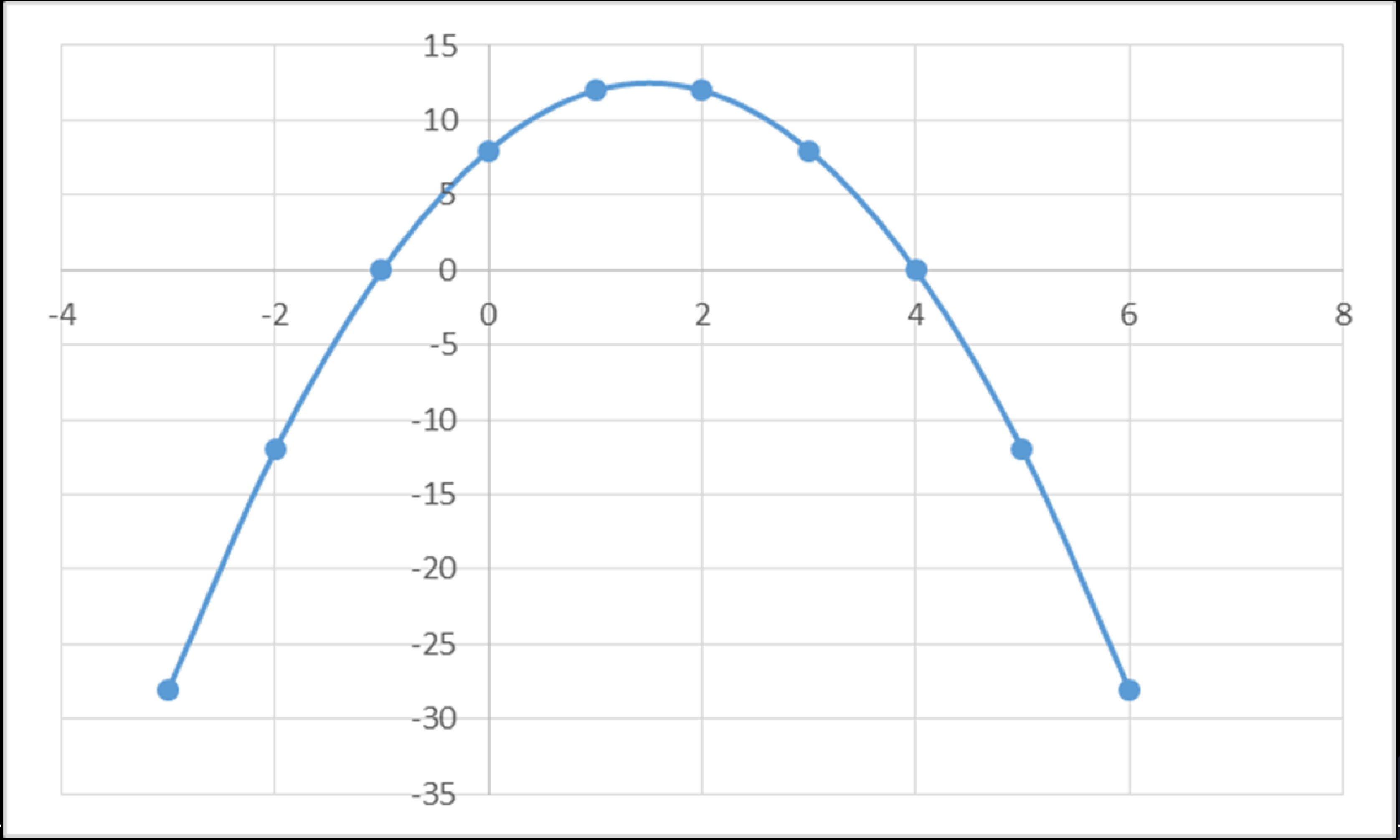
$$f(x) = 2x^2 - 6x + 8$$

x	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1
y	20	8	0	-4	-4	0	8	20

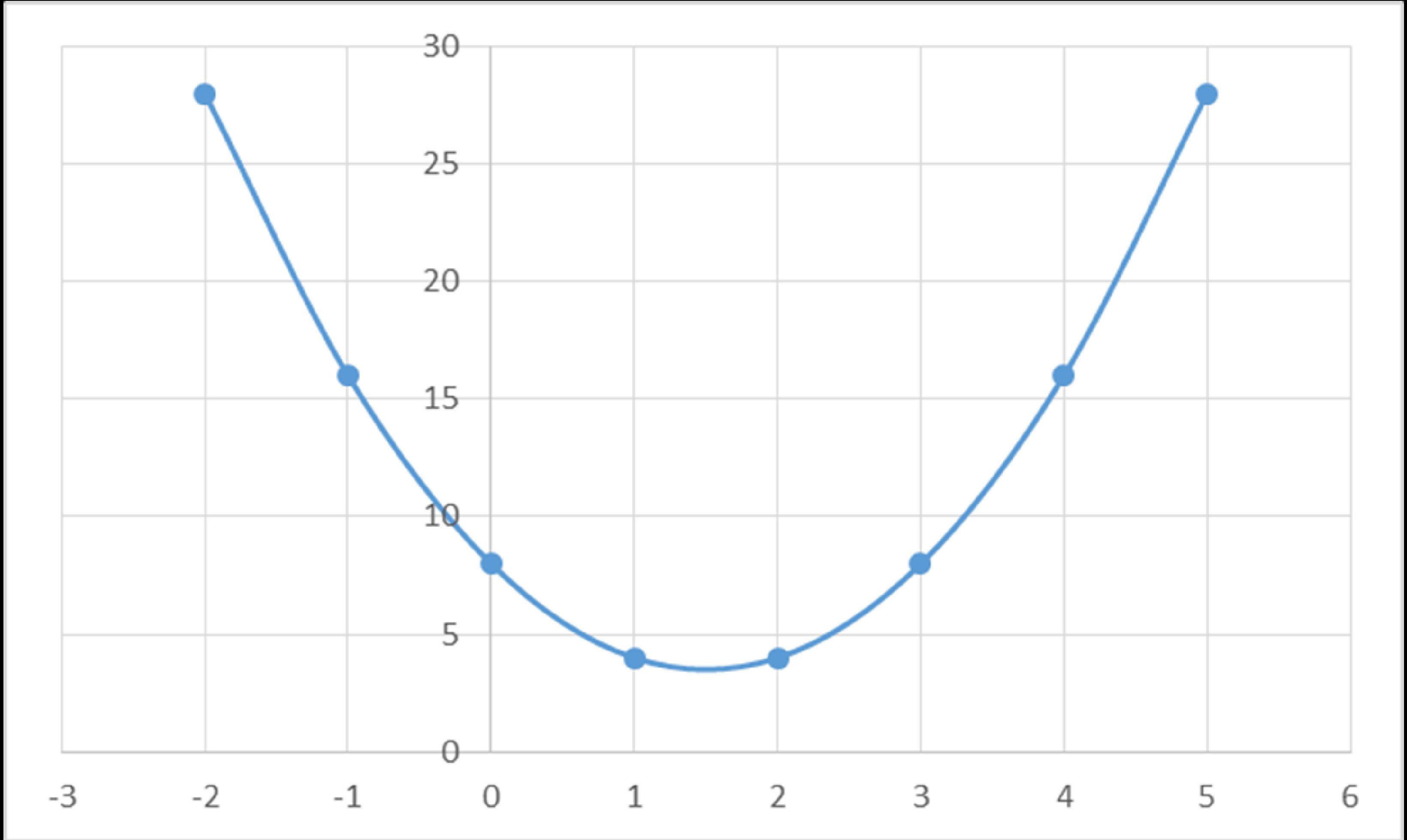


Prof. Dr. Rodrigo Xavier de Almeida Leão

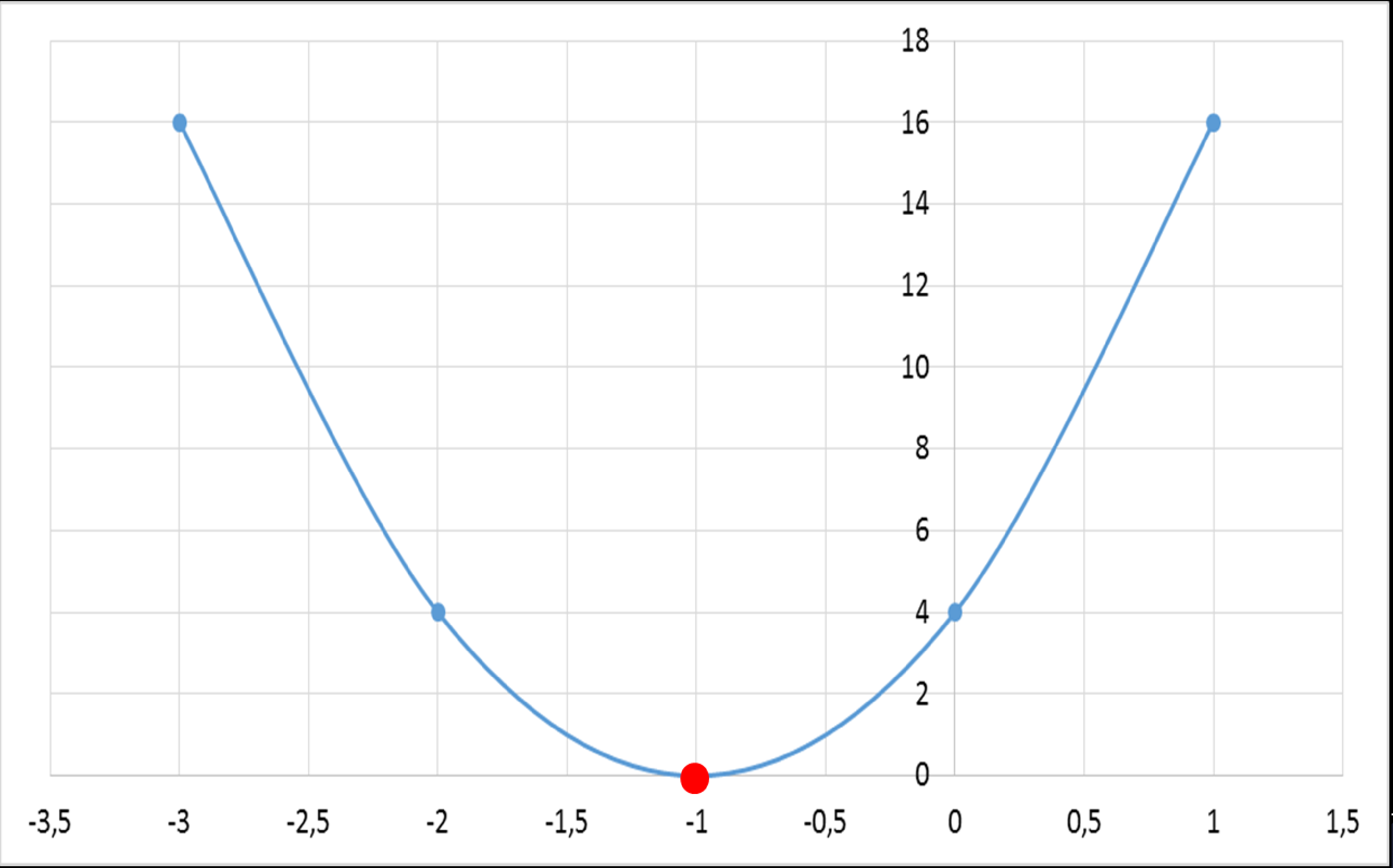
x	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
y	-12	0	8	12	12	8	0	-12	-28



x	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	28	16	8	4	4	8	16	28



$$f(x) = 4x^2 + 8x + 4$$



(Cesgranrio) O diretor de uma orquestra percebeu que, com o ingresso a R$9,00 em média 300 pessoas assistem aos concertos e que, para cada redução de R$1,00 no preço dos ingressos, o público aumenta de 100 espectadores. Qual deve ser o preço para que a receita seja máxima?

a) R$ 9,00
b) R$ 8,00
c) R$ 7,00
d) R$ 6,00
e) R$ 5,00

QUESTÃO 152

Um túnel deve ser lacrado com uma tampa de concreto. A seção transversal do túnel e a tampa de concreto têm contornos de um arco de parábola e mesmas dimensões. Para determinar o custo da obra, um engenheiro deve calcular a área sob o arco parabólico em questão. Usando o eixo horizontal no nível do chão e o eixo de simetria da parábola como eixo vertical, obteve a seguinte equação para a parábola:

$y = 9 - x^2$, sendo x e y medidos em metros.

Sabe-se que a área sob uma parábola como esta é igual a $\frac{2}{3}$ da área do retângulo cujas dimensões são, respectivamente, iguais à base e à altura da entrada do túnel.

Qual é a área da parte frontal da tampa de concreto, em metro quadrado?

A) 18
B) 20
C) 36
D) 45
E) 54

Prof. Dr. Rodrigo Xavier de Almeida Leão

(ENEM 2014)

QUESTÃO 136

Um estudante está pesquisando o desenvolvimento de certo tipo de bactéria. Para essa pesquisa, ele utiliza uma estufa para armazenar as bactérias. A temperatura no interior dessa estufa, em graus Celsius, é dada pela expressão $T(h) = -h^2 + 22h - 85$, em que h representa as horas do dia. Sabe-se que o número de bactérias é o maior possível quando a estufa atinge sua temperatura máxima e, nesse momento, ele deve retirá-las da estufa. A tabela associa intervalos de temperatura, em graus Celsius, com as classificações: muito baixa, baixa, média, alta e muito alta.

Intervalos de temperatura (°C)	Classificação
$T < 0$	Muito baixa
$0 \leq T \leq 17$	Baixa
$17 < T < 30$	Média
$30 \leq T \leq 43$	Alta
$T > 43$	Muito alta

Quando o estudante obtém o maior número possível de bactérias, a temperatura no interior da estufa está classificada como

A) muito baixa.

B) baixa.

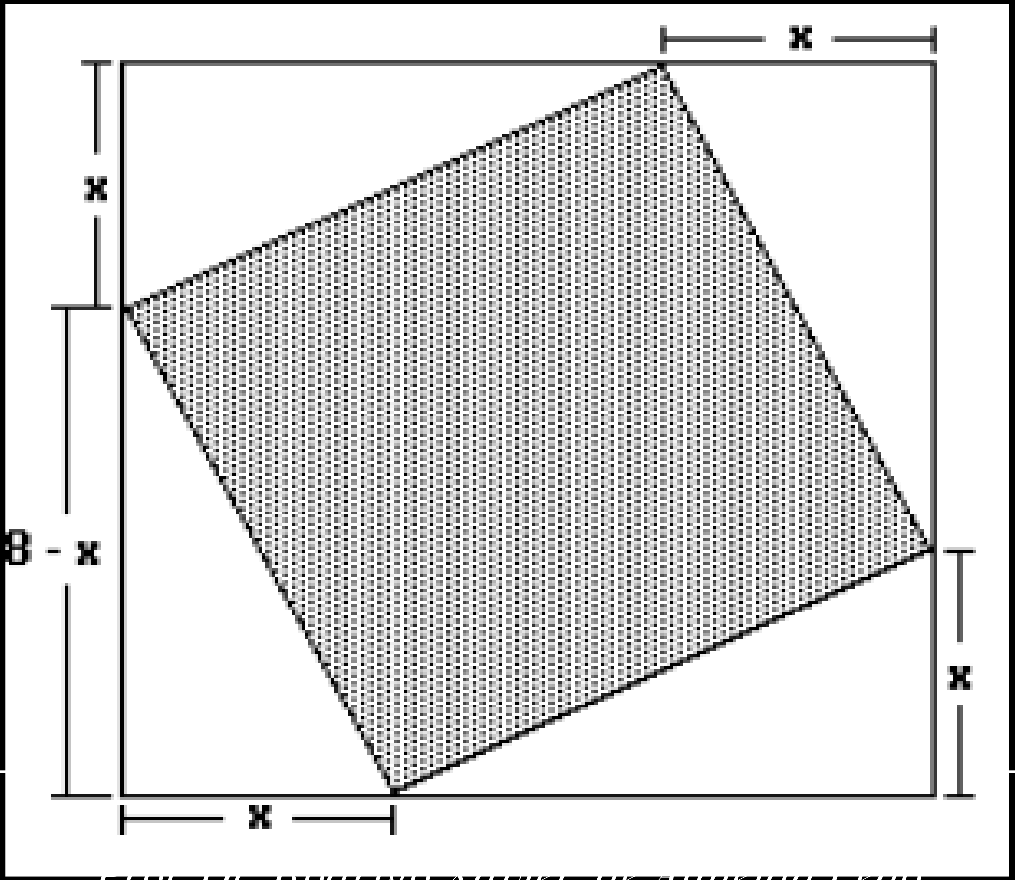
C) média.

D) alta.

E) muito alta.

(Puccamp) Na figura a seguir tem-se um quadrado inscrito em outro quadrado. Pode-se calcular a área do quadrado interno, subtraindo-se da área do quadrado externo as áreas dos 4 triângulos. Feito isso, verifica-se que A é uma função da medida x. O valor mínimo de A em cm² é:

a) 16
b) 24
c) 28
d) 32
e) 48



19. (Uel) A função real f, de variável real, dada por $f(x)=-x^2+12x+20$, tem um valor

a) mínimo, igual a -16, para $x = 6$

b) mínimo, igual a 16, para $x = -12$

c) máximo, igual a 56, para $x = 6$

d) máximo, igual a 72, para $x = 12$

e) máximo, igual a 240, para $x = 20$

(Pucsp) Usando uma unidade monetária conveniente, o lucro obtido com a venda de uma unidade de certo produto é x -10, sendo x o preço de venda e 10 o preço de custo. A quantidade vendida, a cada mês, depende do preço de venda e é, aproximadamente, igual a 70 - x.

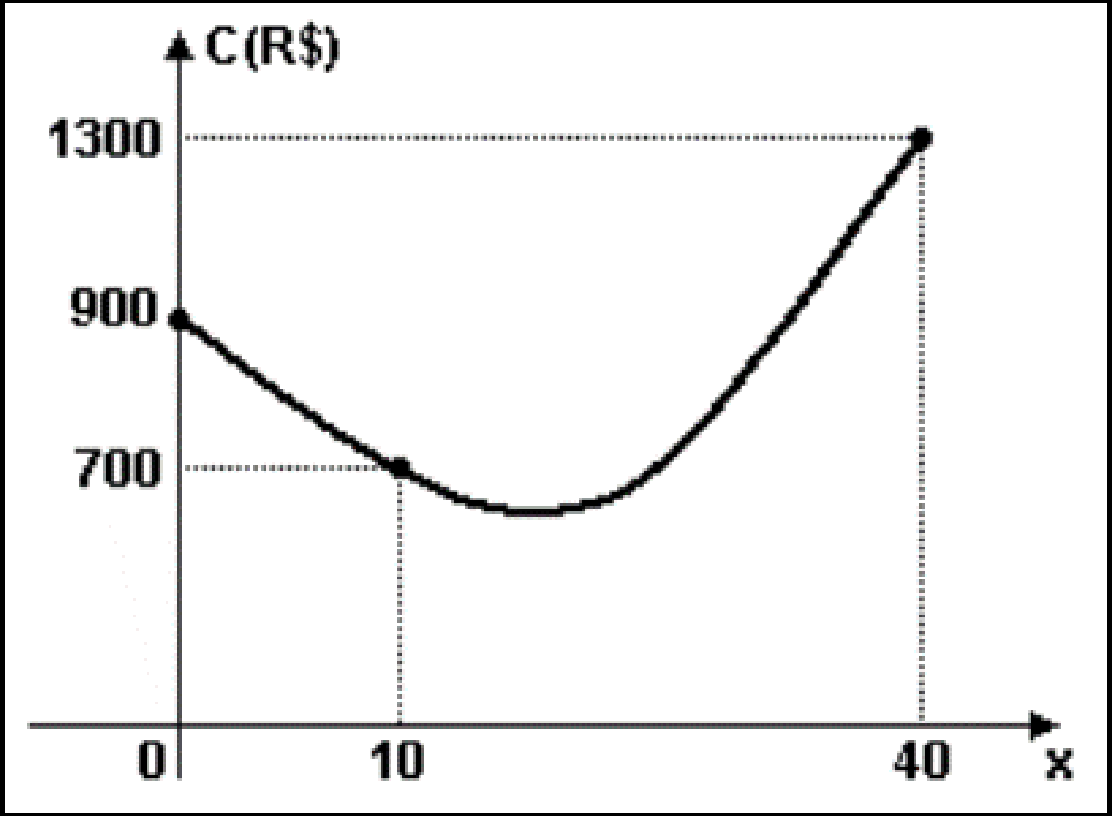
Nas condições dadas, o lucro mensal obtido com a venda do produto é, aproximadamente, uma função quadrática de x, cujo valor máximo, na unidade monetária usada, é:

a) 1200 b) 1000 c) 900 d) 800 e) 600

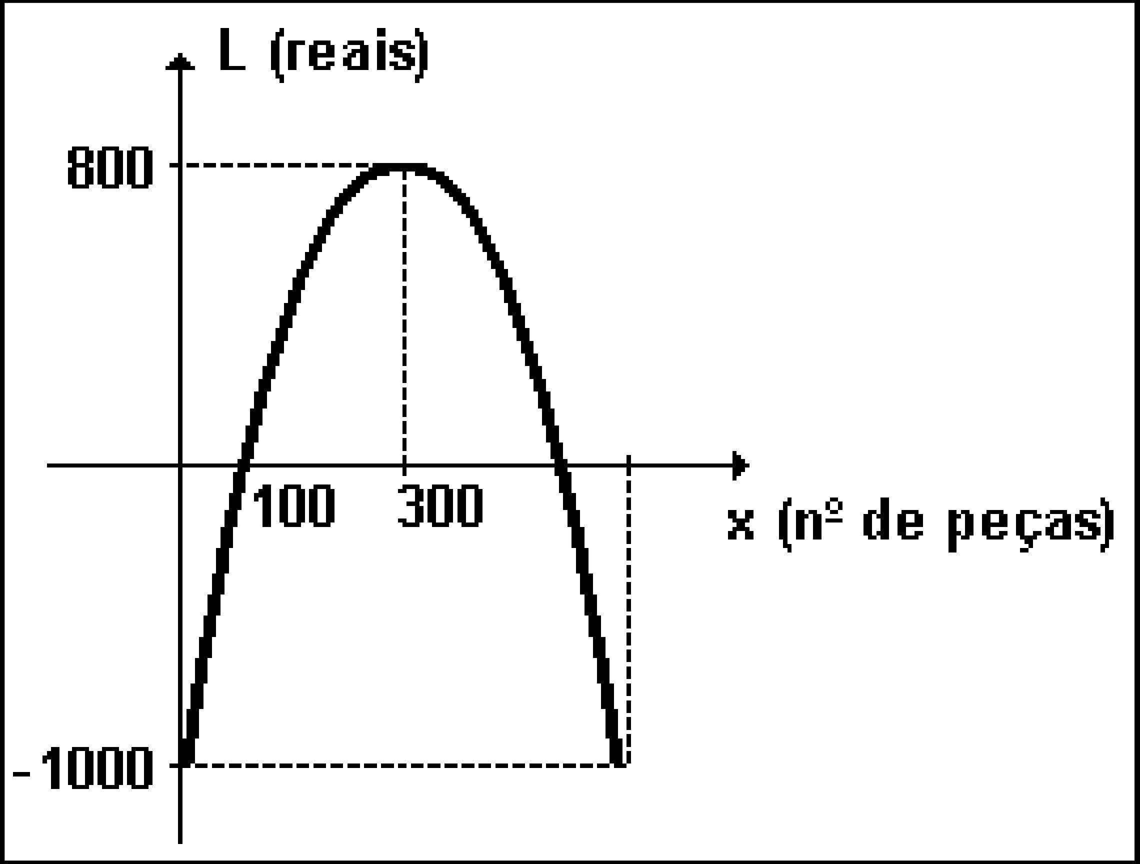
(Ufsm) Na produção de x unidades mensais de um certo produto, uma fábrica tem um custo, em reais, descrito pela função de 2° grau, representada parcialmente na figura.

O custo mínimo é, em reais:

a) 500
b) 645
c) 660
d) 675
e) 690



(Uff) A parábola abaixo representa o lucro mensal L (em reais) obtido em função do número de peças vendidas de um certo produto.



Determine:

a) o número de peças que torna o lucro nulo;
b) o(s) valor(es) de x que toma(m) o lucro negativo;
c) o número de peças que devem ser vendidas para que o lucro seja de R$350,00.

Prof. Dr. Rodrigo Xavier de Almeida Leão

QUESTÃO 162

Um professor, depois de corrigir as provas de sua turma, percebeu que várias questões estavam muito difíceis. Para compensar, decidiu utilizar uma função polinomial *f*, de grau menor que 3, para alterar as notas *x* da prova para notas *y* = *f*(*x*), da seguinte maneira:

- A nota zero permanece zero.
- A nota 10 permanece 10.
- A nota 5 passa a ser 6.

A expressão da função *y* = *f*(*x*) a ser utilizada pelo professor é

a) $y = -\frac{1}{25}x^2 + \frac{7}{5}x$

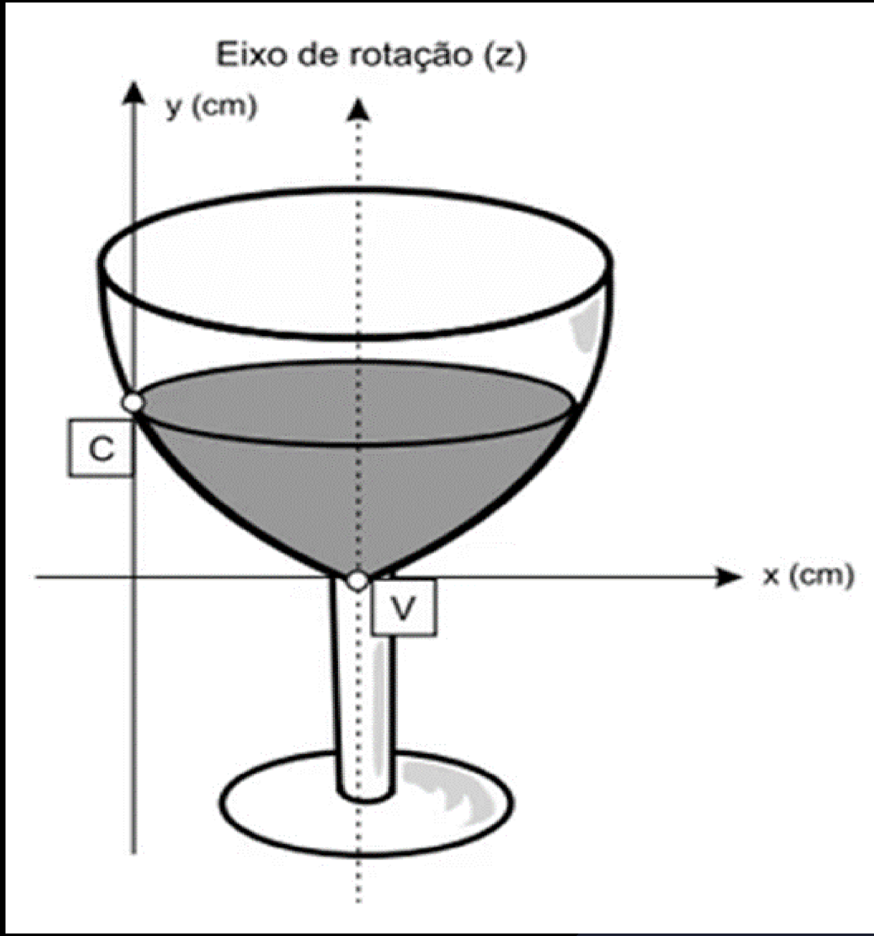
b) $y = -\frac{1}{10}x^2 + 2x$

c) $y = -\frac{1}{24}x^2 + \frac{7}{12}x$

d) $y = \frac{4}{5}x + 2$

A função real que expressa a parábola, no plano cartesiano da figura, é dada pela lei

$$f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 6x + C$$



onde C é a medida da altura do líquido contido na taça, em centímetros. Sabe-se que o ponto V, na figura, representa o vértice da parábola, localizado sobre o eixo x. Nessas condições, a altura do líquido contido na taça, em centímetros, é:

a) 1 b) 2 c) 4 d) 5 e) 6

QUESTÃO 157

Para evitar uma epidemia, a Secretaria de Saúde de uma cidade dedetizou todos os bairros, de modo a evitar a proliferação do mosquito da dengue. Sabe-se que o número f de infectados é dado pela função $f(t) = -2t^2 + 120t$ (em que t é expresso em dia e $t = 0$ é o dia anterior à primeira infecção) e que tal expressão é válida para os 60 primeiros dias da epidemia.

A Secretaria de Saúde decidiu que uma segunda dedetização deveria ser feita no dia em que o número de infectados chegasse à marca de 1 600 pessoas, e uma segunda dedetização precisou acontecer.

A segunda dedetização começou no

A) 19º dia.

B) 20º dia.

C) 29º dia.

D) 30º dia.

E) 60º dia.