

# Situación Problema

Salcedo Mendoza, Karla Viviana. Narváez Flores, Luca.

Domínguez Soria, Eduardo Adrián. Salgado Herrera, Alberto. Rivas González, Rodrigo.

{A0753174, A01747527, A01749175, A01750049, A01028540}@tec.mx

*Tecnológico de Monterrey*

*Campus Estado de México*

**Abstract—** Cualquier industria hoy en día requiere del diseño de estructuras. Por lo que es crucial comprender su fenómeno físico. Después de haber obtenido conocimientos de la materia de “Equilibrio estático”, es posible examinar la estructura fallas o posibles fracturas, por lo que se realizará un análisis sobre la forma de la grúa que está sujeta a interacción con muchas fuerzas. Nuestra tarea es determinar las fuerzas internas de varios componentes y observar los efectos de una fuerza específica en el gancho desde diferentes ángulos, para luego documentar los hallazgos y el aprendizaje.

## I. NOMENCLATURA

*AB:* Pistón

*Estática:* La estática es una rama de la mecánica que estudia el balance y equilibrio de sistemas que pueden estar sometidos a fuerzas o cargas y que se encuentra en reposo.

*Grúa:* Máquina compuesta por diversas poleas y pistones diseñada para levantar otros elementos pesados y moverlos.

$L_1$  a  $L_8$ : Variables de distancia en metros

*MATLAB:* Software diseñado para la interpretación y uso de matemáticas directamente.

*Perno:* Pieza de metal utilizada para mantener unidos diversos componentes de un sistema

*Pistón:* Es una máquina la cual utiliza fluidos para su movimiento ya sea extensión o compresión.

*Polipastos:* Máquina de poleas con utilidad para cargar elementos pesados y colocarlos en otro lugar.

*SolidWorks:* Software de diseño y modelación de mecanismos en 3D.

$W$ : Peso

$\beta, \alpha, \delta$ : Ángulos

$\alpha$ : Alfa

$\beta$ : Beta

$\delta$ : Gamma

## I. MARCO TEÓRICO

El primer registro del uso de las grúas se tiene cerca del siglo 30 antes de cristo en donde se descubrió un sistema de palancas para elevar agua para el sistema de riego en Irak. Se sabe que los siguientes en usarlo fueron los griegos así como los romanos, quienes usaban un sistema similar de grúa siendo potenciada por personas o animales y con sistema de poleas. Sin embargo durante la revolución industrial fue donde se dio la popularidad de estas máquinas, cambiando los materiales con los que son construidas y la automatización de estas. Actualmente se le tienen muchos usos a las grúas, principalmente se les conoce por su uso en construcciones, para levantar materiales pesados y mover con facilidad ciertos elementos, también se usa en el sector médico en una menor escala de tamaño para el traslado de pacientes que estén en recuperación y finalmente se usa en los talleres mecánicos para levantar y colocar con mayor seguridad elementos pesados de un carro como serian los motores. (d, 2022)

## II. INTRODUCCIÓN

En el presente trabajo se analizó el prototipo de la grúa portable de la compañía grúas y polipastos Grumex, Se consideró su capacidad de soportar y desplazar cargas que al ser levantadas llegan a una altura máxima de 1.70 m, el objetivo fue averiguar la funcionalidad de la grúa, se determinó de esta manera la magnitud de la fuerza y la presión en el pistón AB. por medio de un análisis estático se definió la funcionalidad de la grúa utilizando un modelo matemático, posteriormente se creó una simulación utilizando MATLAB, ajustada a las operaciones planteadas y resultados obtenidos el cual determinó los valores de la fuerza del pistón entre los  $-15^\circ$  y  $80^\circ$  y a la par de la elaboración de éste, también se construyó una simulación de la grúa en SolidWorks [Anexo 10 y 11] próxima a modelar.

Con el fin de reforzar los resultados del trabajo se llevó a cabo una investigación en la cual compara nuestros datos con un modelo existente en el mercado.

## III.- COMPRENDER, ORGANIZAR Y ANALIZAR

Dentro de nuestro modelo actúa una fuerza actúa en el gancho de la grúa, es decir el peso, por otro lado se encuentra actuando los diversos componentes de dicha fuerza que actúa sobre el resto de los elementos del sistema lo que ocasiona reacciones en las llantas de la grúa.

De ahí podemos observar que los puntos de contacto se ubican en cada uno de los pernos que unen cada una de las piezas así como una fuerza en la punta de la grúa, las reacciones son en cada uno de los pernos en donde el único componente de doble fuerza en 2D es el pistón mientras que los demás son elementos que tienen al menos reacciones en 3 distintos pernos. Es decir, la estructura tiene elementos sometidos a 2 y 3 fuerzas, que en cada uno de ellos son compuestos de la siguiente manera:

### 1. Elementos sometidos a 2 fuerzas

El elemento AB (Pistón) sería el único elemento de doble fuerza en nuestro sistema ya que es el único elemento que tiene 2 reacciones

### 2. Sometidos a 3 fuerzas

Los elementos con más fuerzas serian el elemento conformado por L3 y L4 ya que tienen reacciones en los pernos que conectan a AB y a L2 así como un peso en la punta del elemento.

El elemento conformado por L2 y L7 se ve afectado por 3 diferentes pernos lo que ocasiona reacciones en cada uno de ellos por lo que no es un elemento de doble fuerza.

### A. Diagramas de Cuerpo Libre

Para poder facilitar el análisis de las interacciones del mecanismo presente es necesario utilizar diagramas de cuerpo libre, sobre estos diagramas se determinaron las fuerzas de

contacto entre distintos elementos o reacciones de apoyo:

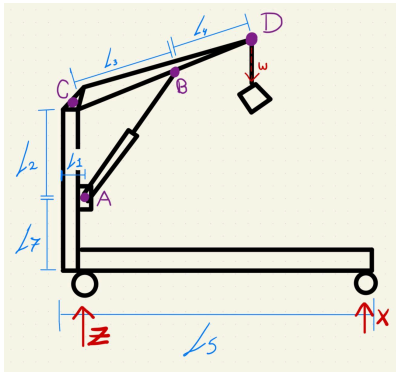


Fig. 1 Diagrama cuerpo Libre de la estructura de la grúa

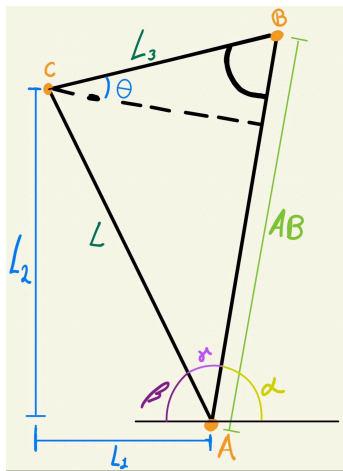


Fig. 2. Identificación de los ángulos Alfa, Beta y Gamma

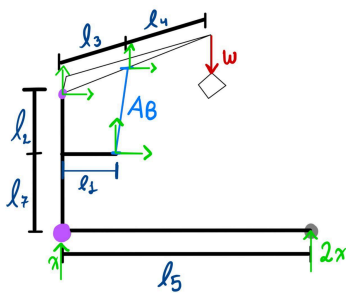


Fig. 3 Diagrama de cuerpo libre (Fuerzas y reacciones)

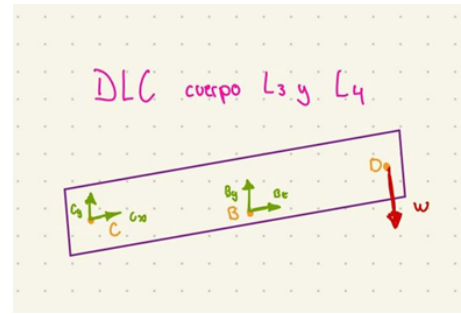


Fig. 4 Diagrama de cuerpo libre del elemento L3 y L4

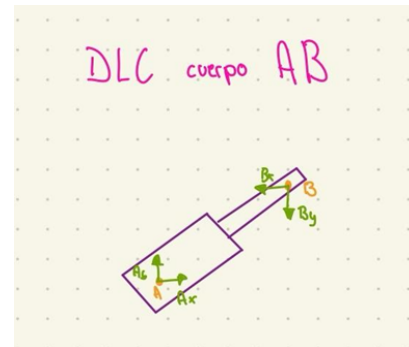


Fig. 5 Diagrama de cuerpo libre del pistón (elemento de doble fuerza)

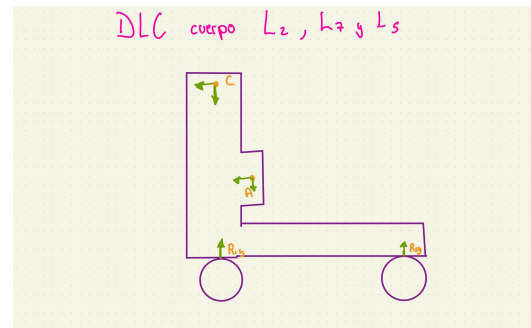


Fig. 6 Diagrama de cuerpo libre del elemento L2, L7 y L5

#### IV.- APLICAR Y EVALUAR

Manipulando la estructura como un cuerpo rígido, gracias a los diagramas de cuerpo libre previos, delimitamos las ecuaciones que nos permiten determinar las fuerzas de contacto o reacciones, en función de las variables a continuación.

##### A. Planteo de ecuaciones

Del diagrama de cuerpo libre de la estructura de la guía (Fig. 7) determinamos las siguientes variables:

$$L_1, L_2, L_3, L_4, L_5, L_7$$

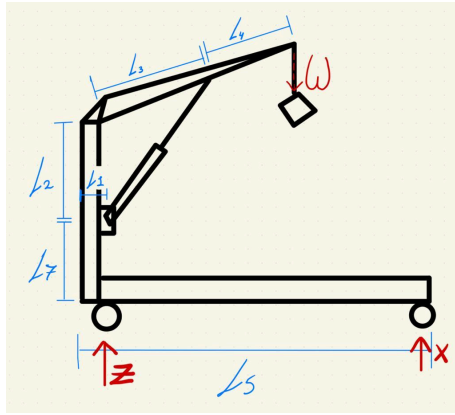


Fig. 7 Diagrama cuerpo Libre de la estructura de la grúa para las variables.

Del diagrama de identificación de los ángulos Alfa, Beta y Gamma (Fig. 2) determinamos las siguientes ecuaciones que modelan:

$$180 = \beta + \delta + \alpha$$

$$\alpha = 180 - \beta - \delta$$

$$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{L_2}{L_1}\right)$$

$$L = \sqrt{L_2^2 + L_1^2}$$

$$L_5 = \frac{H}{X} \quad [\text{Anexo 4}]$$

$$\delta = \sin^{-1}\left(\frac{L_3 \sin(\theta + \beta)}{AB}\right) \quad [\text{Anexo 1}]$$

Utilizando ley de senos:

$$AB^2 = L^2 + L_3^2 - 2L L_3 \cos(\theta + \beta)$$

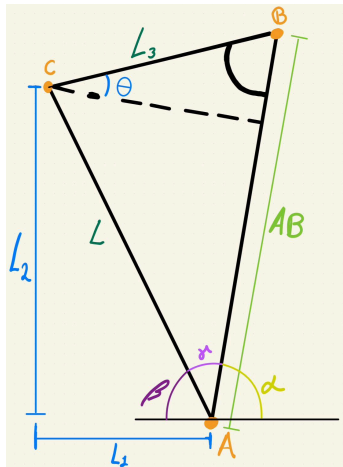


Fig. 2. Identificación de los ángulos Alfa, Beta y Gamma

De los diagramas del elemento L3 y L4 (Fig. 4) y el de libre de pistón, en cual tiene doble fuerza (Fig. 5) determinamos:

$$A \cos \alpha = B \cos \alpha$$

$$A \sin \alpha = B \sin \alpha$$

[Anexo 3]

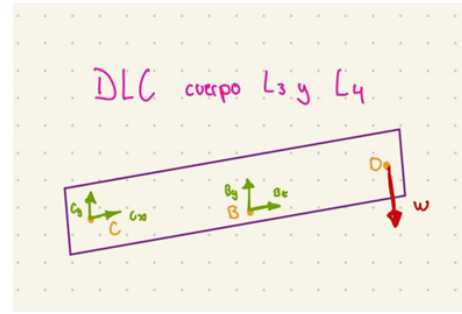


Fig. 4 Diagrama de cuerpo libre del elemento L3 y L4

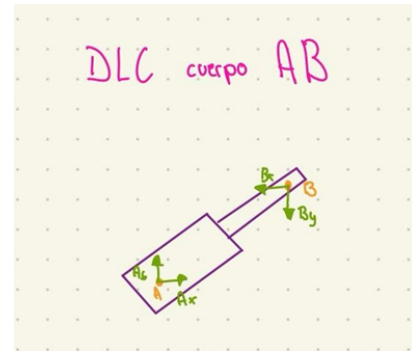


Fig. 5 Diagrama de cuerpo libre del pistón (elemento de doble fuerza)

Del diagrama de fuerzas y reacciones (Fig. 3) determinamos la siguiente ecuación que modela:

$$B = \frac{W(L_3 + L_4) \cos \theta}{\sin \alpha (L_3 \cos \theta) - \cos \alpha (L_3 \sin \theta)}$$

[Anexo 3]

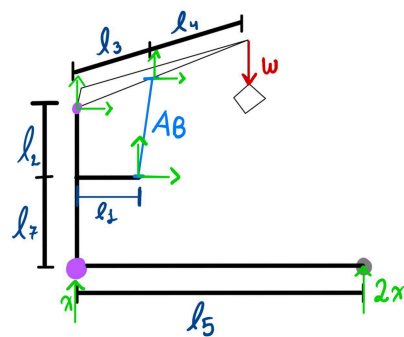


Fig. 3 Diagrama de cuerpo libre (Fuerzas y reacciones)

Del diagrama de reacciones respecto al perno A en el eje x y y (Fig. 8) determinamos la siguiente ecuación que modela:

$$\Sigma M_a = 0$$

$$Cy(L_1) + Cx(L_2) - Z(L_1) = 0 \quad [\text{Anexo 6}]$$

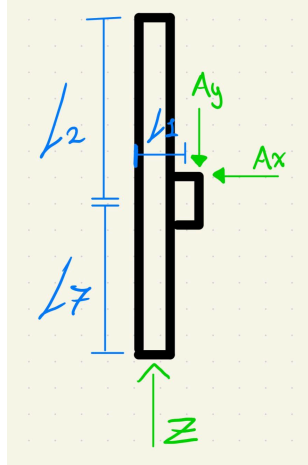


Fig. 8 Diagrama de cuerpo libre (Reacciones en perno A)

Del diagrama de reacciones respecto al perno C en el eje  $x$  y  $y$  (Fig. 9) determinamos la siguiente ecuación que modela:

$$C_y = \frac{-Cx(L_2) + z(L_1)}{L_1} \text{ [Anexo 7]}$$

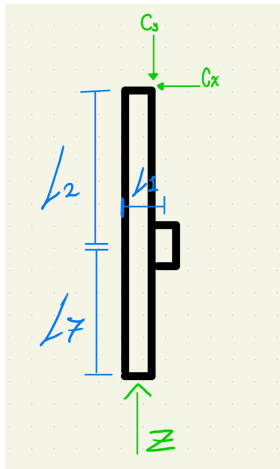


Fig. 9 Diagrama de cuerpo libre (Reacciones en perno C)

Del diagrama de reacciones  $R_1$  y  $R_2$  en tres dimensiones, respecto a los ejes  $x$ ,  $y$ ,  $z$  (Fig. 10) determinamos la siguiente ecuación que modela:

$$R_1 = R_2 \cdot \frac{W(L_3 + L_4) \cos \theta}{2L_5} \text{ [Anexo 8]}$$

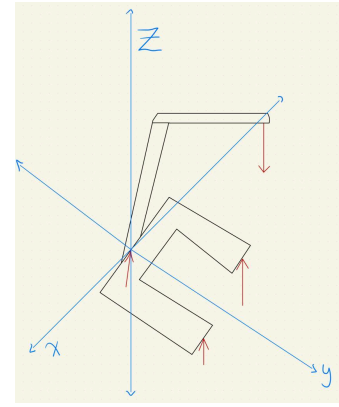


Fig. 10 Diagrama de cuerpo libre (Reacciones  $R_1$  y  $R_2$  en 3 dimensiones)

Es importante mencionar que todos los desarrollos de cada ecuación final se pueden encontrar en los anexos.

### III.- DESARROLLO

Para la etapa del código computacional, se acudió al uso del Software Matlab, el programa fue ajustado a las operaciones planteadas el cual determinó los valores de la fuerza del pistón entre los  $-15^\circ$  y  $80^\circ$ , este software fue estratégicamente seleccionado pues Matlab es capaz de realizar cálculos numéricos y realiza múltiples soluciones para cada posible magnitud, es decir, su objetivo fue encontrar la solución del sistema considerando que las magnitudes de las variables de entrada pueden cambiar en los rangos indicados.

Dentro del código [Anexo 9] colocamos los respectivos parámetros en metros:

$$L_1 = 0.24 \text{ m}$$

$$L_2 = 0.68 \text{ m}$$

$$L_3 = 0.25 \text{ m}$$

$$L_4 = 0.52 \text{ m}$$

$$L_5 = > 0.82 \text{ m}$$

$$L_7 = 0.17 \text{ m}$$

$$L_8 = 0.1 \text{ m}$$

Después de introducir los valores de cada uno de los parámetros dentro del código, obtuvimos las siguientes gráficas:

La razón de cambio entre la carrera del pistón y el ángulo  $\theta$

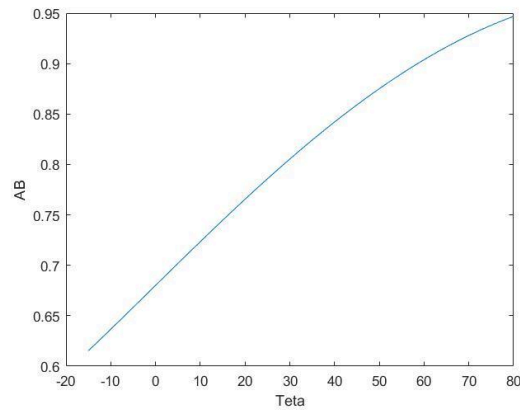


Fig. 11. Gráfica valor del pistón con respecto al ángulo teta:  
Altura mínima 0.61  
Altura máxima 0.94

La altura total de la grúa con respecto al ángulo

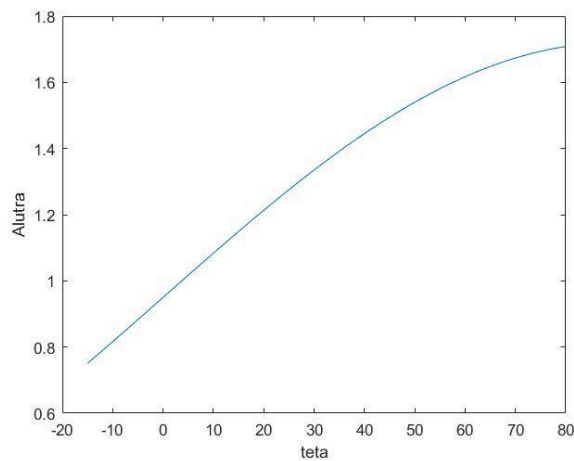


Fig. 12. Total de altura respecto al ángulo teta  
Altura mínima: 0.7507 m  
Altura máxima: 1.7083 m  
9

Para las siguientes gráficas, se realiza sumatoria de momentos en punto C:

$$A_x = B_x$$

$$A_y = B_y$$

$$C_x = -A_x$$

$$C_y = -(C_x * L_2) + (z * L_1) / L_1$$

[Anexo 7]

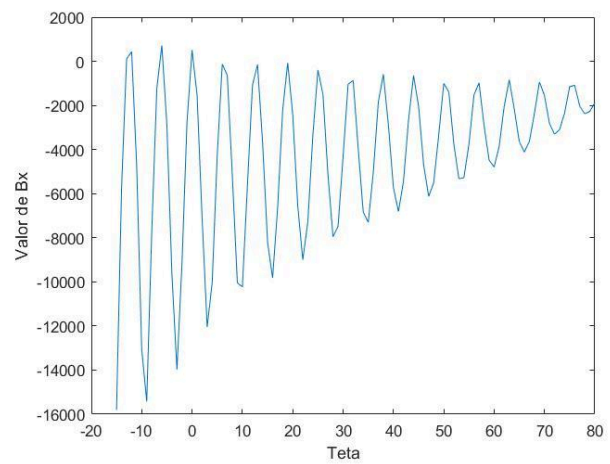


Fig. 13. Valor de Bx con respecto al ángulo teta  
Valor mínimo: -15,808 N  
Valor máximo: 719,7926 N

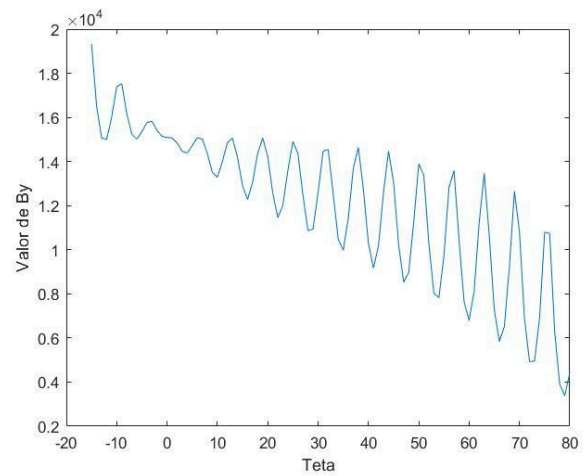


Fig. 14. Valor de By con respecto al ángulo teta  
Valor mínimo: 3,382.5 N  
Valor máximo: 19,328 N

Gráfica de reacción de Cy con respecto al ángulo:

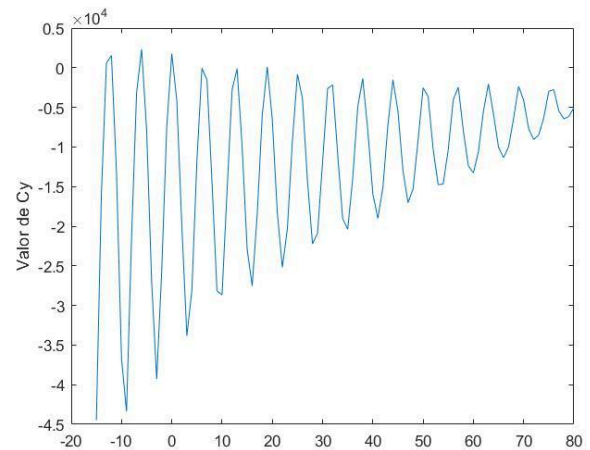


Fig. 15. Valor de Cy con respecto al ángulo de teta  
Valor mínimo: -44,485 N

Valor máximo: 2,344.3 N

#### IV.- MODELO EXISTENTE

Tabla I  
GRÚA HIDRÁULICA MANULEVA

Caract.	Cuadro comparativo	
	Grúa Propuesta	Grúa Investigada
1. Capacidad de carga máxima	500kg	1000 kg
2. Longitud de L3+L4	0.77 metros	1.231 metros
3. Longitud de L2+L7	0.85 metros	1.597 metros
4. Longitud de L5	0.82 metros	1.749 metros

(d, n.d.)

Se hizo una comparación entre una grúa hidráulica lanzada al mercado por la compañía Manuleva y nuestra grúa propuesta. Las diferencias son amplias, desde sus medidas hasta el material usado para la construcción. Nuestra grúa es capaz de soportar 500 kg, por otro lado, la grúa hidráulica Manuleva investigada tiene una capacidad máxima de 1000 kg (ir a la tabla 1) es decir, el doble de capacidad de carga que la que propusimos.

Con la comparación de nuestro modelo, podemos deducir que si duplicamos los valores de L3, L4, L2, L7 y L5 nuestra grúa podría ser capaz de cargar el doble como la grúa que investigamos, la cual ya que es un producto en el mercado tiene que soportar 1000 kg

#### V. CONCLUSIÓN

Alrededor del proyecto lo que pudimos observar es que un sistema realizado con las medidas que usamos permite con la ayuda de un software determinar si va a poder cargar los 500 kg lo cual se ve que es posible, en adición a esto al comparar nuestro prototipo con uno establecido en el mercado el cual está diseñado para cargar el doble podemos observar que las medidas son cercanas a la mitad por lo que podemos asumir que podría cargar la mitad, así que después de los cálculos y análisis es posible decir que nuestra grúa propuesta sí carga los 500 kg que se plantearon en el problema, así mismo podemos observar que en las ecuaciones utilizadas se usó el peso establecido de 500 kg, en caso de aumentar el peso, las medidas del código tendrán que ser modificadas.

Para decidir las medidas que íbamos a utilizar a utilizar en las diferentes "L" lo que hicimos fue tomar como referencia la altura máxima que se nos había dado también las grúas para motores con lo que nos propusimos a elegir medidas que pudieran permitir el fácil funcionamiento de la grúa para retirar un motor de un vehículo sin complejidad.

Con las gráficas nos podemos apoyar para darnos cuenta que los valores mínimos que podía tomar nuestro pistón eran de 0.61 a 0.94 metros los cuales fueron los valores que utilizamos para el pistón, así como también pudimos observar que la altura iba desde 0.75 metros hasta 1.7, está variación dependiendo del ángulo teta.

#### REFERENCIAS

Asale, R.-. (n.d.). estático, estática | Diccionario de la lengua española. «Diccionario De La Lengua Española» - Edición Del Tricentenario. <https://dle.rae.es/est%C3%A1tico>

Asale, R.-. (n.d.-b). estático, estática | Diccionario de la lengua española. «Diccionario De La Lengua Española» - Edición Del Tricentenario. <https://dle.rae.es/est%C3%A1tico>

d, n. ... (n.d.). Grúa de taller hidráulica plegable. Grúa de taller hidráulica plegable. Manuleva.es. Retrieved Noviembre 24, 2023,

from

<https://www.manuleva.es/180-grua-de-taller-hidraulica-plegable-1-tonelada.html>

d, n. ... (2022, July 12). Historia de las grúas: Viaje en el tiempo con PALFINGER. Palfinger. Retrieved November 23, 2023, from [https://www.palfinger.com/es-cl/novedades/historia-de-las-gruas-viaje-en-el-tiempo-con-palfinger\\_n\\_885634](https://www.palfinger.com/es-cl/novedades/historia-de-las-gruas-viaje-en-el-tiempo-con-palfinger_n_885634)

"Grúa de taller hidráulica plegable - Manuleva.es". Manuleva. Accedido el 24 de noviembre de 2023. [En línea]. Disponible: <https://www.manuleva.es/180-grua-de-taller-hidraulica-plegable-1-tonelada.html>

#### ANEXOS

[1] Fórmulas de identificación de los ángulos alfa, beta y gamma

$$\frac{AB}{\sin(\theta+\beta)} = \frac{L_3}{\sin\delta}$$

$$\delta = \sin^{-1}\left(\frac{L_3}{\frac{AB}{\sin(\theta+\beta)}}\right)$$

[2] Procedimiento de las reacciones situadas en el pistón (elemento de doble fuerza) y reacciones en los elementos L2, L7 y L5

$$A=B$$

$$\Sigma F_x = 0$$

$$A_x = B_x$$

$$A\cos(\alpha) = B\cos(\alpha)$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$A_y - B_y = 0$$

$$A_y = B_y$$

$$A\sin(\alpha) = B\sin(\alpha)$$

[3] Procedimiento de la sumatoria de momentos en el punto C

$$\Sigma M_c = 0$$

$$B_y(L_3\cos\theta) - W(L_3 + L_4)\cos\theta - B_x(L_3\sin\theta) = 0$$

$$B\sin(\alpha)(L_3\cos\theta) - B\cos(\alpha)(L_3\sin\theta) - W(L_3 + L_4)\cos\theta = 0$$

$$B[\sin(\alpha)(L_3\cos\theta) - \cos(\alpha)(L_3\sin\theta)] - W(L_3 + L_4)\cos\theta = 0$$

[4] Procedimiento del valor de L<sub>5</sub>

$$XL_x = H$$

$$X = \frac{H}{L_5}$$

$$L_5 = \frac{H}{X}$$

[5] Procedimiento de sumatoria de fuerzas en x

$$\Sigma F_x = 0$$

$$Cx + Bx = 0$$

$$\Sigma Fy = 0$$

$$Cy + By - W = 0$$

$$Cy = W - By \Rightarrow Cy = W - B\sin(\alpha)$$

[6] Procedimientos de sumatoria de momentos en A

$$\Sigma Ma = 0$$

$$Cy(L_1) + Cx(L_2) - Z(L_1) = 0$$

[7] Procedimiento de la sumatoria en momentos en C

$$\Sigma Fx = 0$$

$$- Cx - Ax = 0$$

$$Ax = - Cx$$

$$\Sigma Fy = 0$$

$$- Cy - Ay + z = 0$$

$$z = Cy + Ay$$

$$Cy = \frac{-Cx(L_2) + z(L_1)}{L_1}$$

[8] Procedimiento de R1 y R2 en tres dimensiones

$$\Sigma Mx = 0$$

$$R_1 L_5 + R_2 L_5 = W(L_3 + L_4)\cos\theta$$

$$R_1 = R_2$$

$$L_5(2R_1) = W(L_3 + L_4)\cos\theta$$

$$R_1 = R_2 = \frac{W(L_3 + L_4)\cos\theta}{2L_5}$$

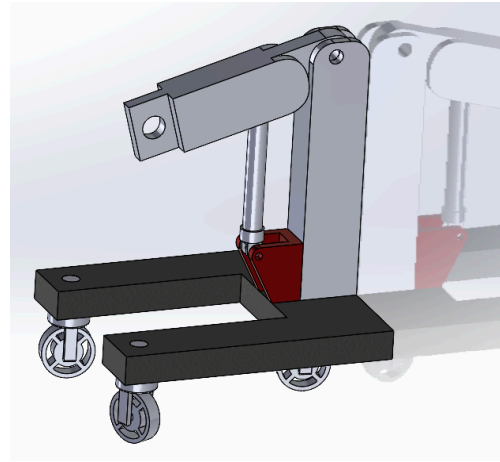
[9] Link a drive que contiene el código computacional hecho en MatLab:

[https://drive.google.com/drive/folders/1Kj1sje9AOIV\\_a48KufxlapPW7QJh5KrO?usp=sharing](https://drive.google.com/drive/folders/1Kj1sje9AOIV_a48KufxlapPW7QJh5KrO?usp=sharing)

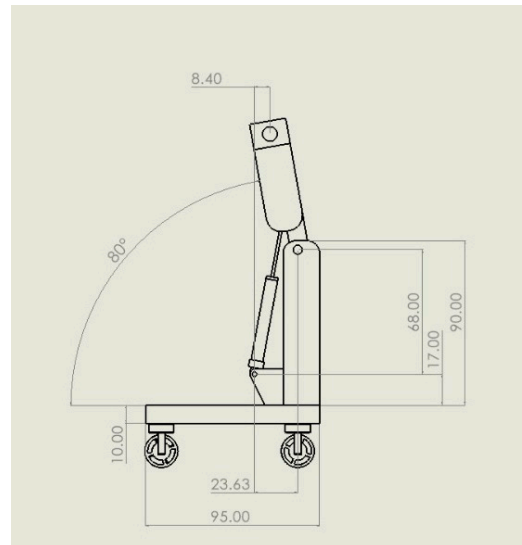
[10] Link al diseño de la Grúa en SolidWorks:

[https://drive.google.com/drive/folders/1v4M\\_LS\\_IUTT4q4dmQOM0uTaEffkPFgME?usp=drive\\_link](https://drive.google.com/drive/folders/1v4M_LS_IUTT4q4dmQOM0uTaEffkPFgME?usp=drive_link)

[11] Diseño grua SolidWorks



[12] Planos grua SolidWorks en cm



[13] Planos grua SolidWorks en cm

