

LABORATORIO DE FÍSICA

Realización de las prácticas y elaboración de informes

Recomendaciones generales

Las siguientes recomendaciones tienen como finalidad ayudarle en la realización de cualquier sesión de laboratorio:

1. Previamente a la realización de las prácticas deberá haber estudiado y entendido los apartados, medición y valor central e incertidumbre absoluta de este libro de texto.
2. Todos deben tener una calculadora y un cuaderno de laboratorio en donde anotar todo lo necesario para la correcta realización de las mismas.
3. Se debe leer el contenido de la práctica correspondiente, con el fin de conocer los objetivos que se persiguen y los procedimientos de medida para cada experimento, antes de realizar la práctica de laboratorio.
4. Se debe identificar el material correspondiente a cada práctica y asegurarse de conocer su funcionamiento antes de utilizarlo.

Presentación y tratamiento de los resultados obtenidos en las prácticas

1. Todos los resultados deben de ir acompañados de sus unidades.
2. Se deben presentar los resultados en tablas, lo cual facilita el análisis y comparación de los mismos. Cuando se presentan los resultados en tablas, las unidades se indican una única vez en la cabecera de la tabla, normalmente al lado de la variable.
3. Todos los resultados numéricos deben ser expresados con su incertidumbre ($x \pm \Delta x$), para el cálculo de incertidumbres consultar el libro de texto.

4. Dado que toda medida está afectada de una cierta incertidumbre, no tiene sentido expresarla con demasiados dígitos. La eliminación de dígitos se conoce como redondeo.
5. Una vez que se ha llegado al resultado final ($x \pm \Delta x$), hay que redondear en primer lugar la incertidumbre (Δx) a una única cifra significativa (distinta de cero), siempre por exceso. Por ejemplo, una incertidumbre de 0.43 pasaría a 0.5 y una de 38.5 pasaría a 40.

Redacción de informes de laboratorio

1. El informe de una práctica no debe consistir únicamente en reflejar los resultados con sus incertidumbres, sino que se debe complementar con todo lo necesario para que pueda ser comprendido por cualquier persona ajena al laboratorio.
2. Se recomienda que la presentación del mismo se realice en hojas blancas escritas a mano, en bolígrafo negro o en computadora. El informe deberá ir grapado en el extremo superior izquierdo o encuadernado en subcarpetas.
3. El informe ha de contar con secciones claramente diferenciadas para dar orden y claridad a la experiencia realizada en el laboratorio.

Secciones de un informe

1. Introducción y objetivos: se debe especificar qué magnitud o magnitudes se pretenden determinar, haciendo una pequeña introducción teórica.
2. Método experimental: se debe detallar el procedimiento utilizado para realizar cada medida, especificando los aparatos empleados. En caso necesario se presentará un esquema o dibujo para visualizar mejor el montaje experimental.
3. Resultados experimentales y tratamiento de datos: aquí se incluye el cálculo de magnitudes y de sus incertidumbres correspondientes, especificando claramente los pasos intermedios (cálculo de magnitudes derivadas y operaciones matemáticas en general). Se recomienda presen-

tar los resultados en tablas. Por último, se debe expresar cada magnitud y su incertidumbre con sus unidades y redondeos correspondientes. En caso de que la práctica requiera efectuar ajustes con la computadora, estos deben ser adjuntados al informe de la misma.

4. Conclusiones: finalmente debe hacerse una pequeña valoración del resultado obtenido, comentando las incidencias que hayan podido suceder durante la realización de la práctica y que hayan podido afectar a la calidad de las medidas.

Incertidumbre instrumental

Imagine que un investigador realiza una única medida o que realiza varias mediciones en el mismo objeto y en todas el resultado es el mismo, lógicamente, existe una incertidumbre que estará determinada por el aparato de medida, en este caso se adopta la incertidumbre como la *sensibilidad* del instrumento, es decir, la mínima magnitud que puede diferenciar el aparato de medida.

El aparato o instrumento de medición indica la magnitud de la cantidad medida por medio de algún sistema indicador y para realizar de la mejor forma esta tarea, es necesaria su calibración, que consiste en obtener la relación funcional entre la magnitud medida y la indicación, mediante la comparación directa o indirecta con la referencia o patrón.

Por ejemplo, un instrumento mal calibrado, como un termómetro que lee 100.1 °C cuando está sumergido en agua hirviendo y 0.1 °C cuando está sumergido en agua helada a presión atmosférica, producirá mediciones que son consistentemente demasiado altas.

Al utilizar un instrumento cualquiera se debe dedicar unos instantes a conocerlo y familiarizarse con su escala para entender las mediciones que se realizarán con él.

Tipos de instrumentos

En general, se distinguen dos tipos de instrumentos:

- Continuos: los que permiten realizar una lectura incluyendo entre dos divi-

siones mínimas sucesivas de la escala, como el flexómetro, la balanza u otros instrumentos analógicos (multímetro de aguja, etc.).

- Discretos: los que solo permiten leer hasta una unidad de la mínima división de escala, como el cronómetro, el vernier y los instrumentos digitales.

ACTIVIDAD 13

Elabore un instrumento de medición atendiendo el procedimiento sugerido para construirlo:

- Listar las variables que se pretende medir u observar.
- Revisar su definición conceptual y comprender su significado.
- Revisar cómo han sido definidas operacionalmente las variables. Esto implica comparar los distintos instrumentos o maneras utilizadas para medir las variables (comparar su confiabilidad, validez, objetos a los cuales se les aplicó, facilidad de administración, veces que las mediciones han resultado exitosas y posibilidad de uso en el contexto de la investigación).
- Se debe asegurar de tener un número suficiente de objetos para medir todas las variables en todas sus dimensiones.
- Elegir el instrumento o los instrumentos (ya desarrollados) que hayan sido favorecidos por la comparación y adaptarlos al contexto de la investigación. Para este caso solo deben seleccionarse instrumentos cuya confiabilidad y validez se reporte. No se puede confiar en una forma de medir que carezca de evidencia clara y precisa de confiabilidad y validez. Cualquier investigación formal reporta la confiabilidad y validez de su instrumento de medición.
- Sea creativo.

Cifras significativas

Al momento de expresar una medición esta debe ser lo más precisa y exacta posible, es decir, que debe ser expresada con sentido físico. En este sentido, una forma de reportar las mediciones es haciendo uso de las cifras significativas de los números, que son todos aquellos dígitos cuyos valores se conocen con certeza. Generalmente, en las medidas realizadas en un laboratorio, los dígitos serán significativos cuando estén dados por la apreciación del instrumento.

Para estimar la cantidad de cifras significativas de un número, siga las siguientes indicaciones:

1. Se cuentan todos los dígitos independientemente del punto decimal, por ejemplo:

3.1456 —————> tiene cuatro cifras significativas

1.2 —————> tiene dos cifras significativas

2. Se cuentan los ceros como cifras significativas cuando forman parte del número, en otras palabras, los ceros que están entre los dígitos. Ejemplos:

3.05006 —————> tiene seis cifras significativas

20.53 —————> tiene cuatro cifras significativas

3. Los ceros a la izquierda del número no se cuentan como cifras significativas, solo los que se encuentran a la derecha del mismo. Ejemplos:

0.045 —————> tiene dos cifras significativas

4.500 —————> tiene cuatro cifras significativas

Considérense los siguientes ejemplos:

1. Si la longitud de un objeto se registró como 15.7 cm, con una incertidumbre de 0.1 cm (1 mm), su valor real cae entre 15.6 cm y 15.8 cm. Si la medida se hiciera con una incertidumbre de 0.01 cm (0.1 mm), se tendría que haber registrado como 15.70 cm. El valor 15.7 cm. representa una medición con tres cifras significativas (1, 5 y 7), mientras que el valor 15.70 cm. representa una medición con cuatro cifras significativas (1, 5, 7 y 0).

2. Los ceros que tienen dígitos solamente a su derecha presentan el problema de que pueden o no ser significativos. Por ejemplo: 4.0000 tendría en principio cinco cifras significativas, pero dependiendo del instrumento con el que se tomó la medida, serán cinco o menos. Asimismo, si 4.0000 mm corresponde a una magnitud del diámetro de una esfera, medida con un vernier y considerando que la apreciación del vernier es de ± 0.005 mm, entonces los ceros a la izquierda de 4 serán significativos solo hasta el tercero, de izquierda a derecha, dados por la incertidumbre del vernier que solo arroja cifras hasta tres cifras decimales, es decir, el último cero no es significativo.

Redondeo

La incertidumbre de una medida está implícita en el último o últimos dígitos. Un número se puede redondear a ciertas cifras, prescindiendo de uno o más de sus últimos dígitos, tomando en cuenta las siguientes reglas:

- Regla 1: si el dígito siguiente a la cifra de aproximación pedida es mayor o igual que 5, se suma 1 al dígito que ocupa la posición de la aproximación pedida.

Ejemplo 1: Redondear 2.26521 a centésimas:

El dígito que ocupa el lugar de las centésimas es 6, el siguiente número es 5 (mayor o igual que 5), por lo tanto: se suma 1 al 6 ($1+6=7$).

Entonces: $2.26521 \approx 2.27$

Ejemplo 2: Redondear -25.3237 a milésimas:

El dígito que ocupa el lugar de las milésimas es 3, el siguiente número es 7 (mayor que 5), por lo tanto: se suma 1 al 3 ($1+3=4$).

Entonces: $-25.3237 \approx -25.324$

- Regla 2: si el dígito siguiente a la cifra de aproximación pedida es menor que 5, se eliminan todos los dígitos posteriores a la cifra de aproximación pedida.

Ejemplo 1: Redondear 1.54832 a milésimas

El dígito que ocupa el lugar de las milésimas es 8, el siguiente número es 3 (menor que 5), por lo tanto: se eliminan todos los dígitos posteriores.

Entonces: $1.54832 \approx 1.548$

ACTIVIDAD 14

a. Redondear a décimas cada expresión decimal:

- 0.4568 \longrightarrow _____
- 1.234268 \longrightarrow _____
- 5.28149 \longrightarrow _____
- 2.35145 \longrightarrow _____
- 89.5555 \longrightarrow _____
- 0.12345 \longrightarrow _____
- 0.54321 \longrightarrow _____

b. Redondear a centésimas las expresiones decimales del inciso a:

- _____ \longrightarrow _____
- _____ \longrightarrow _____
- _____ \longrightarrow _____
- _____ \longrightarrow _____
- _____ \longrightarrow _____
- _____ \longrightarrow _____
- _____ \longrightarrow _____

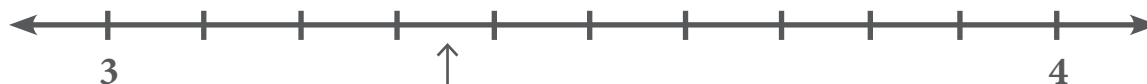
c. Redondear a milésimas las expresiones decimales del inciso b:

- _____ → _____
- _____ → _____
- _____ → _____
- _____ → _____
- _____ → _____
- _____ → _____
- _____ → _____

Incertidumbre absoluta a criterio del investigador

Con frecuencia, los instrumentos de medición condicionan la incertidumbre de una medida, sin embargo, la calidad de un instrumento de medición no necesariamente garantiza una buena calidad en una medida. Por ejemplo, la mínima división en la escala de un flexómetro es 100 veces mayor que la del micrómetro y, sin embargo, con ambos instrumentos se puede obtener en muchos casos medidas con precisión similar.

Por supuesto, la situación puede ser distinta de un caso a otro; indiscutiblemente, la regla métrica queda en una posición desventajosa frente al micrómetro si se trata de medir, para el caso, el espesor de una tarjeta de crédito. En la práctica, pueden lograrse divisiones muy finas en la escala de un instrumento de medición, pero esto no significa que si se continúa con el proceso de subdividir la escala, la incertidumbre absoluta se reducirá a cero. Porque además del reducido tamaño de la figura de la escala, la agudeza visual de quien mide, el proceso de medición y las condiciones de iluminación, son factores adicionales de los cuales dependerá la medida. Por tanto, la incertidumbre que provoca el investigador es muy considerable en estos casos. Por ejemplo, observe la figura de abajo:



Al observar nuevamente la figura nadie podría contradecir que el valor real de la medida está entre 3.3 y 3.4 cm, lo cual se puede expresar también como 3.36 ± 0.05 cm y se tendría un valor central y una incertidumbre absoluta. Sin embargo, según esta línea de razonamiento, 3.37 cm sería también el valor central aunque contradiga la primera medición que también trata de representarla lo más fiel posible.

Para resolver esta situación se propone lo siguiente: hacer una sola medición directa de una cantidad cuyo resultado se reportará a otras personas, se debe dar como valor central de la medida aquel que se obtiene tomando en cuenta la marca más próxima de la escala del instrumento de medición y aplicar redondeo cuando el puntero indicador esté ubicado a la mitad de dos marcas consecutivas.

Para casos como estos, es el criterio del investigador el que debe prevalecer a la hora de reportar la incertidumbre de la medida. En la práctica, cada situación particular debe evaluarse en forma individual y obviamente, en la medida de lo posible, el instrumento seleccionado para la realización de la medición debe tener las características apropiadas para medir la propiedad que se desea cuantificar.

ACTIVIDAD 15

Práctica 1

1. Realice cada medida señalada en la pieza con las letras a, b, c_1 , c_2 , L, utilizando el instrumento que se le indica en la tabla 1:

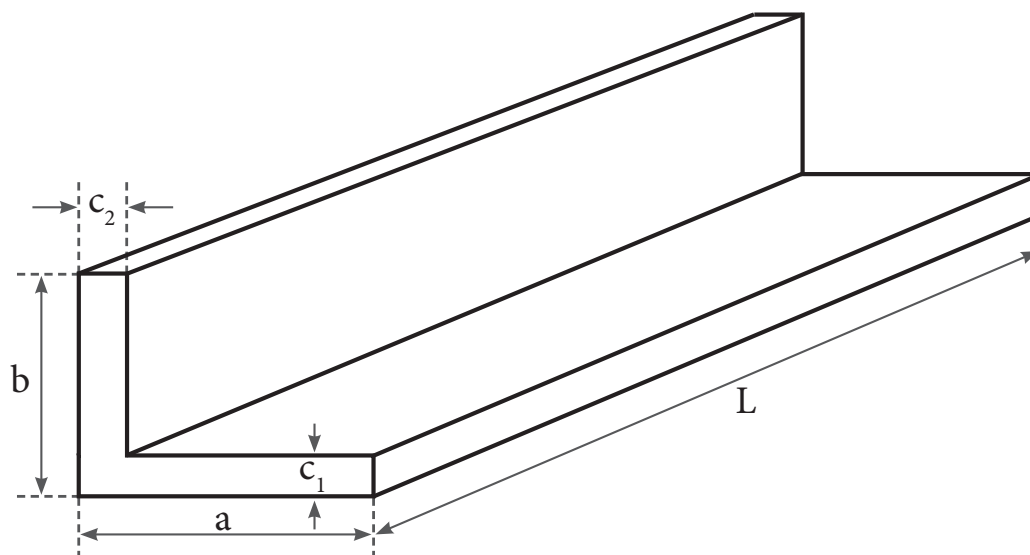


Tabla 1. Incertidumbres

Instrumento	Incertidumbre (mm)
Flexómetro	
Regla	
Vernier	

Tabla 2. Medidas

Instrumento	a	b	c ₁	c ₂	L
Flexómetro					
Regla					
Vernier					

2. Elabore el informe correspondiente a la práctica.

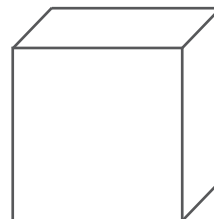
Propagación de incertidumbres en medidas indirectas

Recuerde que al determinar indirectamente la magnitud de una cantidad se involucra mediante una ecuación, fórmula y cálculo matemático otras medidas a las cuales se les ha asignado su respectiva incertidumbre absoluta.

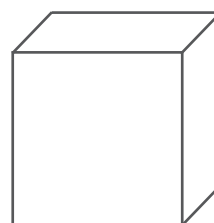
En tal sentido, es razonable pensar que la magnitud de otra cantidad calculada tenga también una incertidumbre producto de las incertidumbres originales. El hecho de que las incertidumbres de las medidas originales se transfieran a cualquier medida indirecta que las involucre, es conocido como propagación de incertidumbres.

ACTIVIDAD 16

1. Con el vernier u otro instrumento, mida las tres dimensiones de un cubo (dado) y expréselas correctamente:



2. Calcule el volumen del cubo teniendo en cuenta todas las reglas de redondeo, cifras y operaciones entre cantidades con sus incertidumbres. Tenga en cuenta las unidades para que exprese el resultado en cm^3 :



3. Use la balanza para medir la masa de cubo y escriba adecuadamente la medida:

Área reservada para escribir la medida de la masa del cubo.

4. Calcule la incertidumbre porcentual de cada medida:

Área reservada para escribir el cálculo de la incertidumbre porcentual.

5. Use el palmer u otro instrumento para medir el diámetro de una esfera (pelota) de cristal. Exprese la medida adecuadamente:

6. Use la balanza para hallar la masa de la esfera. Escribala adecuadamente:

7. Calcule el volumen del cubo, teniendo en cuenta todas las reglas de redondeo, cifras y operaciones entre cantidades con error. Tenga en cuenta las unidades para que exprese el resultado en cm^3 :

8. Mida el diámetro externo y el diámetro interno de un disco compacto o CD, usando el vernier u otro instrumento y mida el espesor usando el palmer u otro instrumento:

9. Calcule la incertidumbre porcentual de cada medida:

10. Escriba sus propias conclusiones de la práctica, así como las causas de error en las medidas tomadas:

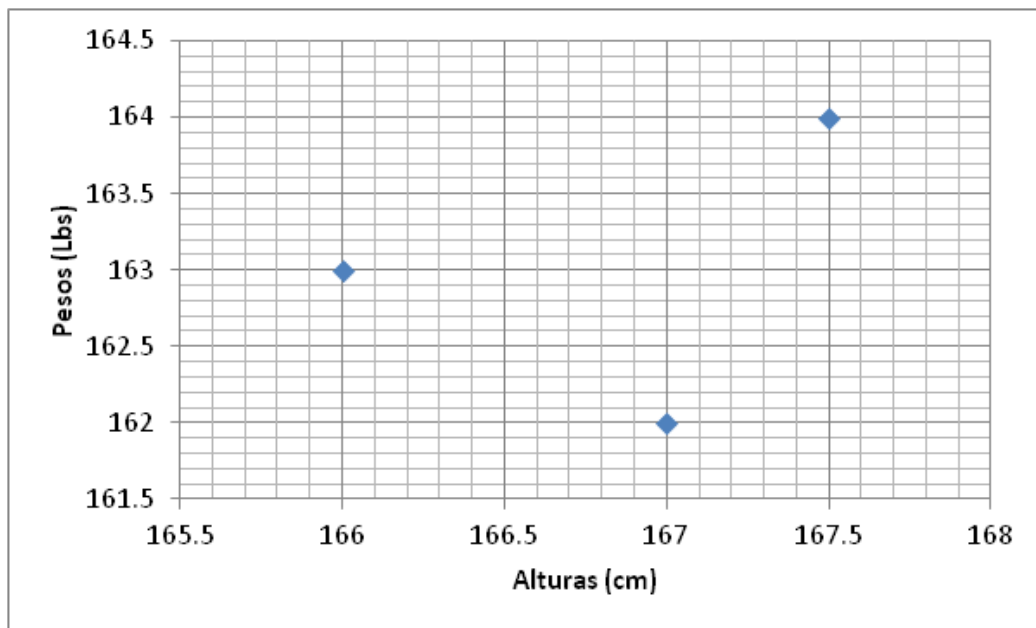
Informe

El informe escrito de esta práctica debe incluir: portada, relato o descripción de la toma de medidas, datos y operaciones correspondientes a cada numeral, cálculos a mano de los valores pedidos en el desarrollo de la práctica, conclusiones y causas de error.

Gráfica de puntos experimentales

Consiste en una representación visual de los fenómenos estudiados. En la gráfica 1 se muestran los pesos y estaturas de algunos estudiantes, gráficamente se vería así:

Gráfica 1. Altura versus peso



Nótese que en la gráfica 1 coincide en un punto la altura de un estudiante de 166 centímetros con el peso de 163 libras, la altura de otro estudiante es de 167 centímetros y pesa 162 libras; cada punto en la gráfica establece una relación de dos medidas en la que intervienen dos variables.

Para construir un gráfico de puntos experimentales se debe hacer lo siguiente:

1. Dibujar una cuadrícula graduada con los valores obtenidos.
2. Ubicar horizontalmente una de las medidas.
3. Ubicar verticalmente la otra medida.
4. Hacer coincidir las medidas ordenadas con su respectivo par.

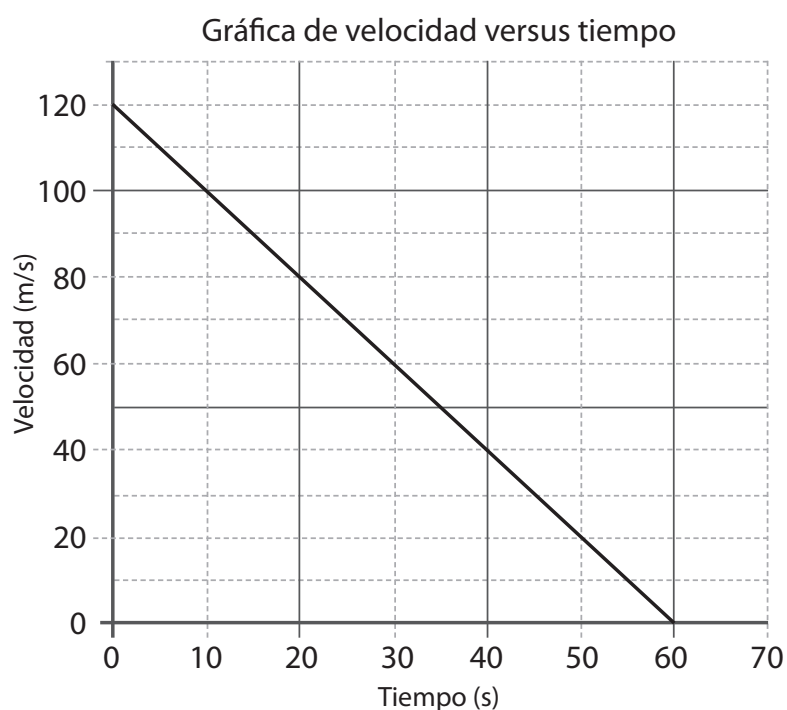
Es conveniente elaborar una tabla de valores, para ordenar cada una de las variables que intervienen en la medición que se desea analizar. Observe el siguiente ejemplo:

Se mide la velocidad de un automóvil en marcha a partir de un punto en su recorrido, al iniciar el conteo en el cronómetro se marca una velocidad de 120 metros por segundo en el velocímetro, luego se realizan las siguientes lecturas:

- a los 10 segundos se indica 100 m/s
- a los 20 s se registra 80 m/s
- a los 30 s marca 60 m/s
- a los 40 s señala 40 m/s
- a los 50 s marca 20 m/s
- a los 60 s el automóvil se detiene por completo

Tabla 1. Registro de la velocidad del automóvil

Tiempo (s)	Velocidad (m/s)
0	120
10	100
20	80
30	60
40	40
50	20
60	0



ACTIVIDAD 17

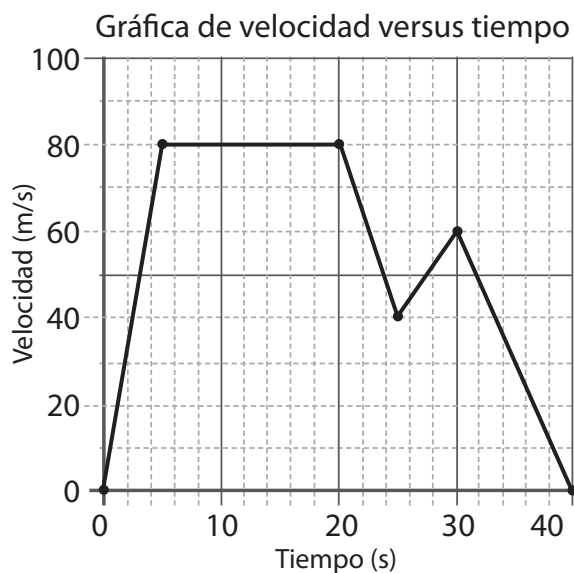
1. Los datos de la siguiente tabla representan el movimiento de un camión repartidor en la carretera, elabore una gráfica:

Tiempo (s)	Velocidad (m/s)
0	20
10	20
20	20
30	-20
40	-60
50	-60
60	-60
70	0
80	0
90	0



2. La siguiente gráfica muestra el movimiento de un tren. Elabore una tabla de valores que contenga las dos variables: tiempo y velocidad:

Tiempo (s)	Velocidad (m/s)



Regresión lineal

En Física, con mucha frecuencia es necesario resolver problemas que implican conjuntos de variables, cuando se sabe que existe alguna relación entre ellas.

Cuando simultáneamente se observan dos variables surgen preguntas y problemas específicos, entonces se emplearán procesos estadísticos descriptivos y técnicas de estimación para contestar esas preguntas y técnicas de contraste de hipótesis específicos para resolver dichos problemas. La mayoría de estos métodos están encuadrados en las técnicas de regresión lineal y correlación.

La correlación y regresión lineal comprenden el análisis de los datos de una muestra para saber qué es y cómo se relacionan entre sí dos o más variables. El análisis de correlación produce un número que resume el grado de la fuerza de relación entre dos variables y el análisis de regresión da lugar a una ecuación matemática que describe dicha relación.

La técnica de regresión lineal está indicada cuando se pretende explicar una variable cuantitativa en función de otra variable descriptiva y cuantitativa a la vez, llamada variable independiente. Por ejemplo, se podría intentar explicar el peso de una persona en función de la altura; el modelo intentaría aproximar la variable respuesta mediante una función lineal de la variable descriptiva.

La finalidad de una ecuación de regresión lineal es estimar los valores de una variable con base en los valores conocidos de la otra o para explicar los valores de una variable en términos de otra. El análisis de regresión únicamente indica qué relación matemática podría haber, de existir una.

Una de las suposiciones que se realizan al aplicar las técnicas de regresión lineal es la siguiente: el modelo propuesto es lineal, es decir, existe relación lineal entre las variables como la siguiente:

$$Y = \beta_0 + (\text{Variable descriptiva}) \cdot \beta_1 + u$$

Donde:

- β_0 el término independiente (constante)
- β_1 el coeficiente de regresión de la variable descriptiva (pendiente)
- u es una variable aleatoria que se llama error residual

En este sentido, la regresión lineal comprende el intento de desarrollar una línea recta o ecuación lineal que describa la relación entre dos variables. La regresión puede ser utilizada de diversas formas. Se emplean en situaciones en la que las dos variables miden aproximadamente lo mismo, pero en las que una variable es relativamente costosa, o por el contrario, es poco interesante trabajar con ella, mientras que con la otra variable no ocurre lo mismo.

Antes de empezar con el estudio de la regresión lineal es necesario recordar algunos elementos de las ecuaciones lineales:

Una ecuación lineal tiene la forma: $y = mx + b$

Donde:

- "b" es el intercepto en el eje y
- "m" es la pendiente de la recta
- "y" es un valor pronosticado para un valor seleccionado de x

La forma general de la ecuación de regresión lineal simple es:

$$y = \beta_0 + x\beta_1$$

Donde:

"y" es el valor pronosticado de la variable Y para un valor seleccionado de X

β_0 es la ordenada de la intersección con el eje Y, es decir, el valor estimado de Y cuando $X = 0$

β_1 es la pendiente de la recta

"x" es cualquier valor seleccionado de la variable independiente.

Con esta expresión se hace referencia al proceso matemático que sirve para ajustar una línea recta a través de un conjunto de datos con dos variables asentadas en una gráfica. Dicha línea se conoce como *línea de regresión simple*.

El primer paso es recoger datos experimentales correspondientes a **n** individuos con información de dos variables cuantitativas: una de ellas se considera variable descriptiva (x) y la otra se considera variable respuesta (y).

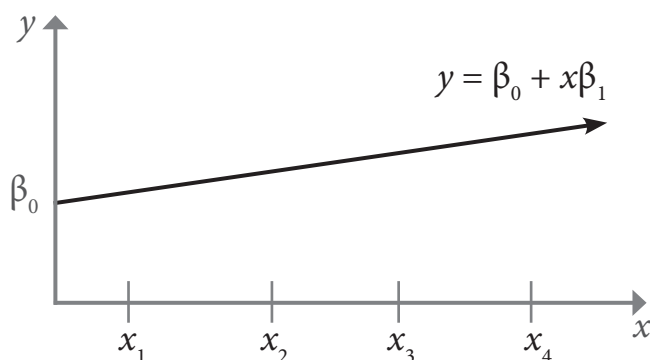
El modelo que se asume es:

$$y = \beta_0 + x\beta_1$$

Si el interés es conocer la relación que une a x con y , entonces se debería estimar los parámetros desconocidos. Para entender mejor analice el siguiente ejemplo:

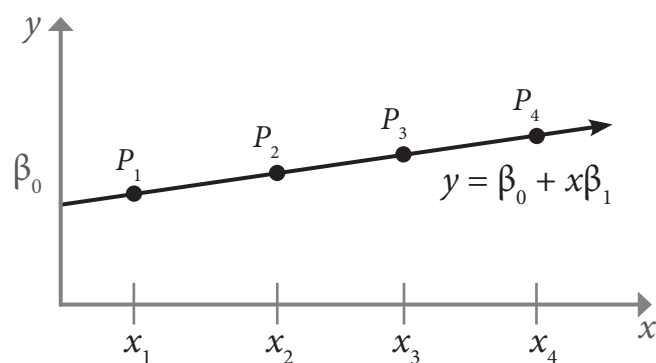
Suponga que se tiene una muestra de 4 observaciones de (x,y) y que la variable y es una función lineal de otra variable x , donde la relación entre x e y depende de los parámetros β_0 y β_1 desconocidos (ver gráfica 1).

Gráfica 1



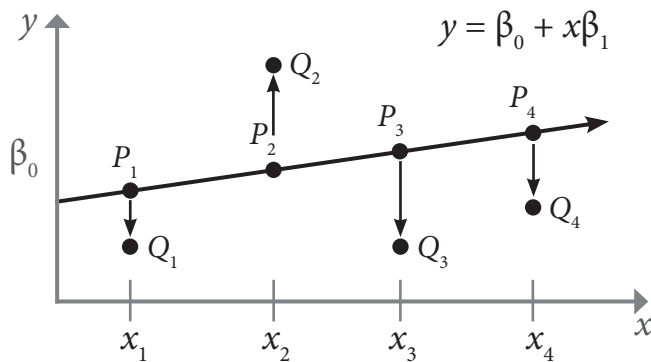
Si la relación entre x e y es exacta, solo bastarían dos puntos para hallar una solución para los parámetros β_0 y β_1 (ver gráfica 2).

Gráfica 2



Sin embargo, las relaciones entre variables no siempre son exactas, muchos de los puntos que se observan no van a estar en la recta (ver gráfica 3).

Gráfica 3



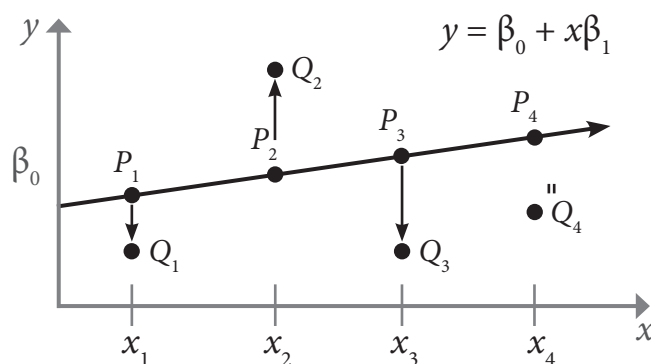
Para permitir diferencia entre la variable Y de la recta de interés, se introduce un término de perturbación al modelo, que no es observable:

$$y = \beta_0 + x\beta_1 + u$$

Por ejemplo, si Y es el peso y X la altura, u puede representar el tipo de comida que se consume: así dos individuos de la misma familia pueden tener un peso distinto.

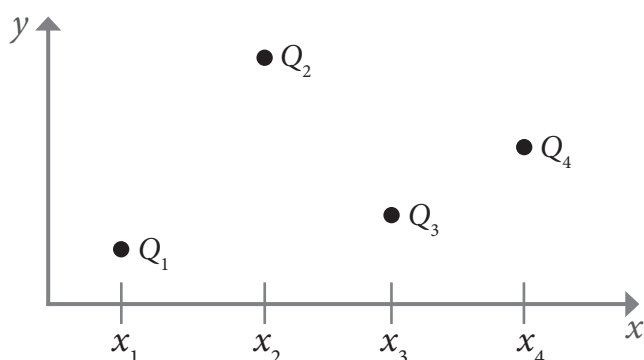
Cada valor de Y tiene, entonces, una parte que no pertenece a la recta y existe una distancia u entre la recta y cada punto (ver gráfica 4).

Gráfica 4



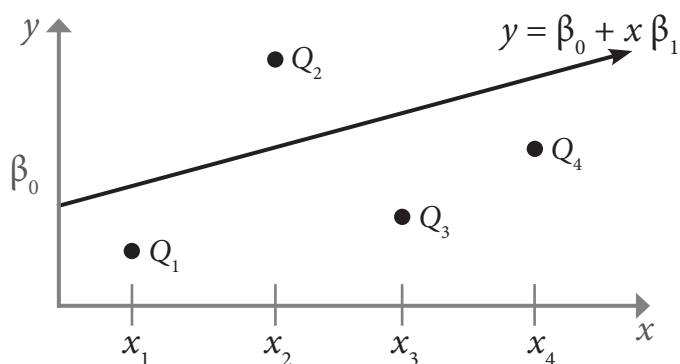
En una gráfica únicamente se observan los puntos Q para cada X (ver gráfica 5).

Gráfica 5



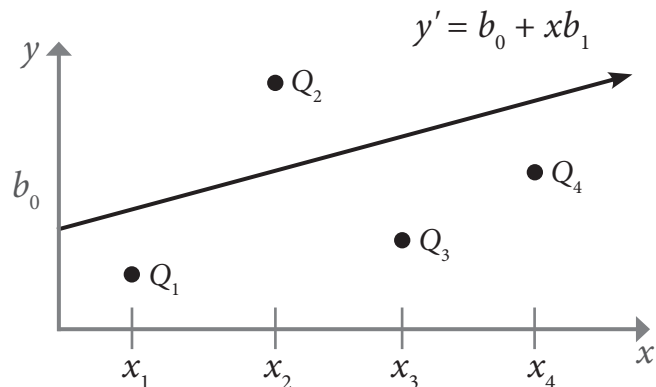
Naturalmente, se podría utilizar los puntos Q para dibujar una línea que aproxime a $y = \beta_0 + x\beta_1$ (ver gráfica 6).

Gráfica 6



Entonces, se puede escribir esta línea como $y' = b_0 + xb_1$, donde b_0 es una estimación de β_0 y b_1 es una estimación de β_1 (ver gráfica 7).

Gráfica 7

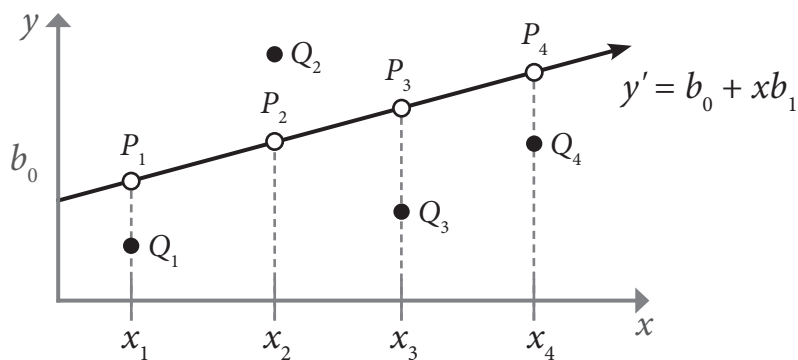


Los coeficientes β_0 y β_1 se estiman por b_0 y b_1 a través del método de mínimos cuadrados. Para formar una línea que se ajuste a los puntos de la gráfica.

A esta línea aproximada se la conoce como el modelo ajustado, y a los valores de la variable Y en esa línea se le llama valores predichos o ajustados (son los puntos P), (ver gráfica 8).

- Y valor real
- y' valor predicho o ajustado

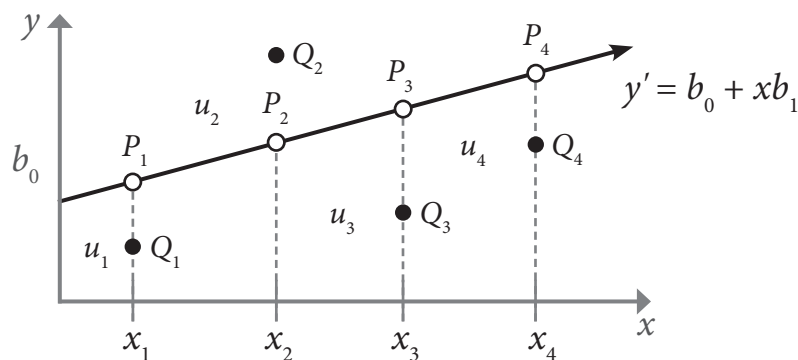
Gráfica 8



Observe que hay una diferencia entre el valor de Y realmente observado (los puntos Q) y el valor predicho por la línea aproximada (P). A esta diferencia se le llama residuo. $u = y - y'$ (ver gráfica 9).

- Y valor real
- y' valor predicho o ajustado

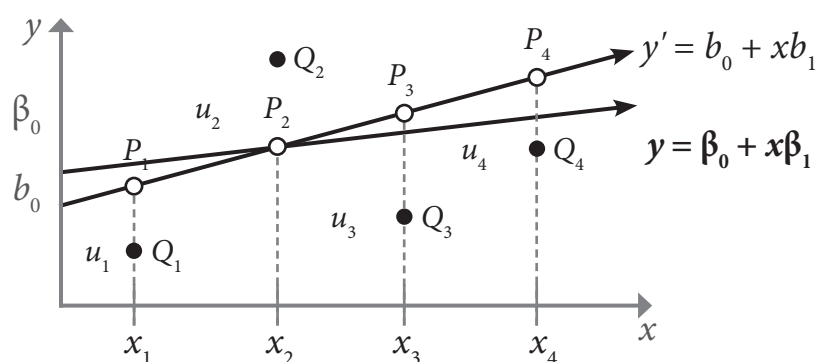
Gráfica 9



Es importante aclarar que los valores que toman los residuos son distintos a los valores del término de perturbación. Esto es debido a que la aproximación que hacemos nunca va a coincidir exactamente con la verdadera línea que relaciona a estas variables (ver gráfica 10).

- Y valor real
- y' valor predicho o ajustado

Gráfica 10



En cuanto más pequeños sean los residuos, el ajuste será mejor, porque estos tienden a estar más cerca de la perturbación. Pero lo que debe quedar claro es que los dos conceptos representan cosas distintas.

Ambas líneas, la aproximada y la verdadera, son importantes en el análisis de regresión, puesto que permiten descomponer el valor observado de y en dos partes.

Usando la relación teórica, o verdadera, y se descompone en su parte no estocástica $y = \beta_0 + x\beta_1$ y su parte estocástica u .

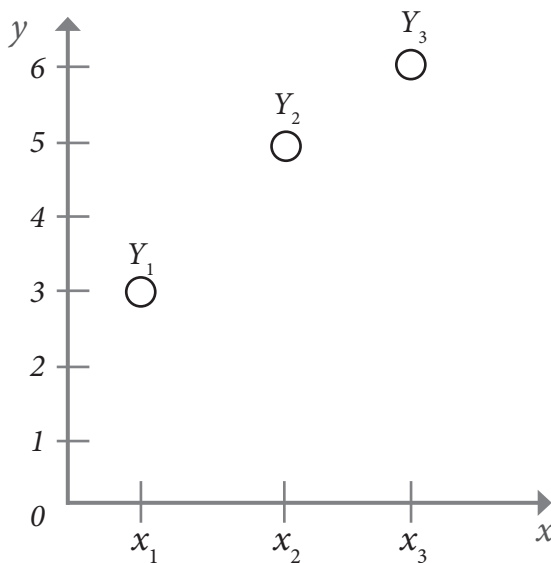
Esta es una descomposición teórica dado que no conocemos los valores exactos de β_0 y β_1 , ni los del término de perturbación. Esta descomposición se utilizará para buscar estimadores de los parámetros.

La segunda descomposición del valor real de y se hace en función de la línea ajustada: es la suma del valor predicho de y y de su residuo. Esta descomposición se utiliza para obtener fórmulas que permitan aproximar los valores desconocidos de los parámetros.

Mínimos cuadrados

Es una técnica de análisis numérico encuadrada dentro de la optimización matemática, en la que, dados un conjunto de pares ordenados: (variable independiente, variable dependiente) y una familia de funciones, se intenta encontrar la función, dentro de dicha familia, que mejor se aproxime a los datos (un "mejor ajuste"), de acuerdo con el criterio de mínimo error cuadrático.

Por ejemplo, establezca la relación lineal que existe entre los siguientes puntos:



1. El verdadero modelo para $y = a + bx$ no es observable. Lo que se sabe es que entre x y y existe una relación lineal y, por lo tanto, se utilizarán los valores observados de estas variables para calcular una aproximación.
2. Según la gráfica, suponga que se tienen las observaciones: (1,3), (2,5) y (3,6), entonces se encuentran los valores a y b para el modelo ajustado.

Para determinar los valores de a y b se utilizan las siguientes expresiones:

$$b = \frac{(n\sum xy - \sum x \sum y)}{(n\sum x^2) - (\sum x)^2}$$

$$a = \frac{\sum y}{n} - b \frac{\sum x}{n}$$

n es el número de datos, en este caso 3.

Se elabora una tabla para organizar los datos:

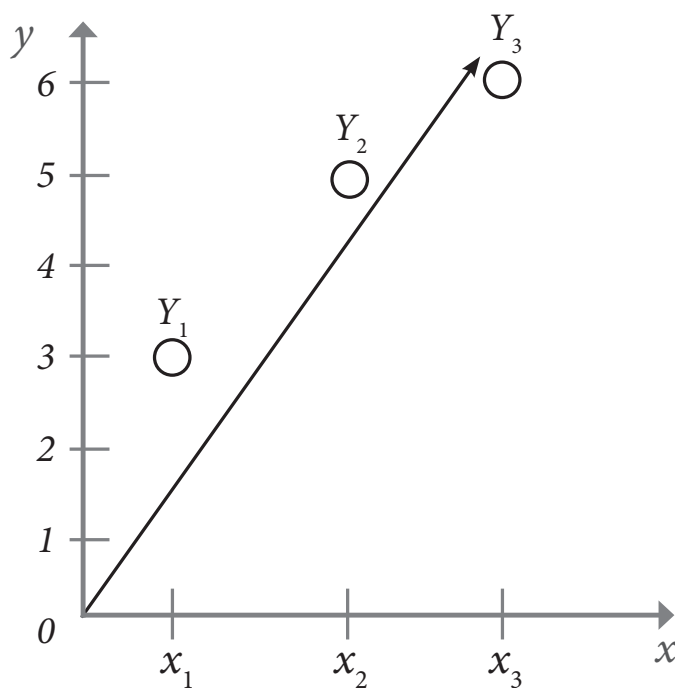
x	y	x^2	xy
1	3	1	3
2	5	4	10
3	6	9	18
$\Sigma x = 6$	$\Sigma y = 14$	$\Sigma x^2 = 14$	$\Sigma xy = 31$

$$b = \frac{(n \Sigma xy - \Sigma x \Sigma y)}{(n \Sigma x^2) - (\Sigma x)^2} = \frac{3(31) - (6)(14)}{3(14) - 36} = \frac{93 - 84}{6} = \frac{9}{6} = 1.5$$

$$a = \frac{\Sigma y}{n} - b \frac{\Sigma x}{n} = \frac{14}{3} - (1.5) \frac{6}{3} = 4.66 - 3 = 1.66$$

Por tanto, la ecuación que se ajusta al conjunto de pares ordenados es:

$$y' = 1.66 + 1.5x$$



ACTIVIDAD 18

Grafique los siguientes puntos: $p_1(1,5)$, $p^2(2,7)$, $p^3(4,6)$ y determine la ecuación que se ajusta a los siguientes valores observados, por el método de mínimos cuadrados:



Glosario

Cuantitativo: es todo aquello que está relacionado con la cantidad.

Hipótesis: es una proposición aceptable que ha sido formulada a través de la recolección de información y datos, aunque no esté confirmada, sirve para responder de forma alternativa a un problema con base científica.

Joule: unidad del Sistema Internacional de Unidades para energía y trabajo.

Hidráulico: relativo a la parte de la mecánica que estudia el equilibrio y movimiento de los fluidos

Materia: es todo aquello que tiene localización espacial, posee una cierta cantidad de energía, y está sujeto a cambios en el tiempo y a interacciones con aparatos de medida.