

Los números racionales

El conjunto de los números racionales (\mathbb{Q}) es el tercer subconjunto de los números reales. Se llama número racional a todo número que puede representarse como el cociente de dos enteros, con denominador distinto de cero.

La idea que genera la creación del número racional es el reparto, cuando una cantidad se va dividiendo en partes iguales, el resultado es un número racional, como los siguientes ejemplos:

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{3}{4}, -\frac{1}{2}$$

Los números: 2, 5, -2, -10, 8.5, $\sqrt{4}$; también son números racionales.

Estos números racionales que generan la idea de reparto los hemos aprendido empíricamente cuando nuestras madres nos enseñaban con toda claridad a usarlas desde muy niños. Por ejemplo: al decirnos: son las cuatro y media, o bien, falta un cuarto para las cinco, lo entendemos muy bien.

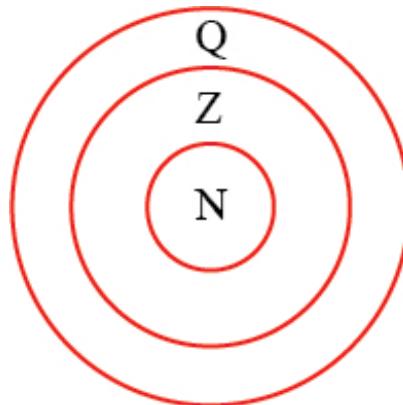
De igual manera nos enseñan fracciones cuando compramos pan, queso, azúcar, etc. Pues siempre se dice: me da media libra de azúcar $\frac{1}{2}$ de azúcar; o me da $\frac{3}{4}$ de queso, etc.

También se usa para más cosas, desde pintar la cerca (pínteme un $\frac{1}{4}$ de cerca), hasta para resolver ejercicios matemáticos de la escuela, colegio y universidad.

Su definición constructiva es: $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{x}{y} = \frac{a}{b}; a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$.

Los números enteros forman un conjunto de números racionales. Tal como se ve en la siguiente figura:

Es decir que: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Q}$ y $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.

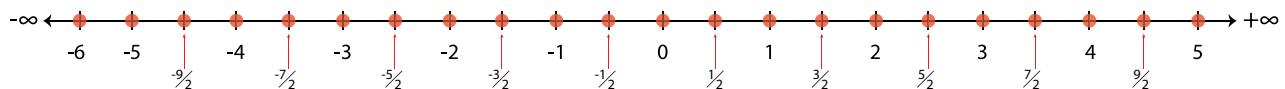


Notas sobre los números racionales

- Todo número natural es racional. Ejemplo: 2 es racional, ya que $\frac{2}{1} = 2$.
- Todo número entero es racional. Ejemplo: 2 es racional, ya que $\frac{2}{1} = 2$, también -5 es racional porque: $\frac{(-5)}{1} = -5$.

1. Graficación en los números racionales (\mathbb{Q})

La siguiente recta numérica señala algunos números racionales graficados en ella, por ejemplo: $\{-\frac{9}{2}, -\frac{7}{2}, -\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{9}{2}\}$



En la recta real se puede graficar cualquier número racional, como los siguientes ejemplos: $\{\frac{7}{4}, \frac{12}{5}, \frac{0}{5}, -\frac{7}{3}, -\frac{13}{2}, \sqrt{4}, -9, -0.5, -0.6\dots\}$

2. Los decimales en los números racionales (\mathbb{Q})

Los números decimales (decimal exacto, periódico puro y periódico mixto) son números racionales, pero los otros números decimales ilimitados no. Ejemplos:

- $\frac{1}{2} = 0.5$ (decimal exacto)
- $\frac{1}{3} = 0.33333333\dots$ (decimal periódico puro)
- $\frac{12}{11} = 1.090909091\dots$ (decimal periódico mixto)
- $\pi = 3.141592654\dots$ (decimal ilimitado) $\notin \mathbb{Q}$
- $\sqrt{2} = 1.414213562\dots$ (decimal ilimitado) $\notin \mathbb{Q}$

3. Operaciones en los numeros racionales y de (\mathbb{Q})

a. La suma, la diferencia, el producto y el cociente de dos números racionales es otro número racional. Ejemplos:

- $\frac{3}{4} + \frac{7}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$ (suma en \mathbb{Q})
- $\frac{10}{4} - \frac{7}{4} = \frac{3}{4}$ (diferencia en \mathbb{Q})

- $\frac{8}{4} \cdot \frac{7}{3} = \frac{56}{12} = \frac{28}{6} = \frac{14}{3} = \frac{4}{\left(\frac{2}{3}\right)}$ (producto en Q)

- $\frac{\left(\frac{9}{5}\right)}{\left(\frac{4}{7}\right)} = \frac{9}{5} \cdot \frac{7}{4} = \frac{63}{20} = \frac{3}{\left(\frac{3}{20}\right)}$ (cociente en Q)

- b. Podemos operar con potencias, pero el exponente tiene que ser un número entero. Veamos su definición constructiva:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a^n}{b^n}\right) \quad n \in \mathbb{Z}$$

Ejemplo: $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{2^2}{3^2}\right), \quad 2 \in \mathbb{Z}$

- c. La raíz de un número racional no siempre es un número racional, solo ocurre cuando la raíz es exacta y si el índice es par, el radicando ha de ser positivo.

Ejemplo: $\sqrt{-\frac{4}{5}} \notin Q$

ACTIVIDAD 3

Resuelva los siguientes ejercicios aplicando lo que sabe sobre las operaciones en Q:

- a. Si un número fraccionario se eleva al exponente -3, es igual a $\frac{27}{8}$. Halle el número.

b. Resuelva: $\left(-\frac{4}{2}\right)^{-3} \cdot \left(-\frac{4}{2}\right)^5$