Valor absoluto en *R*

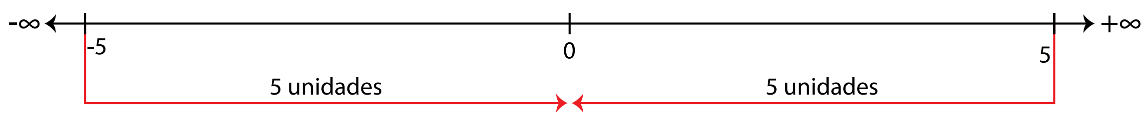
Los números 5 y -5 tienen en común que la distancia de 5 a 0 y de -5 a 0 es la misma, a pesar que 5 y -5 son distintos, pero su distancia en la recta numérica al 0 es igual: 5 unidades.

En otras palabras, -5 esta tan lejos de 0 que 5 implica que el valor absoluto de:

$|-5| = 5$ Se lee: *valor absoluto de menos cinco es cinco.*

$|5| = 5$ Se lee: *valor absoluto de cinco es cinco.*

La siguiente recta simboliza lo real del valor absoluto (distancia):



1. Propiedades e implicaciones del valor absoluto

   Valor absoluto de un número real ***a***, se escribe con la simbología **|*a*|**, es el mismo número ***a*** cuando es positivo o cero y opuesto de ***a***, si ***a*** es negativo. He aquí su notación construcción para todo número real ***a*** :

$$|a| = \begin{cases} a & \text{si } a > 0 \\ 0 & \text{si } a = 0 \\ -a & \text{si } a < 0 \end{cases}$$

   a. $|5| = 5$, $|-5| = 5$, $|0| = 0$

Propiedades en el valor absoluto

a. Los números opuestos tienen igual valor absoluto. Ejemplo:

$|a| = |-a|$

$|5| = |-5| = 5$

b. El valor absoluto de un producto es igual al producto de los valores absolutos de los factores. Ejemplo:

$|\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}| = |\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{a}|$

$|5 \cdot (-2)| = |5| \cdot |(-2)| \;\rightarrow\; |(-10)| = |5| \cdot |2| \;\rightarrow\; \mathbf{10 = 10}$

c. El valor absoluto de una suma es menor o igual que la suma de los valores absolutos de los sumandos. Ejemplo:

$|(\mathbf{a}+\mathbf{b})| \leq |\mathbf{a}| + |\mathbf{b}|$

$|5+(-2)| \leq |5| + |(-2)| \;\rightarrow\; |3| \leq |5| + |2| \;\rightarrow\; \mathbf{3 \leq 7}$

2. Gráfica del valor absoluto = distancia

La distancia entre dos números reales ***a*** y ***b***, que se escribe ***d***(***a, b***), se define como valor absoluto de la diferencia de ambos números:

$\mathbf{d(a, b) = |b - a|}$

La distancia entre -5 y 4 es:

$\mathbf{d(-5, 4) = |4 - (-5)| = |(4+5)| = |9| = 9}$