Racionalización en *R*

1. Operaciones de racionalización en *R*

Consiste en quitar los radicales del denominador, lo que permite facilitar el cálculo de operaciones como la suma de fracciones. Se pueden distinguir tres casos:

a. Racionalización del tipo: $\boldsymbol{\frac{a}{(b\sqrt{c})}}$

Ejemplos:

- $\frac{2}{(3\sqrt{2})} = \frac{(2 \cdot \sqrt{2})}{(3\sqrt{(2 \cdot \sqrt{2})})} = \frac{(2 \cdot \sqrt{2})}{3(\sqrt{2})^2} = \frac{(2 \cdot \sqrt{2})}{(3 \cdot 2)} = \frac{\sqrt{2}}{3}$

- $\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{(2 \cdot \sqrt{2})}} = \sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2} = \sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \left[1 + \frac{1}{2}\right]\sqrt{2} = \frac{3}{2}\sqrt{2}$

b. Racionalización del tipo: $\boldsymbol{\frac{a}{b\,\sqrt[n]{c^m}}}$

Ejemplos:

1. $\frac{2}{3\,\sqrt[5]{4}} = \frac{2}{3\,\sqrt[5]{2^2}} =$

Multiplicamos por la igualación de exponentes:

$\frac{2}{3\,\sqrt[5]{2^2}} \cdot \frac{2}{\sqrt[5]{2^3}} =$

Realizamos el producto:

$\frac{2\,\sqrt[5]{2^3}}{3\,\sqrt[5]{2^2 \cdot 2^3}} =$

Multiplicamos las potencias del numerador como denominador:

$$\frac{2\sqrt[5]{2^3}}{3\sqrt[5]{2^5}} =$$

Simplificamos:

$$\frac{2\sqrt[5]{8}}{3 \cdot 2} = \frac{2\sqrt[5]{8}}{6}$$

Respuesta:

$$\frac{\sqrt[5]{8}}{6}$$

2. $\dfrac{3ab}{\sqrt[4]{a^2 b^3 c}} =$

Multiplicamos por el resto que le hace falta a los exponentes del denominador para igualarlos al índice 4, así: $\boldsymbol{a^2 b^3 c}$, a esta expresión le hace falta: $\boldsymbol{a^2\ b^1\ c^3}$, para que tengan todos exponente ***4***:

$$\frac{3ab}{\sqrt[4]{a^2 b^3 c}} \cdot \frac{\sqrt[4]{a^2 b^1 c^3}}{\sqrt[4]{a^2 b^1 c^3}} =$$

Realizamos los productos indicados:

$$\frac{3ab\sqrt[4]{a^2\ b\ c^3}}{\sqrt[4]{a^2 b^3 c^1} \cdot \sqrt[4]{a^2 b^1 c^3}} =$$

Los exponentes han sido igualados al índice 4:

$$\frac{3ab\sqrt[4]{a^2\ b\ c^3}}{\sqrt[4]{a^4 b^4 c^4}} =$$

Simplificamos exponentes con el índice:

$$\frac{3ab\sqrt[4]{a^2\ b\ c^3}}{a\,b\,c} =$$

Dividimos los valores que se pueden dividir (a,b) y resolvemos:

$$\frac{3\cancel{ab}\sqrt[4]{a^2\ b\ c^3}}{\cancel{ab}\,c} = \frac{3\sqrt[4]{a^2\ b\ c^3}}{c}$$

c. Racionalización del tipo: $\dfrac{a}{\sqrt{b}+\sqrt{c}}$ y en general cuando el denominador sea un binomio con al menos un radical.

Se multiplica el numerador y denominador por el conjugado del denominador.

El conjugado de un binomio es igual al binomio con el signo central cambiado.

También tenemos que tener en cuenta que: "suma por diferencia de binomios es igual a diferencia de cuadrados”. Así: (a+b)(a-b)= a^2-b^2.

Ejemplos:

3. $$\frac{2}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} = \frac{2\cdot(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{(\sqrt{2}-\sqrt{3})\cdot(\sqrt{2}-\sqrt{3})} = \frac{2\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{(\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{2-3} = \frac{2\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{-1} = -2\sqrt{2}-2\sqrt{3}$$

4. $$\frac{2}{4-2\sqrt{2}} = \frac{2\cdot(4+2\sqrt{2})}{(4-2\sqrt{2})\cdot(4+2\sqrt{2})} = \frac{2\cdot(4+2\sqrt{2})}{(4-2\sqrt{2})\cdot(4+\sqrt{2})}$$

$$= \frac{2\cdot(4+2\sqrt{2})}{4^2-(2\sqrt{2})^2} = \frac{2\cdot(4+2\sqrt{2})}{16-4\cdot 2} = \frac{2\cdot(4+2\sqrt{2})}{8}$$

$$= \frac{4+2\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}+1=$$

5. $$\frac{2\sqrt{2}}{5-2\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{2}\,(5+2\sqrt{6})}{(5-2\sqrt{6})\cdot(5+2\sqrt{6})} = \frac{10\sqrt{2}+4\sqrt{12}}{(5^2-2\sqrt{6})^2}$$

$$= \frac{10\sqrt{2}+4\sqrt{2^2\cdot 3}}{25-4\cdot 6} = \frac{10\sqrt{2}+8\sqrt{3}}{25-24} = 10\sqrt{2}+8\sqrt{3}$$