i. $\left(\frac{1}{2}-2i\right)$ x= $\frac{3}{4}6i$

j. $\frac{5}{2}i - \frac{2}{3}$ x + 3= $\frac{1}{3}$ x - $\frac{3}{2}$

Resolución de ecuaciones cuadráticas con raíces complejas

Uso del discriminante

Para verificar cuando una ecuación cuadrática tiene raíces complejas, nos remitimos a que existen 3 tipos de soluciones indicadas por la expresión conocida en las ecuaciones cuadráticas como discriminante, que desarrollamos a continuación, y está dado por la expresión: $b^2 - 4ac$. Existen 3 casos importantes:

Caso 1: *Si*. $b^2 - 4ac > 0$ tiene dos soluciones reales y distintas.

Al graficar la cuadrática que se propone, esta corta en dos puntos en el eje x.

Caso 2: *Si*. $b^2 - 4ac = 0$ tiene soluciones reales e iguales.

Al graficar la cuadrática que se propone, esta corta en un solo punto.

Caso 3: *Si*. $b^2 - 4ac < 0$ tiene soluciones complejas conjugadas.

Al graficar la cuadrática no corta o interseca al eje x.

Para resolver los siguientes ejemplos debemos conocer el siguiente argumento de los números complejos: ($\sqrt{-1} = i$ y $i^2 = -1$).

Ejercicio 1

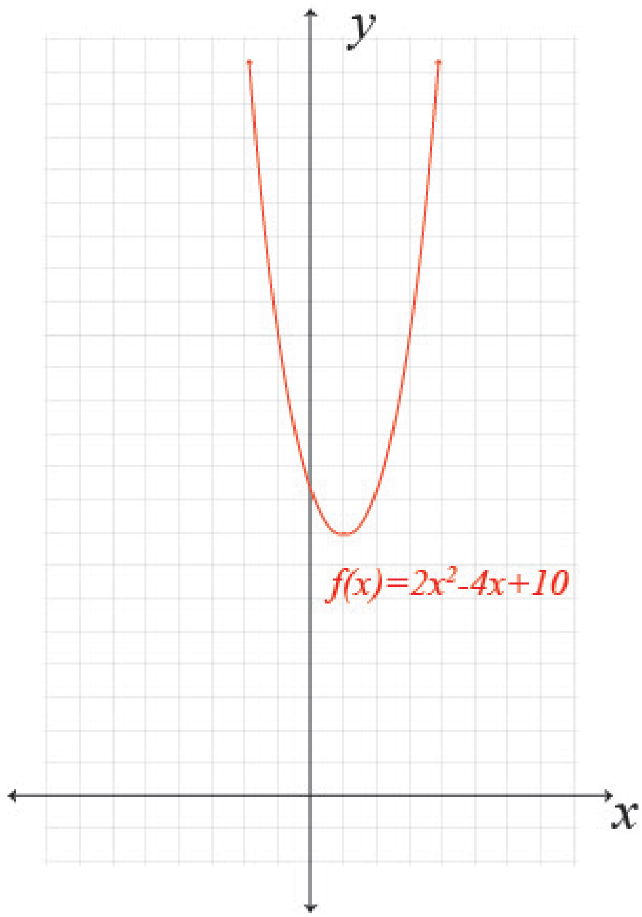
$2x^2 - 4x + 10 = 0$, donde: $a = 2$, $b = -4$, $c = 10$

¿Qué caso es? Veamos:

Si. $b^2 - 4ac \longrightarrow (-4)^2 - 4(2)(10) = 16 - 80 = -64 < 0$

tiene soluciones complejas.

Su gráfica no intersecta al eje x,solo al eje y positivo,en un punto.



Utilizando la fórmula general: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(2)(10)}}{2(2)}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 80}}{4} = \frac{4 \pm \sqrt{-64}}{4} = \frac{4 \pm \sqrt{64\,(-1)}}{4} = \frac{4 \pm 8\sqrt{-1}}{4} = 1 \pm 2\sqrt{-1} =$$

$x = 1 \pm 2i \longrightarrow x_1 = 1 + 2i \longrightarrow x_2 = 1 - 2i$

C.S= $\{1 + 2i, 1 - 2i\}$

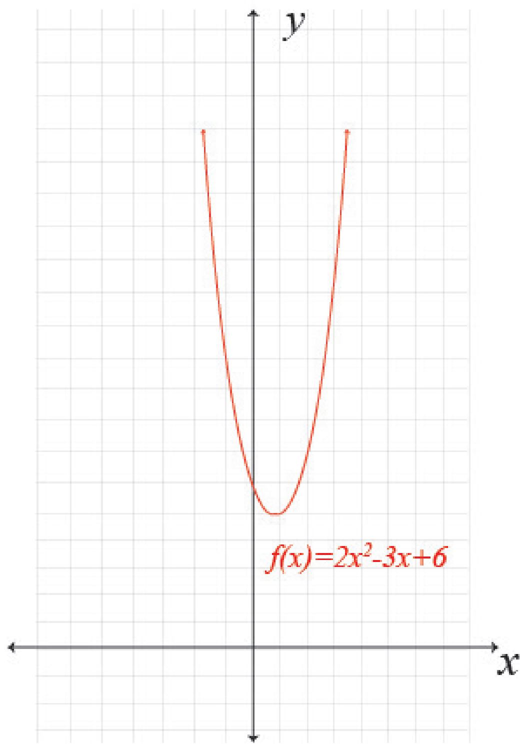
Ejercicio 2

$2x^2 - 3x = -6 \longrightarrow 2x^2 - 3x + 6 = 0$, donde: $a= 2$, $b= -3$, $c = 6$

¿Qué caso es? Veamos:

Si. $b^2 - 4ac \longrightarrow (-3)^2 - 4(2)(6)= 9 - 48 = -39 < 0$ tiene soluciones complejas.

Su gráfica no intersecta al eje x,solo al eje y positivo,en un punto.



Fórmula cuadrática: $x = \dfrac{-(-3)\pm\sqrt{(-3^2) -4(2)(6)}}{2(2)}$

$$x= \frac{3 \pm \sqrt{9 - 48}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{-39}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{39\ (-1)}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{39i}}{4}$$

$$x_1 = \frac{3 \pm \sqrt{39i}}{4} \qquad x_2 = \frac{3 - \sqrt{39i}}{4}$$

$$C.S= \left\{ \frac{3 \pm \sqrt{39i}}{4}, \ \frac{3 - \sqrt{39i}}{4} \right\}$$

Ejercicio 3

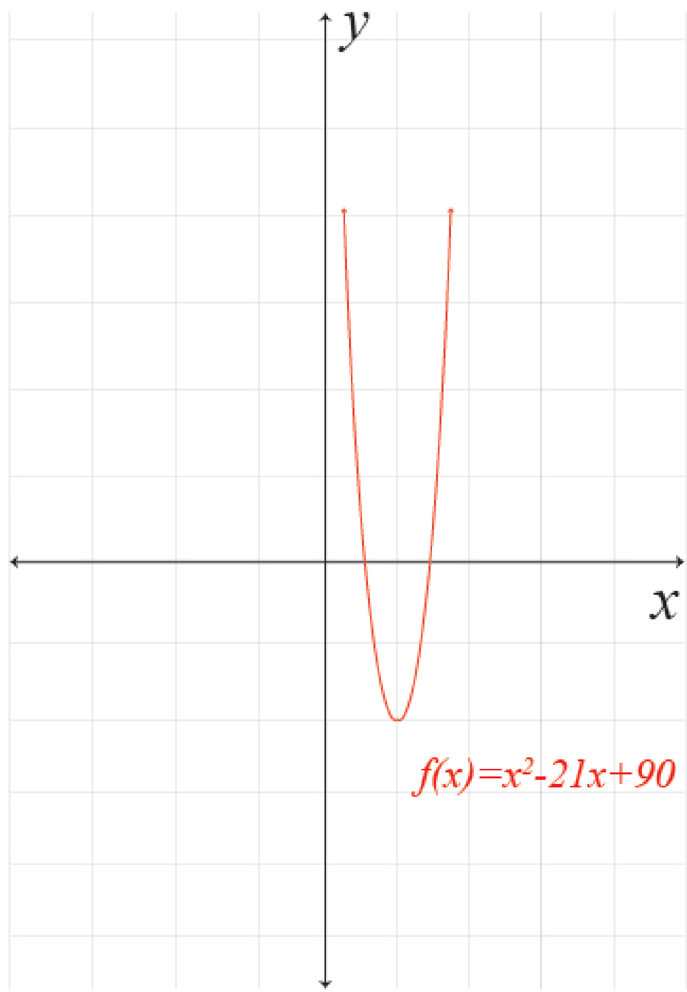
$\frac{x^2}{6} - \frac{x}{2} = 3(x - 5) \longrightarrow \frac{x^2}{6} - \frac{x}{2} = \frac{3(x-5)}{1} \longrightarrow \frac{x^2}{6} - \frac{x}{2} = \frac{3x - 15}{1} \rightarrow$

$x^2 - 21x + 90 = 0$, donde: $a= 1$, $b= -21$, $c=90$

¿Qué caso es? Veamos:

Si. $b^2 - 4ac \longrightarrow (-21)^2 - 4(1)(90)= 441 - 360= 81 > 0$, tiene soluciones reales y distintas.

Su gráfica intersecta al eje x en dos puntos.



Fórmula cuadrática: $x = \dfrac{-(-21) \pm \sqrt{(-21)^2 - 4(1)(90)}}{2(1)} = \dfrac{21 \pm \sqrt{441 - 360}}{2}$

$$= \frac{21 \pm \sqrt{81}}{2} = \frac{21 \pm 9}{2}$$

$x_1 = \dfrac{21 + 9}{2} = \dfrac{30}{2} = 15$, $\qquad x_2 = \dfrac{12}{2} = 6$

C.S= { 15,6} $\longrightarrow$ Este C.S esta definido en R y no en C.

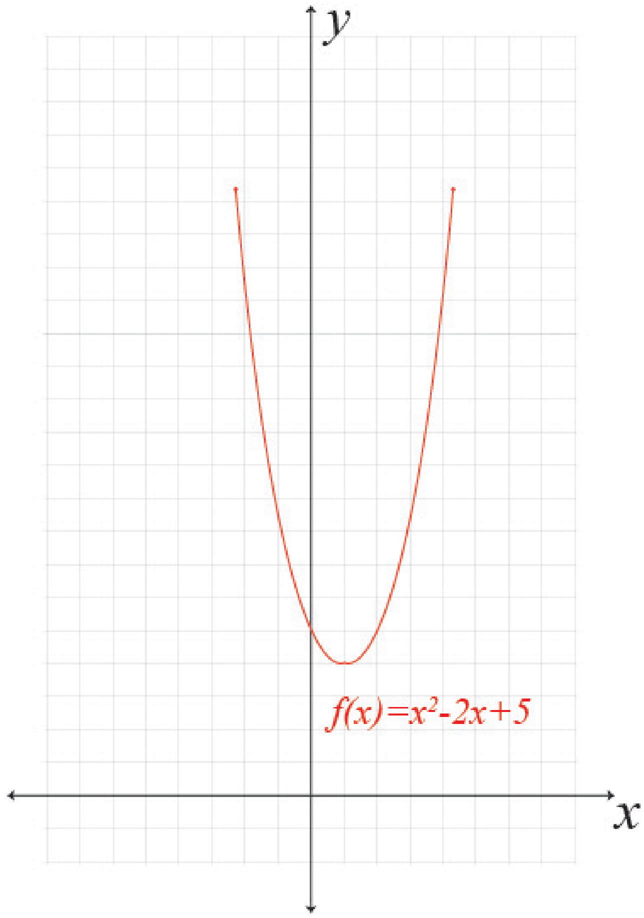
Ejercicio 4

$x^2 - 2x + 5 \longrightarrow$ donde: a= 1, b= -2, c= 5

¿Qué caso es? Veamos:

Si. $b^2 - 4ac \longrightarrow (-2)^2 - 4(1)(5) = 4 - 20 = -16 < 0 \rightarrow$ tiene soluciones complejas.

Su gráfica no intersecta al eje x,solo al eje y positivo,en un punto.



Fórmula cuadrática: $x = \dfrac{(-2)^2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(5)}}{2(1)}$

$x = \dfrac{4 \pm \sqrt{4 - 20}}{2} = \dfrac{2 \pm \sqrt{4 - 20}}{2} = \dfrac{2 \pm \sqrt{-16}}{2} = \dfrac{2 \pm 4i}{2}$

$x_1 = \dfrac{2 + 4i}{2} = 1+2i$ $\qquad$ $x_2 = \dfrac{2 - 4i}{2} = 1-2i$

C.S= { 1 + 2i , 1 - 2i }

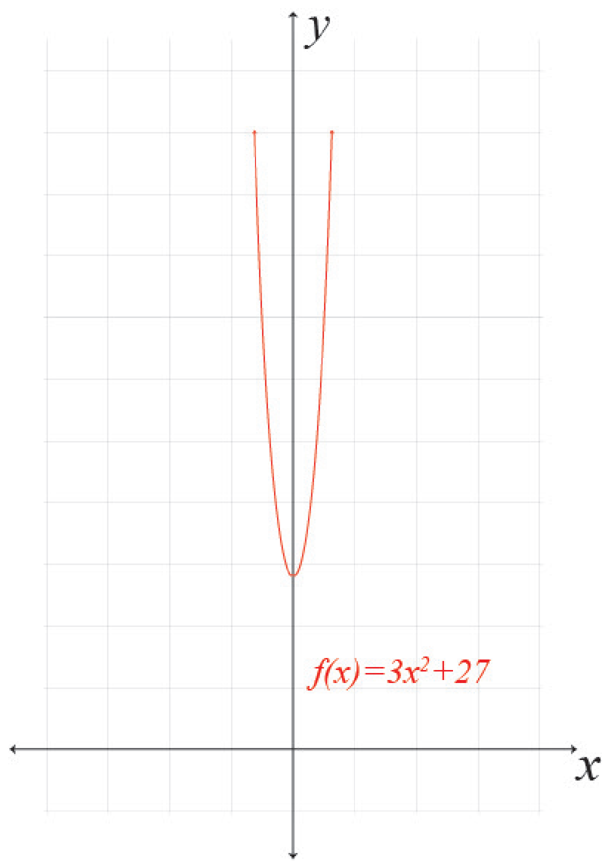
Ejercicio 5

$3x^2 + 27 \longrightarrow$ donde: a=3, b=0, c=27

¿Qué caso es? Veamos:

Si. $b^2 - 4ac \longrightarrow (0)^2 - 4(3)(27) = 0 - 324 = -324 < 0 \longrightarrow$ tiene soluciones complejas.

Su gráfica no intersecta al eje x,solo al eje y positivo,en un punto.



Fórmula cuadrática: $x = \dfrac{(0)^2 \pm \sqrt{(0)^2 - 4(3)(27)}}{2(3)}$

$$x = \frac{0 \pm \sqrt{0 - 324}}{6} = \frac{0 \pm \sqrt{0 - 324}}{6} = \frac{0 \pm \sqrt{-324}}{6} = \frac{0 \pm 18i}{6}$$

$$x_1 = \frac{0 + 18i}{6} = 0 + 3i \qquad x_2 = \frac{0 - 18i}{6} = 0 - 3i$$

C.S= { 0 + 3i , 0 - 3i }

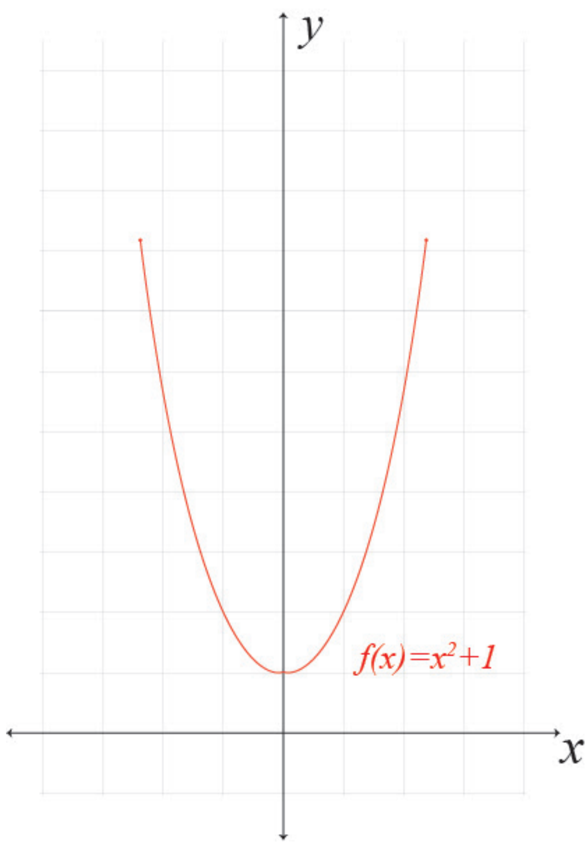
Ejercicio 6

$x^2 + 1 = 0 \longrightarrow$ donde: a=1, b=0, c=1

¿Qué caso es? Veamos:

Si. $b^2 - 4ac \longrightarrow (0)^2 - 4(1)(1) = 0 - 4 = -4 < 0 \longrightarrow$ tiene soluciones complejas.

Su gráfica no intersecta al eje x,solo al eje y positivo,en un punto.



Fórmula cuadrática: $x = \dfrac{(0)^2 \pm \sqrt{(0)^2 - 4(1)(1)}}{2(1)}$

$$x = \frac{0 \pm \sqrt{0 - 4}}{2} = \frac{0 \pm \sqrt{0 - 4}}{2} = \frac{0 \pm \sqrt{-4}}{2} = \frac{0 \pm 2i}{2}$$

$x_1 = \frac{0 + 2i}{2} = 0 + i$ $\qquad$ $x_2 = \frac{0 - 2i}{2} = 0 - i$

C.S= $\{ \pm i \}$

Actividad 9

Resuelva las siguientes ecuaciones cuadráticas con soluciones complejas, aplicando todos sus parámetros (se da solución únicamente del conjunto solución, lo demás que se pide queda a cargo del alumno y debe confrontarlo con el tutor):

a. $x^2 - 4x + 13 = 0$

b. $x^2 + 6x + 10 = 0$

c. $x^2 - 1 = 0$