Conversión de coordenadas polares a cartesianas

1. Procedimiento para esta conversión

Ejemplo 1

De la forma polar pasar a la forma binómica:

Se debe conocer el siguiente argumento, para estas conversiones:

$x = r \bullet \cos \alpha$

$y = r \bullet \text{sen}\ \alpha$

$C = 2_{120°}$ Esta es la forma polar.

Con estos datos se trabaja para pasar a la forma cartesiana.

Para pasar de la forma polar a la binómica (cartesiana), tenemos que pasar en primer lugar a la forma trigonométrica:

$r_a = r(\cos \alpha + i \text{ sen } \alpha) \rightarrow$ Forma trigonometrica

$C = 2 \cdot (\cos 120° + i \text{ sen } 120°)$

$a = 2 \cdot \cos 120° = 2(-\frac{1}{2}) = -1$

$b = 2 \cdot \text{sen } 120° = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \sqrt{3}$

Por lo tanto, el número complejo (forma binómica o cartesiana) es:

$C = -1 + \sqrt{3}i$

Nota: para resolver este tipo de ejercicios usted debe de tener la tabla de los valores de las razones trigonométricas que más adelante se encuentra.

Por ejemplo: cos 120° su valor racional es: $-\frac{1}{2}$

Para: sen120° su valor racional es: $\frac{\sqrt{3}}{2}$, así trabajamos este ejercicio.

2. Tabla de las razones trigonométricas y sus conversiones

Valores de las razones trigonométricas																	
(°)	0	30	45	60	90	120	135	150	180	210	225	240	270	300	315	330	360
π rad	0	$^1/_6$	$^1/_4$	$^1/_3$	$^1/_2$	$^2/_3$	$^3/_4$	$^5/_6$	1	$^7/_6$	$^5/_4$	$^4/_3$	$^3/_2$	$^5/_3$	$^7/_4$	$^{11}/_6$	2
También puede usar los siguientes valores, pero al final se debe de multiplicar por 2.									$^7/_{12}$	$^5/_9$	$^2/_3$	$^3/_4$	$^5/_6$	$^7/_8$	$^{11}/_{12}$	2
Sen	0	$^1/_2$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1/2	1	$\frac{-\sqrt{3}}{2}$	$\frac{-\sqrt{2}}{2}$	$\frac{-1}{2}$	-1	$\frac{-\sqrt{3}}{2}$	$\frac{-\sqrt{2}}{2}$	$\frac{-1}{2}$	-1
Cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sqrt{2}$	$^1/_2$	0	$-^1/_2$	$\frac{-\sqrt{2}}{2}$	$\frac{-\sqrt{3}}{2}$	0	$-^1/_2$	$\frac{-\sqrt{2}}{2}$	$\frac{-\sqrt{3}}{2}$	0	$^1/_2$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0
Tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\in$	$-\sqrt{3}$	1	$\frac{-\sqrt{3}}{2}$	0	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\in$	$-\sqrt{3}$	-1	$\frac{-\sqrt{3}}{3}$	$\in$
Csc	$\in$	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{3\sqrt{3}}$	1	$\frac{2}{3\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	1	$-\frac{2}{3\sqrt{3}}$	$-\sqrt{2}$	-2	-1	$-\frac{2}{3\sqrt{3}}$	$-\sqrt{2}$	-2	-1
Sec	1	$\frac{2}{3\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	$\in$	-2	$-\sqrt{2}$	$-\frac{2}{3\sqrt{3}}$	$\in$	-2	$-\sqrt{2}$	$-\frac{2}{3\sqrt{3}}$	$\in$	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{3\sqrt{3}}$	$\in$
Ctg	$\in$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\sqrt{3}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\sqrt{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\sqrt{3}$	0

Ejemplo 2

Dada la forma polar encuentre la forma binómica:

$\sqrt{2}_{\frac{\pi}{3}}$ Esta expresión es equivalente con: $\sqrt{2}_{60°}$

Primera forma polar con radianes:

$$\sqrt{2}_{\frac{\pi}{3}} = \sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\text{sen}\,\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{2}\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2}i \quad \text{Forma binómica}$$

Segunda forma polar con grados:

$\sqrt{2}_{60°}$

$C = \sqrt{2} \cdot (\cos 60^{\circ} + i \text{ sen } 60^{\circ})$

$a = \sqrt{2} \cdot \cos 60^{\circ} = \sqrt{2}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$b = \sqrt{2} \cdot \text{sen } 60^{\circ} = \sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\sqrt{6}}{2}i$

Por lo tanto, el número complejo (forma binómica o cartesiana) es:

$C = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2}i$

Ejemplo 3

Dada la forma polar, encuentre la forma binómica:

$1_{\frac{3\pi}{4}}$ Esta expresión es equivalente con: $1_{135°}$

Primera forma con radianes:

$$1_{\frac{3\pi}{4}} = 1\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i \text{ sen } \frac{3\pi}{4}\right) = 1\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i \quad \text{Forma binómica}$$

Segunda forma con grados:

$1_{135°}$

$C = 1 \cdot (\cos 135^{\circ} + i \text{ sen } 135^{\circ})$

$a = 1 \cdot \cos 135º = 1\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$b = 1 \cdot \text{sen } 135º = 1\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} i$

Por lo tanto, el número complejo (forma binómica o cartesiana) es:

$C= -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} i$

Ejemplo 4

Pasar a la forma binómica:

Dada la forma trigonométrica encuentre la forma cartesiana o binomica:

$3\left(\cos \frac{\pi}{2} + i \text{ sen} \frac{\pi}{2}\right) = 3(0 + 1i) = 0 + 3i$ o $3i$

La forma polar de la expresión anterior sería: $3_{\frac{\pi}{2}}$ o $3_{90°}$

Si trabajamos con grados nos quedaría así la expresión:

$3(\cos 90° + i \text{ sen} 90°) = 3(0 + 1i) = 0 + 3i$ o $3i$

Se demuestra que es la misma solución con radianes y grados o viceversa.

Ejemplo 5

Pasar a la forma binómica:

Dada la forma trigonométrica encuentre la forma cartesiana:

$\sqrt{3} \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \text{ sen } \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$

La forma polar de la expresión anterior sería: $\sqrt{3}_{\frac{\pi}{6}}$ o $\sqrt{3}_{30°}$

Si trabajamos con grados, nos quedaría así la expresión:

$$\sqrt{3}\,(\cos 30° + i\,\text{sen}30°) = \sqrt{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right) = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Se demuestra que es la misma solución con radianes y grados o viceversa.

Actividad 6

Resuelva los siguientes ejercicios pasándolos a forma binómica (confronte las respuestas con su tutor, use sus tablas trigonométricas y todo lo que sea necesario):

a. $\sqrt{2}\,(\cos\frac{\pi}{3} + i\,\text{sen}\,\frac{\pi}{3}) =$

b. $3_{45} =$

c. $3_{\frac{2\pi}{3}} =$