Coordenadas cartesianas y polares

1. Conversión de coordenadas cartesianas a polares

Ejemplo 1

Dada la forma cartesiana siguiente pasarla a la forma polar (para este tipo de ejercicios se debe de ver el esquema de funciones que está arriba y trabajar con el valor absoluto):

$C = 1 + \sqrt{3}\ i \longrightarrow$ Complejo (coordenada cartesiana)

$|c| = \sqrt{1^2\ (\sqrt{3}\,)^2} = 2 \longrightarrow$ Distancia (radio r) módulo, hipotenusa

$\alpha = \text{arctg}\ \dfrac{+\sqrt{3}}{(+1)} = 60° \longrightarrow (\text{Tan}^{-})\ \dfrac{+\sqrt{3}}{(+1)} = 60°$ o su Inversade Tan $\dfrac{+\sqrt{3}}{(+1)}$

$C = 2_{60°} \longrightarrow$ El módulo es 2 y su ángulo es 60°

Nota: $2_{60°}$ También se puede escribir en forma de radianes, así: $2_{\pi/3}$

Nótese a la vez la importancia de las conversiones viceversa de grados a radianes como de radianes a grados.

Daré este ejercicio como muestra para estas conversiones, así:

- De grados a radianes. Usamos la proporción o regla de tres así:

$$\frac{\pi}{\alpha} = \frac{180°}{60} \qquad 180\alpha = 60\pi \ \text{ despejamos para } \alpha = \frac{60\pi}{180} = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

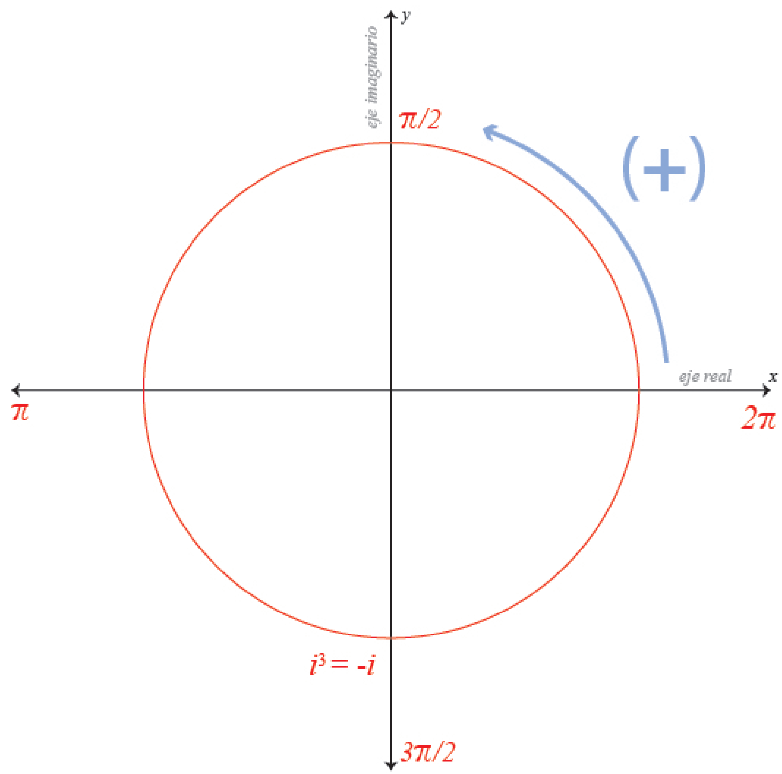
- De radianes a grados: $\dfrac{\pi}{3}\text{rad} = \dfrac{1 \cdot 180°}{3} = \dfrac{180°}{3} = 60°$

Recuerde que: $\frac{\pi}{3}$ es lo mismo que $\frac{1}{3}\pi$

La siguiente tabla puede ayudar para conocer algunos grados y sus correspondientes radianes existentes en la circunferencia:

G	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°
R	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$	$2\pi/3$	$3\pi/4$	$5\pi/6$	π	$7\pi/6$	$5\pi/4$	$4\pi/3$	$3\pi/2$	$5\pi/3$	$7\pi/4$	$11\pi/6$	2π

La siguiente circunferencia también nos muestra como están dispuestos los principales radianes en 2π alrededor de 360° , que es la misma circunferencia, es decir: 360° =2π.



Ejemplo 2

Dada la forma cartesiana siguiente, pasarla a la forma polar:

$c = -1 + \sqrt{3}i$

$|c| = \sqrt{(-1)^2 + (3)^2} = 2$

$\alpha = \text{arctg}\ \frac{+\sqrt{3}}{-1}$ → - 60°, pero nuestro argumento de la tabla dada arriba, dice:

α= arctg $\frac{b}{a} \rightarrow \frac{b}{-a}$ =180° -α, por lo tanto: 180° - (60° positivo) $\rightarrow$ R/=120°

C = $2_{120°}$ = $2_{\frac{2\pi}{3}}$ Y así sucesivamente para los demás ejercicios siguientes.

Nótese a la vez la importancia de las conversiones viceversa de grados a radianes y de radianes a grados.

Daré este segundo ejercicio como muestra para estas conversiones, así:

- De grados a radianes. Usamos la proporción: $\frac{\pi}{\alpha} = \frac{180°}{120} \rightarrow$

  180α= 120π despejamos para $\alpha = \frac{120\pi}{180} = \frac{2\pi}{3}$ rad.

- De radianes a grados: $\frac{2\pi}{3}$ rad = $\frac{2 \cdot 180°}{3} = \frac{360°}{3}$ = 120°

  Recuerde que: $\frac{2\pi}{3}$ es lo mismo que $\frac{2}{3}\pi$

Ejemplo 3

Dada la forma cartesiana siguiente, pasarla a la forma polar:

C= -1- $\sqrt{3}$i

$|c| = \sqrt{(-1)^2+(-\sqrt{3})^2} = 2$

α=arctg $\frac{-\sqrt{3}}{-1} \rightarrow$ 60°, pero nuestro argumento de la tabla dada arriba, dice:

α= arctg $\frac{b}{a} \rightarrow \frac{-b}{-a}$ =180°+ α, por lo tanto: 180°+60° $\rightarrow$ R/=240° = 240°

C = $2_{240°}$

Ejemplo 4

Dada la forma cartesiana siguiente, pasarla a la forma polar:

$C= -1- \sqrt{3}i$

$|c| = \sqrt{1^2 + (-\sqrt{3})^2} = 2$

$\alpha= \text{arctg} \frac{-\sqrt{3}}{+1} + \rightarrow -60°$, pero nuestro argumento de la tabla dada arriba, dice:

$\alpha=\text{arctg} \frac{b}{a} \rightarrow \frac{-b}{a} = 360° - \alpha$, por lo tanto: $360° - 60° \rightarrow$ R/=300°

$C = 2_{300°}$

Ejemplo 5

Dada la forma cartesiana siguiente, pasarla a la forma polar:

$C = 2$

Para este tipo de ejercicios ver la tabla de valores angulares para los cuadrantes en el plano cartesiano. Recuerde que esta tabla son deducciones matemáticas, pero usted también puede usar los conocimientos que ha aprendido en esta unidad.

Tabla de valores angulares para pasar a la forma polar

$C = 1_{0°} \longrightarrow$	(1,0)
$C = 1_{180°} \longrightarrow$	(-1,0)
$C = 1_{90°} \longrightarrow$	(0,1)
$C = 1_{270°} \longrightarrow$	(0-1)

Solución:

$C = 2 \rightarrow 2 + 0i$. Su forma es (1,0), donde su ángulo es: 0°

$|c| = \sqrt{2^2 + 0^2} = 2$

$\alpha = \text{arctg}\ \frac{0}{2} = 0°$

$C = 2_{0°}$

Ejemplo 6

Dada la forma cartesiana siguiente, pasarla a la forma polar:

$C = -2 \rightarrow -2 + 0i$. Su forma es (-1,0), donde su ángulo es: 180°

$|c| = \sqrt{(-2)^2 + 0^2} = 2$

$\alpha = \text{arctg}\ \frac{0}{-2} = 0° \rightarrow$ vea su tabla y su gráfica= 180°

$C = 2_{180°}$

Ejemplo 7

Dada la forma cartesiana siguiente, pasarla a la forma polar:

$C = 2i \rightarrow 0 + 2i$. Su forma es (0,1), donde su ángulo es: 90°

$|c| = \sqrt{0^2 + 2^2} = 2$

$\alpha = \text{arctg}\ \frac{2}{0}$ =NED (no está definido),pero vea su tabla y gráfica= 90°

$C = 2_{90°}$

Ejemplo 8

Dada la forma cartesiana siguiente, pasarla a la forma polar:

C=-2*i* → 0 - 2*i*. Su forma es (0,-1), donde su ángulo es: 270°

$|c| = \sqrt{0^2 + (-2)^2} = 2$

$\alpha = \text{arctg} \ \frac{-2}{0}$ = NED (no está definido),pero vea su tabla y gráfica= 270°

$C = 2_{270°}$

Nota importante: para los ejemplos anteriores se recomienda analizar su gráfica de ubicación y los criterios de las tablas dadas.

Actividad 5

Resuelva los siguientes ejercicios pasándolos a forma polar:

a. C= - 4*i*

b. C= 3*i*