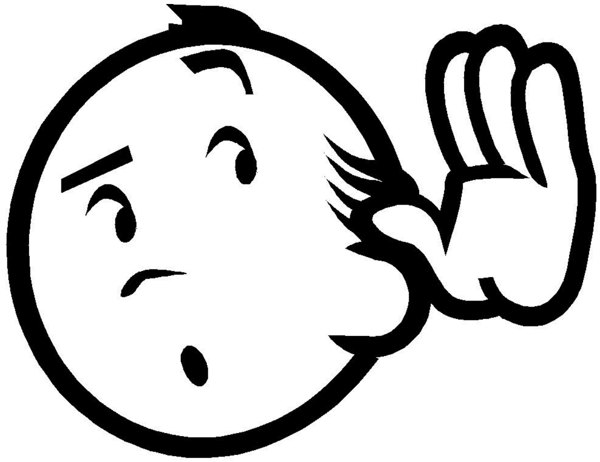
1 Akustika



1.1 Abstrakt

V úloze studenti provedou měření základní rezonanční a vyšších harmonických frekvencí struny a odvodí z těchto údajů lineární hustotu struny. Budou pozorovat interferenci zvukových vln v Quinckově trubici a prověří jev Helmholtzovy rezonance. Z naměřených údajů dopočítají rychlost zvuku.

1.2 Cíl měření

Cílem úlohy je seznámení se základními druhy akustických rezonátorů, jako jsou struna a Helmohltzovy rezonátory. Posluchači budou rovněž pozorovat interferenci zvukových vln.

1.3 Pracovní úkoly

1. **Domácí úkol**: Spočítejte, jakou vlastní a vyšší harmonické frekvence má struna napjatá zátěží 5 kg o délce 1 metr víte-li, že její lineární hustota je $\varrho_l \doteq 0.0162\ kgm^{-1}$.
2. Do vzorce z předchozího úkolu dosaďte délku struny v praktiku a spočítejte totéž. Ověřte experimentálně pro prvních 10 rezonančních frekvencí. Z naměřených vyšších harmonických frekvencí zpětně dopočítejte lineární hustotu (použijte metodu nejmenších čtverců) a porovnejte s uvedenou konstantou. Dopočítejte rychlost šíření vlnění na struně.
3. Pro cca 10 různých frekvencí v rozsahu 2 až 6 kHz hledejte interferenční minima (nebo maxima) prodlužováním a zkracováním Quinckovy trubice. Vyneste do grafu závislost vlnové délky zvuku (prodloužení trubice) na frekvenci. Z naměřených údajů dopočítejte rychlost zvuku proložením naměřených hodnot s errorbary vhodnou funkcí .
4. Najděte vlastní frekvence Helmholtzova dutinového rezonátoru. Vyneste závislost vlastní frekvence na objemu rezonátoru (změnu objemu rezonátorů provádějte vléváním vody). Vodu přilévejte po 50 ml a pouze do poloviny objemu. Pro hledání vlastní frekvence využijte Fourierovské frekvenční analýzy. Z naměřených hodnot určete rychlost zvuku proložením naměřených hodnot vhodnou funkcí.

1.4 Definice a pojmy

Zvuk vzniká kmitáním bodů a bodových soustav. Kmitavý pohyb je fyzikální děj, u něhož se v závislosti na čase střídavě (periodicky) mění charakteristické veličiny, např. poloha, rozměr, tlak, rychlost apod. Vlivem působení zdroje zvuku se částice vzduchu (nebo jiného prostředí) v jeho těsné blízkosti přibližují či vzdalují, tím vzniká jejich zhuštění nebo zředění (přetlak a podtlak), jež ovlivňuje další sousední částice. Tyto změny se šíří od zdroje zvuku rychlostí v, která je ve vzduchu zhruba 340 ms^{-1}. Přesná hodnota je závislá na teplotě, pro suchý vzduch platí náledující vzorec

$$c = (331,57 + 0,607 \cdot t)\, m.s^{-1}$$

při $0°\ C$ je tedy rychlost zvuku $331,57\ ms^{-1}$.

Ve volném prostoru se zvuk šíří od zdroje všemi směry volně a jeho šíření můžeme popsat tzv. vlnoplochami (spojnicemi všech míst zvukového pole, které mají v daný okamžik stejné parametry). Je-li zdroj zvuku malý (bodový), mají vlnoplochy tvar koule, je-li zdrojem např. rozměrná deska, jsou vlnoplochy rovinné (za rovinné považujeme i vlnoplochy ve velké vzdálenosti od bodového zdroje, kde poloměr pomyslné koule už je tak velký, že její výseč ve sledovaném bodě může být nahrazena rovinnou plochou). Šíření obecné vlny v prostředí lze matematicky popsat tzv. vlnovou rovnicí

$$\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial^2 t} = \frac{\partial^2\psi}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2\psi}{\partial^2 y} + \frac{\partial^2\psi}{\partial^2 z} \tag{1}$$

což je parciální diferenciální rovnice druhého řádu. Speciální případ *harmonické postupné vlny*, jejíž zdroj se řídí podle funkce

$$f(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) \tag{2}$$

lze popsat jako

$$f(t, x) = A \cdot \sin 2\pi \cdot \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right) = A \cdot \sin(kx - \omega t) \tag{3}$$

kde x je vzdálenost od zdroje. Funkce vlastně popisuje harmonické kmitání bodu vzdáleného od zdroje o k-násobek vlnové délky.

Stojatou vlnu lze popsat jako interferenci několika protichůdných postupných vln - původní vlna se například odráží od konce struny, vrací se a interferuje s vlnou v původním směru. Na druhém konci se opět odrazí, znovu interferuje a tak dále. Je jasné, že ke konstruktivní interferenci tak může dojít jen za velmi přísných podmínek na vlnovou délku.

1.4.1 Skládání vln

Chceme-li popsat situaci, kdy dvě různé vlny vcházejí do jednoho prostředí, je nejjednodušší způsob sledovat jeden vybraný bod a prostě sečíst amplitudy od obou vln v tomto bodě. Předpokládejme, že sledujeme takové dvě vlny, při kterých by se sledovaný bod choval jako harmonický oscilátor. Jeho amplituda by tedy šla pro každou vlnu zvlášť popsat rovnicemi

$$f_1(t) = A_1 \cdot \sin(\omega_1 \cdot t + \varphi_1) \tag{4}$$

$$f_2(t) = A_2 \cdot \sin(\omega_2 \cdot t + \varphi_2) \tag{5}$$

Kmitání bodu pod vlivem obou vln lze popsat jednou funkcí, která je prostým součtem předchozích dvou:

$$f(t) = f_1(t) + f_2(t) = A_1 \cdot \sin(\omega_1 \cdot t + \varphi_1) \quad + \quad A_2 \cdot \sin(\omega_2 \cdot t + \varphi_2) \tag{6}$$

Výraz můžeme upravit za použití součtových vzorců a několika dalších triků a dojdeme k

$$f(t) = 2 \cdot A \cdot \sin(\omega_+ \cdot t + \varphi_+) \cdot \cos(\omega_- \cdot t + \varphi_-) \tag{7}$$

kde

$$\omega_+ = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2) \qquad \omega_- = \frac{1}{2}(\omega_1 - \omega_2) \tag{8}$$

$$\varphi_+ = \frac{1}{2}(\varphi_1 + \varphi_2) \qquad \varphi_- = \frac{1}{2}(\varphi_1 - \varphi_2) \tag{9}$$

Předpokládáme při tom, že $A_1 = A_2$. Rovnice 7 popisuje obecný [1] součet dvou harmonických vln ve sledovaném bodě. Podívejme se na několik speciálních případů :

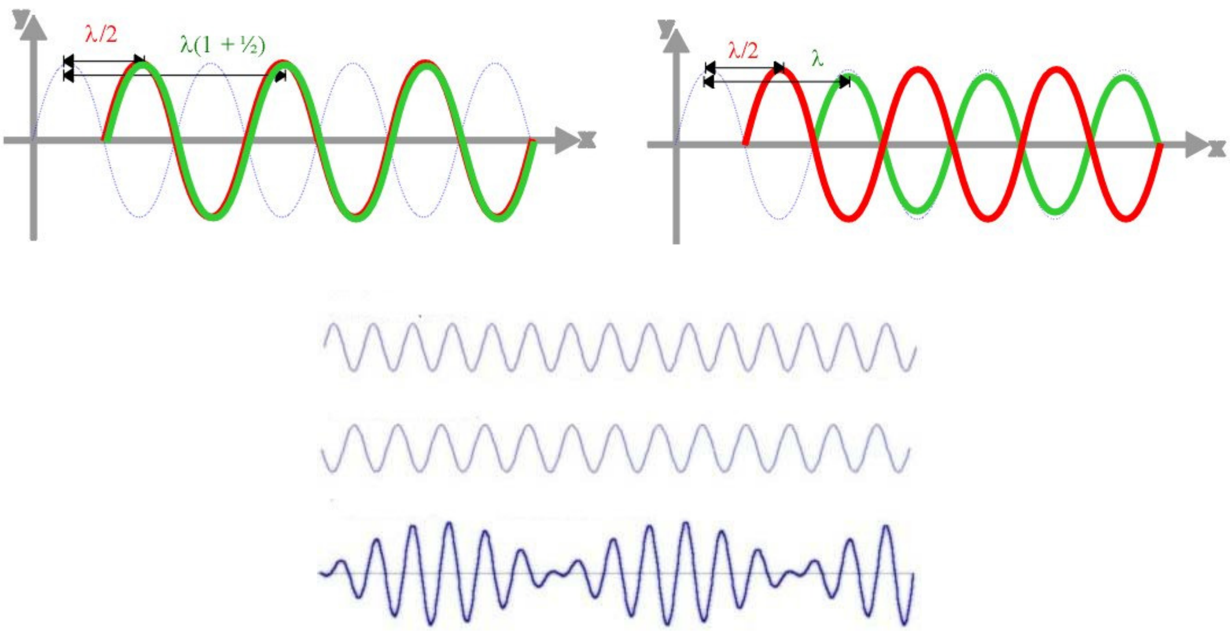
1. Vlny jsou stejné a mají stejnou fázi.
2. Vlny jsou stejné, ale mají opačnou fázi.
3. Vlny mají stejnou (nulovou) fázi, ale různé, ovšem velmi blízké úhlové frekvence.

[1] Zcela obecný součet by samozřejmě vyžadoval i $A_1 \neq A_2$. Výpočet by se tím v principu nezměnil, pouze by bylo třeba zavést substituci dvou různých amplitud na jednu amplitudu násobenou sinem resp. cosinem nějakého úhlu a ještě jednou použít součtové vzorce.

Případ 1) je velmi snadný. Mají-li vlny stejné parametry, pak $\omega_- = 0$ i $\varphi_- = 0$ a cosinus je identicky roven jedné. Dále je zřejmé, že $\omega_+ = \omega$ i $\varphi_+ = \varphi$ a vlnu v daném bodě je tedy možné popsat pomocí

$$f(t) = 2 \cdot A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) \tag{10}$$

tedy jako vlnu se stejnou frekvencí a fází jako původní dvě, ale s dvojnásobnou amplitudou. Toto je případ tzv. **konstruktivní interference**. V případě 2) jsou hodnotu parametrů následující : $\omega_+ = \omega$, $\varphi_+ = 0$, $\omega_- = 0$ a $\varphi_- = \pi/2$ (opačné fáze se liší o π). Dosadíme-li hodnoty do vztrahu 7, vidíme, že cosinus je nulový a k žádnému kmitání nedochází.Toto je případ tzv. **destruktivní interference** - vlny prostě zmizí. Nejzajímavější je třetí případ. Je-li $\omega_1 \simeq \omega_2$, pak $\omega_+ \gg \omega_-$ a cosinus ve vztahu 7 se mění velmi pomalu. V praxi to pak vypadá, že nová vlna v daném bodě má frekvenci ω_+ a její amplituda se pomalu mění s harmonickou funkcí o frekvenci ω_-. Tzv. obálka má pak také harmonický průběh a vznikají **rázy** (mluvíme-li o zvuku, lze použít i výraz **zázněje** [2]). Všechny tři případy můžete shlédnout na obrázku 1.



Obrázek 1: Skládání vln (konstruktivní a destruktivní interference, rázy)

Předchozí výpočty lze samozřejmě provést i pro celou vlnu naráz (místo jen pro jeden vybraný bod), stačí místo výrazu 2 vzít a upravovat výraz 3. Důležitý proces je sčítání vyšších harmonických vln (což jsou vlny, které mají oproti vybrané základní n-násobnou frekvenci), tedy v každém bodě výraz

$$f(t) = \sum_n \cdot A_n \cdot \sin(n \cdot \omega \cdot t) \tag{11}$$

Pomocí dostatečně vysokého počtu členů řady lze sestavit v podstatě libovolně složitou vlnu (viz obr. 3). Na tomto principu fungují současné syntenzátory zvuku.

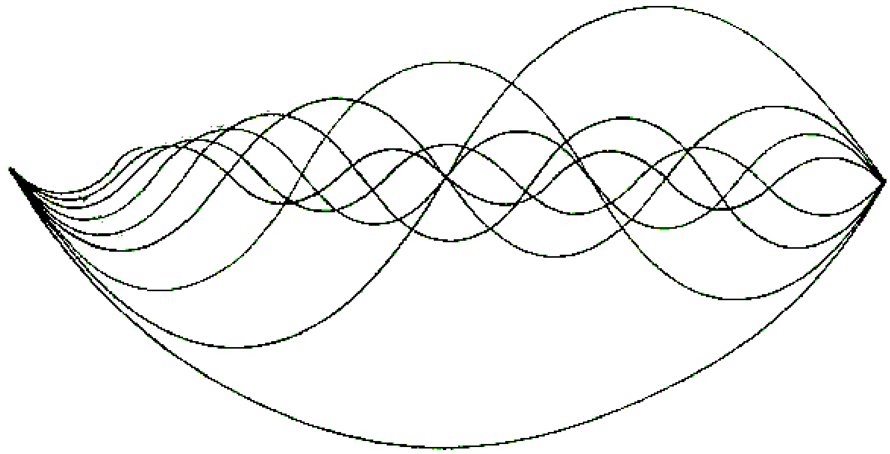
1.4.2 Frekvenční analýza a Fourierova transformace

Každou rozumný reálně se šířící signál lze popsat pomocí několika (případně nekonečně, leč spočetně mnoha) harmonických funkcí za použití rozkladu do Fourierovy řady. Výraz

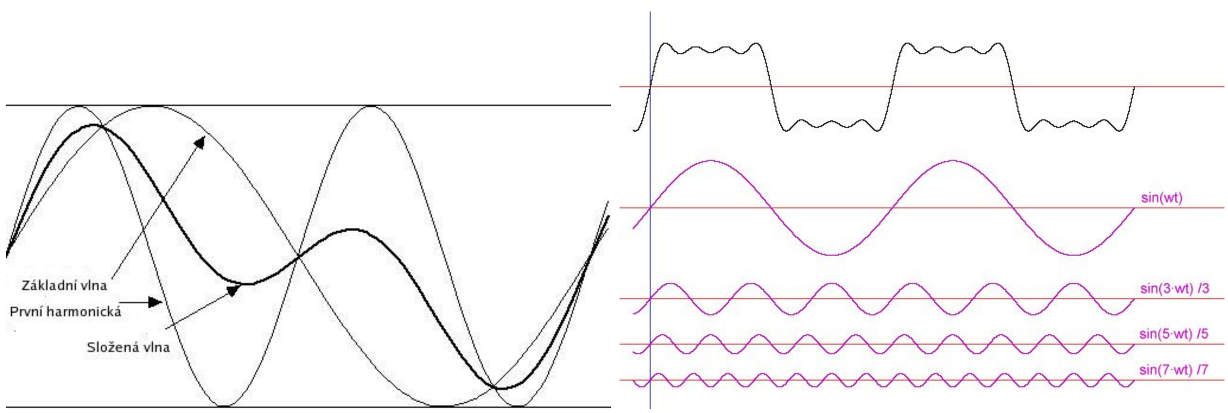
$$f(t) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot \sin(n \cdot \omega \cdot t) + b_n \cdot \cos(n \cdot \omega \cdot t) \tag{12}$$

je, jak vidíme, velmi podobný výrazu 11 . Studujeme-li chování zvukové vlny nebo elektrického signálu který nám dodá mikrofon, je velmi účelné získat rozklad do 12, protože je snadné popsat šíření harmonického elektrického signálu obvody, zatímco pro neharmonické signály je to velmi obtížné. U šíření zvuku prostředím je to podobné. Pokud se nám zkoumaný

[2] Máte-li po ruce kytaru, zkuste naladit dvě struny tak, aby vydávaly tóny o velmi blízké frekvenci. Uslyšíte typické zesilování a zeslabování zvuku.



Obrázek 2: Vyšší harmonické vlny



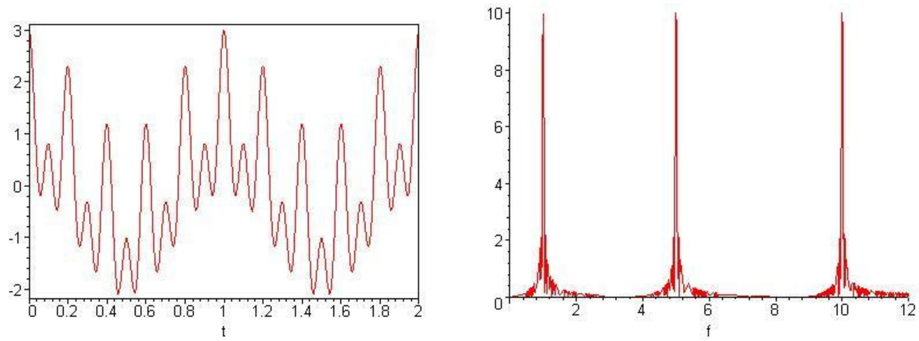
Obrázek 3: Skládání vyšších harmonických vln - syntéza signálu

signál podaří rozložit na harmonické složky (členy sumy 12), můžeme spočítat vliv obvodu či prostředí na každou složku zvlášť a díky principu superpozice zase výsledné harmonické vlny sečíst. Tak dostaneme chování obvodu (prostředí) pro obecný signál. To umožňuje modelovat a vytvářet optimalizované zesilovače, mixážní pulty, reproduktory a další součástky. Rozložit periodickou funkci na řadu 12 znamená spočítat integrální transformaci

$$a_n = \frac{2}{T}\int_{t_1}^{t_2} f(t)\cdot\cos(n\omega t)dt \qquad b_n = \frac{2}{T}\int_{t_1}^{t_2} f(t)\cdot\sin(n\omega t)dt \tag{13}$$

kde T je perioda funkce. Funkci $f(t)$ pak máme rozloženou na intervalu od t_1 až do t_2. Chceme-li získat jednodušší tvar rozkladu 11, musíme posunout počátek souřadnic $[x,t]$ tak, aby se funkce stala lichou a pak provést integraci na symetrickém intervalu $< -t, +t >$. Tím zajistíme, že první z integrálů v 13 bude vždy nulový a zbude pouze 11, kde n jde do nekonečna. Pro všechny praktické účely ovšem stačí vzít konečný počet členů, neboť pro rozumné funkce platí, že čísla b_n se po určitém počtu členů začnou limitně blížit k nule. Rozložené složky se z praktických důvodů nezapisují jako 11, ale obvykle se vynášejí do grafu, kde na vodorovné ose je hodnota ω_n a na svislé ose hodnota b_n. Příklady funkcí (signálů) a jejich rozkladů do fourierovy řady vidíme na obrázcích 4. Existují i další metody, podobné metody rozkladu - modifikace fourierovy transformace pro neperiodické signály, spojitá transformace, pro v čase se měnící signály [3] a další.

$$\begin{aligned}
\text{Trojúhelník} \qquad & f(x) = \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{(-1)^{(n-1)/2}}{n^2} \sin(nx) \\
\text{Pila} \qquad & f(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin(nx) \\
\text{Obdélník} \qquad & f(x) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n} \sin(nx)
\end{aligned} \tag{14}$$



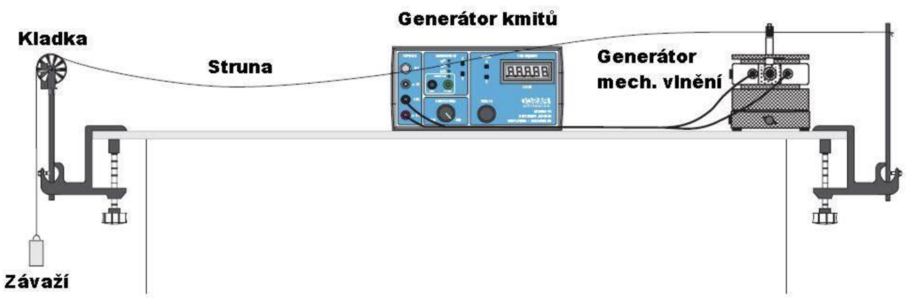
Obrázek 4: Počítačově provedený fourierův rozklad funkce $f(x) = cos(2\pi t) + cos(10\pi t) + cos(20\pi t)$. Údaje na ose x jsou v s resp. Hz.

[3]Tu například provádí známý screensaver seti@home.

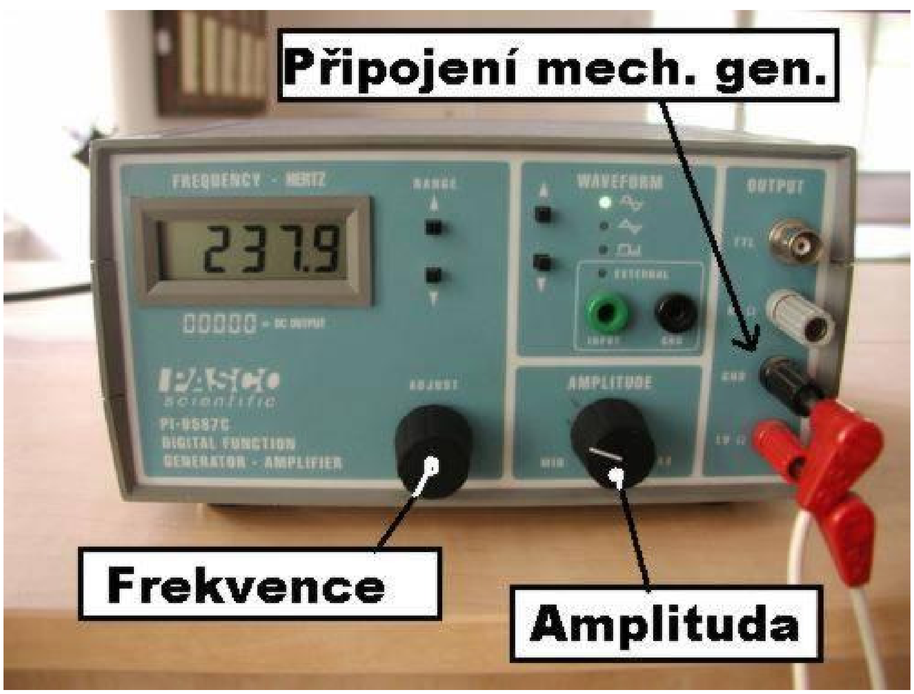
1.5 Experimentální sestava

1.5.1 Stojaté vlnění na struně

Sestavte aparaturu podle obrázku 5. Délku struny L pak měřte od kladky k bodu úchyty struny ke generátoru mech. vlnění, nikoliv až k pevnému úchytu. Před připojením mechanického generátoru ke generátoru elektronickému se přesvědčte, že máte amplitudu signálu nastavenou na nulu. Amplitudu nikdy nevolte vyšší, než je nezbytně nutné - hrozí přetížení a zničení celého zařízení. Nikde nenastavujte frekvenci pod 10 Hz !!. Naleznete-li mód, chvíli jej pozorujte. Pokud není frekvence nastavena přesně, uvidíte, že amplituda kmitů se periodicky mění - dochází k záznějům. Opravte frekvenci tak, aby rozkmit měl stabilní amplitudu. Při měření se strunou se neopírejte o polici, mění to geometrii experimentu a taktéž i frekvence kmitů. A vyvarujte se posunutí stojanů během měření. Pokud se tak stane, můžete rovnou začít znovu. Amplitudu signálu zasílaného generátoru mechanického vlnění nastavujte vždy co nejmenší. Nikdy ji nežeňte přes červenou značku na přístroji! Nenastavujte frekvenci kmitů vyšší, než cca 300 Hz.



Obrázek 5: Experimentální sestava pro pozorování stojatého vlnění na struně.

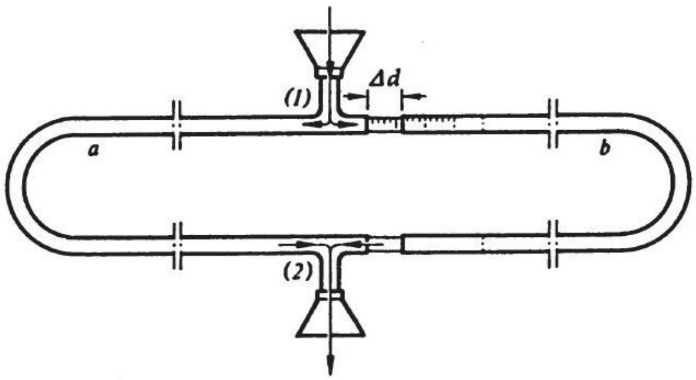


Obrázek 6: Detail generátoru signálu.

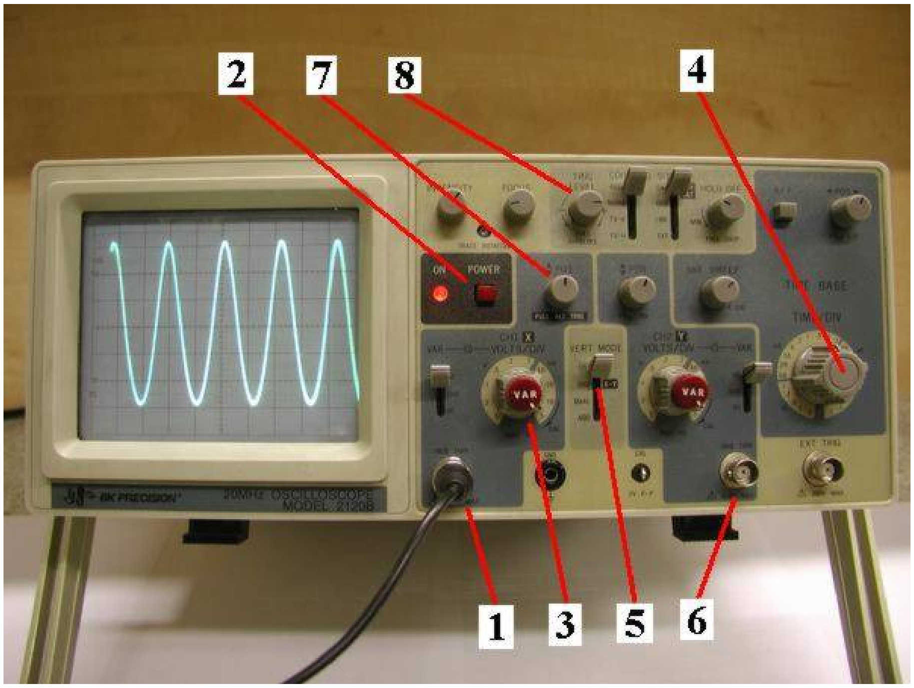
1.5.2 Quinckova trubice

Quinckova trubice umožňuje prozkoumat interferenční jevy se zvukem. Jedná se o dvoucestný interferometr s měnitelnou délkou jednoho ramene. Fotografie a schéma aparatury je možné shlédnout na obrázcích 7 . Jako zdroj signálu pro Quinckovu trubici použijte generátor z předchozího úkolu. Signál registrujte osciloskopem. Návod praví, že k tomu, aby zesilovač u trubice pracoval, je třeba stisknout a držet velké bílé na přední straně. Jakmile jej pustíte, přístroj se vypne. Tlačítko je ovšem špatně připájeno a funguje přesně opačně - aparatura je vypnuta jeho stiskem. Během měření se jej vůbec nedotýkejte.

V této úloze oproti předchozí nehledáte rezonanční frekvence. Frekvenci nastavíte na libovolné číslo (podle zadání) a pouze určíte polohy uzlů. Rozmyslete si, zda je lepší určovat maxima nebo minima a proč.



Obrázek 7: Schéma Quinckovy trubice.



Obrázek 8: Osciloskop používaný při měření.

(U úlohy je nyní jiný typ osciloskopu, základní ovládání je však stejné.)

1. Připojení k zesilovači mikrofonu.

2. Hlavní vypínač přístroje.

3. Napěťový rozsah osy y. Tímto přepínačem lze upravovat rozsah osy y tak, aby se signál pohodlně vešel na stínítko přístroje.

4. Časová základna. Určuje frekvenci přezobrazování stínítka - tedy jak rychle "běhá"vykreslovací bod zleva doprava. Aby byla na stínítku vidět křivka, popisující tvar signálu, je nutné mít nastavenu vysokou frekvenci přezobrazování.

5. Přepínač kanálů. Pokud se vám na osciloskopu zobrazí místo sinusovky rovná čára, ačkoliv zesilovač je zapnutý a reproduktor pracuje, máte pravděpodobně omylem nastavený jako vstup druhý kanál (osciloskop zvládne zobrazovat i dva signály najednou). Tento přepínač umožňuje volbu mezi zobrazováním prvního, druhého nebo obou kanálů.

6. Přípojka pro druhý kanál. Pro měření s trubicí není nutný, v případě zájmu ale můžete na druhý kanál zapojit výstup přímo z generátoru a pozorovat, jak je signál příjimaný mikrofonem oproti původní sinusovce zdeformovaný.

7. Poloha signálu na obrazovce (osa y). Upravuje "výšku", ve které je obrázek na stínítku vykreslen.

8. Frekvence triggeru (odečítání signálu ze vstupu). Tímto potenciometrem můžete korigovat "zuřivé běhání"signálu po obrazovce zleva doprava.

1.5.3 Helmholtzovy rezonátory

Helmholtzova rezonance je rezonance mechanického vlnění plynů v uzavřené dutině. Popsal jej roku 1860 německý lékař a fyzik Hermann von Helmholtz. Typický příklad Helmohltzovy rezonance ze všedního života získáme fouknutím přes hrdlo prázdné láhve.

Vženeme-li pod tlakem vzduch do dutiny, tlak vevnitř vzroste. Jakmile síla, která vehnala vzduch dovnitř zmizí, vyšší tlak v dutině přinutí plyn vytéct ven. Protože ale částice vzduchu při pohybu hrdlem získají hybnost, má plyn tendenci při pohybu ven dutinu *podtlakovat* - když se proudění zastaví, je v objemu nižší tlak, než byl na počátku. To způsobí opětovné nasátí plynu dovnitř a celý cyklus se opakuje tak dlouho, než tření plynu v hrdle rozptýlý nahromaděnou energii.

Helmholtzovy rezonátory jsou v případě tohoto cvičení představovány skleněnou laboratorní baňkou (viz obr. 9). Poblíž rezonátoru umisťte reproduktor od Quinckovy trubice a potřebnou rezonanční frekvenci dodejte uměle. Mikrofon se přes bateriový zesilovač připojuje na rozhraní COBRA (viz obr. 10). Data z rozhraní se pak sbírají programem PHYWE measure. Po zavedení programu by mělo postačit stisknout tlačítko "měřit"(velká červená tečka). Program PHYWE se v tomto případě používá pouze pro určení maximální intenzity, frekvence je určená frekvencí zdroje.

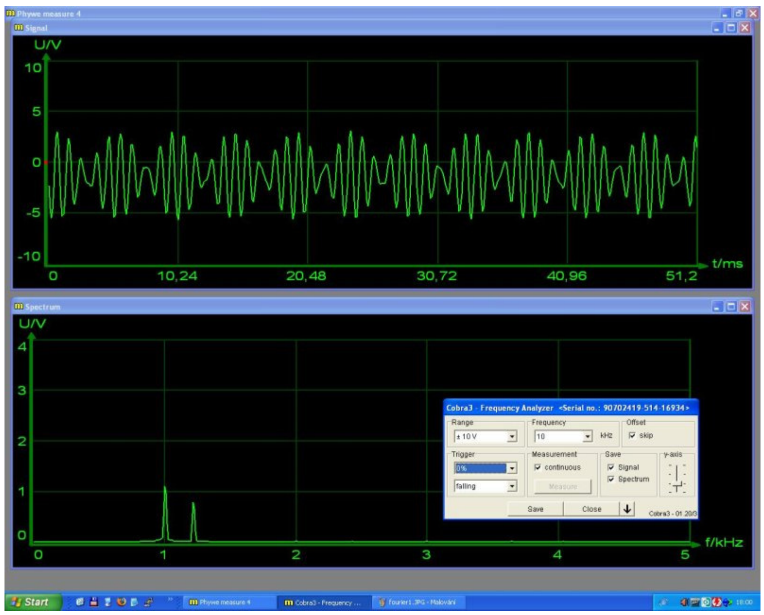
Obrázek 9: Aparatura Helmholtzových rezonátorů.

Obrázek 10: System COBRA - připojení vstupu na fourierovský analyzátor.

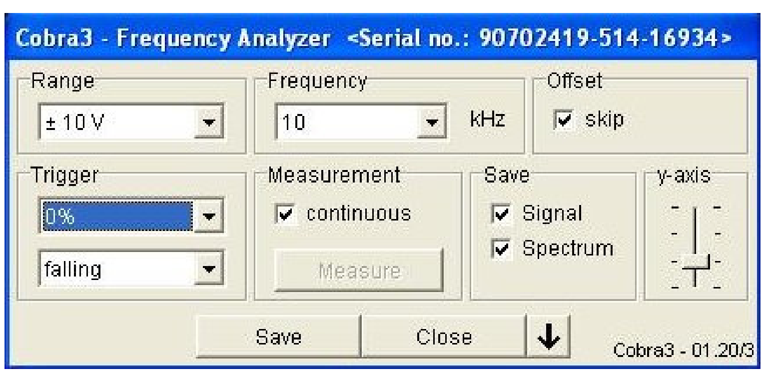
Ovládání analyzátoru je velmi jednoduché. Po spuštění měření se obrazovka rozdělí vodorovně na dvě okna. Na hroním je zobrazen vstupující signál, na dolním pak jeho fourierovský rozklad. Třetí, malé okno obsahuje ovládací prvky (viz obr. 12). Ty jsou následující :

- **Range** - Maximální rozsah vstupního napětí (osa x horního okna)
- **Frequency** - Maximální frekvenční rozsah (osa y horního okna)
- **Trigger** - tento prvek určuje, za jakých podmínek začne analyzátor zaznamenávat signál. Údaj v procentech určuje poměr vstupního napětí k maximálnímu, které již nebude ignorováno. Například +10% při rozsahu 3 V znamená, že budou registrovány signály s napětím 0.3 V a větší, při volbě -10% budou registrovány signály s napětím -0.3 V a nižším. Volba 0% znamená nejcitlivější měření - registruje se vše. Možnosti *raising* a *falling* říkají, zda se má triggrovací porovnávání napětí provádět již při náběhu, nebo až při poklesu signálu. Pro účely tohoto měření by mělo být lhostejné, co zvolíte.
- **Continuous** - zaškrtnete-li toto pole, bude analyzátor měřit neustále. Pokud pole odznačíte, bude signál zaznamenán pouze v okamžiku, kdy klepnete na tlačítko *Measure*.
- **y-axis** - posune signál v horním okně podél osy y nahoru nebo dolů
- **Save** - určí, co se zaznamená a uloží při ukončení měření tlačítkem *Close* nebo *Save*.

Data z analyzátoru exportujte jako textový formát a ne přímo jako obrázek!



Obrázek 11: Fourierovský analyzátor - uživatelské rozhraní PHYWE measure.



Obrázek 12: Nastavení fourierovského analyzátoru. Trigger nechte na 0 % (maximální citlivost), dle potřeby měňte rozsah amplitudy (Range) a frekvence. Pokud vám bude signál ujíždět nahoru či dolů, lze jej vycentrovat posuvníkem y-axis.

1.6 Provedení

1.6.1 Stojaté vlnění na struně

Najděte lineární hustotu struny tak, že při konstantním zatížení struny budete měnit frekvenci. Vyjděte přitom ze vztahu

$$\nu_n \quad = \quad \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{T}{\varrho}} \quad = \quad a \cdot n, \qquad a \quad = \quad \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{T}{\varrho}} \tag{15}$$

Nastavte frekvenční generátor tak, abyste pozorovali základní mód struny. Pak měňte frekvenci tak, abyste dosáhli vyšších harmonických módů. Vynášejte do grafu frekvenci v závislosti na počtu segmentů (kmiten). Výsledné body grafu proložte přímkou a z rovnice regrese odečtěte koeficient a (viz 15) včetně chyby tohoto parametru. Pak určete lineární hustotu struny ϱ. Z koeficientu a lze také snadno určit přesnou rychlost vlny. Chybu lineární hustoty a rychlosti vlny určete z chyby parametru a.

Na fitování použijte Gnuplot, Qtiplot, Matlab nebo něco podobného, co umí zjistit chyby fitovacích parametrů. Návody k Gnuplot a Qtiplot jsou na stránkách praktik (viz odkaz [9]). K fitování nepoužívejte Excel.

1.6.2 Quinckova trubice

V Quinckově trubici je zvuk rozdělován do dvou koherentních větví, které spolu opět interferují na výstupu. Je možné měnit dráhu jedné z větví posunem trubice (viz schema 7). Díky posunu jedné z trubic se změní dráha, po které musí jedna z rozdělených vln projít a změní se tak fáze, se kterou interferují. Protože výpočty skládání protichůdných vln s různými amplitudami [4] jsou poněkud rozsáhlejší, nebudeme se jimi zabývat a přejdeme rovnou k jejich závěru. Minimum naměřené intenzity nastává při podmínce

$$\frac{\Delta\varphi}{2} = \frac{2n+1}{2} \cdot \pi \qquad\qquad n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \tag{16}$$

což lze vyjádřit také jako

$$d_n = \frac{2n+1}{2} \cdot \lambda \qquad\qquad n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \tag{17}$$

Vzdálenost mezi dvěma minimy odpovídá přesně polovině vlnové délky :

$$\Delta d = d_{n+1} - d_n = \frac{\lambda}{2} \tag{18}$$

Protože při posunu trubice o délku d je cesta, kterou musí zvuk projít zvětšena o $2d$, lze rovnou odvodit závislost vlnové délky a vzdálenost minim jako $\lambda = 2 \cdot \Delta d$. Frekvence je známa z generátoru, rychlost zvuku tedy získáme jako $v = f \cdot \lambda$. Pro účely měření ale zapište vztah jako

$$\lambda = \frac{v}{f} \tag{19}$$

Využijte znalosti statistických chyb jednotlivých hodnot λ a vyneste je do grafu pomocí errobarů (viz návody k Qtiplot, Gnuplot [9]). Konstantu v získejte z vyneseného grafu f vs. λ nebo $1/f$ vs. λ metodou nejmenších čtverců (rozmyslete si jakou přesně funkcí data proložit a proč).

1.6.3 Helmholtzovy rezonátory

Systém sestávající se z okrouhlé dutiny a dlouhé trubice vedoucí do dutiny představuje Helmholtzův rezonátor v obecné podobě. Za předpokladu, že délka trubice je malá ve srovnání s vlnovou délkou zvuku, lze základní rezonanční frekvenci systém vyjádřit jako

$$f = \frac{v}{2\pi}\sqrt{\frac{\pi r^2}{(l + 1,4 \cdot r)} \cdot \frac{1}{V}} \tag{20}$$

[4] Obě vlny prochází různé vzdálenosti a tak se různě tlumí

kde v je rychlost zvuku, l délka hrdla baňky, r poloměr hrdla baňky a V objem dutiny. Toto je pouze přibližný vzorec a platí za předpokladu, že objem hrdla je mnohem menší než objem dutiny. Proto pro menší objemy dutiny neplatí moc přesně. Pro 1000 ml lahev jsou tyto hodnoty následující : $r = 0,0187\ m$, $l = 0,07\ m$, $V = 10,30 \cdot 10^{-4}\ m^3$. Spočítejte základní frekvenci a změřte ji. Vyneste do grafu závislost rezonanční frekvence na výrazu $1/\sqrt{V}$ (objem měňte doléváním vody do láhve) a proložte přímkou. Nebo vyneste přímo závislost f na V a proložte $a/\sqrt{V}$. Za předpokladu, že geometrii láhve a objem dolité vody znáte přesně, vypočítejte z konstanty získané proložením naměřených bodů rychlost zvuku:

$$f = a \cdot \frac{1}{\sqrt{V}} \qquad a = \frac{v}{2\pi}\sqrt{\frac{\pi r^2}{(l + 1,4 \cdot r)}} \tag{21}$$

Rezonanci hledejte pomocí postupné změny frekvence na generátoru napájejícího reproduktor od Quinckovy trubice, který jste si pro tento úkol přichytili na stojan s Helmholtzovými rezonátory. Pozorujte přitom pík v fourierovsky transformovaném spektru a tam, kde dosáhne maximální amplitudy, je rezonanční frekvence.

1.7 Poznámky

1. Lineární hustota použité struny je $\varrho_l \doteq 0.0162\ kgm^{-1}$
2. Pro práci s fourierovským analyzátorem potřebujete mít zaveden operační systém MS Windows.
3. Naměřené rychlosti zvuku nezapomeňte porovnat s tabulkovými hodnotami při teplotě v experimentální místnosti. A určete relativní odchylku měření.
4. Pro prokládání hodnot nepoužívejte Excel, ale použijte pokročilejší software jako Qtiplot, Gnuplot, Matlab, ... viz odkaz [9]. Vždy si pečlivě rozmyslete jakou funkcí budete data prokládat (není to tak jasné jak to na první pohled vypadá) a pro výpočet chyby měření použijte znalosti chyby parametrů, které jste získali fitováním. Při prokládání u úlohy Quinckova trubice využije znalost chyby jednotlivých hodnot a použijte vhodné vážení pomocí errobarů (viz odkaz [9], návod ke Qtiplot, Gnuplot).

1.8 Literatura

1) **TOLAR, J.** *Vlnění, optika a atomová fyzika*
URL <www.fjfi.cvut.cz/k402/skripta/voaf/voaf.pdf > [cit. 10.10.2007]

2) *Wavelengths and frequencies with a Quincke tube*, Phywe Systeme GmbH & Co. KG
URL <www.phywe.de/e_ frames.php?ref=main&reftxt=1800005&refnav1=0&refnav2=10&reffach=son&txtnr=1000254 > [cit. 10.10.2007]

3)*Fourier series*, **Wikipedia**
URL <en.wikipedia.org/wiki/Fourier_ series > [cit. 10.10.2007]

4)*Fourier transform*,**Wikipedia**
URL <en.wikipedia.org/wiki/Fourier_ transform > [cit. 10.10.2007]

5)*Helmholtz resonance*, **Wikipedia**
URL <en.wikipedia.org/wiki/Helmholtz_ resonator > [cit. 10.10.2007]

6) *Resonance frequencies of Helmholtz resonators with Cobra3*, Phywe Systeme GmbH & Co. KG
URL <www.phywe.de/e_ frames.php?ref=main&reftxt=1800005&refnav1=0&refnav2=10&reffach=son&txtnr=1000254 > [cit. 10.10.2007]

7) *Acoustics and Vibration Animations*
URL <http://paws.kettering.edu/ drussell/demos.html > [cit. 19.10.2009]

8) **W. D. O'Brien**, *Fundamentals of Engineering Acoustics*, chapter 10b
URL <www.brl.uiuc.edu/473/Lectures/Ch-10b-lectures-12-25.pdf > [cit. 3.11.2010]

9) *Návod - Gnuplot*
URL <http://praktikum.fjfi.cvut.cz/documents/navod_gnuplot.pdf > [cit. 16.10.2012]