# Měření rychlosti světla

#### **Abstrakt**

Rychlost světla je jednou z nejdůležitějších a zároveň nejzajímavějších přírodních konstant. Nezáleží na tom, jestli světlo přichází ze vzdálené hvězdy nebo z laseru v laboratoři, jeho rychlost ve vakuu je vždy stejná. Ač se jedná o hodnotu v řádu stovek tisíc kilometrů za sekundu, je možné ji relativně přesně změřit i v laboratoři. V této úloze k tomu použijeme metodu Foucaultova rotujícího zrcátka, která má své počátky již v polovině 19. století.



Obr. 1: Experimentální sestava pro měření rychlosti světla Foucaultovou metodou.

## Pomůcky

Modul s rotačním zrcátkem včetně ovládání, pevné sférické zrcadlo na podstavci, měřící mikroskop s děličem svazku, 2 čočky (ohniskové vzdálenosti 48 mm a 252 mm), polarizátor, 0.5 mW He-Ne laser 632.8 nm, optická lavice 1 m spojená s nastavitelnou lavicí pro laser, zaměřovače svazku.

### Pracovní úkoly

- 1. V domácí přípravě odvoď te vztah (1) včetně náčrtku.
- 2. V domácí přípravě odvoď te vztah pro střední odhad relativní chyby měření rychlosti světla c. Potřebné informace najdete na:
  - http://praktikum.fjfi.cvut.cz/documents/chybynav/CHYBY1n.pdf
- 3. Vyberte si vhodné místo a předem si promyslete, kam umístíte optickou lavici a kam pevné sférické zrcadlo. Poté sestavte (a nastavte) aparaturu dle návodu.
- 4. Vhodným způsobem změřte vzdálenosti A, B a D (viz oddíl 4) a poznamenejte si chyby daných měření.
- 5. Proveď te meření alespoň pro 10 různých frekvencí v rozmezí 200 1300 ot./min. Vaše měření vhodným způsobem statisticky zpracujte.
- 6. Váš výsledek srovnejte s tabulkovou hodnotou c a diskutujte.

### 1 Historický úvod

Dlouhou dobu si lidé mysleli, že rychlost světla je nekonečná. Až počátkem 17. století se italský fyzik Galileo Galilei pokusil poprvé změřit tuto rychlost a dokázat tak opak. Jeho experiment byl založen na prostém změření času, který světlo potřebuje, aby překonalo vzdálenost mezi dvěma kopci. Bohužel, technické prostředky té doby neumožňovaly tak přesné měření.

Úspěšnější byl až roku 1675 dánský astronom Olaf Römer. Ten si všiml rozdílu mezi předpovědí a pozorováním zákrytů Jupiterova měsíce Io. Doba trvání zákrytu byla delší, vzdalovala-li se Země od Jupiteru než když se přibližovala. Römer správně předpokládal, že je tento rozdíl způsoben dobou putování světla k Zemi. Ze znalosti parametrů dráhy a rozměrů Země, Jupitera a Io, spočítal rychlost šíření světla na  $2.1 \times 10^8 \, \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ . Odchylka od dnešní hodnoty je 30 %, i tak ale Römer dokázal, že rychlost světla je konečná.

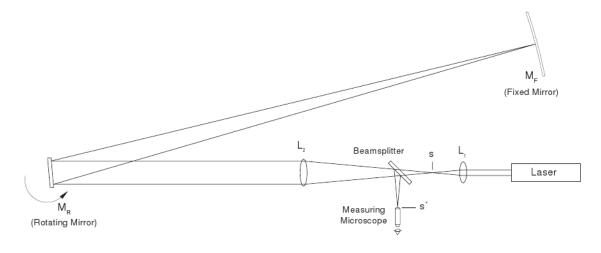
Roku 1849 francouzský vědec Hippolyte Fizeau určil na Zemi rychlost světla pomocí otáčejícího se ozubeného kola. Před kolem byl umístěn zdroj světla a za kolem bylo umístěno zrcátko. Rychlost světla určil tak, že měnil rychlost otáčení kola a pozoroval, kdy se světlo vrátí stejnou mezerou mezi zuby a kdy už ne. Rychlost světla tak určil na  $3.15 \times 10^8 \,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ .

O rok později další francouzský vědec, Jean Foucault, vylepšil Fizeauovu metodu: ozubené kolo nahradil rychle rotujícím zrcadlem. Světlo letělo k rotujícímu se zrcadlu, kde se odrazilo

směrem na nepohyblivé zrcadlo a od něj zpět na rotující, které se mezitím pootočilo o malý úhel. Z úhlu pootočení odraženého paprsku a vzdálenosti zrcadel určil roku 1862 Foucault rychlost světla na  $2.999 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Tuto metodu později (mezi roky 1926 a 1929) vylepšil vynikající experimentátor Albert Michelson a zpřesnil hodnotu na  $2.99774 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

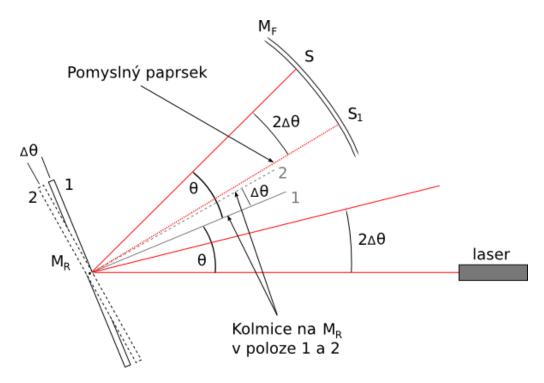
### 2 Teoretický popis

Základní schéma experimentu je na Obr. 2. Svazek světla z laseru je čočkou  $\mathbf{L_1}$  fokusován do bodu  $\mathbf{s}$ . Čočka  $\mathbf{L_2}$  dále fokusuje obraz z bodu  $\mathbf{s}$  přes rotující zrcátko  $\mathbf{M_R}$  do bodu  $\mathbf{S}$  na pevném sférickém zrcadle  $\mathbf{M_F}$ . To odráží paprsek po stejné dráze zpět na  $\mathbf{M_R}$ . V případě, že  $\mathbf{M_R}$  velmi rychle rotuje, světlo odražené od  $\mathbf{M_F}$  ho cestou zpět zastihne v jiné poloze a proto se již obraz nezformuje zpátky v bodě  $\mathbf{s}$ , ale v bodě  $\mathbf{s_1}$  - viz Obr. 3. Aby bylo možné odražený obraz pozorovat, je mezi  $\mathbf{L_1}$  a  $\mathbf{L_2}$  umístěno polopropustné zrcadlo, které bod  $\mathbf{s}$  (resp.  $\mathbf{s_1}$ ) zobrazí v bodě  $\mathbf{s'}$  (resp.  $\mathbf{s'_1}$ ).



Obr. 2: Základní schéma Foucaultovy metody. [1]

Abychom získali vztah mezi rychlostí světla a posunem bodu  $\mathbf{s} \to \mathbf{s_1}$ , je potřeba podrobně projít dráhu, po které světlo putuje (viz Obr. 3). Po průchodu čočkou  $\mathbf{L_2}$  dorazí paprsek na zrcadlo  $\mathbf{M_R}$  v okamžiku, kdy je v poloze  $\mathbf{1}$ , tedy pootočeno o úhel  $\theta$ . Odrazí se a putuje na  $\mathbf{M_F}$ , kde dopadne do bodu  $\mathbf{S}$  a odrazí se zpět. Tato dráha svírá se spojnicí  $\mathbf{M_R}$ -laser úhel  $2\theta$ . Při dopadu na  $\mathbf{M_R}$  je ale toto zrcadlo již v poloze  $\mathbf{2}$ , pootočeno o úhel  $\Delta\theta$  vůči poloze  $\mathbf{1}$  (celkově tedy o  $\theta + \Delta\theta$ ) a proto se paprsek odrazí směrem k laseru pod úhlem  $2\Delta\theta$  od spojnice  $\mathbf{M_R}$ -laser. Nyní je dobré si *představit*, že tento vracející se paprsek se odrazil od  $\mathbf{M_R}$  nikoli v poloze  $\mathbf{2}$ , ale v poloze  $\mathbf{1}$ . To by znamenalo, že zrcadlo  $\mathbf{M_F}$  neopouštěl v bodě  $\mathbf{S}$ , ale



Obr. 3: Náčrt pro odvození úhlů. Tečkovaná čára představuje pomyslný paprsek, resp. dráhu, po které by světlo putovalo, kdyby bylo zrcadlo při návratu světla z  $\mathbf{M}_{\mathbf{R}}$  v poloze  $\mathbf{1}$  místo v poloze  $\mathbf{2}$ .

v pomyslném bodě  $S_1$ . Úhel mezi přímkami  $M_RS$  a  $M_RS_1$  je tedy

$$|\angle S_1 M_R S| = 2\Delta \theta \tag{1}$$

Označíme-li vzdálenost mezi  $\mathbf{M_F}$  a  $\mathbf{M_R}$  jako D, vzdálenost mezi bodem  $\mathbf{S}$  a pomyslným bodem  $\mathbf{S_1}$  bude

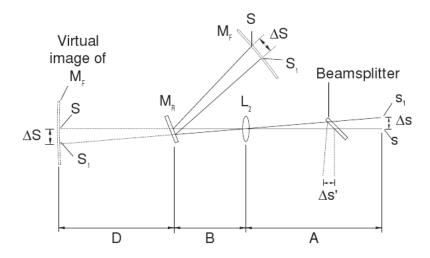
$$\Delta S = |S_1 S| = 2D\Delta\theta \tag{2}$$

Dále je třeba určit velikost posunu  $\mathbf{s} \to \mathbf{s_1}$ . Tuto vzdálenost označíme jako  $\Delta s = |\mathbf{s_1}\mathbf{s}|$  (resp. po odklonu polopropustným zrcadlem jako  $\Delta s' = |\mathbf{s_1's'}|$ ). Kvůli zpřehlednění situace je výhodnější odmyslet si rotující zrcadlo  $\mathbf{M_R}$  a použít virtuální obraz  $\mathbf{M_F}$  na ose svazku, viz Obr. 4. Se zrcadlem  $\mathbf{M_R}$  v poloze 1 leží bod  $\mathbf{S}$  přímo na ose svazku, bod  $\mathbf{S_1}$  je od něj vzdálen o  $\Delta S$ . Problém se tak redukuje na úlohu o tenkých čočkách: označíme-li vzdálenost mezi  $\mathbf{M_R}$  a  $\mathbf{L_2}$  jako  $B = |\mathbf{M_R L_2}|$  a vzdálenost mezi  $\mathbf{L_2}$  a bodem  $\mathbf{s}$  jako  $A = |\mathbf{L_2 s}|$ , pak platí

$$\Delta s' = \Delta s = \frac{A}{D+B} \Delta S \tag{3}$$

Dosadíme-li do (3) vztah (2) dostaneme pro  $\Delta s'$  vztah

$$\Delta s' = \frac{2AD\Delta\theta}{D+B} \tag{4}$$



Obr. 4: Náčrt k analýze virtuálních obrazů. [1]

Velikost  $\Delta\theta$  ovšem závisí na frekvenci otáčení  $\mathbf{M_R}$  a na čase, za který světlo urazí vzdálenost 2D:

$$\Delta\theta = \frac{4\pi Df}{c} \tag{5}$$

Dosazením (5) do (4) získáme hledaný vztah, který upravíme do tvaru

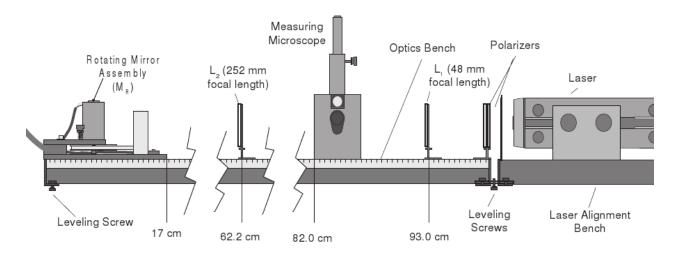
$$c = \frac{8\pi A D^2 f}{(D+B)\Delta s'} \tag{6}$$

Ze znalosti daných vzdáleností, vychýlení bodu  $\Delta s'$  a frekvence otáčení rotujícího zrcadla  $\mathbf{M}_{\mathbf{R}}$  tak můžeme určit rychlost světla.

# 3 Experimentální sestava

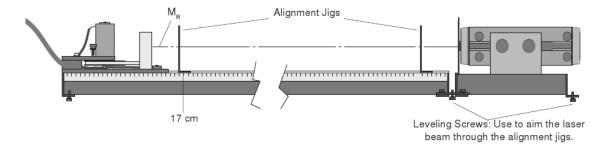
Přesné nastavení experimentální aparatury je u této úlohy velmi důležité. Proto je potřeba si vyčlenit na nastavení delší dobu (může být i 2 hodiny), samotné měření pak již probíhá rychle. Špatně nastavená aparatura může nejenom zmenšit přesnost měření, ale také ho úplně znemožnit.

Při nastavení postupujte dle Obr. 5 a bodů níže. Všechny komponenty umisťujte zarovnané k okraji optické lavice. Při práci s laserem buďte vždy velmi opatrní, ať někomu nevypálíte svazkem oko!!!



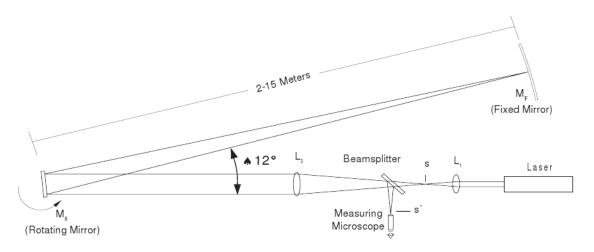
Obr. 5: Boční pohled na optickou lavici s vyznačenými rozměry. [1]

- 1. Umístěte optickou lavici 1 m a optickou lavici pro laser na vodorovný povrch a nejsou-li, spojte je.
- 2. Umístěte laser na nastavitelnou (kratší) část lavice tak, aby výstup z laseru byl co nejblíže spoji obou lavic.
- 3. Na opačný konec delší části lavice umístěte modul s rotačním zrcátkem, aby toto směřovalo k laseru. Přední část musí být 17.0 cm od konce lavice.
- 4. Zapněte laser (**POZOR!**) a zaměřte ho na střed rotačního zrcátka  $\mathbf{M_R}$ . Použijte k tomu dva přiložené zaměřovače svazku (viz Obr. 6). Při správném nastavení bude svazek přesně procházet oběma otvory a dopadat tak i na střed  $\mathbf{M_R}$ . Nastavení laseru provádějte pomocí 3 stavěcích šroubů na laserové části optické lavice, případně můžete upravit držák laseru.



Obr. 6: Boční pohled na optickou lavici a umístění zaměřovačů svazku. [1]

- 5. Odstraňte zaměřovač u  $\mathbf{M_R}$  a zkontrolujte vertikální vyrovnání  $\mathbf{M_R}$  tak, že namíříte svazek zpátky na zbylý zaměřovač (zrcadlo  $\mathbf{M_R}$  je hranolek a pouze jedna jeho strana je skutečné zrcadlo! Při otáčení  $\mathbf{M_R}$  dejte pozor, kam všude může svazek dopadnout a vždy mějte oči mimo vodorovnou rovinu svazku!). Svazek by měl dopadat přesně vedle otvoru v zaměřovači (vedle ve smyslu horizontálním).
- 6. Odejměte i druhý zaměřovač a na lavici pak umístěte čočku  $\mathbf{L_1}$  (ohnisková vzdálenost 48 mm) tak, aby značka na držáku byla 93.0 cm od okraje lavice. Potom, aniž byste pohnuli s držákem, posuňte samotnou čočku tak, aby svazek opět dopadal na střed  $\mathbf{M_R}$ .
- 7. Umístěte čočku  $\mathbf{L_2}$  (ohnisková vzdálenost 252 mm) na optickou lavici tak, aby značka na držáku byla 62.2 cm od okraje lavice. Potom, aniž byste pohnuli s držákem, posuňte samotnou čočku tak, aby svazek opět dopadal na střed  $\mathbf{M_R}$ .
- 8. Mezi L<sub>1</sub> a L<sub>2</sub> umístěte měřící mikroskop tak, aby konec podstavce byl vzdálen 82.0 cm od konce optické lavice. Páčku nastavte přímo dolů. POZOR! Pokud M<sub>R</sub> nerotuje, nedívejte se do mikroskopu bez namontovaného polarizátoru (viz 14. bod)!
- 9. Dělič svazku ovlivní dráhu světla, proto přenastavte  $\mathbf{L_2}$  tak, aby svazek opět dopadal na střed  $\mathbf{M_R}$ . Toto udělejte bez posunování držáku čočky.
- 10. Do vzdálenosti 2 až 15 m umístěte pevné zrcadlo  $\mathbf{M_F}$ . Úhel mezi osou optické lavice a spojnicí  $\mathbf{M_R}$  a  $\mathbf{M_F}$  musí být zhruba 12°, viz Obr. 7. Zrcadlo  $\mathbf{M_F}$  se musí nacházet na opačné straně optické lavice, než je mikrometrický šroub mikroskopu!



Obr. 7: Vzdálenosti a úhly mezi jednotlivými částmi sestavy. [1]

11. Nastavte  $M_R$  tak, aby svazek směřoval na  $M_F$ . Zrcadlo  $M_F$  pak přenastavte tak, aby svazek dopadal přibližně do jeho středu.

- 12. Posunem čočky  $L_2$  po optické lavici zafokusujte svazek do co nejmenšího bodu na  $M_F$ .
- 13. Pomocí dvou stavěcích šroubů na zadní straně  $\mathbf{M_F}$  nasměrujte svazek zpět na střed  $\mathbf{M_R}$ .
- 14. Mezi laser a čočku  $\mathbf{L_1}$  vložte polarizátor. Jeho dvě části vůči sobě pootočte téměř o 90° tak, aby jimi procházelo jen minimum světla. Pokud v mikroskopu nic nevidíte i když tam svazek z  $\mathbf{M_R}$  směřuje, pootočte polarizátory o menší úhel. Pokud stále nic nevidíte, zkuste
  - pomalu otáčet páčkou děliče svazku, odražený obraz možná nemíří přímo do mikroskopu (posun podél osy optické lavice)
  - otáčet mikrometrickým šroubem (posun kolmo na osu optické lavice)
  - posunout celý mikroskop o půl centimetru podél osy optické lavice na tu či onu stranu (vždy zkontrolujte zarovnání s osou optické lavice)

Pokud nic nezabírá, vyžádejte si pomoc asistenta.

- 15. Posunem okuláru zaostřete nitkový kříž v mikroskopu.
- 16. Je-li aparatura dobře nastavena, uvidíte v mikroskopu bodový obraz laserového svazku. Zaostřete jej tak, že povolíte šroub na straně tubusu a posunete mikroskopem.
- 17. Vedle správného bodu můžete v mikroskopu vidět i jiné body, např. odraz světla od čočky. Že se jedná o správný bod zjistíte tak, že dáte překážku mezi  $\mathbf{M_R}$  a  $\mathbf{M_F}$ . Správný bod v tu chvíli zmizí. Dále můžete vidět interferenční proužky a jiné parazitní jevy. Těch se můžete zkusit zbavit tak, že lehce (cca o 1°) pootočíte čočkou  $\mathbf{L_2}$  tak, že už dál nebude kolmá na osu optické lavice.
- 18. Je-li bod lehce roztažený bez znatelného maxima, zkuste lehce pootočit čočkou  $\mathbf{L_2}$  kolem její optické osy.

Máte-li aparaturu nastavenou tak, že vidíte ostře správný bod, můžete začít měřit. **Jak-** mile se  $M_R$  točí, je bezpečné dívat se do mikroskopu bez vloženého polarizátoru.

#### 4 Měření

Před zapnutím motorku se ujistěte, že  $\mathbf{M_R}$  se může volně otáčet! Zapněte motorek a nastavte páčkou směr otáčení (CW/CCW). Postupně zvyšujte otáčky motoru až na 200 ot./min. Na této hodnotě nechte motor cca 3 min. se ohřát. Bude-li kdykoli během zvyšování otáček svítit červená LED déle než 5 s, vypněte motorek a zavolejte asistenta. Po zahřátí motorku

zvyšujte otáčky až na cca 1000 ot./min. Stiskněte a podržte tlačítko "MAX REV/SEC". Až se otáčky stabilizují, odečtete jejich hodnotu a zaměřte mikrometrickým šroubem nitkový kříž v mikroskopu na světelný bod. Povolte tlačítko "MAX REV/SEC", snižte otáčky na nulu a pak odečtěte údaj z mikrometrického šroubu. Při zastaveném motorku změňte směr otáčení (CW/CCW) a proveďte stejné měření. Tím, že nebudete měřit "nulovou polohu s'", ale dvě krajní polohy, zvýšíte přesnost měření. K tomu účelu je třeba ještě upravit vztah (6) na

$$c = \frac{8\pi A D^2 (f_{CW} + f_{CCW})}{(D+B)(s'_{CW} - s'_{CCW})}$$
(7)

kde  $f_{CW}$ , resp.  $f_{CCW}$ , je frekvence otáčení tím či oním směrem a  $s'_{CW}$ , resp.  $s'_{CCW}$ , příslušné polohy bodu  $\mathbf{s}'$ . Posuny bodu  $s'_{CW}$ , resp.  $s'_{CCW}$  jsou zavislé na příslušné frekvenci  $f_{CW}$ , resp.  $f_{CCW}$ . Úpravou rovnice (7) najdete tuto závislost. Fitováním naměřených dat získáte směrnici, na základě které lze dopočítat c. Vzdálenost A je rovna vzdálenosti čoček  $L_1$  a  $\mathbf{L_2}$  zmenšené o ohniskouvou vzdálenost čočky  $\mathbf{L_1}$  (48 mm), B je vzdálenost  $\mathbf{L_2}$  od  $\mathbf{M_R}$  (od samotného zrcátka, nikoli od celého modulu!) a D je vzdálenost mezi zrcadly  $\mathbf{M_R}$  a  $\mathbf{M_F}$ .

#### Reference

- [1] B. Lee, Instruction Manual and Experiment Guide for the PASCO scientific Model OS-9261A, 62 and 63A, PASCO scientific, USA, 1989
- [2] V. Kaizr, Měření rychlosti šíření světla, Aldebaran Bulletin, http://www.aldebaran.cz/bulletin/2004\_s1.html, [cit.: 22. 10. 2009]