

Úloha č. 12: Stirlingův stroj



Obr. 1: Stirlingův stroj.

Pomůcky: Stirlingův motor, lihový vaříč, skleněné závětrí, $pVNT$ měřící jednotka, 2-kanálový osciloskop, regulovatelný zdroj 0-20 V, lůh, kabely, ampérmetr, voltmetr, odporová dekáda, stopky.

1 Základní pojmy a vztahy

V roce 1816 byl Robertu Stirlingovi udělen patent na teplovzdušný motor, který je dnes znám pod jménem Stirlingův motor. Ačkoliv byl, například u motorých vozidel, nahrazen výkonnějšími spalovacími motory, tak dnes zažívá renesanci. Vzhledem k faktu, že nedochází k výměně či spalování vnitřního plynu, je možno pro tento stroj použít jakákoliv paliva, včetně obnovitelných zdrojů energie (např. solární energie), které v současnosti zažívají velký rozvoj.

Tento motor (Obr. 1) prochází postupně čtyřmi fázemi během každého cyklu motoru (viz Obr. 2):

1. Isotermální expanze, během které je teplo systému dodáváno a na systému se koná práce

$$V_1 \rightarrow V_2 \quad p_1 \rightarrow p_2 \quad T_1 = \text{konst.}$$

2. Isochorický proces, během kterého dochází k ochlazení plynu

$$T_1 \rightarrow T_2 \quad p_2 \rightarrow p_3 \quad V_2 = \text{konst.}$$

3. Isotermální komprese, během které je teplo vzniká a práce je systémem konána

$$V_2 \rightarrow V_1 \quad p_3 \rightarrow p_4 \quad T_2 = \text{konst.}$$

4. Isochorický proces, během kterého je teplo do systému dodáváno

$$T_2 \rightarrow T_1 \quad p_4 \rightarrow p_1 \quad V_1 = \text{konst.}$$

Z Obr. 2 lze pozorovat, že v systému jsou dva písty, které mají posunutou fázi. Objem ve vodorovné části se nemění, pohybem pístu pouze dochází ke změně teploty (vzduch je pohybem ochlazen); veškerá změna objemu se odehrává v prostoru pod vertikálním pístem.

Pokud je do izolovaného systému dodáváno teplo, tak, podle prvního zákona termodynamického, je jeho hodnota rovna součtu nárůstu vnitřní energie a mechanické práce dodávané systémem:

$$dQ = dU + pdV \quad (1)$$

Pro Stirlingův cyklus je důležité, že teplo uvolňované jako odpad během isochorické ochlazovací fáze je zachyceno, aby pak bylo využito během isochorické ohřívací fáze. Tento tzv. princip regenerace zvyšuje účinnost cyklu. Takto je během 4. fáze regeneračně absorbováno teplo uvolněné během 2. fáze. Ve stroji dochází pouze k výměně tepla. Mechanická práce je dodávána během 1. a 3. fáze. Díky faktu, že během isotermálních procesů se nemění vnitřní energie, je práce vykonaná během těchto fází úměrná přijatému popř. vydanému teplu.

Pro potřeby této úlohy považujeme vzduch uvnitř Stirlingova stroje za ideální plyn, pro který platí rovnice:

$$pV = nRT, \quad (2)$$

kde p je tlak plynu, V objem plynu, n počet molů obsažený v systému, R molární plynová konstanta a T je teplota vyjádřená v Kelvinech. Pro práci platí vztah $dW = p(V)dV$, takže $W = \int_1^2 p(V)dV$. Ze stavové rovnice víme, že pro první fázi platí: $p(V) = nRT/V$ a $T = konst = T_1$. Potom je tedy práce vykonaná strojem během 1. fáze dána:

$$W_1 = nRT_1 \int_1^2 dV/V = nRT_1 \ln(V_2/V_1). \quad (3)$$

Pro 3. fázi platí $T = konst = T_2$. Pro práci dodanou stroji během této fáze stroji platí:

$$W_3 = nRT_2 \int_2^1 dV/V = -nRT_2 \ln(V_2/V_1). \quad (4)$$

Povšimněte si záporného znaménka u W_3 ; je to způsobeno tím, že při této fázi se práce dodává. Pro 2. a 4. fázi platí $dV = 0$, a tedy $W_2 = W_4 = 0$.

Celková práce W_t je dána celkovým součtem:

$$\begin{aligned} W_t &= W_1 + W_3 \\ W_t &= nR(T_1 - T_2) \ln V_2/V_1. \end{aligned} \quad (5)$$

Pokud je $V_2 > V_1$, tak $\ln(V_2/V_1) > 0$ a o tom zda tepelný stroj práci dodává (motor) anebo ji spotřebovává (chladnička) rozhoduje zdali platí $T_1 > T_2$ anebo naopak. Celková práce se se rovná ploše pV diagramu. Dále je dobré poznamenat, že nelze na stroji externě změřit tuto celkovou práci, neboť dochází ke ztrátám v rámci Stirlingova motoru.

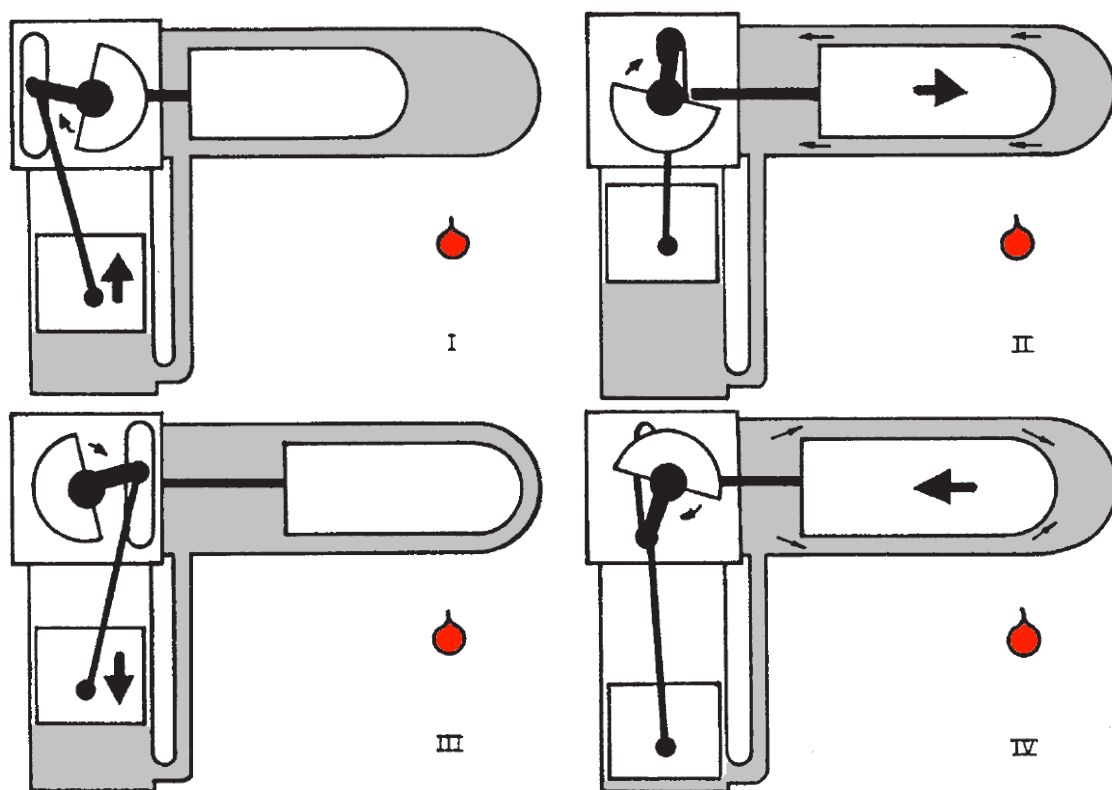
Maximální tepelná účinnost vratného procesu probíhajícího v tepelném stroji je rovna poměru celkové vykonané práce W_t ku dodanému teplu. Teplo se do systému dodává pouze v průběhu 1. fáze. Pro tuto fázi platí, že teplota je konstantní, tedy $dU = 0$ a celkové teplo je rovno práci vykonané během 1. fáze W_1 . Platí tedy:

$$\begin{aligned} \eta_{th} &= W_t/W_1 \\ \eta_{th} &= \frac{nR(T_1 - T_2) \ln V_2/V_1}{nRT_1 \ln V_2/V_1} \\ \eta_{th} &= \frac{T_1 - T_2}{T_1} \end{aligned} \quad (6)$$

Ze vztahu (6) plyne, že se účinnost zvyšuje se zvyšujícím se rozdílem teplot.

2 Pracovní úkoly

1. DÚ: V domácí přípravě diskutujte rozdíl mezi pV diagramem Carnotova cyklu a Stirlingova procesu. Dále porovnejte účinnosti těchto dvou procesů a diskutujte, který je účinnější.
2. Spočítejte celkový výkon lihového vařiče P_L .
3. Správně ztotožněte osy na osciloskopu (napětí) s osami pV diagramu.
4. Naměřte a následně nakreslete do grafu závislost elektrického výkonu P_e na počtu otáček N . Tuto závislost proložte polynomem 2. stupně a určete při jakých otáčkách má stroj největší výkon. Alespoň pro tři body grafu zaznamenejte příslušný pV diagram.
5. Sestavte Stirlingův stroj jako chladničku, zaznamenejte pV diagram ve chvíli kdy $\Delta T < 0$ a diskutujte jeho tvar.
6. Porovnejte elektrickou práci W_e a plochu pod křivkou W_{pV} v pV diagramu.
7. Spočítejte účinnosti a diskutujte rozdíly mezi výsledky.



Obr. 2: Fáze Stirlingova stroje. Šedou barvou je označen objem pracovního plynu.

3 Postup měření

Kalibrace a příprava měření

Před začátkem měření je potřeba zkalibrovat $pVNT$ jednotku. Před zapnutím zkontrolujte, zdali je všech pět vycházejících kabelů zapojeno (T_1 , T_2 , pVN kabely do Stirlingova motoru; p a V kabel do Y, resp. X kanálu osciloskopu). Dále zkontrolujte, že propojující gumička je na svém místě (tj. spojnice mezi Stirlingovým strojem a dynamem).

Po zapnutí $pVNT$ jednotky svítí na displeji slovo „CAL“. Nejprve je třeba provést kalibrace teploty, vezměte tedy oba drátky měřící teplotu, zajistěte stejnou teplotu drátků (například ponořením do vody) a zmáčkněte tlačítko „ ΔT “. Po provedení tohoto úkonu na displeji svítí nápis „OT“. Nyní je třeba kalibrovat objem; je třeba motor nastavit tak, aby vertikální píst byl v nejnižší možné poloze a zmáčknout vedlejší tlačítko „V“. Tento krok je důležitý, neboť kalibrace ve špatné pozici zapříčiní posunutí pV diagramu po dobu měření. Po kalibraci by na displejích měl svítit počet otáček za minutu (tj. 0) a teploty T_1 a T_2 .

Dále je třeba doplnit a zvážit lihový vaříč pro určení jeho výkonu po dobu měření. Nyní již lze začít měřit.

Ad 2: K výpočtu tohoto úkolu použijte vztah:

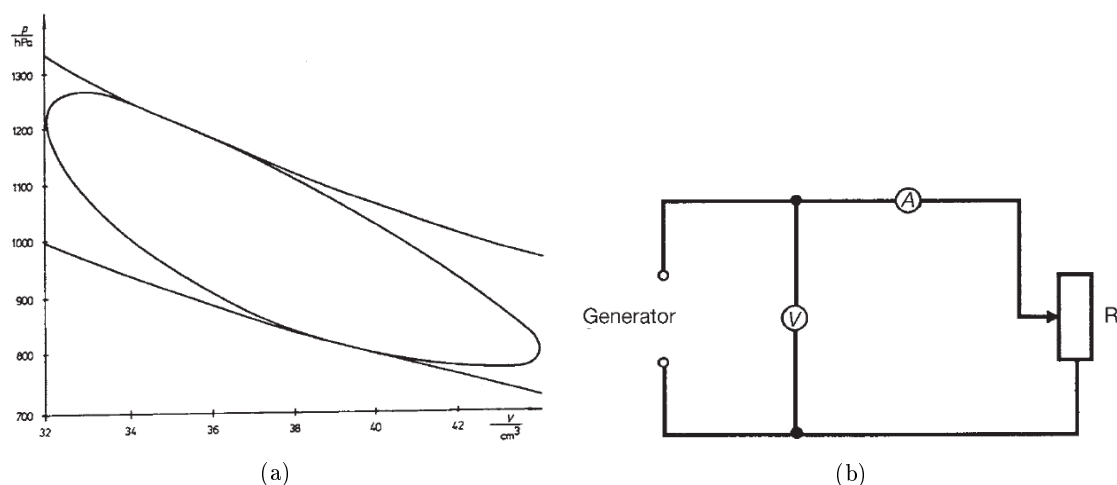
$$P_L = \frac{H \cdot \Delta m}{t}, \quad (7)$$

kde H je výhřevnost paliva, Δm hmotnost spáleného paliva a t doba hoření.

Jelikož se dále ve výpočtech pracuje s výkonem za jeden cyklus tepelného stroje, je proto důležité, aby vaříč hořel co nejvíce rovnoměrně. Knot příliš nevytahujte.

Ad 3: Po kalibraci přístroje a zvážení vaříče zapalte vaříč, položte ho na vyhrazené místo a spusťte stopky. Nyní vyčkejte dokud rozdíl teplot (na $pVNT$ jednotce svítí dioda u „ ΔT “) dosáhne 80 stupňů. Motor nastartujete tak, že kolo setrvačníku roztočíte po směru chodu hodinových ručiček.

Konstanty potřebné k vypracování úkolu č. 3 jsou uvedeny v tabulce uvedené dále. V_{min} a V_{max} jsou konstanty tohoto Stirlingova motoru a $\Delta p/\Delta U$ je výsledkem kalibrace tlaku.



Obr. 3: (a) Naměřený pV diagram Stirlingova cyklu se zakreslenými isothermami. (b) Schéma zapojení úkolu 4.

$$\begin{aligned} V_{min} &= 32 \text{ cm}^3 \\ V_{max} &= 44 \text{ cm}^3 \\ \Delta p / \Delta U &= 33,4 \text{ hPa/V} \end{aligned}$$

Nyní jste schopni zkalibrovat osy na osciloskopu z napětí do pV .

Ad 4: Stirlingovy stroje vyráběné pro komerční využití bývají odlazeny na určitý počet otáček. Hledání této hodnoty pro Stirlingův stroj používaný v praxi je cílem tohoto pracovního úkolu.

Zapojte elektrický obvod dle Obr. 3b. Na motoru volte zdířky s označením „MOTOR“. Stroj běží s maximální zátěží, pokud je na dekádě nulový odpor, proto před přepnutím páčky do polohy „MOTOR“ nastavte na dekádě odpor 1 MΩ. Změnu zátěže poznáte dle změny proudu; zátěž má cenu měřit pro hodnoty menší než 1 kΩ. Nyní měňte odpor a zaznamenávejte hodnoty napětí a proudu. Motor vždy nechte v novém stavu nějakou dobu ustálit, než začnete hodnoty zapisovat. Měření proveďte alespoň pro 7 různých zátěží, přičemž 3 pV diagramy zaznamenejte na milimetrový papír se správnými osami.

Po skončení měření tohoto úkolu zhasněte hořák a vypněte stopky. Po vychladnutí hořák zvažte. Bez zapáleného ohně se Stirlingův stroj po chvíli sám zastaví.

Ad 5: Tepelný stroj se začne chovat jako chladnička, pokud do něj energii začneme dodávat. Proto zhasněte a odložte hořák, připojte zdroj do zdířky „OUTPUT“ a zapněte páčku do polohy „GENERATOR“. Zkontrolujte, že velké kolo se opět točí ve směru chodu hodinových ručiček. Nyní pozorujete, že rozdíl teplot se snižuje; pozorujte až do záporného rozdílu teplot. Během měření tohoto úkolu nesmíte překročit maximální počet otáček 1200 ot./min, aby se přístroj nepokazil. Po dosažení záporných teplot pozorujte, jak se mění tvar pV diagramu se změnou otáček stroje. Pro jedno z nastavení obkreslete pV diagram.

Ad 6,7: Elektrický výkon lze spočítat ze vztahu: $P_e = U \cdot I$, kde U , I jsou naměřené hodnoty napětí, resp. proudu. Elektrická práce je dána jako elektický výkon za dobu jedné otáčky stroje: $W_e = P_e / f$, kde f je frekvence otáček. Účinnost ohříváče je dána vztahem: $\eta_O = W_1 / W_L$, kde W_L je práce dodaná vaříčem během jednoho cyklu stroje ($W_L = P_L / f$).

Vnitřní účinnost popisuje, jak moc se stroj blíží ideálnímu Stirlingovu stroji, je dána vztahem: $\eta_i = W_{pV} / W_t$. Porovnejte tento výsledek s účinností Carnotova cyklu η_C pro dané teploty ohříváče a chladiče. Účinnost dynama je dána jako $\eta_d = W_e / W_{pv}$. Celková účinnost je dána jako součin $\eta_t = \eta_O \cdot \eta_C \cdot \eta_i \cdot \eta_e$, což dává celkově nízké číslo. Diskutujte, čím by tento fakt mohl být způsoben a jak by se dal stroj inženýrsky vylepšit, aby bylo dosahováno vyšších hodnot.

Počet molů v objemu potřebný pro výpočet W_1 lze získat tak, že k vybranému bodu z pV diagramu dopočítáme ze známých hodnot (tlak, objem, teplota) počet molů n . Tuto hodnotu je nutno počítat pro různé otáčky znovu, protože počet molů je v tomto Stirlingově stroji udržován dynamicky.

4 Poznámky

- Při práci s ohněm dbáme zvýšené opatrnosti! Skleněné závětrří se během měření též velmi rozpálí, pozor na to. Hořák se zhasíná sfouknutím.
- Lidé s delšími vlasy či vlasy padajícími do obličeje by měly mít během měření sepnuté vlasy, neboť se v úloze pracuje s otevřeným ohněm.
- Během měření je možné, že propojující gumička spadne. V tuto chvíli se motor začne otáčet s příliš vysokými otáčkami. Správná reakce v takovouto chvíli je rychle odstranit zdroj tepla zpod motoru. Dále je možné kolo zpomalit zvýšením tření, tj. přiložením prstu (ovšem toto provádíte na vlastní nebezpečí!).
- Požadované pV diagramy zakreslujte na milimetrové papíry. Správně označte osy (vizte úkol č. 3). Do protokolu je následně očísľujte a přiložte jako Dodatek. Milimetrové papíry jsou k dispozici v praktiku.
- Nepřekračujte 1200 otáček za minutu motoru.
- Osciloskop nenechávejte mimo měření zapnutý na XY mód, vypaluje se tím díra do obrazovky.
- Používejte velké kolo dynama. Můžete zkusit, jak stroj funguje s malým převodovým kolem.

5 Reference

1. Stirlingův stroj. http://en.wikipedia.org/wiki/Stirling_engine; 2013
2. Informace ze stránek PHYWE. <http://www.phywe.com/461/apg/346/pid/26391/Stirling-engine-with-an-oscilloscope.htm>; 2013