

FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM FJFI ČVUT V PRAZE	
Úloha 4: Měření dutých objemů vážením a kompresí plynu	
Měření Poissonovy konstanty vzduchu	
Datum měření: 23. 10. 2009	Jméno: Jiří Slabý
Pracovní skupina: 1	Ročník a kroužek: 2. ročník, 1. kroužek, pátek 13:30
Spolupracovala: Eliška Greplová	Hodnocení:

Abstrakt

Určovali jsme objem lahve dvěma metodami – metodou vážení $V = (1,024 \pm 0,001)\text{dm}^3$ a metodou komprese plynu $V_{lahve} = (1,030 \pm 0,009)\text{dm}^3$. Poté jsme určovali Poissonovu konstantu metodou adiabatické expanze a určili jsme ji jako $\kappa = 1,31 \pm 0,02$.

1 Úvod

Měření dutých objemů budeme provádět dvěma metodami. Zvláště užitečná je ta druhá – metoda komprese plynu. Dá se použít tam, kde nelze použít metodu první – metodu vážení – například při měření objemu cisteren.

Naším úkolem je i změření Poissonovy konstanty vzduchu. Tato konstanta má velmi zajímavou historii. Siméon Poisson tuto konstantu roku 1823 zvolil tak, aby mu při řešení úloh o šíření zvuku vycházela správně jeho rychlost [1]. Šíření zvuku (jak se později ukázalo) je adiabatický proces. Teprve později se zjistilo, že tato konstanta je charakteristikou plynu.

1.1 Pracovní úkoly

1.1.1 Měření dutých objemů vážením a kompresí plynu [2]

1. Jednolitrovou láhev zvažte prázdnou.
2. Jednolitrovou láhev zvažte plnou vody.
3. Z obou výsledků určete objem lahve.
4. Objem prázdné jednolitrové lahve určete kompresí plynu.
5. Stejným postupem změřte objem hadičky spojující byretu s měřeným prostorem. Tuto hodnotu odečtete od výsledku podle bodu 4.

1.1.2 Měření Poissonovy konstanty vzduchu [3] [4]

1. Změřte kompresí plynu objem baňky systému s kmitajícím pístkem.
2. Změřte Poissonovu konstantu metodou adiabatické expanze a současně metodou kmitajícího pístku.
3. Oba výsledky porovnejte. Výsledek metody kmitajícího pístku považujte za tabulkovou hodnotu Poissonovy konstanty.

2 Experimentální uspořádání a metody

2.1 Měření dutých objemů vážením a kompresí plynu

Pomůcky: měřený objem, speciální plynová byreta s porovnávacím ramenem, katetometr, váhy, závaží, teploměr

2.1.1 Měření objemu vážením

Vnitřní prostor nádoby vyplníme kapalinou o určité hustotě, nádobu zvážíme takto naplněnou a poté prázdnou. Vnitřní objem nádoby pak určíme jako

$$V = \frac{m_v}{\rho_v} = m_v V_v \quad (1)$$

kde ρ_v je hustota vody a V_v je objem jednotkové hmotnosti vody v odpovídajících jednotkách. Pro 1 g vody (a tudíž objem v cm^3) platí pro V_v číselný vztah

$$V_v = 0,9998(1 + 0,00018t) \left[\frac{\text{cm}^3}{\text{g}}, ^\circ\text{C} \right]$$

kde t je teplota (ve stupních Celsia).

2.1.2 Měření objemu kompresí plynu

Lahev o objemu V_{lahv} připojíme ke zvláštní byretě viz obr. 1. Nejprve při zavřeném ventilu 6 a otevřeném ventilu 5 pomocí tlaku zásobníku balónkem 3 nastavíme nulovou hladinu na stupnici a objem V_0 . Zavřeme ventil 5 a zvyšujeme tlak až se objem v byretě 1 a přilehlé nádobě zmenší na objem V_1 . Rozdíl $V_0 - V_1$ označíme ΔV . Tlaky v kapalině se musí vyrovnávat, takže z rozdílu Δh hladin v trubici 2 a byretě 1 můžeme určit změnu tlaku uvnitř nádoby Δp oproti původnímu tlaku atmosférickému p . Z Boyle-Mariottova zákona dostaneme

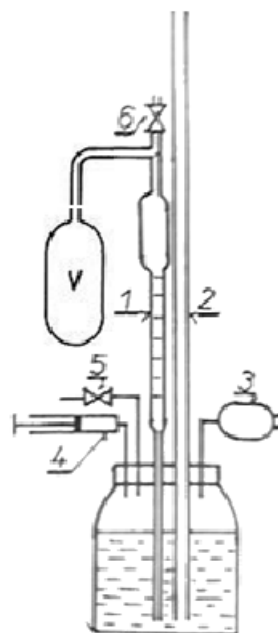
$$V = (V_0 - V_1) \frac{p}{\Delta p} \quad (2)$$

kde změnu tlaku tedy určíme podle vztahu

$$\Delta p = \Delta h \rho_v g,$$

kde g je tíhové zrychlení a ρ_v hustota vody za daných podmínek. Musíme si ale uvědomit, že v objemu V je započítán i objem trubičky spojující byretu s měřeným objemem a vodou nevyplněný objem byrety. Objem V' této části ale můžeme změřit tak, že místo měřené lahve trubicí na konci zaslepíme a opakujeme stejnou metodu. Odečtením od objemu V obdržíme výslednou hodnotu V_{lahv} .

Pro drobné nastavování úrovně komprese plynu v lze použít místo balónku 3 injekční stříkačku 4 obr. 1. Rozdíly hladin určujeme katetometrem.



Obr. 1: Aparatura k měření objemů kompresí plynů 1-byreta, 2-srovnávací trubice, 3-balónek, 4-injekční stříkačka, 5,6-ventily

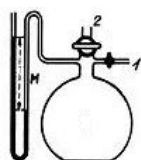
2.2 Měření Poissonovy konstanty vzduchu

Pomůcky: teploměr, barometr, skleněná baň se dvěma kohouty, otevřený manometr, gumový měch, stopky s optickou branou

Poissonova konstanta je poměr měrných tepel při stálém tlaku C_p a při stálém objemu C_V

$$\kappa = \frac{C_p}{C_V}$$

2.2.1 Měření Poissonovy konstanty vzduchu Clémentovou-Désormesovou metodou



Obr. 2: Experimentální uspořádání při Clément-Désormesově metodě

Vzduch v bání je pod atmosférickým tlakem b . Manometr je naplněn vodou. Pomocí balónku napojeného na ventil 1 při zavřeném ventilu 2 viz obr. 2 zvýšíme v bání tlak na tlak p_1 . V manometru bude rozdíl hladin h . Poté adiabaticky plyn o objemu V_1 expandujeme a to krátkým otevřením ventilu 2. Objem bude V_2 , teplota se sníží. Tlak se vyrovná s atmosférickým, takže v nádobě bude $p_2 = b$. Pak se začne plyn izochoricky oteplovat na původní teplotu. V nádobě pak bude tlak p_3 . V manometru bude pak rozdíl hladin h' . Z Poissonova zákona plyne

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\kappa.$$

Pro izotermickou změnu dostaneme z Boyle-Mariottova zákona

$$\frac{p_1}{p_3} = \frac{V_2}{V_1}.$$

Spojíme-li tyto dvě rovnice a použijeme Taylorův vzorec na logaritmus obdržíme konečný výsledek

$$\kappa = \frac{h}{h - h'}. \quad (3)$$

Pokud se zaměříme na chyby při měření je třeba si všimnout nezanedbatelnosti času přotevření ventilu. V prvním přiblížení můžeme vzít závislost κ na čase lineární.

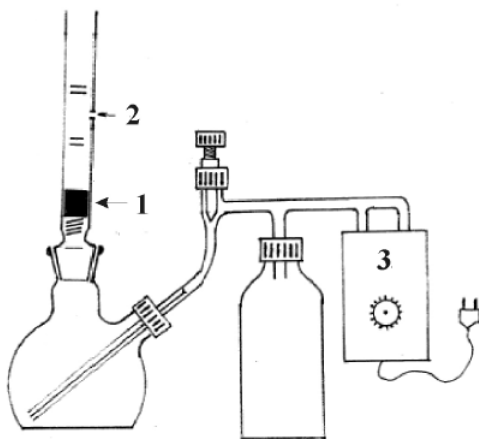
2.2.2 Měření Poissonovy konstanty vzduchu metodou kmitajícího pístku

Do baňky na obr. 3 se přivádí plyn, který nadvzdává pístek 1. Když se pístek dostane nad otvor 2, plyn unikne, pístek poklesne a znovu dochází k nadvzdávání pístku. Při vhodném nastavení pumpy 3 bude pístek kmitat kolem otvoru 2. Děj s plynem můžeme považovat za adiabatický. Můžeme pak napsat pohybovou rovnici pístku a vyjádřit změnu tlaku z rovnice adiabaty. Před lineárním členem stojí úhlová frekvence, která se dá vyjádřit i jako $\frac{2\pi}{T}$. Teď už dostáváme konečný výraz pro Poissonovu konstantu κ

$$\kappa = \frac{4mV}{T^2 p r^4}$$

kde $p = b + \frac{mg}{\pi r^2}$

m je hmotnost pístku, V objem baňky, T perioda kmitů, p okamžitý tlak v baňce, b atmosférický tlak, r poloměr pístku a g tíhové zrychlení.



Obr. 3: Experimentální uspořádání při metodě kmitajícího pístku 1–pístek, 2–otvor, 3–pumpa

3 Výsledky

3.1 Měření objemu vážením

Nejdříve jsme vážili lahev prázdnou a poté plnou, vždy včetně víčka. Pro obě varianty jsme provedli dvě měření. Výsledky jsou v tab. 1 Teplota vody byla $t = (21,0 \pm 0,1)^\circ\text{C}$. Vnitřní objem nádoby určený podle (1)

$$V = (1,024 \pm 0,001)\text{dm}^3$$

	m_{pr} [g]	m_{pl} [g]
	559,6	1580,8
	560,3	1580,2
průměr	559,9	1580,6

Tab. 1: Měření objemu vážením

3.2 Měření objemu kompresí plynu

Nejdříve jsme měřili objem trubičky a nenaplněné části byrety. Na konec trubičky jsme přišroubovali zaslepenou malou skleničku. Nastavili jsme počáteční hodnotu na 24 % objemu byrety. Pak jsme zvýšili o jeden dílek na 25 % objemu, jeden procentní bod je tedy roven rozdílu $V_0 - V_1$ a je dle výrobce roven $V_0 - V_1 = 0,656 \text{ cm}^3$. Následovalo měření výšky hladiny katetometrem. Výšku hladiny blíže k měřené lahvi jsme označili h_0 a výšku hladiny otevřené do místnosti h_1 . Hodnoty naleznete v tab. 2. Atmosférický tlak b jsme změřili barometrem jako 744 torr, což odpovídá zhruba $b = 99\,191 \text{ Pa}$. Pro každé měření jsme dopočítali objem hadičky a nevyplněné části byrety V' analogicky podle vzorce (2). Po statistickém zpracování obdržíme $V' = (63,3 \pm 0,9) \text{ cm}^3$.

h_0 [mm]	h_1 [mm]	Δh [mm]	V' [cm ³]
168,42	66,00	102,42	64,53
168,27	72,08	96,19	68,71
169,00	73,50	95,50	69,21
168,25	68,21	100,04	66,06
168,60	71,60	97,00	68,14

Tab. 2: Měření objemu hadičky a nevyplněné části byrety kompresní metodou

Vyměnili jsme zaslepenou lahvičku za měřenou lahev a tentokrát nastavili počáteční úroveň na nulu. Opět jsme zvyšovali tlak až do hodnoty 25 %. Rozdíl objemů tak byl $V_0 - V_1 = 16,4 \text{ cm}^3$. Pro každou hodnotu jsme spočítali celkový objem lahve, trubičky a nevyplněné části byrety V . Data jsou uvedena v tab. 3. Celkově dostáváme $V = (1,097 \pm 0,008) \text{ dm}^3$. Pokud odečteme trubičku a přiléhající prázdnou část byrety dostaneme konečný výsledek

$$V_{lahve} = (1,030 \pm 0,009) \text{ dm}^3.$$

h_0 [mm]	h_1 [mm]	Δh [mm]	V [dm ³]
169,99	15,08	154,91	1,067
167,51	15,09	152,42	1,084
167,57	17,44	150,14	1,101
168,47	20,32	148,15	1,115
167,19	17,51	149,69	1,104
167,00	14,11	152,89	1,081
168,80	22,58	146,22	1,130

Tab. 3: Měření objemu lahve kompresní metodou

3.3 Měření Poissonovy konstanty vzduchu

Z technických důvodů jsme neměli k dispozici funkční aparaturu k měření metodou kmitajícího pístku. Určíme tedy Poissonovu konstantu pro vzduch pouze metodou Clément-Désormesovou.

3.3.1 Měření Poissonovy konstanty vzduchu Clémentovou-Désormesovou metodou

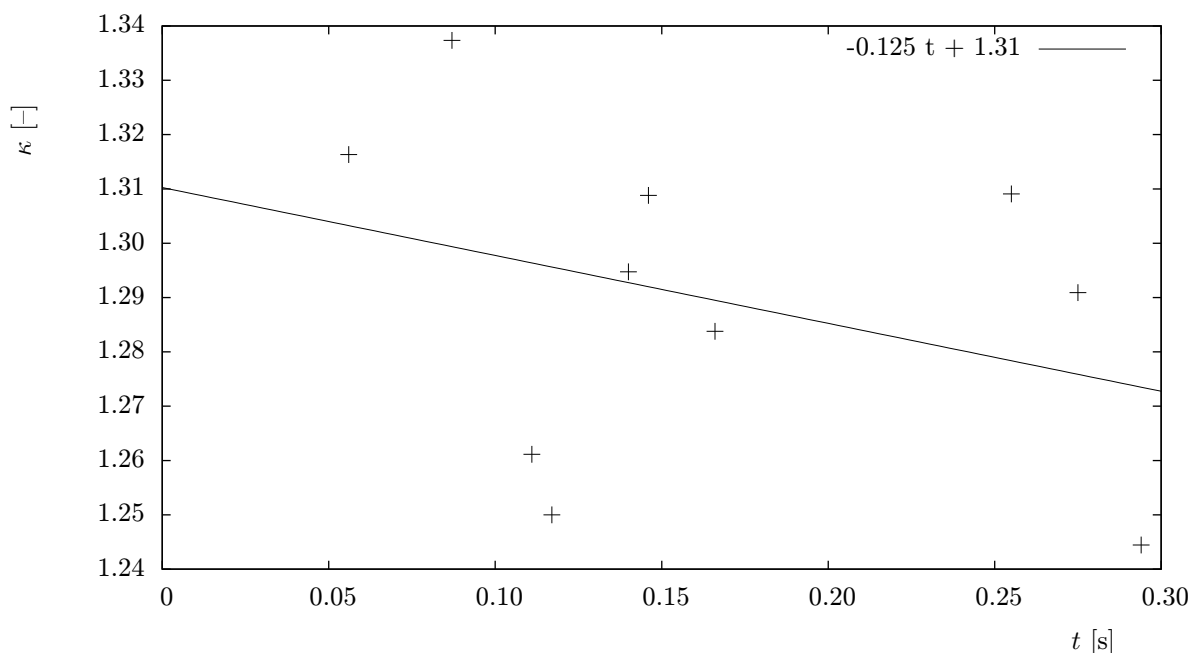
Nejdříve jsme nádobu natlakovali a chvíli čekali, až se vyrovnají teploty, pak jsme změřili počáteční rozdíl výšek hladin na manometru h . Poté jsme na krátkou dobu t otevřeli ventil a plyn provedl adiabatickou expanzi. Dobu otevření t jsme změřili stopkami s optickou branou. Pak jsme opět čekali až se výška hladin ustálí. Zapsali jsme si jejich rozdíl jako h' . Data naleznete v tab. 4. Pro každé měření jsme vypočítali Poissonovu konstantu podle vzorce (3). Tato měření jsme vynesli do obr. 4. V prvním přiblížení lze chybu způsobenou tím, že doba, po kterou je otevřen ventil, není zanedbatelná, odstranit proložením přímkou. Proložíme-li námi změřené hodnoty např. v programu gnuplot, dostaneme pro časový okamžik $t = 0$ hodnotu Poissonovy konstanty včetně chyby

$$\kappa = 1,31 \pm 0,02$$

Ještě jsme zkoušeli, jak těsní měřicí aparatura. Natlakovali jsme ji a čekali. Ovšem nedocházelo k výraznějšímu snižování tlaku, a tak jsme se po dohodě s asistentem rozhodli tento jev zanedbat a nedělat žádnou korekci.

h [cm]	h' [cm]	t [s]	κ [-]
14,4	3,4	0,255	1,31
12,3	2,8	0,140	1,29
14,2	3,2	0,275	1,29
11,2	2,2	0,294	1,24
15,0	3,0	0,117	1,25
19,8	4,1	0,111	1,26
9,5	2,1	0,166	1,28
8,9	2,1	0,146	1,31
22,2	5,6	0,087	1,34
12,9	3,1	0,056	1,32

Tab. 4: Měření Poissonovy konstanty metodou Clément-Désormesovou



Obr. 4: Závislost Poissonovy konstanty κ na časové délce otevření ventilu t

4 Diskuze

4.1 Měření objemu

Určili jsme objem lahve metodou vážení $V = (1,024 \pm 0,001)\text{dm}^3$ a objem téže lahve metodou komprese plynu $V_{lahve} = (1,030 \pm 0,009)\text{dm}^3$. V prvním případě ale musíme chybu brát velmi s rezervou, protože je určena pouze z dvojice hodnot. V druhém případě zase musíme brát ohled na pomalý pohyb rozhraní voda-vzduch. Ten mohl být způsoben např. netěsnostmi nebo ohrátím plynu v reservoáru při tlakování. Chybové intervaly obou metod se překrývají.

4.2 Měření Poissonovy konstanty vzduchu

Zde jsme bohužel mohli měřit pouze jednou metodou. Poissonova konstanta nám vyšla $\kappa = 1,31 \pm 0,02$. Tabulková hodnota je udávána $\kappa_t = 1,40$ [5]. Chyby v měření metodou Clément-Désormesovou můžeme nalézt hlavně v odhadnutí času, kdy je soustava už v rovnováze a tedy v zaznamenání správných hodnot. U metody extrapolace jsme se taktéž snažili, aby hodnoty nebyly pouze v jednom čase kolem cca 0,150 s, ale byly v celém úseku od 0,1 až po 0,25 s, což samozřejmě mohlo naopak zhoršit idealitu provedené adiabatické expanze. Zajímavé je si všimnout, že dvě hodnoty s nejnižším časem se nejvíce přiblížily tabulkové hodnotě. Bohužel se nedá říci, že by se jednalo o trend, protože následující dvě hodnoty jsou pro změnu velmi vzdálené tabulkové hodnotě.

5 Závěr

Objem lahve jsme stanovili nejdříve metodou vážení na $V = (1,024 \pm 0,001)\text{dm}^3$ a poté metodou komprese $V_{lahve} = (1,030 \pm 0,009)\text{dm}^3$. Tyto hodnoty jsou si blízké.

Poissonovu konstantu pro vzduch jsme určili jako $\kappa = 1,31 \pm 0,02$, což znamená, že tabulková hodnota $\kappa_t = 1,40$ je vyšší.

6 Literatura

- [1] ŠTOLL, I., *Dějiny fyziky*, 1.vyd., Praha, 584 s, Prometheus, 2009
- [2] FJFI ČVUT, *Měření dutých objemů vážením a kompresí plynu* [online], [cit. 28. října 2009], <http://praktika.fjfi.cvut.cz/objemy/Objemy.pdf>
- [3] FJFI ČVUT, *Určení Poissonovy konstanty vzduchu* [online], [cit. 28. října 2009], <http://praktika.fjfi.cvut.cz/Poisson/Poisson.pdf>
- [4] FJFI ČVUT, *Určení Poissonovy konstanty metodou kmitajícího pístku* [online], [cit. 28. října 2009], <http://fyzport.fjfi.cvut.cz/Praktika/PoissonPist/mans/Cespiro/praktika.pdf>
- [5] MIKULČÁK, J., *Matematické, fyzikální a chemické tabulky a vzorce pro střední školy*, 1. vyd., Praha, 278 s, Prometheus, 2006