

Datum měření: 8.11.2013

Skupina: 7

Jméno: David Roesel

Kroužek: ZS 5

Spolupracovala: Tereza Schönfeldová Klasifikace:

## 1 Pracovní úkoly

1. DÚ: V domácí přípravě diskutujte rozdíl mezi  $pV$  diagramem Carnotova cyklu a Stirlingova procesu. Dále porovnejte účinnosti těchto dvou procesů a diskutujte, který je účinnější.
2. Spočítejte celkový výkon lihového vařiče  $P_L$ .
3. Správně ztotožněte osy na osciloskopu (napětí) s osami  $pV$  diagramu.
4. Naměřte a následně nakreslete do grafu závislost elektrického výkonu  $P_e$  na počtu otáček  $N$ . Tuto závislost proložte polynomem 2. stupně a určete při jakých otáčkách má stroj největší výkon. Alespoň pro tři body grafu zaznamenejte příslušný  $pV$  diagram.
5. Sestavte Stirlingův stroj jako chladničku, zaznamenejte  $pV$  diagram ve chvíli kdy  $\Delta T < 0$  a diskutujte jeho tvar.
6. Porovnejte elektrickou práci  $W_e$  a plochu pod křivkou  $W_{pV}$  v  $pV$  diagramu.
7. Spočítejte účinnosti a diskutujte rozdíly mezi výsledky.

## 2 Vypracování

### 2.1 Použité přístroje

Stirlingův motor, lihový vařič se skleněným závětrím,  $pV$   $NT$  měřící jednotka, 2-kanálový osciloskop, regulovatelný zdroj 0-20 V, lůh, kabely, ampérmetr, voltmetr, odporová dekáda, mobilní telefon.

### 2.2 Teoretický úvod

#### 2.2.1 Stirlingův stroj

Celý pokus probíhá měření s teplovzdušným Stirlingovým motorem. Tento motor prochází při každém cyklu postupně čtyřmi fázemi:

1. Izotermální expanze, systému je dodáváno teplo a koná se na něm práce

$$V_1 \rightarrow V_2, \quad p_1 \rightarrow p_2, \quad T_1 = \text{konst.}$$

2. Izochorický proces, dochází k ochlazení plynu

$$T_1 \rightarrow T_2, \quad p_2 \rightarrow p_3, \quad V_2 = \text{konst.}$$

3. Izotermální komprese, systém vydává teplo a koná práci

$$V_2 \rightarrow V_1, \quad p_3 \rightarrow p_4, \quad T_2 = \text{konst.}$$

4. Izochorický proces, dochází k ohřívání plynu

$$T_2 \rightarrow T_1, \quad p_4 \rightarrow p_1, \quad V_1 = \text{konst.}$$

Stirlingův motor obsahuje dva písty s posunutou fází, přičemž ve vodorovné části nedochází ani ke změnám objemu - pohyb pístu v ní pouze mění teplotu. Všechny změny objemu koná vertikální píst.

Dodáváme-li do izolovaného systému teplo, platí

$$dQ = dU + dW, \quad (1)$$

kde  $dQ$  je změna tepla v systému,  $dU$  je změna jeho vnitřní energie a  $dW$  je vykonaná práce.

Stirlingův motor teplo uvolněné jako odpad zachytává a recykluje. Tento tzv. princip regenerace zvyšuje účinnost cyklu. Mechanická práce je dodávána pouze během 1. a 3. fáze, během izotermálních procesů se pak nemění vnitřní energie, a proto je vykonaná práce rovna změně tepla. Uvažujeme-li ideální plyn, pro který platí

$$pV = nRT, \quad (2)$$

kde  $p$  je tlak plynu,  $V$  jeho objem,  $n$  počet molů plynu,  $R$  molární plynová konstanta a  $T$  termodynamická teplota plynu, pak pro práci platí vztah

$$dW = p \cdot dV, \quad W = \int_1^2 p \cdot dV. \quad (3)$$

Práce vykonaná strojem během 1. fáze je dána jako

$$W_1 = nRT_1 \int_1^2 \frac{dV}{V} = nRT_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right), \quad (4)$$

celková práce  $W_t$  je pak rovna

$$W_t = W_1 + W_3 = nR(T_1 - T_2) \ln \frac{V_2}{V_1}. \quad (5)$$

O tom, zda Stirlingův stroj dodává (motor) nebo spotřebovává (chladnička) práci, rozhoduje poměr teplot, tedy jestli platí  $T_1 > T_2$  či naopak.

Maximální tepelná účinnost je rovna poměru celkové práce ku dodanému teplu a platí vztah

$$\eta_{th} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \quad (6)$$

### 2.2.2 Výkon lihového vaříče

Pro výkon lihového vaříče platí

$$P_L = \frac{H \cdot \Delta m}{t}, \quad (7)$$

kde  $H$  je výhřevnost paliva,  $\Delta m$  hmotnost spáleného paliva a  $t$  doba hoření.

### 2.2.3 Výkon z účinnosti

Z elektrického výkonu  $P_e = U \cdot I$  a výkonu lihového vaříče  $P_L$  můžeme spočítat práci jako

$$W_e = \frac{P_e}{f}, \quad W_L = \frac{P_L}{f}, \quad (8)$$

kde  $U$  je napětí,  $I$  je proud a  $f$  je frekvence otáček.

Celková účinnost našeho Stirlingova stroje  $\eta$  je dána vztahem

$$\eta = \eta_0 \cdot \eta_c \cdot \eta_i \cdot \eta_e = \frac{W_1}{W_L} \cdot \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot \frac{W_{pV}}{W_t} \cdot \frac{W_e}{W_{pV}} = \frac{P_e}{P_L}, \quad (9)$$

kde  $W_1$  je práce vykonaná v první části cyklu,  $W_t$  práce za celý cyklus,  $W_L$  práce ohřívače,  $W_e$  elektrická práce a  $W_{pV}$  práce spočítaná přes plochu uzavřenou křivkou v  $pV$  diagramu.

## 2.3 Postup měření

### 2.3.1 Kalibrace a příprava měření

Ze všeho nejdříve bylo třeba nakalibrovat  $pVNT$  jednotku. Zkontrolovali jsme zapojení kabelů a přítomnost gumičky na správném převodu dynama. Ponořením vodičů do kádinky s vodou jsme zkalibrovali teplotu a ručním posunutím převodu také objem. Dále jsme doplnili a zvažili lihový vaříč, poté jsme tento zapálili, začali měřit čas a čekali, než dosáhne rozdíl teplot hodnoty  $\Delta T > 80$  °C.

### 2.3.2 Měření elektrického výkonu

Po dosažení kýženého rozdílu teplot jsme nastartovali motor. Obvod jsme zapojili dle schématu na Obr. 1, na dekádě nastavili dostatečně velký odpor a přepnuli páčku na stroji do pozice "*MOTOR*". Při vlastním měření jsme postupovali podle následujícího postupu:

1. Nastavíme odpor na zvolenou hodnotu.
2. Vyčkáme, dokud se hodnoty neustálí (řádově minuty).
3. Pomocí kurzoru odečteme první část měřených veličin (napětí, proud, frekvenci, teploty a jejich rozdíl).
4. Z osciloskopu odečteme zbytek hodnot ( $\Delta y$ ,  $\Delta x$  a absolutní hodnotu  $y$ ).
5. Předchozí kroky opakujeme pro alespoň 10 měření a u některých si vyfotíme (případně fixkou obkreslíme) tvar křivky na osciloskopu.

### 2.3.3 Zapojení stroje jako chladničky

Po naměření hodnot v předchozím úkolu jsme rozpojili obvod a do vstupů označených "*OUTPUT*" zapojili externí zdroj, kterým jsme začali motor roztáčet po přepnutí motoru na mód "*GENERATOR*". Pozorovali jsme, jak klesal podíl hodnot a v momentu, kdy dosáhl záporných hodnot, jsme ho obkreslili.

### 2.3.4 Domácí úkol

Domácí úkol byl vypracován v domácí přípravě, viz přílohy.

## 2.4 Naměřené hodnoty

### 2.4.1 Výkon lihového vaříče

V tabulkách [3] jsme našli výhřevnost lihu jako  $H = 28865$  kJ/kg, hmotnost spáleného lihu jsme určili na  $\Delta m = (32,3 \pm 0,1)$  g a čas jsme změřili s přesností na jednu sekundu na 1 hodinu, 19 minut a 57 sekund. Pomocí těchto hodnot jsme určili výkon lihového vaříče (7) i s chybou (15) na

$$P_L = (194,4 \pm 0,6) \text{ W}. \quad (10)$$

### 2.4.2 Měření elektrického výkonu

Naměřené hodnoty jsou v Tab. 1, závislost elektrického výkonu  $P_L$  na počtu otáček  $N$  je vynesena v grafu na Obr. 2. Z proložení polynomem druhého stupně a jeho následné derivace jsme počet otáček, při kterém dosahuje výkon maxima, určili na

$$N_{max} = (600 \pm 100) \text{ rpm.} \quad (11)$$

Pro tři hodnoty otáček (835, 830 a 647 rpm) jsme obkreslili  $pV$  diagramy (Obr. P2, P3 a P5) a podle zapsaných rozsahů a konstant  $V_1 = 32 \text{ cm}^3$ ,  $V_2 = 42 \text{ cm}^3$  a  $\Delta p/\Delta U = 334 \text{ hPa/V}$  jsme určili osy  $pV$  diagramů.

### 2.4.3 Zapojení stroje jako chladničky

Pro zapojení stroje jako chladničky jsme nezaznamenávali žádné hodnoty. Obkreslený  $pV$  diagram z osciloskopu je na Obr. P6.

### 2.4.4 Práce a účinnosti

Pro každý z obkreslených  $pV$  diagramů při měření elektrického výkonu jsou v Tab. 2 vyneseny příslušné práce a účinnosti.

## 2.5 Diskuse

### 2.5.1 Výkon lihového vaříče

Při měření výkonu lihového vaříče se nám pomocí skleněného závětrí, doufejme, podařilo co nejvíce zamezit nerovnoměrnému hoření, zcela se nám to ale určitě nepovedlo. Měření by se dalo zpřesnit větším naplněním vaříče a měřením za ještě delší časový úsek.

### 2.5.2 Měření elektrického výkonu

Během určování otáček, při kterých je stroj nejúčinnější, docházelo k největším nepřesnostem vlivem toho, že se hodnoty většiny veličin ani po deseti a více minutách dostatečně neustálily. Všechny hodnoty také nešly zaznamenat najednou, takže se mohlo snadno stát, že za dobu opisování otáček a teplot se změnilo napětí či obráceně. Chyby měření jednotlivých veličin neměly na velikost chyby fitu ani zdaleka takový vliv. Ačkoliv je relativní velikost chyby větší než 30 %, z fitu je dobře vidět, že maximum opravdu nastává někde v okolí hodnoty  $N = 600 \text{ rpm}$ .

K překreslení  $pV$  diagramů na milimetrový papír jsme využívali dvou různých metod. Zkoušeli jsme, jak radilo zadání, fixem obkreslovat křivku z osciloskopu na fólii, ale tato metoda byla velmi nepřesná. Přenesení na milimetrový papír jsme tedy nakonec provedli vyfocením displeje osciloskopu na mobilní telefon. V počítači jsme následně snímky patřičně ořízli a vyrovnali perspektivu. Výsledné diagramy jsou na Obr. 3, 4, 5 a pro zapojení stroje jako chladničky na Obr. 6. Tyto jsme potom vystříhli a obkreslili na milimetrový papír.

### 2.5.3 Účinnosti

Účinnosti vyšly všechny menší než 1 a součin dílčích účinností dává stejnou hodnotu jako přímý poměr elektrického výkonu  $P_e$  a výkonu lihového vaříče  $P_L$ . Finální účinnost vychází velmi malá, což je převážně zapříčiněno malou účinností ohříváče. Většina tepla z lihového vaříče přecházela do okolí a neohřívala tak plyn ve stroji. Účinnost by se možná dala zlepšit hledáním efektivnější pozice vaříče. Druhou nejmenší účinnost mělo ve dvou případech dynamo, což bylo způsobeno velikostí odporu v obvodu. Porovnáme-li první a třetí graf, zjistíme, že se účinnost dynamu zvedla o více než trojnásobek. Celkově by se účinnost dala zvýšit použitím méně ztrátové metody zahřívání horizontálního pístu, zapojením ohříváče, který umožňuje dosáhnout vyšších teplot, případně nahrazením převodů méně ztrátovými.

#### 2.5.4 Zapojení stroje jako chladničky

Když se rozdíl teplot blížil nule, začala se nule blížit i vykonaná práce. V momentu, kdy se teploty  $T_1$  a  $T_2$  rovnaly, byla na osciloskopu vidět jen jedna izoterma a křivka neuzavírala žádnou plochu. Poté co jsme pomocí externího zdroje udržovali stroj v běhu, zmenšoval se dále rozdíl teplot a stroj začal fungovat jako chladnička. Plocha uzavřená křivkou byla menší než při předchozím měření, práce byla tentokrát spotřebována na ochlazování a kurzor, který křivku vykresloval, obíhal v opačném směru. Křivka z osciloskopu je vynesena na Obr. P6 a je na ní vidět její *banánovitý* tvar.

### 3 Závěr

V domácí přípravě jsme diskutovali rozdíl mezi  $pV$  diagramy Carnotova a Stirlingova cyklu a porovnali jsme jejich účinnost. Dále jsme spočítali celkový výkon lihového vaříče na  $P_L = (194,4 \pm 0,6)$  W. Poté jsme pomocí naměřených hodnot ztotožnili osy na osciloskopu s osami  $pV$  diagramu. Úspěšně jsme určili počet otáček  $N_{max} = (600 \pm 100)$  rpm, při kterých dosahuje náš Stirlingův motor největšího výkonu. Zaznamenali jsme 3  $pV$  diagramy při měření výkonu a jeden pro zapojení stroje jako chladničky. Nakonec jsme spočítali účinnosti jednotlivých částí experimentu pro určitá měření a určili celkovou účinnost stroje na řádově  $\eta_t = 0,1$  %.

### 4 Použitá literatura

- [1] Kolektiv KF, *Návod k úloze: Stirlingův stroj* [Online], [cit. 9. února 2014]  
[http://praktikum.fjfi.cvut.cz/pluginfile.php/2128/mod\\_resource/content/4/Stirling\\_v4.pdf](http://praktikum.fjfi.cvut.cz/pluginfile.php/2128/mod_resource/content/4/Stirling_v4.pdf)
- [2] Kolektiv KF, *Chyby měření* [Online], [cit. 9. února 2014]  
<http://praktikum.fjfi.cvut.cz/documents/chybynav/chyby-o.pdf>
- [3] J. Mikulčák a kol., *Matematické, fyzikální a chemické tabulky & vzorce*. Prometheus, Praha 2009.  
ISBN 978-80-7196-264-9

## Část I

# Přílohy

### 4.1 Domácí příprava

Domácí příprava je přiložena k protokolu.

### 4.2 Statistické zpracování dat

Pro statistické zpracování využíváme aritmetického průměru:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (12)$$

jehož chybu spočítáme jako

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad (13)$$

kde  $x_i$  jsou jednotlivé naměřené hodnoty,  $n$  je počet měření,  $\bar{x}$  aritmetický průměr a  $\sigma_0$  jeho chyba [2].

Při nepřímém měření počítáme hodnotu s chybou dle následujících vztahů:

$$u = f(x, y, z, \dots), \quad (14)$$

$$x = (\bar{x} \pm \sigma_x), \quad y = (\bar{y} \pm \sigma_y), \quad z = (\bar{z} \pm \sigma_z), \quad \dots,$$

kde  $u$  je veličina, kterou určíme nepřímo z měřených veličin  $x, y, z, \dots$

Pak

$$\begin{aligned} \bar{u} &= f(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \dots), \\ \sigma_u &= \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \sigma_y^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 \sigma_z^2 + \dots}, \\ u &= (\bar{u} \pm \sigma_u). \end{aligned} \quad (15)$$

V případě, že máme několik různě přesných měření stejné veličiny, používáme vztah pro vážený průměr:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n p_i x_i}{\sum_{i=1}^n p_i}, \quad (16)$$

kde  $\bar{x}$  je vážený průměr,  $x_i$  jsou jednotlivá měření a pro  $p_i$  platí

$$p_i = \frac{1}{\sigma_i^2}, \quad (17)$$

kde  $\sigma_i$  jsou jednotlivé chyby daných měření.

Celkovou chybu tedy vypočítáme ze vztahu

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^n p_i}}. \quad (18)$$

### 4.3 Tabulky

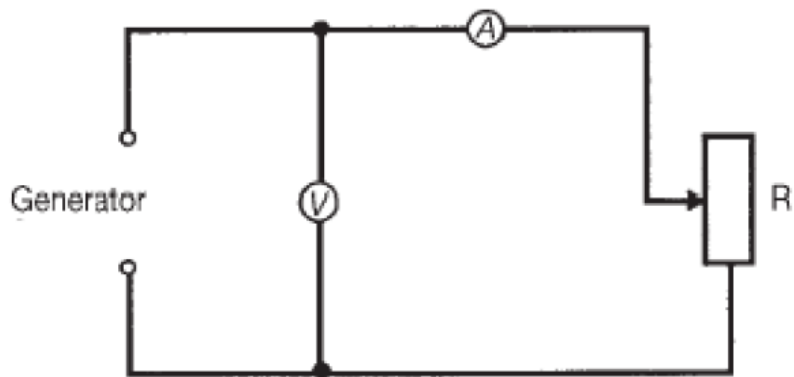
$N$ [rpm]	$I$ [mA]	$\sigma_I$ [mA]	$U$ [V]	$\sigma_U$ [V]	$P_e$ [mW]	$\sigma_{P_e}$ [mW]
850	10,00	0,01	6,80	0,01	68,0	0,1
835	12,10	0,01	6,90	0,01	83,5	0,1
830	17,50	0,03	6,80	0,01	119,0	0,2
822	19,00	0,03	6,70	0,01	127,3	0,3
777	21,75	0,03	6,60	0,01	143,6	0,3
780	22,50	0,03	6,10	0,01	137,3	0,3
754	26,50	0,03	5,90	0,01	156,4	0,3
714	46,00	0,10	5,50	0,01	253,0	0,7
647	56,00	0,10	4,80	0,01	268,8	0,7
582	64,00	0,10	3,70	0,01	236,8	0,7
445	100,00	0,10	2,00	0,01	200,0	1,0
351	108,00	0,10	1,20	0,01	130,0	1,0

Tab. 1: Měření elektrického výkonu;  $N$  je frekvence otáčení motoru,  $I$  a  $\sigma_I$  proud odečtený z ampérmetru a jeho chyba,  $U$  a  $\sigma_U$  napětí odečtené z voltmetru a jeho chyba,  $P_e$  a  $\sigma_{P_e}$  spočítaný elektrický výkon a jeho chyba (15).

$N$ [rpm]	$W_e$ [J]	$\sigma_{W_e}$ [J]	$W_{pV}$ [J]	$\sigma_{W_{pV}}$ [J]	$\eta_o$ [-]	$\eta_c$ [-]	$\eta_i$ [-]	$\eta_d$ [-]	$\eta_t$ [-]	$\sigma_{\eta_t}$ [-]
835	0,0060	0,0001	0,0370	0,0001	0,084	0,32	0,10	0,16	0,00043	0,00001
830	0,0086	0,0001	0,0372	0,0001	0,083	0,32	0,10	0,23	0,00061	0,00001
647	0,0249	0,0001	0,0389	0,0001	0,066	0,33	0,10	0,64	0,00138	0,00001

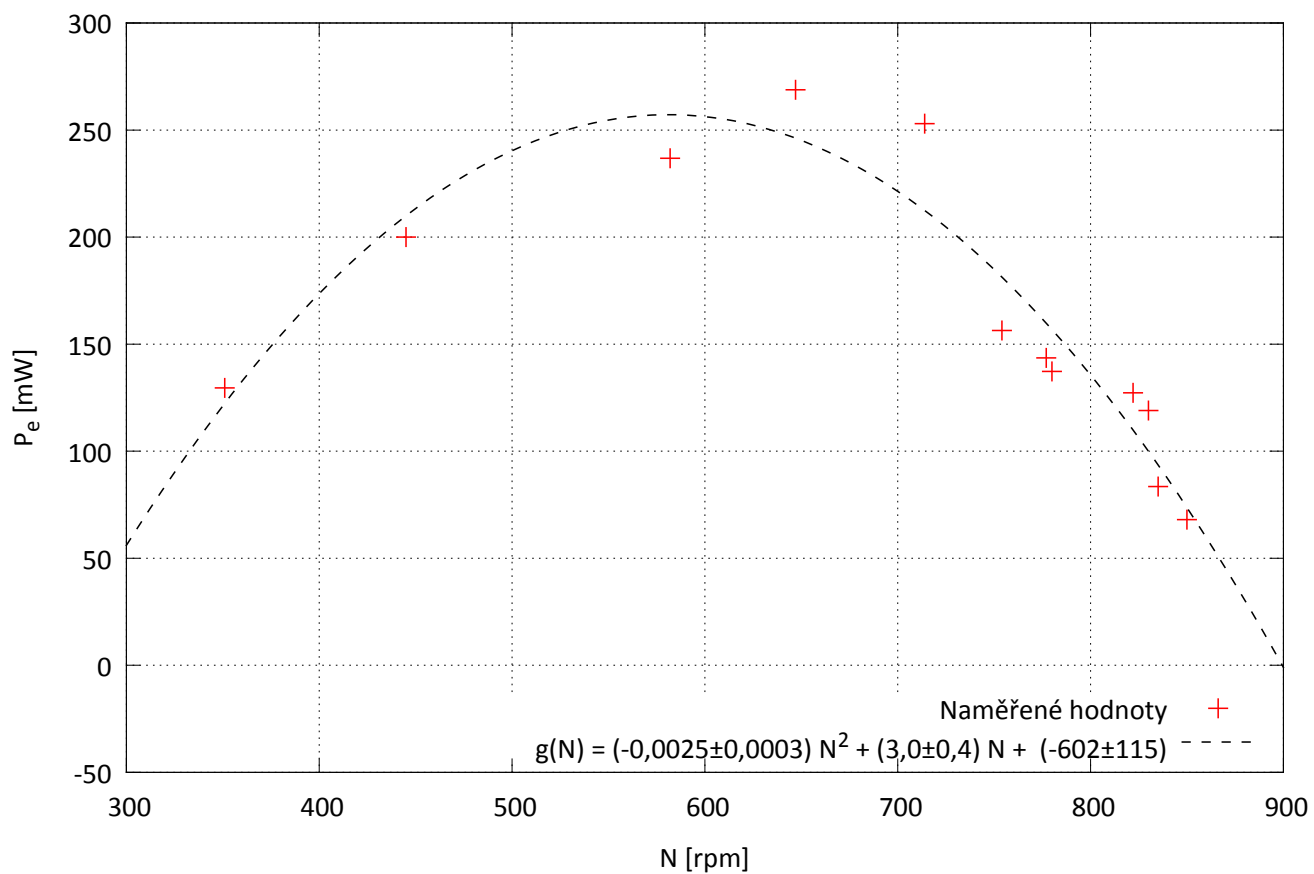
Tab. 2: Práce a účinnosti;  $N$  je frekvence motoru,  $W_e$  a  $\sigma_{W_e}$  elektrická práce a její chyba (15),  $W_{pV}$  a  $\sigma_{W_{pV}}$  práce z obsahu plochy a její chyba,  $\eta_o$  účinnost ohříváče,  $\eta_c$  účinnost Carnotova cyklu,  $\eta_i$  vnitřní účinnost Stirlingova stroje,  $\eta_d$  účinnost dynama,  $\eta_t$  a  $\sigma_{\eta_t}$  celková účinnost a její chyba (15).

## 4.4 Schémata



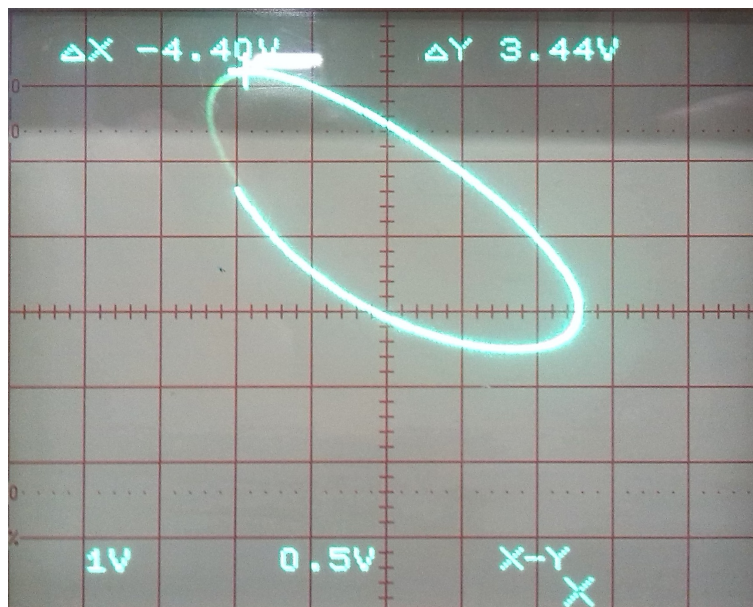
Obr. 1: Schéma zapojení z [1].

## 4.5 Grafy

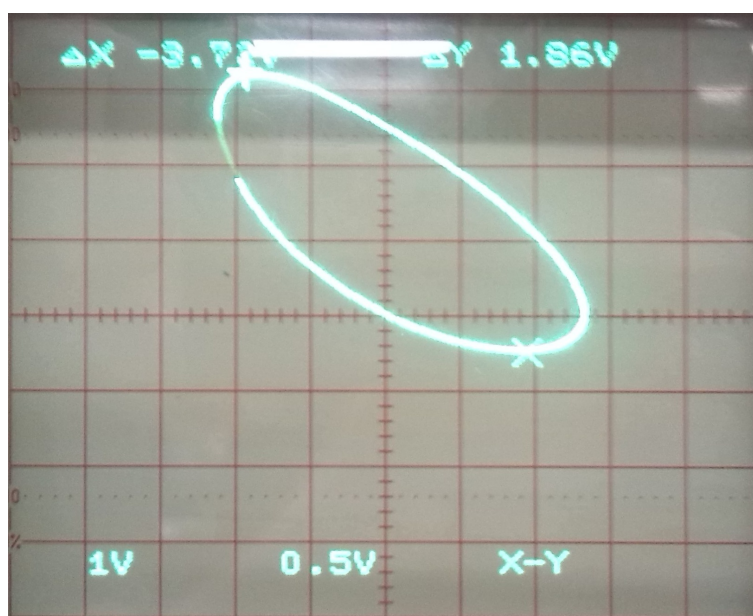


Obr. 2: Graf elektrického výkonu  $P_e$  v závislosti na frekvenci otáček motoru  $N$ . Naměřené hodnoty jsme proložili polynommem druhého stupně.

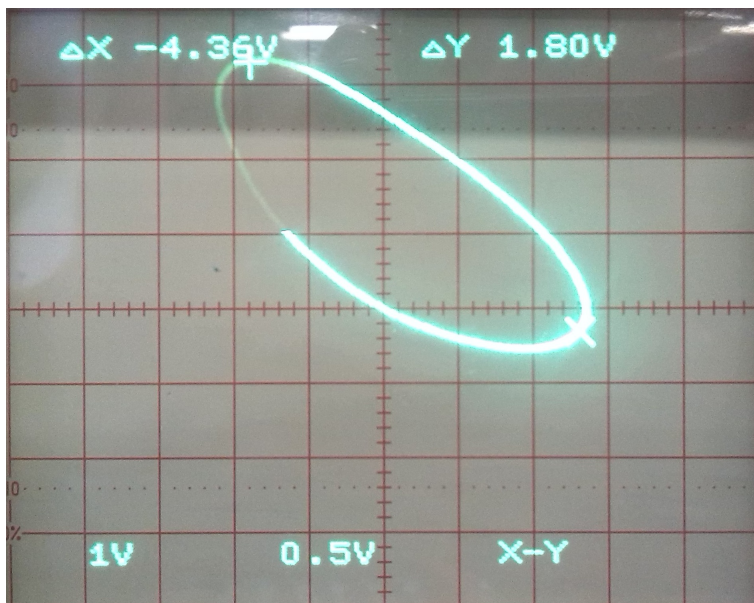




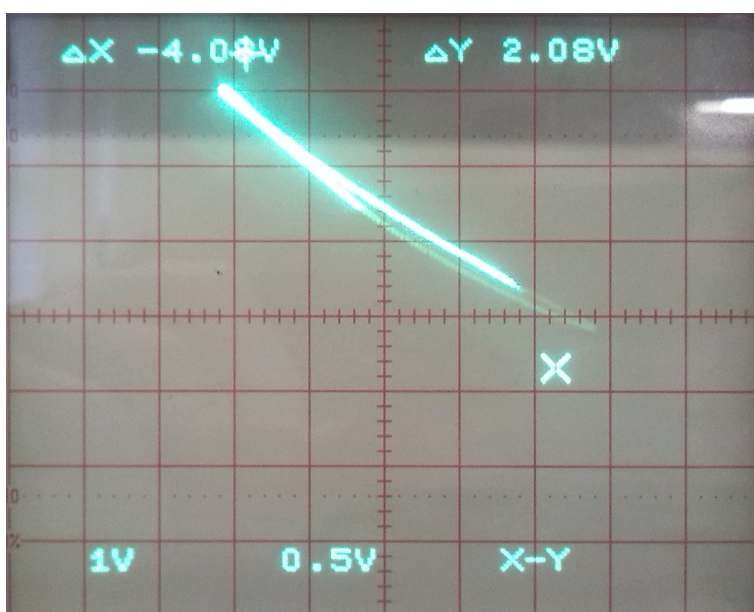
Obr. 3: Záznam displeje z osciloskopu pro  $N = 835$  rpm.



Obr. 4: Záznam displeje z osciloskopu pro  $N = 830$  rpm.



Obr. 5: Záznam displeje z osciloskopu pro  $N = 647$  rpm.



Obr. 6: Záznam displeje z osciloskopu pro zapojení stroje jako chladničky.