

Aufgabe 1

a) Für die Basiszustände $|\spadesuit\rangle$, $|\star\rangle$, $|\diamond\rangle$ gilt:

$$\langle\spadesuit|\spadesuit\rangle = 1, \langle\star|\star\rangle = 1, \langle\diamond|\diamond\rangle = 1$$

$$\langle x|x\rangle = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \langle\spadesuit|\spadesuit\rangle + \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \langle\star|\star\rangle + \frac{1+i}{2} \cdot \frac{1-i}{2} \cdot \langle\diamond|\diamond\rangle = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1-i^2}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$\langle y|y\rangle = \frac{i}{2} \cdot \left(\frac{-i}{2}\right) + \left(\frac{-i}{2}\right) \cdot \frac{i}{2} + \frac{1-i}{2} \cdot \frac{1+i}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = 1$$

$$\langle w|w\rangle = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \left(\frac{-2i}{3}\right) \cdot \left(\frac{2i}{3}\right) + \left(\frac{-2i}{3}\right) \cdot \left(\frac{2i}{3}\right) = \frac{1}{9} + \frac{4}{9} + \frac{4}{9} = 1$$

$$\langle x|y\rangle = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{-i}{2}\right) + \left(\frac{-1}{2}\right) \cdot \frac{i}{2} + \frac{1+i}{2} \cdot \frac{1+i}{2} = \frac{-i}{4} - \frac{i}{4} + \frac{2i}{4} + \frac{i^2}{4} = \frac{-2i}{4} + \frac{2i}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = 0$$

$\Rightarrow |x\rangle$ und $|y\rangle$ sind orthogonal.

Aufgabe 2

a)