

해석학 1 기말고사 (타전공 학생용) 2021 06 01

배점 1번~5번: 각 10pt 6번: 10pt+10pt 7번~8번: 각 10pt

1. 급수 $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(\ln n)^3}{n\sqrt{n}}$ 의 수렴-발산 여부를 판정하시오
2. 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{\sqrt{n}}$ 의 수렴-발산 여부를 판정하시오
3. 함수 $f(x) = \begin{cases} x^3 - 1, & x = \text{유리수} \\ 0, & x = \text{무리수} \end{cases}$ 라 하자
 f 가 연속인 점과 연속이 아닌 점(들)을 이유와 함께 제시하시오
4. 다음 세 가지 성질을 동시에 만족하는 함수 $f: (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ 를 모두 제시하시오
 (i) f 는 점 $x = 0$ 에서 연속 (ii) $f(x) = f(x^2) \quad \forall x \in (-1, 1)$ (iii) $f(-0.5) = 2021$
5. 연속함수 $f: [0, 2021] \rightarrow [0, 2021]$ 에 대하여, 다음 사실이 성립함을 증명하시오
 $f(c) = c$ 인 점 c 가 구간 $[0, 2021]$ 에 존재한다
6. 다음 거듭제곱급수의 수렴반지름(radius of convergence)을 각각 구하시오 (이유 제시 필요)
 (i) $1 - \frac{x^2}{3!} + \frac{x^4}{5!} - \frac{x^6}{7!} + \dots$ --- 10pt
 (ii) $\sum_{n=0}^{\infty} 10(\cos n)x^n$ --- 10pt
7. 함수 $f(x) = \sin^{2021} x \cdot \cos^{2023} x$ 가 $\mathbb{R} = (-\infty, \infty)$ 에서 고른연속(uniformly continuous)인지 판정하시오
8. 다음 세 가지 성질을 동시에 만족하는 함수 f 의 예를 증명과 함께 제시하시오
 (i) f 는 \mathbb{R} 에서 연속 (ii) f 는 \mathbb{R} 에서 유계 (iii) f 는 \mathbb{R} 에서 고른연속이 **아님**