

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Национальный исследовательский университет
ИТМО»

Учебно-исследовательская работа №2

по дисциплине

«Моделирование»

Выполнил: Батаргин Егор Александрович

Группа: Р3332

ИТМО.ID: 335189

г. Санкт-Петербург, 2024 г.

Оглавление

Цель работы	3
Задание	3
Система 1. Исходные данные	3
Система 1. Схема перехода состояний	5
Система 1. Матрица интенсивностей переход	6
Система 1. Таблица стационарных вероятностей	6
Система 2. Исходные данные	6
Система 2. Схематичное представление:	7
Система 2. Схема перехода состояний	9

Цель работы

Изучение метода марковских случайных процессов и его применение для исследования

простейших моделей - систем массового обслуживания (СМО) с однородным потоком заявок.

Задание

Разработка и расчет марковских моделей одно- и многоканальных СМО с однородным потоком заявок и выбор наилучшего варианта построения СМО в соответствии с заданным критерием эффективности. В процессе исследований для расчета характеристик функционирования СМО используется программа MARK.

Система 1. Исходные данные

Вариант	Система 1	
3	П	ЕН
	2	3/0

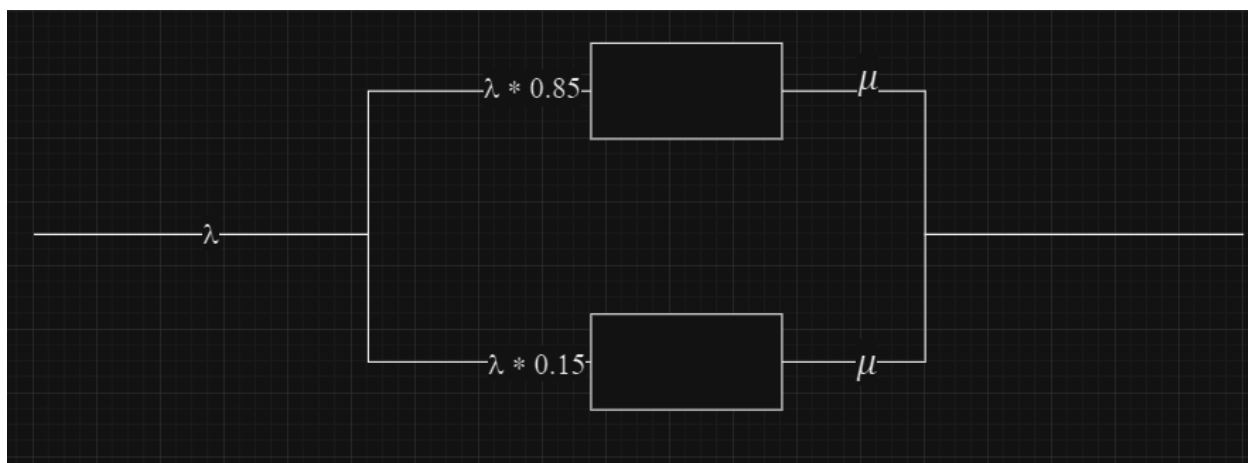
Вариант	Система 2	
4	П	ЕН
	2 (Е2)	1/0

Номер варианта	Интенсивность потока	Ср. длит. обслуживания	Вероятность занятия прибора		
	λ , 1/с	b, с	П1	П2	П3
32	0,7	8	0,85	0,1	0,05

$$P1 = \lambda * П1 = 0.7 * 0.85 = 0.595$$

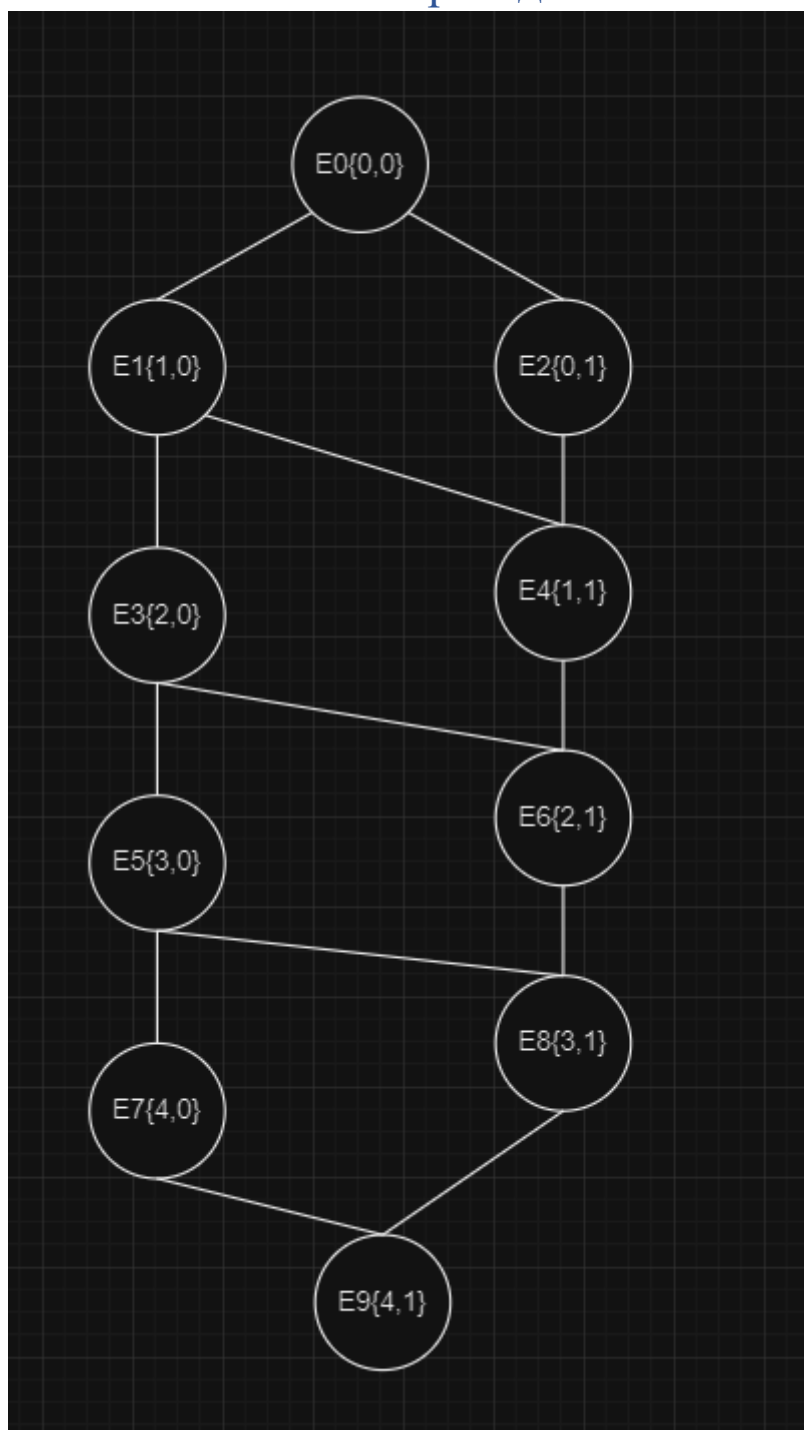
$$P2 = \lambda * (П2 + П3) = 0.7 * 0.15 = 0.105$$

$$\mu = 1/b = 1/8 = 0.125$$



Схематичное представление Системы1

Система 1. Схема перехода состояний



Система 1. Матрица интенсивностей переходов

Список элементов матрицы		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Имя	Значение	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
P1	0.5950	0	P1	P2	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
P2	0.1050	0	0.0000	2	P1	P2	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
I	0.1250	0.0000	I	I	3	0.0000	P1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	I	0.0000	4	P1	P2	0.0000	0.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	0.0000	I	I	5	0.0000	P1	0.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	I	0.0000	6	P1	P2	0.0000
		0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	I	I	7	0.0000	P1
		0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	I	0.0000	8	P2
		0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	I	I	I	9

Система 1. Таблица стационарных вероятностей

p0	0.0013
p1	0.0030
p2	0.0043
p3	0.0111
p4	0.0164
p5	0.0400
p6	0.0645
p7	0.1398
p8	0.2724
p9	0.4471

Система 1. Результаты и вычислительные формулы

Характеристика	Прибор	Расчетная формула	Результат
Нагрузка	П1	$y_1 = \lambda * P1 / \mu$	0.588
	П2	$y_2 = \lambda * P2 / \mu$	3.332
	Сумм.	$y = y_1 + y_2$	3.92
Загрузка	П1	$p_1 = p_1 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 + p_9$	1.3543
	П2	$p_2 = p_2 + p_4 + p_6 + p_8 + p_9$	0.8047
	Сумм.	$p = p_1 + p_2$	2.159
Длина очереди	П1	$l_1 = p_3 + p_6 + p_5 * 2 + p_8 * 2 + p_7 * 3 + p_9 * 3$	3.1811
	П2	$l_2 = 0$	0
	Сумм.	$L = l_1 + l_2$	3.1811
Число заявок	П1	$m_1 = p_1 + p_4 + 2 * p_3 + 2 * p_6 + 3 * p_5 + 3 * p_8 + 4 * p_7 + 4 * p_9$	4.5354

	П2	$m2 = p2 + p4 + p6 + p8 + p9$	0.8047
	Сумм.	$M = m1 + m2$	5.3401
Вероятность потери	П1	$p1 = p7 + p9$	0.5869
	П2	$p2 = p2 + p4 + p6 + p8 + p9$	0.8047
	Сумм.	$p = P1 * pi1 + P2 * pi2$	0.540421
Производительность	П1	$ly1 = \lambda * P1 * (1 - p1)$	0.03036285
	П2	$ly2 = \lambda * P2 * (1 - p2)$	0.08134245
	Сумм.	$ly = ly1 + ly2$	0.1117053
Время ожидания	П1	$w1 = l1/ly1$	104.7694798
	П2	$w2 = l2/ly2$	0
	Сумм.	$w = ly1 * w1/ly + ly2 * w2/ly$	28.47761028
Время пребывания	П1	$u1 = m1/ly1$	149.3733296
	П2	$u2 = m2/ly2$	9.89274358
	Сумм.	$u = M/ly$	47.80525185

Система 2. Исходные данные

Вариант	Система 2	
4	П	ЕН
	2 (Е2)	1/0

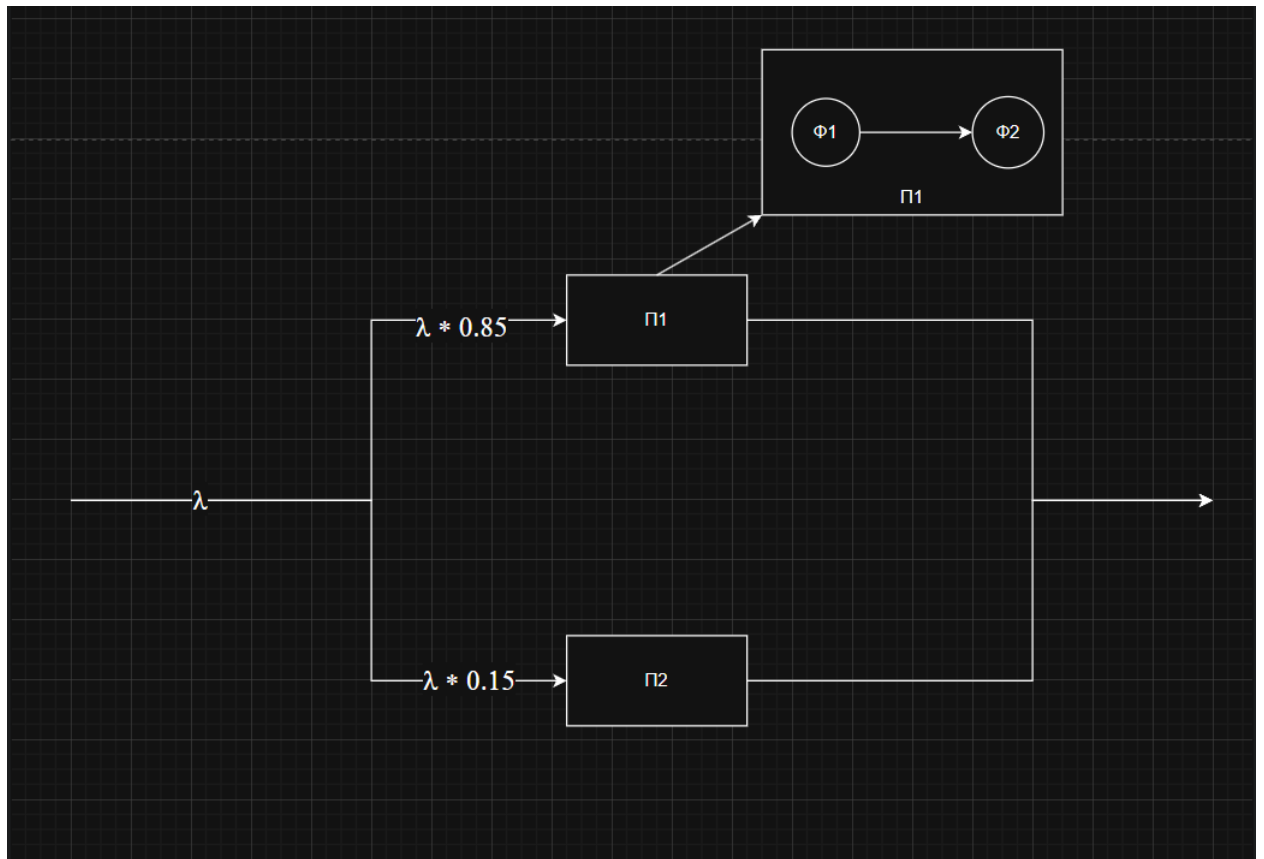
Номер варианта	Интенсивность потока	Ср. длит. обслуживания	Вероятность занятия прибора		
	$\lambda, 1/c$	b, c	П1	П2	П3
32	0,7	8	0,85	0,1	0,05

$$P1 = \lambda * П1 = 0.7 * 0.85 = 0,595$$

$$P2 = \lambda * (П2 + П3) = 0.7 * 0.15 = 0.105$$

$$\mu = 1/b = 1/8 = 0.125$$

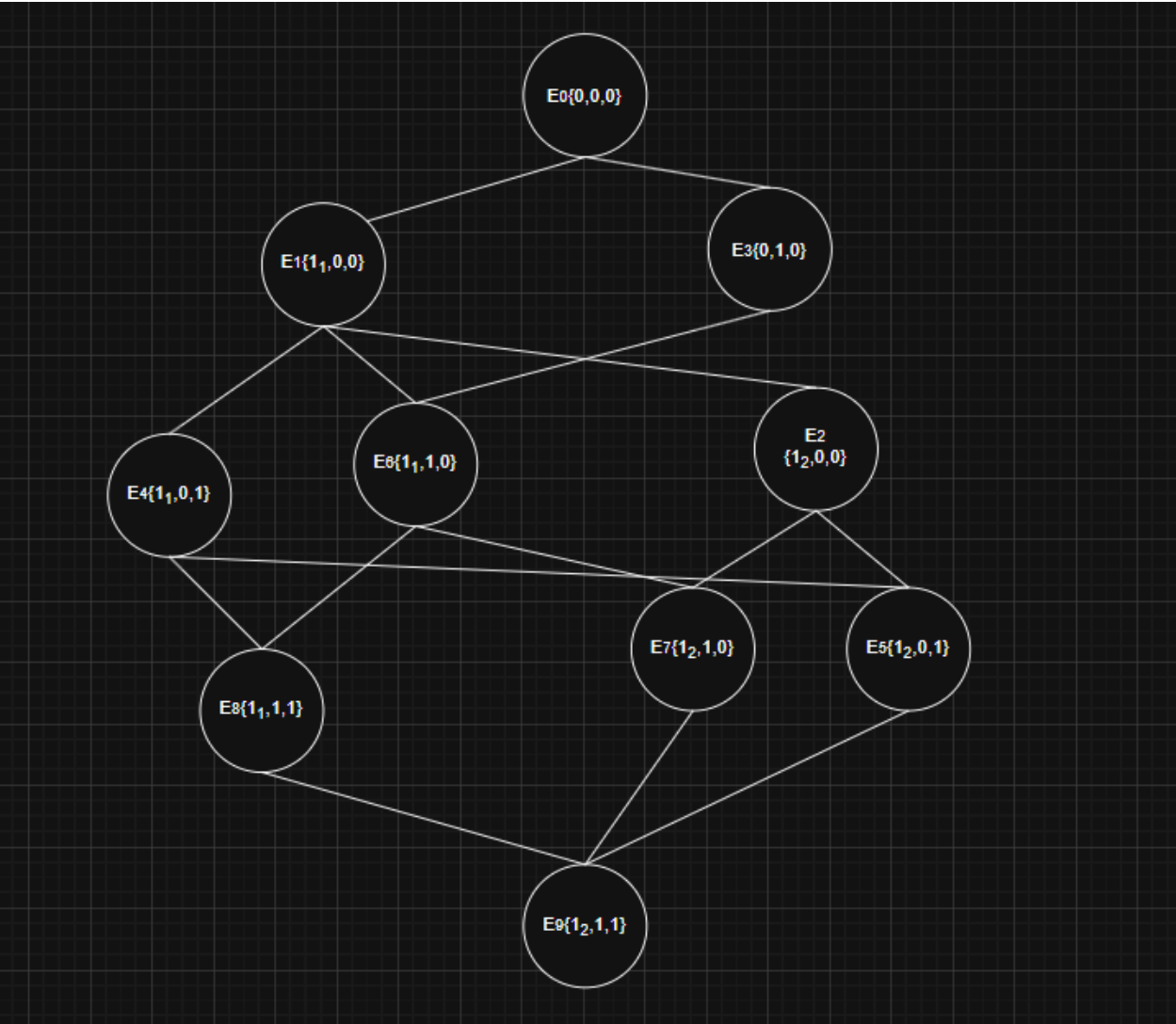
Система 2. Схематичное представление:



По данной схеме можно увидеть, как устроен первый прибор. В первом приборе есть 2 фазы обработки заявки. И 2-я фаза может быть выполнена тогда, когда выполнена 1-я фаза. Таким образом $\mu = \mu_{\Phi_1} + \mu_{\Phi_2}$. Однако известно, что μ_{Φ_1} и μ_{Φ_2} должны быть равны. Значит делаем вывод, что

$$\mu_{\Phi_1} = \mu_{\Phi_2} = \frac{\mu}{2} = \frac{0.125}{2} = 0.0625$$

Система 2. Схема перехода состояний



Система 2. Матрица интенсивностей перехода

Список элементов матрицы			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Имя			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m	0.1250			P1	0.0000	P2	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
m1	0.0625		1	m1	P1	0.0000	P1	0.0000	P2	0.0000	0.0000	0.0000
m2	0.0625		0.0000	m1	2	0.0000	0.0000	P1	0.0000	P2	0.0000	0.0000
P1	0.5950		m	0.0000	0.0000	3	0.0000	0.0000	P1	0.0000	0.0000	0.0000
P2	0.1050		0.0000	m1	0.0000	0.0000	4	P1	0.0000	0.0000	P2	0.0000
			0.0000	0.0000	m1	0.0000	m2	5	0.0000	0.0000	0.0000	P2
			0.0000	0.0000	0.0000	m1	0.0000	0.0000	6	P1	P1	0.0000
			0.0000	0.0000	m2	0.0000	0.0000	0.0000	m2	7	0.0000	P1
			0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	m	0.0000	m	0.0000	8	P1
			0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	m	m2	9

Где $m = \mu$, $m1 = \mu_{\phi 1}$, $m2 = \mu_{\phi 2}$

Система 2. Таблица стационарных вероятностей

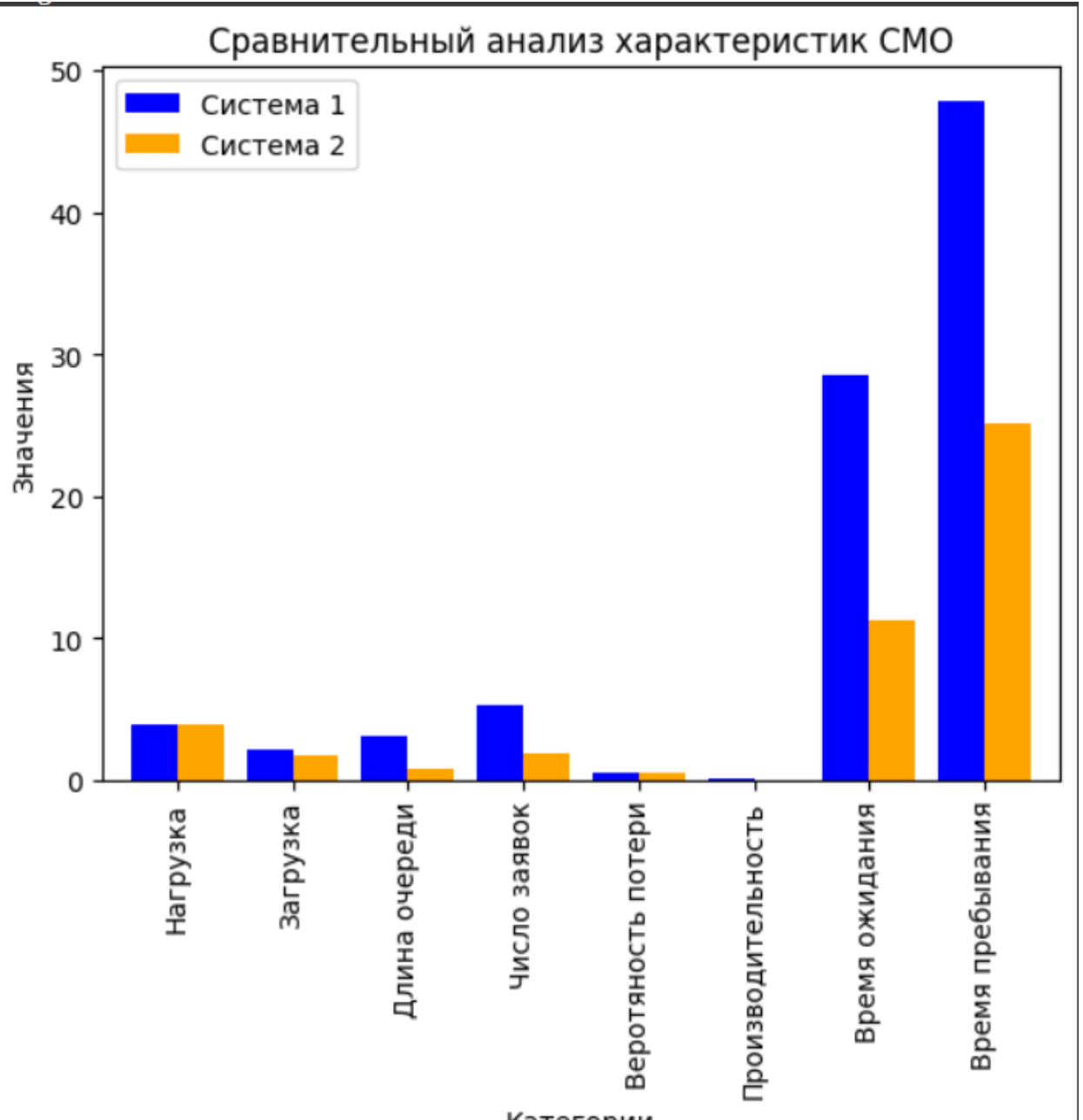
p0	0.004
p1	0.0020
p2	0.0206

p3	0.0012
p4	0.0200
p5	0.1051
p6	0.0130
p7	0.1268
p8	0.0598
p9	0.6510

Система 2. Результаты и вычислительные формулы

Характеристика	Прибор	Расчетная формула	Результат
Нагрузка	П1	$y1 = \lambda * P1/m$	0.588
	П2	$y2 = \lambda * P2/m$	3.332
	Сумм.	$y = y1 + y2$	3.92
Загрузка	П1	$p1 = 1 - (p0 + p3)$	0.9948
	П2	$p2 = p3 + p6 + p7 + p8 + p9$	0.8518
	Сумм.	$p = p1 + p2$	1.8466
Длина очереди	П1	$l1 = p4 + p5 + p8 + p9$	0.8359
	П2	$l2 = 0$	0
	Сумм.	$L = l1 + l2$	0.8359
Число заявок	П1	$m1 = p1 + p2 + p4 + p5 + p6 + p7 + p8 + p9$	0.9983
	П2	$m2 = p3 + p6 + p7 + p8 + p9$	0.8518
	Сумм.	$M = m1 + m2$	1.8501
Вероятность потери	П1	$pi1 = p4 + p5 + p8 + p9$	0.8359
	П2	$pi2 = p3 + p6 + p7 + p8 + p9$	0.8518
	Сумм.	$pi = P1 * pi1 + P2 * pi2$	0.5945905
Производительность	П1	$ly1 = \lambda * P1 * (1 - pi1)$	0.01206135
	П2	$ly2 = \lambda * P2 * (1 - pi2)$	0.0617253
	Сумм.	$ly = ly1 + ly2$	0.07378665
Время ожидания	П1	$w1 = l1/ly1$	69.30401655
	П2	$w2 = l2/ly2$	0
	Сумм.	$w = ly1 * w1/ly + ly2 * w2/ly$	11.32860755
Время пребывания	П1	$u1 = m1/ly1$	82.76851265
	П2	$u2 = m2/ly2$	13.79985192
	Сумм.	$u = M/ly$	25.07364137

Сравнительный анализ систем



На основе графика лучше системой я бы выбрал систему 2, так как она обладает меньшим временем ожидания заявок и их пребыванием. Так же система 1 обладает большей нагрузкой и длиной очереди, что говорит о её неэффективности. Почему это плохо:

- Система с высокой нагрузкой менее устойчива к увеличению потока заявок. Даже небольшое увеличение интенсивности заявок может привести к перегрузке.
- Это увеличивает вероятность образования очередей и, как следствие, ухудшает качество обслуживания.

- Большая очередь приводит к увеличению времени ожидания для заявок. Пользователи системы (например, клиенты) могут быть недовольны длительным временем ожидания.

Таким образом, система 2 является наилучшей.